LS 03 Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten

		Zeit	Lernaktivitäten	Material	Kompetenzen
1	PA	10′	S holen sich Informationen aus einem Text und wenden diese an.	M1.A1	– mathematikhaltige Texte sinnerfassend lesen – Überlegungen verständlich darstellen – auf Fragen sachlich reagieren
2	GA	40′	Stationenrallye – S diskutieren Lösungswege und gleichen ihre Meinungen ab. Mithilfe des ausliegenden Lösungsbogens erhalten sie die Möglichkeit zur Selbstkontrolle und Korrektur.	M1.A2, M2, M3	
3	GA	10′	S arbeiten ein Beispiel detailliert aus, besprechen die Lösungswege und bereiten eine Präsentation vor.	Folien, Stifte	
4	PL	20′	S präsentieren ihre Ergebnisse und nehmen Stellung zu Rückfragen.	M1.A3, evtl. Schulheft	
5	EA/ PA/ PL	10′	S wiederholen bisher Gelerntes, formulieren Sätze, stellen eigene Aufgaben zusammen, überprüfen ihre Lösungen mit dem Partner und bringen offene Fragen im Plenum ein.	M1.A4	

✓ Merkposten

Zu Arbeitsschritt 2:

Die Stationen müssen nicht aufgehängt werden, sie können auch auf Tischen ausgelegt werden.

Zu Arbeitsschritt 2:

Die Verweildauer vor den Stationen richtet sich nach dem Tempo der S. Es müssen nicht alle Gruppen tatsächlich mit allen Stationen fertig werden.

Zu Arbeitsschritt 3:

Die Stationen können für die Verlosung bereits auf Folien kopiert werden. Die S schreiben auf dieser Folie weiter. (Verwenden sie wasserlösliche Stifte, dann können die Folien erneut benutzt werden.)

Erläuterungen zur Lernspirale

Die Schüler vertiefen ihre Erkenntnisse anhand verschiedener Beispiele. Grundbegriffe und Rechenregeln werden erarbeitet.

Zum Ablauf im Einzelnen:

1. Arbeitsschritt: Die Schüler arbeiten in PA und beantworten die Fragen gemeinsam.

2. Arbeitsschritt: Stationenrallye: Die acht Stationen werden so aufgehängt, dass sie in einem Rundgang den Schülern frei zugänglich sind. Die Schüler zählen reihum immer bis acht ab. Die jeweilige Nummer bestimmt die Station, mit der die Schüler beginnen. Die Arbeitsanweisung an der Station wird ausgeführt, das Ergebnis wird in der Tabelle notiert. Nach jeweils ca. 4 Minuten wechseln die Schüler auf ein Signal hin im Uhrzeigersinn zur nächsten Station.

3. Arbeitsschritt: Die Stationen werden abgehängt, jede Gruppe zieht nun eine der Stationen. Jede Station wird in der entsprechenden Gruppe genau besprochen. Anschließend schreiben die Schüler die Lösung „ihrer" jeweiligen Station auf eine Folie, damit sie später präsentiert werden kann.

4. Arbeitsschritt: Die Reihenfolge der Präsentationen wird ausgelost, die Schüler präsentieren ihre Lösungen mithilfe der Folie. Fragen aus dem Plenum werden nach Möglichkeit ohne Eingreifen des Lehrers diskutiert. Die richtigen Ergebnisse werden in die Tabelle geschrieben, wichtige Bemerkungen werden im Schulheft notiert. Bei Bedarf können Sie den Schülern die Angaben in kopierter Form zur Verfügung stellen, damit sie sie in das Schulheft einkleben können.

5. Arbeitsschritt: Die Schüler führen die Arbeitsaufträge zunächst in EA durch. Die Überprüfung erfolgt dann mit einem Partner oder einer Partnerin. Offene Fragen, welche in der PA nicht geklärt werden können, werden im Plenum behandelt.

Notizen:

03 Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten

A1

Information:
Fasst man bestimmte Ergebnisse eines Zufallsversuchs zusammen, erhält man ein **Ereignis**. Ein Ereignis beschreibt also eine Situation, die sich aus einem oder mehreren Ergebnissen **zusammensetzen** kann.

Daher gilt die **Summenregel**: Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ergibt sich aus der Summe der Wahrscheinlichkeiten der für das Ereignis günstigen Ergebnisse.

Für die Worte „Die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses“ schreibt man kurz **P (Ereignis)**.
(P kommt von dem englischen Wort **p**robability.)

Ein Ereignis, das nie eintreten kann, heißt **unmögliches Ereignis**. Ein Ereignis, das immer eintritt, heißt **sicheres Ereignis**.

„Die gedrehte Zahl ist größer als 10.“ ist ein unmögliches Ereignis: P(Zahl > 10) = 0

„Die Zahl liegt zwischen 0 und 9.“ ist ein sicheres Ereignis: P(0 < Zahl < 9) = 1

Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man bei dem links abgebildeten Glücksrad eine Zahl, die größer als 5 ist? Die Informationen im obigen Kasten können euch bei der Berechnung helfen.

Welche Ergebnisse sind bei diesem Zufallsversuch möglich? ______________________________

____

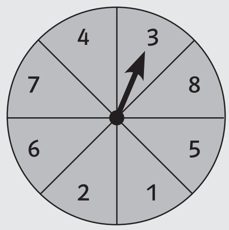
Aus welchen Ergebnissen setzt sich das Ereignis „Zahl > 5“ zusammen? ______________________

____

Daher gilt: P (Zahl > 5) = ______________________________________
(Lies: Die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl größer als 5 ist, ist …)

Merke:

Einem sicheren Ereignis wird die Wahrscheinlichkeit 1, einem unmöglichen Ereignis die Wahrscheinlichkeit 0 zugeordnet.



A2 Stationenrallye

Diese Informationen können euch helfen:
Bei **Laplace-Experimenten** errechnet sich die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses einfach durch die

Formel: $$P\,(\text{Ereignis}) = \frac{\text{Anzahl der für das Eintreten des Ereignisses günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$

Manchmal ist es einfacher, das Gegenteil eines Ereignisses zu betrachten, mathematisch ausgedrückt spricht man von dem **Gegenereignis**. Es gilt: P (Ereignis) = 1 − P (Gegenereignis)

Station	Lösung Frage 1	Lösung Frage 2	Lösung Frage 3	Lösung Frage 4
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

(Teil 1) Stationenrallye

Station 1: Roulette

Bei Roulette kann auf Zahlen gesetzt werden. Es kommen die Zahlen 0 bis 36 vor. Es muss nicht nur auf eine Zahl gesetzt werden, es können auch verschiedene Kombinationen gesetzt werden. Von den Zahlen 1 bis 36 ist eine Hälfte rot, die andere Hälfte schwarz. Die Null hat keine Farbe.

Gebt alle zu berechnenden Wahrscheinlichkeiten in Bruchform an:
Frage 1: Lena setzt auf die Zahlen 4, 18, 22, 30, Tim auf die Zahlen 1, 2, 3, 4.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt Lena? Ist die Gewinnwahrscheinlichkeit von Tim größer, kleiner oder gleich?
Frage 2: Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die geworfene Zahl größer als 10?
Frage 3: Es wurde hintereinander 5 Mal Rot geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt jetzt nicht Rot?
Frage 4: Setzt man auf die richtige Zahl, erhält man das 36-Fache des Einsatzes als Gewinn. Warum verdient die Spielbank langfristig doch?

Station 2: Skatspiel

Ein Skatspiel besteht aus 32 Karten. Die Karten 7, 8, 9, 10, Bube, Dame, König, Ass gibt es in den Farben Kreuz, Pik, Herz und Karo.

Gebt alle zu berechnenden Wahrscheinlichkeiten in Bruchform an:
Frage 1: Karl hat als erster Spieler 5 Karten erhalten.
Bei den ersten drei Karten, die er aufgenommen hat, sind 2 Könige dabei. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist seine 4. Karte auch ein König?
Frage 2: Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die erste ausgegebene Karte kein Herz?
Frage 3: Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die erste ausgegebene Karte eine 7 oder eine 8?
Frage 4: Chris hat aus dem Stapel einen Buben gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht Patrick als Nächstes eine höhere Karte?

Station 3: Würfeln

Es wird mit zwei Würfeln, einem roten und einem blauen, gewürfelt.

Gebt alle zu berechnenden Wahrscheinlichkeiten in Bruchform an:
Frage 1: Wie viele verschiedene Würfe sind möglich?
Frage 2: Warum ist die Wahrscheinlichkeit, eine Drei und eine Vier zu erhalten, doppelt so groß wie die, zwei Sechsen zu würfeln?

Nun wird die Augensumme der beiden Würfel gebildet.
Frage 3: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, die Augensumme 8 zu erhalten? (Tipp: Auf wie viele Arten kann die Augensumme 8 gewürfelt werden?)
Frage 4: Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man einen Pasch (also zwei gleiche Zahlen)?

Station 4: Gummibärchen

In einem Sack sind noch 8 rote, 4 grüne, 2 gelbe und 7 orangene Gummibärchen. Ein Bärchen wird gezogen.

Gebt alle zu berechnenden Wahrscheinlichkeiten in Bruchform an:
Frage 1: Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht man ein grünes oder ein gelbes Bärchen?
Frage 2: Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist das gezogene Bärchen nicht orange?
Frage 3: Lars hat hintereinander 2 rote Bärchen gezogen und sofort gegessen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist das Bärchen, das er beim nächsten Zug zieht wieder rot?
Frage 4: Lisa führt ein Zufallsexperiment durch. Sie zieht ein Bärchen, notiert die Farbe, legt es zurück und zieht wieder. Sie führt 210 Versuche durch. Wie oft hat sie dabei wohl ein grünes Bärchen gezogen? Welche Aussage könnt ihr machen?

LS 02 Grundlagen zum Satz von Pythagoras

		Zeit	Lernaktivitäten	Material	Kompetenzen
1	GA	10'	Jede Tischgruppe markiert die Abstände auf einer Schnur, spannt diese dann zu einem rechtwinkligen Dreieck und gibt das gefundene Zahlentripel an.	M1.A1, Schnur, Filzstifte, Stecknadeln	– vorgegebene praktische Aufgabe mathematisch bearbeiten – sinnvolle Strategie zur Problemlösung finden – Ergebnisse formulieren und Formeln finden – Überlegungen verständlich ausdrücken und präsentieren – Resultate am Kontext prüfen – einfache Probleme lösen
2	PL	5'	L notiert von allen Gruppen die Ergebnisse an der Tafel.		
3	EA	25'	Jeweils zwei S der vorherigen Tischgruppe bearbeiten das Kästchen A, die anderen zwei S das Kästchen B in Einzelarbeit und füllen die zugehörige Tabelle im aus.	M1.A2, Loskarten mit Beschriftung A, B	
4	PA	10'	Die zwei S mit gleichen Aufgaben vergleichen ihre Ergebnisse und bearbeiten bei Abweichungen die Aufgabe gemeinsam. Ein Zusammenhang wird formuliert.		
5	GA	10'	In der gesamten Tischgruppe werden die Arbeitsaufträge verglichen und die S finden gemeinsam eine Formel.		
6	PL	10'	Lehrerergänzungen – Vergleich mit den Ergebnissen zu Schritt 2 an der Tafel.		
7	EA	5'	S notieren den Satz von Pythagoras übersichtlich.	M1.A2	
8	EA	15'	S wenden die gefundene Formel an.	M1.A3	

Erläuterungen zur Lernspirale

In dieser Lernspirale werden die Schüler schrittweise an den Satz von Pythagoras herangeführt.

Zum Ablauf im Einzelnen:
1. Arbeitsschritt: In den Tischgruppen (je 4 Schüler) erhalten die Schüler vom Lehrer eine Schnur mit 12 cm Länge und den Auftrag diese in gleich lange Abschnitte (zu je 1 cm) zu unterteilen und dort mit Filzstift Markierungen anzubringen. Hinweis auf exaktes Arbeiten ist wichtig. Die Schüler spannen nun ein rechtwinkliges Dreieck mithilfe von Stecknadeln (als Unterlage kann dickeres Papier verwendet werden) und notieren das entstandene Zahlentripel.

2. Arbeitsschritt: Die Gruppenergebnisse werden vom Lehrer an der Tafel notiert.

3. Arbeitsschritt: Die Schüler der Tischgruppe werden mit Loskarten (A-B-Karten) dem Kästchen A bzw. B zugeteilt. Die Schüler bearbeiten in Einzelarbeit die Aufträge und füllen die Tabelle mit Bleistift aus.

4. Arbeitsschritt: Die Tabellen der jeweiligen Kästchen werden zu zweit verglichen, Lücken werden geschlossen und es wird ein Zusammenhang (bei A) oder auch keiner (bei B) gefunden.

5. Arbeitsschritt: In der Tischgruppe vergleichen die Schüler die Arbeitsaufträge untereinander, sie erkennen Unterschiede und versuchen, einen Zusammenhang in Form einer Formel zu finden. Diese wird neben die Ergebnisse aus Schritt 2 an die Tafel geschrieben.

6. Arbeitsschritt: Der Lehrer nimmt Ergänzungen vor und weist auf den Zusammenhang mit Schritt 2 hin.

7. Arbeitsschritt: Jeder Schüler gestaltet einen übersichtlichen Eintrag zum Satz von Pythagoras (als Formel und auch in Worten).

8. Arbeitsschritt: Die drei Aufgaben a), b) und c) werden von den Schülern in EA im gerechnet und anschließend in der Tischgruppe verglichen. Per Los wird ein Schüler bestimmt, der ein Beispiel an der Tafel vorträgt. Die anderen Schüler vervollständigen ihre Einträge.

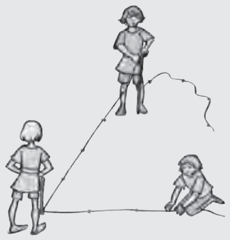
✓ Merkposten

Das zum Eigennamen Pythagoras gebildete Adjektiv lautet im Griechischen immer Pythagóreios. So wird die auffällige Lebensform der pythagoreischen Philosophenschule als Pythagóreios bezeichnet.

02 Grundlagen zum Satz von Pythagoras

A1

Schon im alten Ägypten wurden beim Bau der Pyramiden und auch beim Vermessen der Schlammfelder rechte Winkel benötigt, deren Konstruktion ein großes Problem darstellte. Dafür entstand eine neue Zunft von Spezialisten – die sogenannten Seilspanner, deren Arbeitsweise ihr jetzt nachahmen sollt:



Verwendet eine Schnur (12 cm lang) und markiert darauf mit einem Filzstift 11 Markierungen in gleichen Abständen (jeweils 1 cm). Spannt die gesamte Schnur mit Hilfe von 3 Stecknadeln zu einem rechtwinkligen Dreieck. Bei welchen Markierungen müsst ihr dabei einstechen? Wie lang sind die einzelnen Seiten?

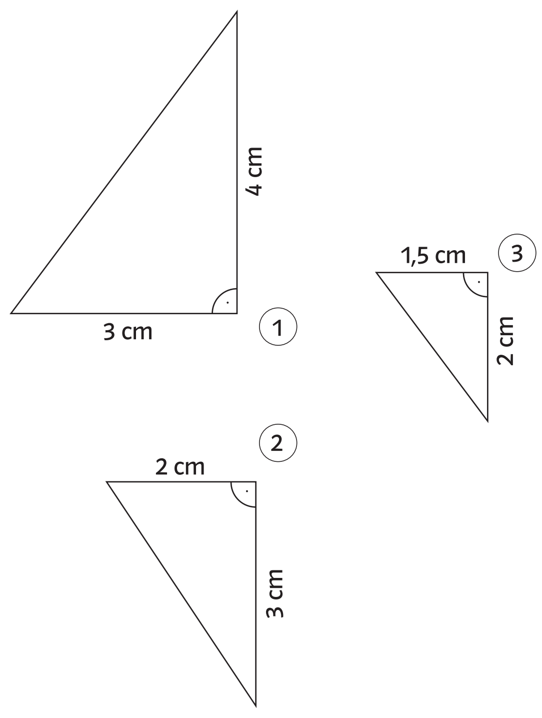
Welche drei Seitenlängen (Zahlentripel) habt ihr gefunden? ____________________

A2

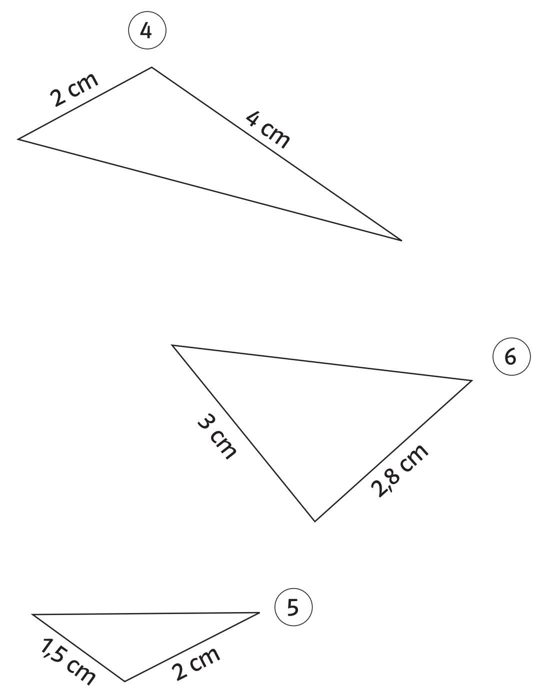
Ein pythagoreisches Tripel besteht aus drei natürlichen Zahlen, die als Seitenlängen in rechtwinkligen Dreiecken vorkommen können.

Dir wird per Los eines der beiden Kästchen (A oder B) zugeordnet. Kennzeichne in diesem Kästchen bei allen Dreiecken jeweils die längste Seite rot, die beiden anderen Seiten grün. Zeichne die Dreiecke so in dein Schulheft ab, dass du genug Platz hast, um über den drei Seiten jeweils noch das entsprechende Quadrat einzuzeichnen. Errichte dann über der längsten Seite rote Quadrate und über den beiden anderen Seiten grüne Quadrate.

Kästchen A



Kästchen B



Das zum Eigennamen Pythagóras gebildete Adjektiv lautet im Griechischen immer Pythagóreios. Deshalb ist die sprachlich richtige und international übliche Schreibweise „pythagoreisch“.

Miss die jeweiligen Seitenlängen, berechne die Quadratflächen und fülle die nachfolgende Tabelle aus:

Dreieck Nr.	1. Kathete	2. Kathete	Hypothenuse	1. Kathetenquadrat	2. Kathetenquadrat	Hypotenusenquadrat
1						
2						
3						