

HANSER



Leseprobe

zu

Einstieg in die Regelungstechnik mit Python

von Hans-Werner Philippsen

Print-ISBN: 978-3-446-45157-5

E-Book-ISBN: 978-3-446-46134-5

Weitere Informationen und Bestellungen unter
<http://www.hanser-fachbuch.de/978-3-446-45157-5>

sowie im Buchhandel

© Carl Hanser Verlag, München

Vorwort zur dritten Auflage

Die dritte Auflage des Fachbuchs *Einstieg in die Regelungstechnik* wurde vollständig überarbeitet, neu gegliedert und erweitert. Besonders hervorzuheben ist die durchgängige Nutzung der kostenlosen Programmiersprache Python. Mit Hilfe von Python und den freien Paketen NumPy, SciPy und Control lassen sich Regelkreise vollständig berechnen und entwerfen.



web###

Alle Beispielprogramme, die unter der URL www.einstieg-rt.de zum Download bereitstehen, sind im Buch mit dem Kürzel web### gekennzeichnet. ### ist hier der Platzhalter für die jeweilige Listingnummer im Buch. Web201 z.B. bezeichnet das erste Listing in Kapitel 2. Durch die Eingabe von einstieg-rt.de/web### gelangen Sie direkt zum Code.

Leser des E-Books klicken in der PDF-Datei auf den Hinweis web### und werden direkt zum Code weitergeleitet.

Moderne Regler sind digital und können u. a. auf der Grundlage von Python auf einem PC oder auf dem Mikrorechner Raspberry Pi oder auf einem Microcontroller realisiert werden. Mit Hilfe der Programmiersprache MicroPython, die für die direkte Ausführung von Python-Code auf Microcontrollern konzipiert wurde, können regelungstechnische Projekte realisiert werden, ohne eine neue Programmiersprache lernen zu müssen. Python hilft zudem bei der Erarbeitung des Stoffes und bietet auch für andere Fachgebiete eine Fülle von Paketen wie z. B. für die Bildverarbeitung, KI und Kommunikationstechnik.

Das Buch wendet sich an Bachelor-Studierende ingenieurwissenschaftlicher Studiengänge, die das Fach Regelungstechnik als Pflicht- oder Wahlmodul studieren. Darüber hinaus wurde das Buch für den praktisch tätigen Ingenieur konzipiert. Ziel ist es, einen praxisnahen und einfachen Einstieg in die Regelungstechnik zu ermöglichen. Aus diesem Grunde wurden weitere Beispiele hinzugefügt, Zeichnungen erneuert und an einigen Stellen der Text überarbeitet sowie Fehler korrigiert.

Die im Rahmen dieses Buches häufige Verwendung von Wirkungsplänen dient der vereinfachten Darstellung abstrakter Zusammenhänge.

Die Regelungstechnik ist ein Fachgebiet mit einer sehr langen Geschichte. Seit den ersten industriellen Anwendungen im 18. Jahrhundert und den ersten theoretischen Arbeiten Mitte des 19. Jahrhunderts kann bis heute eine reichhaltige Entwicklung festgestellt werden. Aus diesem Grunde haben Fachbücher der Regelungstechnik oft einen erheblichen

Umfang und sind durch einen großen mathematischen Anteil geprägt. Ein Lehrbuch der Regelungstechnik sollte m.E. die Studierenden in die Lage versetzen, mit möglichst einfachen Mitteln und Software-Unterstützung ausgehend vom Prozess zum eingestellten Regler zu kommen.

Viel Erfolg bei der Erarbeitung des Fachgebietes und der Nutzung der Python-Beispiele!

Bedanken möchte ich mich bei Frau Sylvia Hasselbach für Übernahme des Lektorats und die sehr gute Zusammenarbeit. Der gleiche Dank auch an Frau Kristin Rothe und Frau Irene Weilhart vom Hanser-Verlag für die Arbeit am Text und den vielen Bildern. Meinem Sohn Tom danke ich sehr für die Realisierung des Internet-Auftritts.

Bremen, im Sommer 2019

Hans-Werner Philippsen

Inhalt

Vorwort zur dritten Auflage	V
1 Einführung	1
1.1 Das Prinzip der Steuerung	2
1.2 Das Prinzip der Regelung	2
1.3 Signale und Komponenten des Regelkreises	3
1.4 Klassifikation von Regelungen	4
1.5 Regelungsstrategien	5
1.6 „Beste“ Einstellung eines Reglers	6
1.7 Statisches Übertragungsverhalten	10
1.8 Dynamisches Verhalten linearer Übertragungsglieder	16
1.9 Besondere Führungsgrößen	21
1.10 Vorgehensmodell Reglerentwurf	22
2 Einführung Python und Pakete	27
2.1 Python	27
2.2 Matplotlib	32
2.3 NumPy	35
2.4 SciPy	37
2.5 Python Control Systems Toolbox	40
2.6 MicroPython	40
3 Mathematische Modelle	43
3.1 Lösung der Differenzialgleichung mithilfe eines Simulators	43
3.2 Lösung der Differenzialgleichung mithilfe der Laplace-Transformation ...	44
3.2.1 Regeln für das Rechnen mit Übertragungsfunktionen	49
3.2.2 Anfangswert- und Endwertsätze	51
3.3 Frequenzgang	55
3.3.1 Berechnung und Messung des Frequenzgangs	55
3.3.2 Darstellung des Frequenzgangs in der Ortskurve	58
3.3.3 Darstellung des Frequenzgangs im Bode-Diagramm	60
3.4 Python-Beispiel	62
3.5 Mathematische Signalmodelle	64
3.6 Elementare Übertragungsglieder	65
3.6.1 Proportionalglied (P-Glied)	65
3.6.2 Integrierendes Glied (I-Glied)	67

3.6.3	Differenzierendes Glied (D-Glied)	69
3.6.4	Totzeitglied (T_t -Glied)	70
3.7	Wirkungsplan-Elemente der Elektrotechnik	71
4	Regelstrecken	75
4.1	Verzögerungsglied 1. Ordnung ($P-T_1$ -Glied)	75
4.2	Verzögerungsglied n-ter Ordnung ($P-T_n$ -Glied)	77
4.3	Verzögerungsglied 2. Ordnung ($P-T_2$ -Glied)	81
4.4	Totzeit-Strecke mit Verzögerung	88
4.5	Integrale Strecke mit Verzögerung ($I-T_1$ -Glied)	89
4.6	Lead-Lag-Glied	91
4.7	Das allgemeine rationale Übertragungsglied	92
4.8	Strecke ohne Ausgleich: Beispiel Fahrzeuglenkung	94
4.9	Strecke mit Ausgleich: Beispiel DC-Motor	100
4.10	Nicht lineare Strecke mit Ausgleich: Beispiel Fahrzeug	107
4.11	Nicht lineare Strecke mit Ausgleich: Beispiel Tiefsetzsteller	111
5	PID-Regler	115
5.1	PI-Regler	115
5.2	PD-Regler	120
5.3	PD- T_1 -Regler	121
5.4	PID-Regler	124
5.5	PID- T_1 -Regler	125
5.6	Industrielle PID-Regler	127
5.6.1	Kompaktregler	127
5.6.2	Regler-Software-Baustein	130
5.6.3	Servo-Regler	132
6	Reglerentwurf	135
6.1	Stationäres Regelkreisverhalten	136
6.2	Dynamisches Regelkreisverhalten	142
6.3	Stabilität	144
6.4	Frequenzkennlinienverfahren	153
6.5	Kompensationsreglerentwurf	156
6.6	Entwurfsverfahren für PID-Regler	157
6.6.1	PID-Kompensationsregler	157
6.6.2	Das Betragsoptimum	161
6.6.3	Einstellregel nach Ziegler und Nichols	165
6.6.4	T-Summen-Einstellregel	166
6.6.5	Einstellregel von Chien, Hrones und Reswick	168

7	Besondere Strukturen der Regelungstechnik	173
7.1	Störgrößenaufschaltung	173
7.1.1	Statische Störgrößenaufschaltung	174
7.1.2	Dynamische Störgrößenaufschaltung	175
7.2	Kaskadenregler	176
7.3	Regelkreis mit Vorfilter und Vorsteuerung	179
7.4	Regler in der Rückführung	182
7.5	Entkopplung von Mehrgrößensystemen	183
7.6	Schaltende Regler	186
7.7	Zustandsraumbeschreibung	192
7.7.1	Einführung Zustandsraum	192
7.7.2	Zustandsraummodell DC-Motor	199
7.7.3	Ähnlichkeitstransformation	201
7.8	Zustandsregler	205
7.8.1	Struktur eines Zustandsreglers	205
7.8.2	Entwurf Zustandsregler	207
7.9	Beobachter	214
8	Digitale Regelungen	219
8.1	Analog-Digital-Wandlung	222
8.2	Signale des digitalen Regelkreises	225
8.3	Mathematische Beschreibung des Abtastvorgangs	226
8.3.1	Abtasttheorem von Shannon	227
8.3.2	Wahl der Abtastzeit	228
8.3.3	Abtast-Halteglied	228
8.4	Diskretisierung linearer Systeme	232
8.4.1	Diskretisierung P-T ₁ -Glied	232
8.4.2	Diskretisierung I-Glied	235
8.5	Diskretisierte Grundregler	236
8.5.1	Diskretisierter P-Regler	238
8.5.2	Diskretisierter I-Regler	238
8.5.3	Diskretisierter PI-Regler	239
8.5.4	Diskretisierter D-T1-Regler	239
8.6	Regleralgorithmen	240
8.7	Z-Transformation	243
8.8	Stabilität zeitdiskreter Systeme	253
8.9	Bilineare Transformation	255
8.10	Entwurf digitaler Regler	260
8.11	Motion Control	264
9	Beispiele und Aufgaben	279
9.1	Beispiele	279
9.1.1	Temperaturregelstrecke	279
9.1.2	Drehzahlregelung Elektromotor	287

9.1.3	Pendel	292
9.1.4	Dreifachkaskade	297
9.1.5	Querdynamikregelung	306
9.2	Aufgaben	314
9.2.1	Rechnen mit Wirkungsplänen und Übertragungsfunktionen	314
9.2.2	Elektrische Netzwerke	315
9.2.3	Bestimmung von Kenngrößen	315
9.2.4	Berechnung der Sprungantwort	316
9.2.5	Verhalten von PID-Reglern	316
9.2.6	Berechnung von Regelkreisen	316
9.2.7	Reglerentwurf	317
9.2.8	Diskretisierung von Systemen	317
9.2.9	Modellbildung und Reglerentwurf	318
9.3	Lösungen der Übungsaufgaben	318
10	Anhang	323
10.1	Laplace-Korrespondenztabelle	323
10.2	Berechnung der Sprungantwort eines $P-T_2$ -Gliedes	324
10.3	Bestimmung der Überschwingweite eines $P-T_2$ -Gliedes	327
10.4	Reglerentwurf gemäß Betragsoptimum	329
10.5	Installation der Software	331
10.6	Formelzeichen	333
10.7	Abkürzungen	338
10.8	Literatur	339
Index	341

4

Regelstrecken

Strecken werden grundsätzlich in zwei Klassen eingeteilt, in Strecken mit Ausgleich und Strecken ohne Ausgleich. Eine Strecke ohne Ausgleich besitzt keine Begrenzung der Ausgangsgröße, d. h., auf einen begrenzten Sprung der Eingangsgröße reagiert die Ausgangsgröße mit einer Funktion, die gegen unendlich strebt. Ein Integrator ist ein Beispiel für dieses instabile Verhalten. In Abschnitt 6.3 wird im Rahmen der Stabilitätsbetrachtung von Regelkreisen genauer auf dieses Verhalten eingegangen. Ein Beispiel für eine Strecke mit Ausgleich ist das Verzögerungsglied 1. Ordnung. In der RC-Schaltung gemäß Bild 4.1 wirkt im Falle einer sprungförmigen Veränderung der Eingangsspannung die Kondensatorspannung der Eingangsspannung *ausgleichend* entgegen. Während des Ladevorgangs reduziert sich die Spannung $u_R(t)$ und infolge auch der Ladestrom.

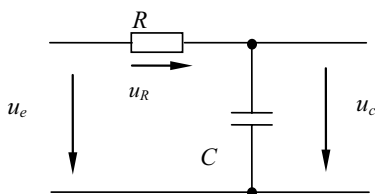


Bild 4.1 Beispiel für eine Strecke mit Ausgleich

Eine Strecke mit Ausgleich ist ein stabiles System, das auch ohne Regelung auf einen konstanten Eingangswert nach einer Übergangszeit mit einem konstanten Ausgangswert antwortet.

■ 4.1 Verzögerungsglied 1. Ordnung (P-T₁-Glied)

Das Verzögerungsglied 1. Ordnung wurde bereits in den Abschnitten 3.1 und 3.3 ausführlich im Zeit- und Frequenzbereich behandelt. In Bild 4.2 werden die Darstellung im Wirkungsplan und die Realisierung mit elementaren Übertragungsgliedern gezeigt.

Übertragungsfunktion	$G(s) = \frac{K}{1 + Ts}$	Verzögerungszeit: T Verstärkung: K
Frequenzgang	$G(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega T}$	
Übergangsfunktion (Sprungantwort)	$h(t) = K \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \sigma(t)$	

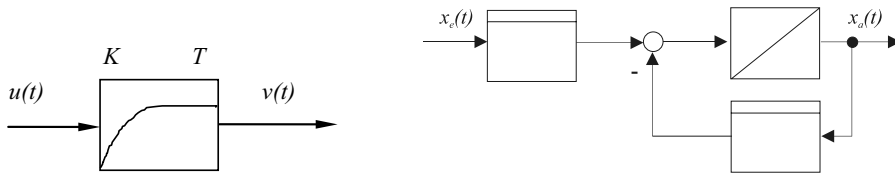


Bild 4.2 Blockdarstellung sowie Realisierung mit P- und I-Gliedern

Das P-T₁-Glied lässt sich, wie bereits gezeigt, durch eine RC-Schaltung realisieren (Bild 4.1). Die Abkürzung P-T₁ steht für die Reihenschaltung eines Proportionalgliedes und eines einfachen Zeitgliedes (T für Time). P-T₁ ist die normgerechte Bezeichnung für das Verzögerungsglied 1. Ordnung, jedoch ist die Abkürzung VZ₁ ebenso verbreitet! Die Zeitkonstante ist direkt aus der Sprungantwort mithilfe der Steigungstangente oder der 63%-Regel ablesbar, wenn keine Störungen vorliegen.

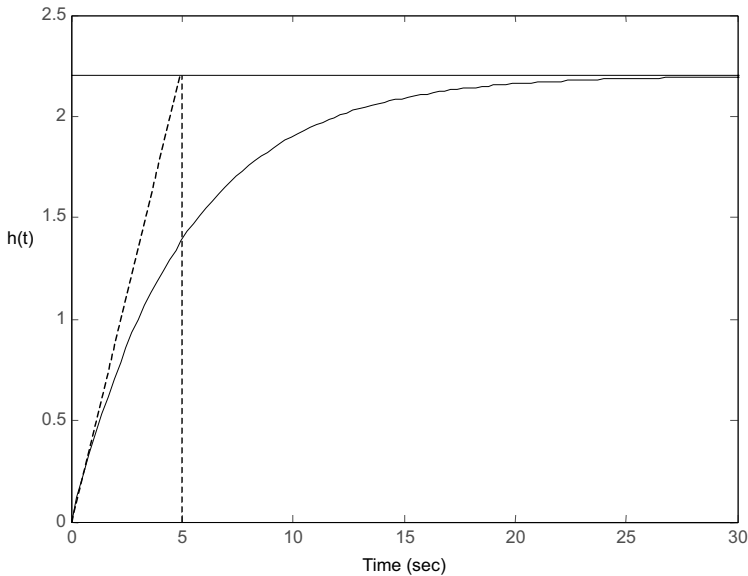


Bild 4.3 Identifikation P-T₁-Glied

Die Bestimmung der Parameter bzw. die Identifikation eines P-T₁-Gliedes mithilfe einer Sprungantwort ist in Bild 4.3 dargestellt. Die Sprunghöhe der Eingangssprungfunktion beträgt 1. Somit ist die Verstärkung direkt dem Endwert zu entnehmen ($K_p = 2,2$). Die Tangente im Zeitpunkt $t = 0$ schneidet die Tangente des Endwertes zum Zeitpunkt $t = 5$. Die Zeitkonstante des P-T₁-Gliedes beträgt 5 Sekunden. Das Anlegen einer Tangente ist im Fall einer gemessenen Sprungantwort schwierig, da Messrauschen und Störungen den Verlauf beeinträchtigen. Als Ausweg bietet sich die Bestimmung der Steuerfläche an (siehe nachfolgendes Kapitel).

■ 4.2 Verzögerungsglied n-ter Ordnung (P-T_n-Glied)

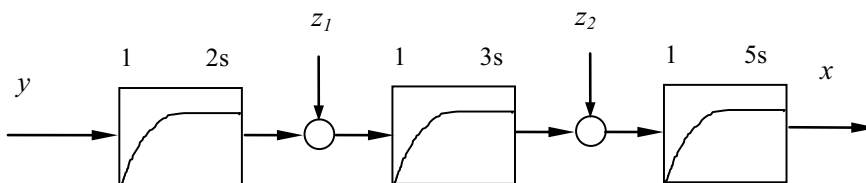
Das Verzögerungsglied n -ter Ordnung entsteht durch Reihenschaltung mehrerer Verzögerungsglieder 1. Ordnung. Sehr viele Regelstrecken der Praxis lassen sich durch das Verzögerungsglied n -ter Ordnung beschreiben oder annähern. Verzögerungsglieder n -ter Ordnung haben n Zeitkonstanten bzw. n Energiespeicher. Die Ermittlung der Zeitkonstanten ist nicht mehr so einfach möglich wie beim P-T₁-Glied.

Übertragungsfunktion	$G(s) = \frac{K_1}{(1+T_1s)} \frac{K_2}{(1+T_2s)} \dots \frac{K_n}{(1+T_ns)}$
Frequenzgang	$G(j\omega) = \frac{K_1}{(1+j\omega T_1)} \frac{K_2}{(1+j\omega T_2)} \dots \frac{K_n}{(1+j\omega T_n)}$
Verstärkung	$K = K_1 K_2 \dots K_n$
Übergangsfunktion (Sprungantwort)	$h(t) = K_p \left[1 - C_i \sum_{i=1}^n e^{s_i t} \right] \text{ mit } C_i = \frac{1}{s} (s - s_i) G(s) \Big _{s=s_i}$

Für die Sprungantwort wurde eine Formel angegeben [Ope72], [Ise88], diese ist jedoch mehr von theoretischem Interesse, da der genaue Verlauf mithilfe eines Simulationswerkzeuges einfach ermittelbar ist. Ein Beispiel für ein P-T_n-Glied ist die P-T₃-Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion:

$$G(s) = \frac{1}{(1+2s)} \frac{1}{(1+3s)} \frac{1}{(1+5s)} = \frac{1}{30s^3 + 31s^2 + 10s + 1}$$

und dem Wirkungsplan:



Die zusätzlichen Eingänge z_1 und z_2 stellen eine praxisnahe Einkopplung von Störsignalen in das Streckenmodell dar. Diese Strecke wird im Rahmen von Beispielen als Standardregelstrecke ausführlich behandelt. Die Simulation der Übergangsfunktion (ohne Störeinkopplung) ergibt das in Bild 4.4 gezeigte Diagramm.



web401

Listing 4.1 P-T_n Strecke, siehe einstieg-rt.de/web401

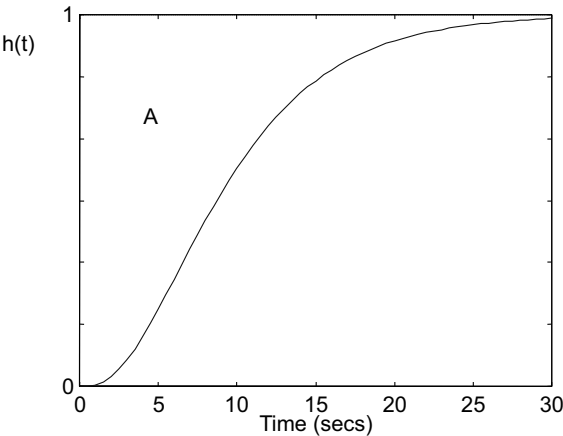


Bild 4.4 Sprungantwort der Standardregelstrecke (P-T_n-Glieder)

Kennzeichen eines P-T_n-Gliedes ist der s-förmige Verlauf der Sprungantwort. Die Zeitkonstanten sind leider nicht auf der Grundlage einer gemessenen Sprungantwort durch einfache Verfahren identifizierbar. Es existieren für regelungstechnische Anwendungen jedoch zwei einfache Näherungen auf der Grundlage eines Ersatzmodells.

1. Ersatzmodell: Totzeitglied und P-T₁-Glieder

In Bild 4.5 ist die Bildung eines Ersatzmodells auf der Grundlage einer Reihenschaltung von Totzeit- und P-T₁-Glieder dargestellt.

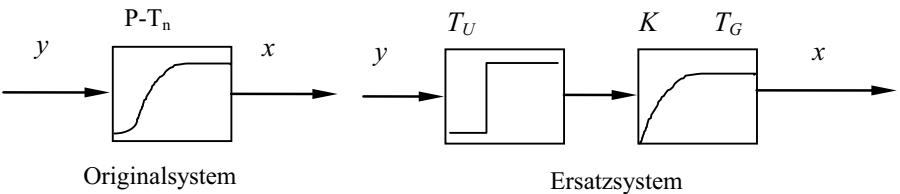
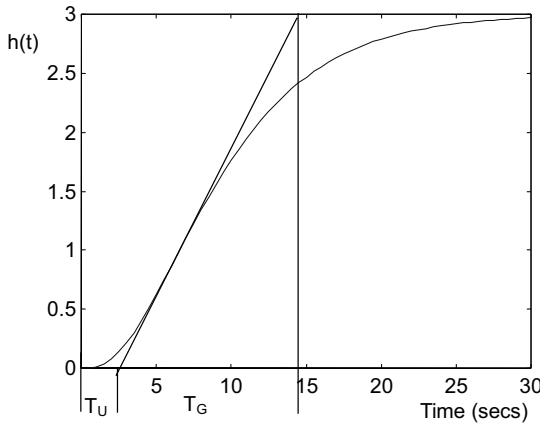


Bild 4.5 Original- und Ersatzmodell

Die Verzugszeit (Totzeit) T_U und die Ausgleichszeit T_G sind durch Anlegen einer Wendetangente an $h(t)$ zu bestimmen. Der Sprungantwort in Bild 4.6 sind zu entnehmen: Verzugszeit $T_U \approx 2$ Sekunden und Ausgleichszeit $T_G \approx 11$ Sekunden.

Bild 4.6 Ermittlung T_U und T_G

2. Ersatzmodell: Reihenschaltung von n gleichen P-T₁-Gliedern

Die Fläche vor der Sprungantwort

$$A = \int_0^{\infty} (h(\infty) - h(t)) dt$$

die sogenannte Steuerfläche, gibt Auskunft über die Summenzeitkonstante

$$T_{\Sigma} = T_1 + T_2 + \dots + T_n = \frac{A}{h(\infty)}$$

des P-T_n-Gliedes. Der Beweis ist in [Ise88] angegeben. A und damit T_{Σ} sind messtechnisch einfach und genau bestimmbar. Ist die Ordnung n bekannt oder ist n gut abzuschätzen, kann ein P-T_n-Glied durch n gleiche in Reihe geschaltete P-T₁-Glieder angenähert werden. Die Ersatzzeitkonstante ist dann

$$T_E = \frac{T_{\Sigma}}{n}$$

und das Ersatzmodell:

$$G_E(s) = \frac{K}{(1 + T_E s)^n}$$

Das Ersatzsystem der Standardregelstrecke ist:

$$G_E(s) = \frac{1}{(1 + 3,33s)^3}$$

Das Ersatzsystem hat die gleiche Steuerfläche und eine ähnliche Sprungantwort wie das Originalsystem. Den Vergleich beider Näherungsansätze zeigt Bild 4.7. Das Ersatzmodell der Standardregelstrecke, das auf der Grundlage dreier gleicher P-T₁-Glieder erstellt wurde, weist in diesem Fall die beste Näherung auf (fast deckungsgleicher Verlauf).

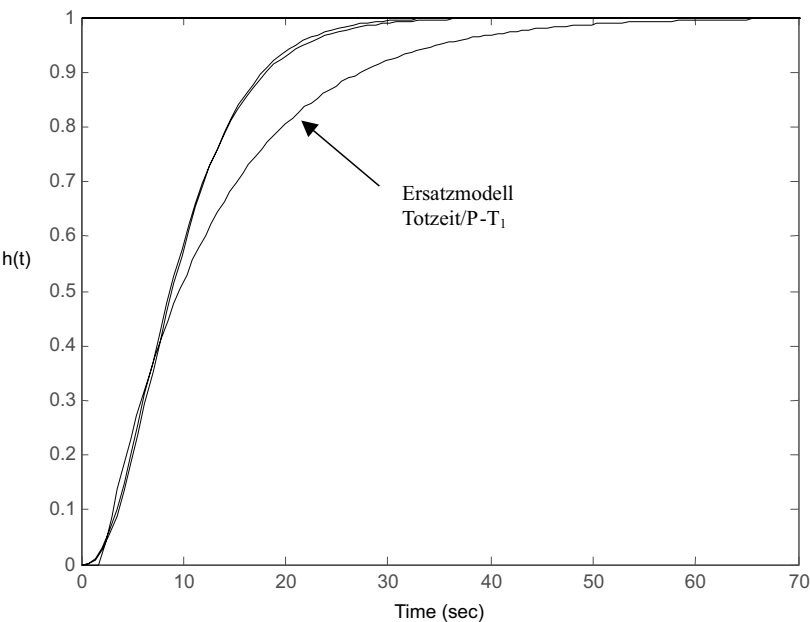


Bild 4.7 Zwei Ersatzmodelle für ein P-T_n-Glied

Die Ordnung kann mithilfe der Zeitprozentkennwerte abgeschätzt werden. Ein Zeitprozentkennwert gibt die Zeitdauer an, die die Übergangsfunktion benötigt, um z. B. 10 % des Endwertes zu erreichen. Aus den Zeitprozentkennwerten t_{10} (10 %) und t_{90} (90 %) wird der Quotient

$$\mu = \frac{t_{10}}{t_{90}}$$

gebildet. Die Abschätzung der Ordnung wird mithilfe der durch Simulationsrechnungen erstellten Tabelle 4.1 durchgeführt.

Tabelle 4.1: Bestimmung der Ordnung mittels Zeitprozentkennwerten

Ordnung	μ
1	0,046
2	0,137
3	0,207
4	0,261
5	0,304
6	0,340
7	0,370
8	0,396

Wird ein Quotient von ca. 0,26 bestimmt, dann liegt ein System 4. Ordnung vor. Eine Bestimmung der Parameter der Strecke kann auch mit sogenannten mathematischen Identifikationsverfahren erfolgen. Für derartige Methoden existieren Software-Pakete (z. B. WinFact oder die Matlab Identification Toolbox. Die theoretischen Grundlagen der Identifikation linearer Systeme werden in [Ise88] und [Unb98] vermittelt.

Der Frequenzgang der P-T_n-Regelstrecke

$$G(j\omega) = \frac{2}{(1+2j\omega)} \frac{1,5}{(1+3j\omega)} \frac{1}{(1+5j\omega)}$$

wird im Bode-Diagramm (Bild 4.8) dargestellt:

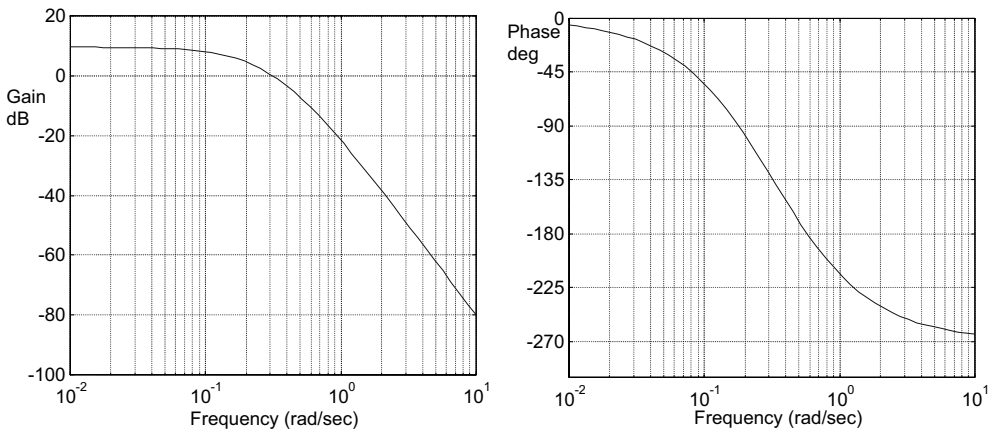


Bild 4.8 Bode-Diagramm P-T_n-Glied 3. Ordnung

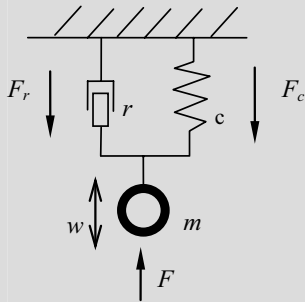
In der Dekade $10^0 \leq \omega \leq 10^1$ fällt der Amplitudengang um 60 dB bzw. dreimal 20 dB. Die Phasenverschiebung nähert sich dem Wert -270 Grad bzw. dreimal -90 Grad. Beide Aussagen belegen das Vorhandensein von drei Integratoren.

■ 4.3 Verzögerungsglied 2. Ordnung (P-T₂-Glied)

Das Verzögerungsglied 2. Ordnung wurde bereits in einem elektrotechnischen Beispiel (Bild 1.25, Reihenschwingkreis) behandelt. Als mechanisches Beispiel soll ein System Feder-Masse-Dämpfung dienen (Bild 4.9). Eine Modellbildung geht von der Kräftesumme am Rad aus. Die von unten auf das Rad wirkende Kraft ist die Eingangsgröße. Die entgegenwirkenden Kräfte sind die Federkraft, die Reibkraft des Stoßdämpfers und die Trägheitskraft der im Rad konzentrierten Masse.

**Beispiel 4.1:**

Radaufhängung mit Radmasse



F: Eingangsgröße

w: Ausgangsgröße (Weg)

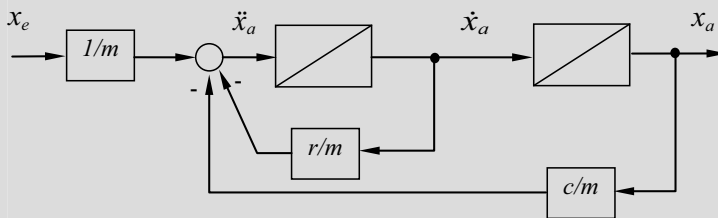
$$F = F_m + F_r + F_c$$

$$x_e = m\ddot{x}_a + r\dot{x}_a + cx_a$$

$$G(s) = \frac{1}{ms^2 + rs + c}$$

Bild 4.9 P-T₂-Glied

Ausgehend von der nach $\ddot{x}_a(t)$ umgestellten DGL ergibt sich der in Bild 4.10 gezeigte Wirkungsplan.

**Bild 4.10** Wirkungsplan Beispiel P-T₂-Glied

In Abhängigkeit von der Reibung bzw. Dämpfung wird dieses System mehr oder weniger stark schwingen.

Um das Schwingverhalten von den Parametern her ablesen zu können, sind zwei Darstellungsformen von P-T₂-Gliedern verbreitet:

$$G(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2dT s + 1}$$

bzw. mit der Kennkreisfrequenz $\omega_0 = \frac{1}{T}$

$$G(s) = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + 2d\omega_0 s + \omega_0^2}$$

Die Sprungantwort ist sehr deutlich von der Dämpfung bzw. dem Dämpfungsgrad d abhängig, wie in der Tabelle 4.2 und im Diagramm möglicher Sprungantworten gezeigt wird (Bild 4.11).

Tabelle 4.2: Wirkung der Dämpfung auf $h(t)$

	Dämpfung	Verlauf von $h(t)$	stabil/instabil
1	$d > 1$	aperiodisch	stabil
2	$d = 1$	aperiodischer Grenzfall	stabil
3	$1 > d > 0$	periodisch gedämpft	stabil
4	$d = 0$	periodisch ungedämpft	grenzstabil
5	$d < 0$	periodisch aufklingend	instabil

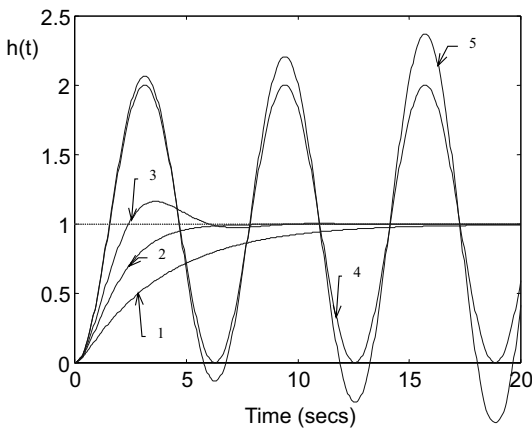


Bild 4.11 Simulation möglicher Sprungantworten $\omega_0 = 1$, $d = 2, 1, 0,5, 0, -0,02$

Die Kurve 3 weist eine Dämpfung von $d = 0,5$ auf und hat einen deutlichen Überschwinger. In der Regelungstechnik wird häufig eine Überschwingweite von kleiner 5 % angestrebt. Im Fall von $x_m = 5\%$ beträgt die Dämpfung

$$d \approx 0,7 \approx \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Im Folgenden werden nur stabile Systeme 2. Ordnung betrachtet. Das Nennerpolynom

$$s^2 + 2d\omega_0 s + \omega_0^2$$

hat die Nullstellen:

$$s_{1/2} = -d\omega_0 \pm \sqrt{d^2\omega_0^2 - \omega_0^2}$$

$$s_{1/2} = -d\omega_0 \pm \omega_0 \sqrt{d^2 - 1}$$

Liegt eine Dämpfung von $0 < d < 1$ vor, dann sind die Nullstellen konjugiert komplex und das System weist ein Überschwingen in der Sprungantwort auf. Ein schwingfähiges Verzögerungsglied 2. Ordnung wird mit P-T_{2s} gekennzeichnet. Im Fall einer Dämpfung von $d = 1$ sind $s_{1/2}$ reell und $s_1 = s_2$. Liegt eine Dämpfung von $d > 1$ vor, sind $s_{1/2}$ reell und $s_1 \neq s_2$.

Wie wir gesehen haben, übt die Dämpfung einen entscheidenden Einfluss auf die Überschwingweite aus. Ein weiterer Indikator der Art des Einschwingverhaltens stellt die Lage der Pole der Übertragungsfunktion in der komplexen Zahlenebene dar. Die Pole sind die Nullstellen des Nennerpolynoms, wobei für $d < 1$ geschrieben werden darf:

$$s_{1/2} = -d\omega_0 \pm j\omega_0\sqrt{1-d^2}$$

In der komplexen Zahlenebene (Bild 4.12) beträgt der Abstand eines Poles zum Ursprung ω_0 . Wird für ein konstantes ω_0 und eine veränderte Dämpfung die Verschiebung der Pole betrachtet, so wandern die Pole auf einem Kreisabschnitt. In Bild 4.12 ist die Verschiebung eines Polpaares aufgrund einer verkleinerten Dämpfung eingezeichnet, wobei die Pole näher zur Imaginärachse wandern. Für den Fall $d \geq 1$ sind die Pole auf der reellen Achse zu finden.

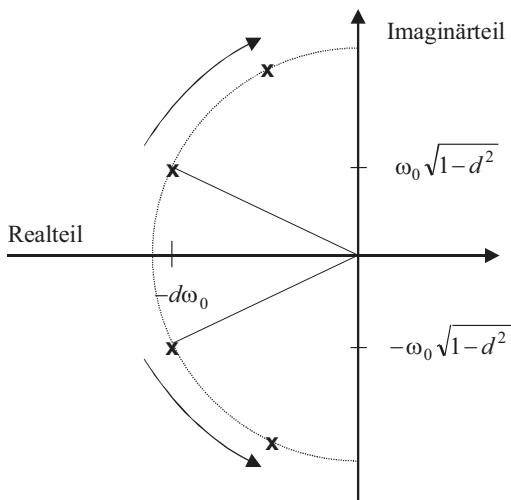


Bild 4.12 Lage der Pole eines P-T₂-Gliedes in der komplexen Zahlenebene

Die Pollage gibt nicht nur für P-T₂-Glieder einen Hinweis auf das dynamische Verhalten, sondern auch für alle anderen Systeme.



web402

Listing 4.2 P-T_{2s} Strecke, siehe einstieg-rt.de/web402

Die Formel für die Berechnung der Sprungantwort für den Fall $d < 1$ ist:

$$h(t) = K - \frac{K}{w} e^{-d\omega_0 t} (d \sin(\omega_e t) + w \cos(\omega_e t))$$

$$w = \sqrt{1 - d^2} \quad \omega_e = w\omega_0$$

Die Herleitung ist im Anhang zu finden. Das Bode-Diagramm eines schwingfähigen P-T₂-Gliedes zeigt Bild 4.13. Eine Resonanzüberhöhung im Amplitudengang tritt auf, wenn

$$d < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Die Resonanzfrequenz beträgt in diesem Fall:

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2d^2}$$

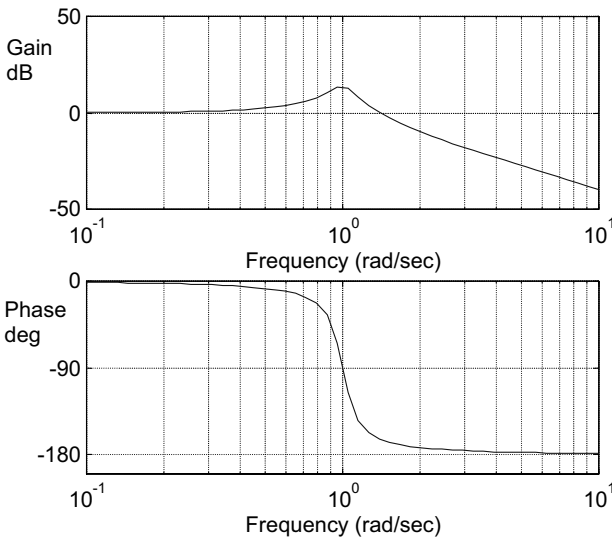


Bild 4.13 Bode-Diagramm eines P-T₂-Systems $\omega_0 = 1$ $d = 0,1$.

Die Resonanzüberhöhung bei $\omega \approx 1$ ist in Abhängigkeit von der Dämpfung mehr oder weniger ausgeprägt. Ein schwingfähiges P-T₂-Glied ist messtechnisch an der Resonanzüberhöhung (wenn $d < 0,707$) und am Überschwinger in der Sprungantwort zu erkennen. Die Parameter K , d und ω_0 lassen sich auf der Grundlage einer Sprungantwort ermitteln, siehe Bild 4.14.

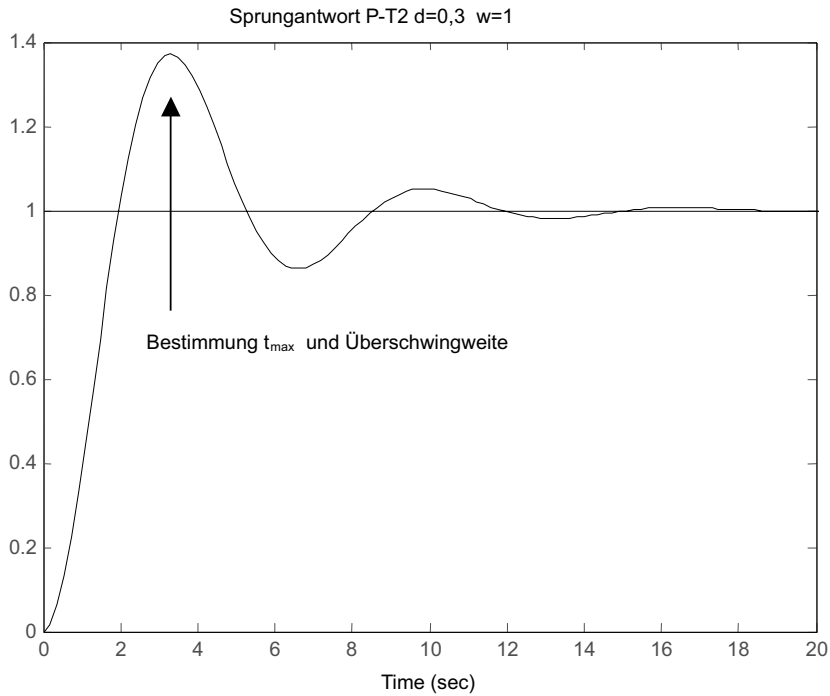


Bild 4.14 Sprungantwort eines periodisch gedämpften P-T₂-Gliedes

Die Dämpfung des Systems ist unmittelbar aus der Überswingweite x_m berechenbar:

$$x_m = \frac{h_{\max} - h_{\infty}}{h_{\infty}}$$

$$d = \left| \frac{\ln(x_m)}{\sqrt{\pi^2 + (\ln x_m)^2}} \right|$$

und ω_0 kann bestimmt werden, wenn der Zeitpunkt t_{\max} des maximalen Überschwings bekannt ist:

$$\omega_0 = \frac{\pi}{t_{\max} \sqrt{1 - d^2}}$$

Die Herleitung für beide Formeln ist im Anhang angegeben.

**Beispiel 4.2:**

Die Reihenschaltung von zwei P-T₁-Gliedern führt zu einem P-T₂-Glied mit der Übertragungsfunktion:

$$G(s) = \frac{1}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)}$$

Wenn $T_1 = T_2$, beträgt die Dämpfung $d = 1$. Für $T_1 \neq T_2$ ist die Dämpfung $d > 1$. Es erfolgt für diesen Fall eine Herleitung der Formel für die Berechnung der Sprungantwort, wobei eine Partialbruchzerlegung Verwendung findet.

$$G(s) = \frac{1}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)} = \frac{A}{(1 + T_1 s)} + \frac{B}{(1 + T_2 s)}$$

Die Koeffizienten A und B werden durch Multiplikation obiger Gleichung mit dem Nenner von $G(s)$ bestimmt:

$$1 = A(1 + T_2 s) + B(1 + T_1 s)$$

$$1 = A + B + \underbrace{AT_2 s + BT_1 s}_0$$

$$A = 1 - B$$

$$0 = (1 - B)T_2 s + BT_1 s$$

$$B = \frac{T_2}{T_2 - T_1}$$

$$A = 1 - \frac{T_2}{T_2 - T_1} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

Dann ist

$$G(s) = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \frac{1}{(1 + T_1 s)} + \frac{T_2}{T_2 - T_1} \frac{1}{(1 + T_2 s)}$$

Die Umformung ergibt zwei parallel geschaltete P-T₁-Glieder, d.h., die Sprungantwort kann aus der Addition der Sprungantworten der einzelnen P-T₁-Glieder (siehe bekannte Laplace-Rücktransformation) berechnet werden.

$$H(s) = G(s) \frac{1}{s} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \frac{1}{s(1 + T_1 s)} + \frac{T_2}{T_2 - T_1} \frac{1}{s(1 + T_2 s)}$$

$$h(t) = \frac{T_1}{T_1 - T_2} (1 - e^{-\frac{t}{T_1}}) + \frac{T_2}{T_2 - T_1} (1 - e^{-\frac{t}{T_2}})$$

Die Übertragungsfunktion regelungstechnischer Systeme kann in Polynomdarstellung oder in Produktform angegeben werden.

$$G(s) = \frac{\text{Zähler}}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + 1} = \frac{\text{Zähler}}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s) \dots (1 + T_n s)}$$

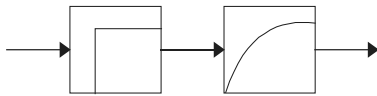
Die Polynomdarstellung ist aus der Produktform durch Multiplikation aller Terme bestimmbar. Die Bildung der Produktform aus der Polynomdarstellung erfordert die Suche der Nullstellen des Polynoms und damit der Eigenwerte.

$$T_i = -\frac{1}{s_i} = -\frac{1}{\lambda_i}$$

In der gezeigten Produktform sind die reellen Nullstellen des Nennerpolynoms ablesbar.

■ 4.4 Totzeit-Strecke mit Verzögerung

Die Klassifikation von Regelstrecken umfasst auch Systeme, die aus der Reihenschaltung von elementaren Übertragungsgliedern und einem $P\text{-}T_1$ -Glied bestehen. Das Totzeitglied und der Integrierer haben in diesem Zusammenhang eine Bedeutung für die praktische Regelungstechnik. Die Reihenschaltung aus Totzeitglied und $P\text{-}T_1$ -Glied ergibt die Totzeit-Strecke mit Verzögerung:



mit der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-sT_d}$$

Derartige Streckenmodelle ergeben sich, wenn z. B. Transportvorgänge vorliegen. Die Totzeit, Verstärkung und auch die Zeitkonstante T sind auf der Grundlage der Sprungantwort ermittelbar (Bild 4.15).

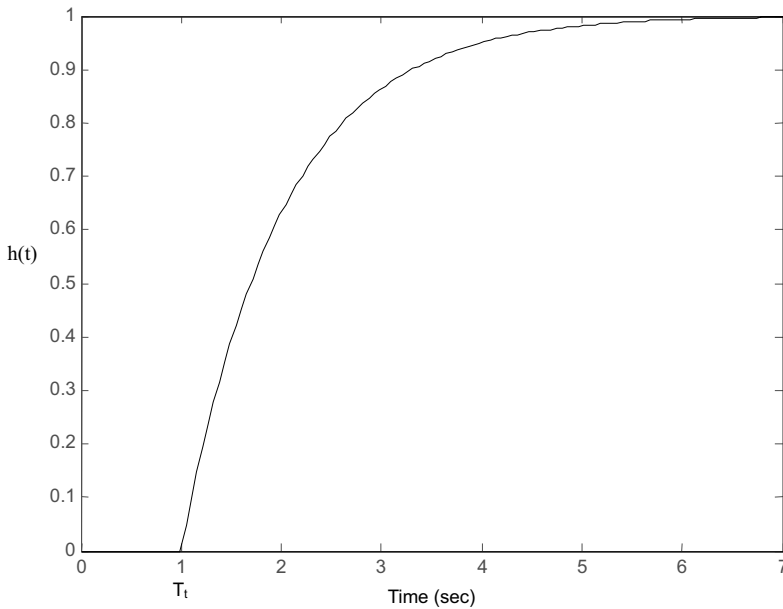


Bild 4.15 Sprungantwort Totzeit mit Verzögerung



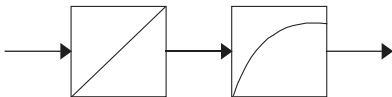
web403

Listing 4.3 Totzeit mit Verzögerung mit Padé-Approximation, siehe *einstieg-rt.de/web403*

Liegt eine Reihenschaltung aus Totzeit und P-T_n-Glieder vor, dann ist die Bestimmung der Totzeit und des P-T_n-Ersatzmodells nicht mehr mit einfachen Mitteln durchführbar.

■ 4.5 Integrale Strecke mit Verzögerung (I-T₁-Glieder)

Die Reihenschaltung von Integrator und P-T₁-Glieder ergibt die integrale Strecke mit Verzögerung, die auch als I-T₁-Glieder bezeichnet wird.



Das I-T₁-Glieder hat die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)}$$

und weist eine Sprungantwort gemäß Bild 4.16 auf.

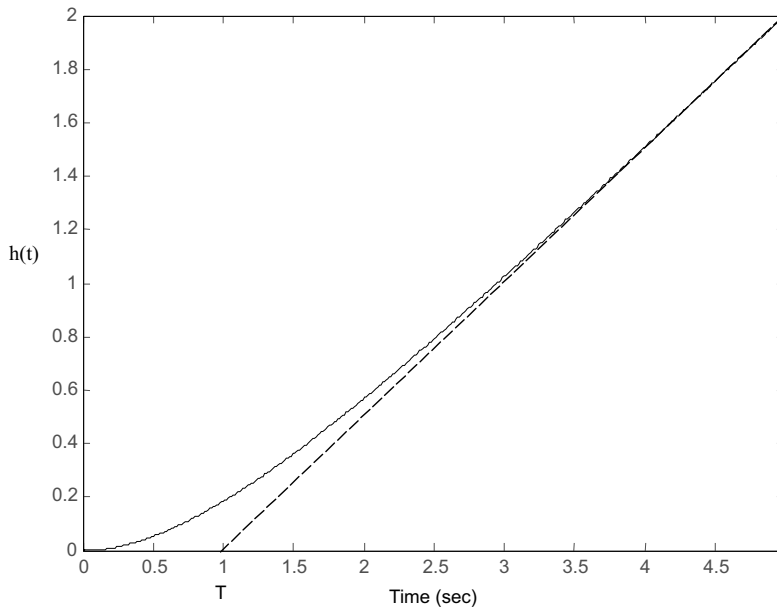


Bild 4.16 Sprungantwort I- T_1 -Glieder ($K = 0,5$ und $T = 1$)

Die Zeitkonstante T ist, wie in Bild 4.16 gezeigt, einfach mithilfe einer Tangente ermittelbar. Die Verstärkung ergibt sich aus der Steigung der Sprungantwort nach dem Einschwingen des P- T_1 -Gliedes:

$$K = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{2}{4}$$



web404

Listing 4.4 I- T_1 - Strecke, siehe einstieg-rt.de/web404

Die gezeigte I- T_1 -Strecke gehört zu den Strecken ohne Ausgleich, da das Systemverhalten nicht mehr als stabil gilt.

■ 4.6 Lead-Lag-Glied

Das nachfolgende System erster Ordnung wird als Lead-Lag-Glied bezeichnet. In Abhängigkeit vom Parameter a kann ein phasenanhebendes Verhalten ($a > 1$, Lead) oder ein phasenabsenkendes Verhalten ($a < 1$, Lag) erzielt werden.

$$G(j\omega) = \frac{aTj\omega + 1}{Tj\omega + 1}$$

Das Lead-Glied entspricht einem PD- T_1 -Regler, siehe Kapitel 5.3. Die Beeinflussung der Phase erfolgt in einem eingeschränkten Frequenzbereich. Die Verstärkung bleibt nach einem Übergangsbereich konstant. Die Berechnung des Bode-Diagramms erfolgt mit den folgenden Aufrufen:



web405

Listing 4.5 Lead-Lag, siehe einstieg-rt.de/web405

```
T = 1
a = 10
GLL = tf([a*T, 1], [T, 1]) # Lead Lag
mag, phase, w = control.matlab.bode(GLL)
```

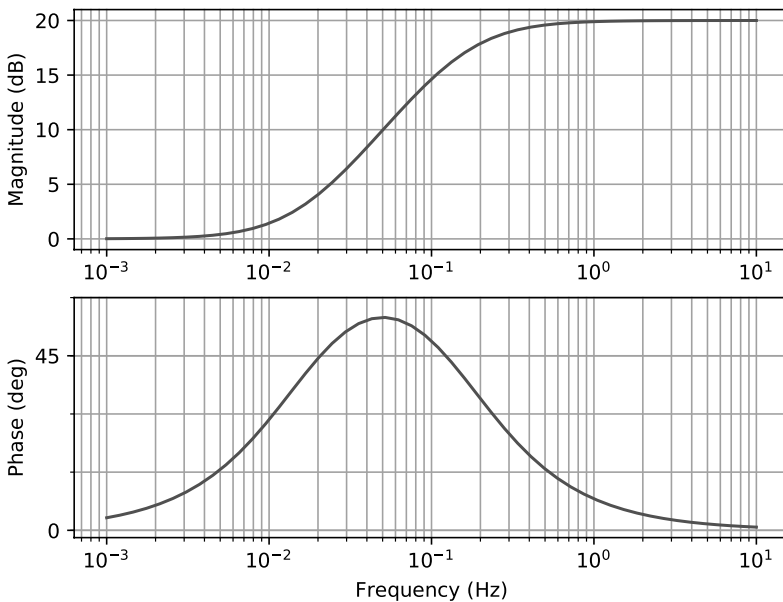


Bild 4.17 Lead mit $a = 10$ und $T = 1$

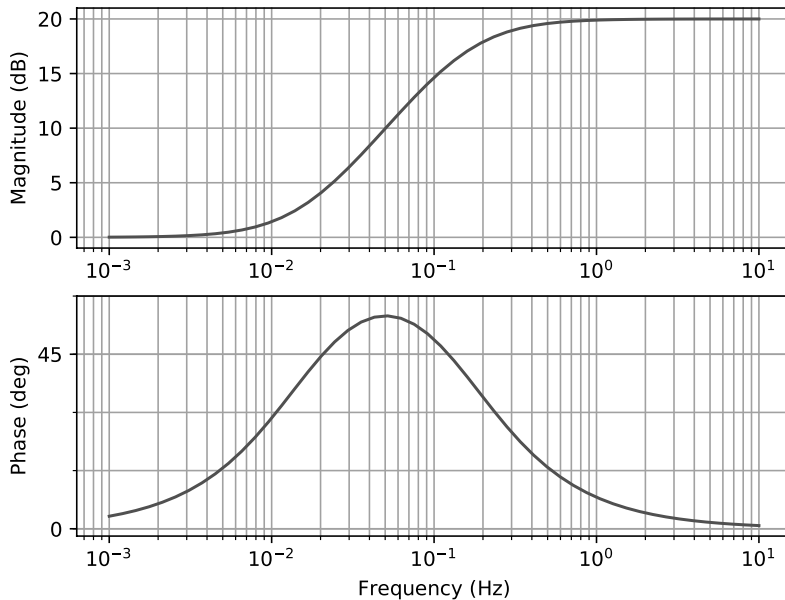


Bild 4.18 Lag mit $a = 0.1$ und $T = 1$

Lead- und Lag-Glieder können miteinander kombiniert werden, um einen bestimmten Frequenzgang zu erzeugen. In Abschnitt 9.1.4 und 9.1.5 wird auf das Lead-Glied nochmal eingegangen.

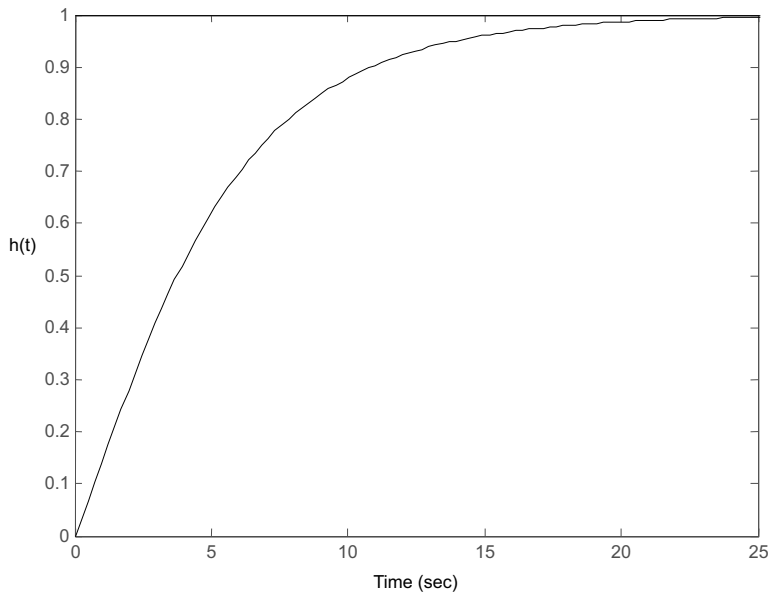
■ 4.7 Das allgemeine rationale Übertragungsglied

Die bisher behandelten Streckentypen wiesen im Zähler der Übertragungsfunktion lediglich den Koeffizienten b_0 auf. Das allgemeine Übertragungsglied

$$G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad m < n$$

ist durch ein Nenner- und ein Zählerpolynom gekennzeichnet. Die Ordnung des Zählerpolynoms ist kleiner als die des Nennerpolynoms. Diese Bedingung gilt für physikalische Systeme, die nicht sprungfähig sein können. Das dynamische Verhalten eines allgemeinen Übertragungsgliedes ist nicht mehr einfach charakterisierbar. In Abhängigkeit von den Polen (d.h. Nullstellen des Nennerpolynoms) und den Nullstellen des Zählerpolynoms ergeben sich unterschiedlichste Übergangsfunktionen.

$$G_A(s) = \frac{(4s+1)(s+1)}{(5s+1)(3s+1)(2s+1)}$$



$$G_B(s) = \frac{(-4s+1)(s+1)}{(5s+1)(3s+1)(2s+1)}$$

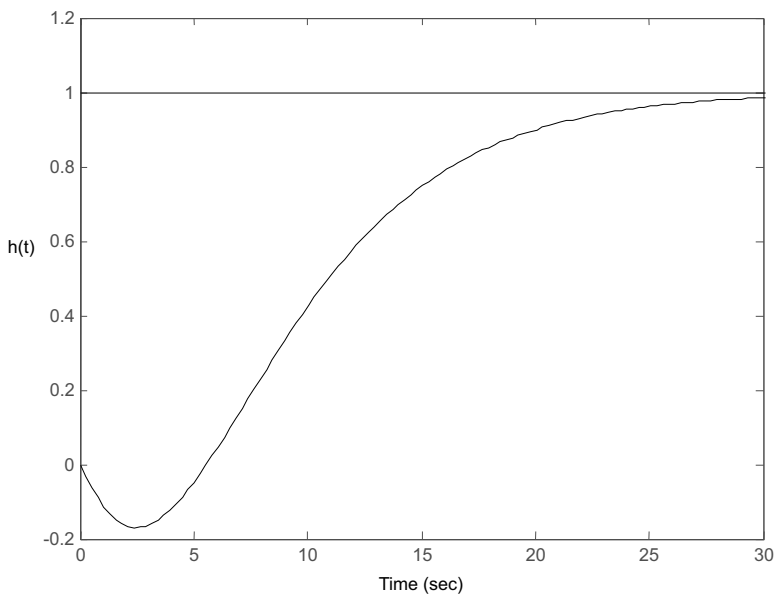


Bild 4.19 Übergangsfunktionen allgemeines Übertragungsglied $G_A(s)$ und $G_B(s)$

Die Übertragungsfunktionen in Bild 4.19 unterscheiden sich in den Nullstellen des Nennerpolynoms. $G_A(s)$ besitzt zwei negative Nullstellen. Die dazugehörige Sprungantwort hat große Ähnlichkeit mit der Sprungantwort eines P-T₁-Systems, obwohl die Ordnung $n = 3$ beträgt. $G_B(s)$ hat eine positive und eine negative Nullstelle und ein originelles dynamisches Verhalten. Die Sprungantwort verläuft zunächst in negativer Richtung, um dann wie ein P-T_n-System zu verlaufen. Derartige Systeme werden nichtminimalphasige Systeme bzw. Systeme mit Allpassverhalten genannt [Föl94], [Fra02] und können beim Reglerentwurf für einige Probleme sorgen. Die Wirkung des Ruders eines Schiffes führt zunächst zu einer negativen Auslenkung des Hecks. Ein weiteres Beispiel für ein Allpass-System stellt ein DC-Motor dar, der über das Feld gesteuert wird.

■ 4.8 Strecke ohne Ausgleich: Beispiel Fahrzeuglenkung

Das vorgestellte Modell soll die Wirkung der Lenkung auf die Ortsänderung eines Fahrzeuges, d.h. die Querdynamik, beschreiben. Voraussetzung ist zunächst eine konstante und geringe Geschwindigkeit, d.h., Querbeschleunigungen aufgrund von Zentrifugalkräften werden ausgeschlossen. Besondere Bedeutung haben die Koordinatensysteme des Fahrzeuges und der Umwelt. Das Umweltkoordinatensystem zeigt den Ort des Fahrzeugs auf der Fahrbahn (Bild 4.20). Das Fahrzeug wird auf dieses Koordinatensystem bezogen. Die Modellbildung erfolgt mithilfe des **Einspurmodells**, bei dem die Räder einer Achse als ein Rad zusammengefasst werden und damit die Fahrzeugbreite unbetrachtet bleibt (Bild 4.21).

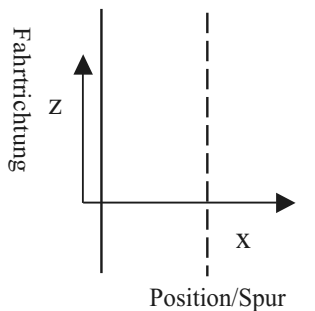
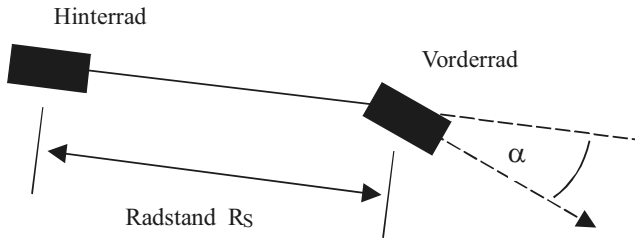
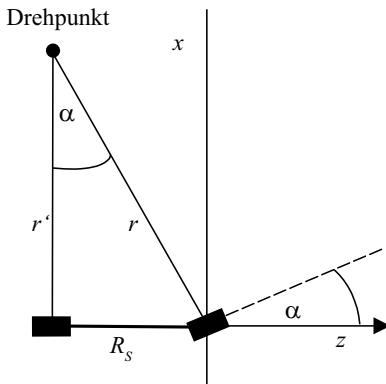


Bild 4.20 Umweltkoordinatensystem

Wichtig für einen Reglerentwurf ist die Betrachtung der Spurkoordinate, die die Regelgröße darstellt. Aus diesem Grunde wird abweichend von den Bezeichnungen der Automobilhersteller die Längsrichtung des Fahrzeuges mit z und die Seitenrichtung mit x gekennzeichnet.

**Bild 4.21** Einspurmodell

Das Ackermann-Gesetz beschreibt bei fliehkraftfreier Fahrt den Zusammenhang zwischen Lenkwinkel α , Fahrzeuglänge (Radstand) R_s und Kurvenradius r (siehe auch [Hak11]). Die Achsen des Fahrzeuges zeigen auf den Mittelpunkt des Kreises (Bild 4.22).

**Bild 4.22** Beginn Kreisfahrt im Koordinatensystem

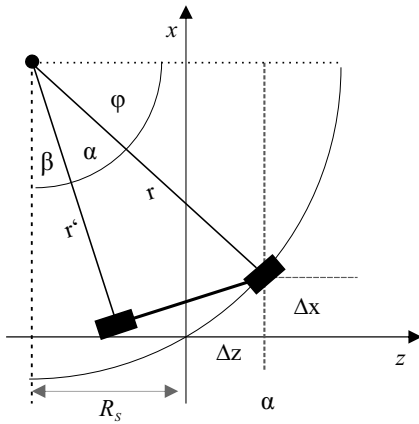
Der Kurvenradius bei Kreisfahrt ergibt sich aus:

$$r = \frac{R_s}{\sin \alpha}$$

und der Radius der Kreisfahrt bezogen auf das Hinterrad gemäß:

$$r' = R_s / \tan \alpha$$

Bewegt sich das Fahrzeug mit dem konstanten Lenkwinkel $\alpha \neq 0$ auf einer Kreisbahn, legt es startend im Ursprung die Strecke dl auf dem Kreisbogen zurück und erreicht den Punkt $\Delta x, \Delta z$ (Bild 4.23):

**Bild 4.23** Fahrt auf Kreisabschnitt

Das auf den Drehpunkt bezogene Fahrzeug dreht sich um den Winkel

$$\beta = dl/r$$

Die Punkte Δx sowie Δz sind mithilfe des Winkels φ berechenbar:

$$\Delta x = r' - r \sin \varphi \quad \Delta z = r \cos \varphi - R_s$$

Der Winkel φ ergibt sich für kleine Wegstrecken gemäß $\varphi = 90^\circ - \alpha - \beta$ und folglich ist

$$\Delta x = r' - r \cos(\alpha + \beta) \quad \Delta z = r \sin(\alpha + \beta) - R_s$$

Die Ableitung nach der Zeit unter Annahme eines konstanten Lenkwinkels ergibt

$$\dot{\beta} = \frac{v}{r} = \frac{v}{R_s} \sin \alpha$$

und

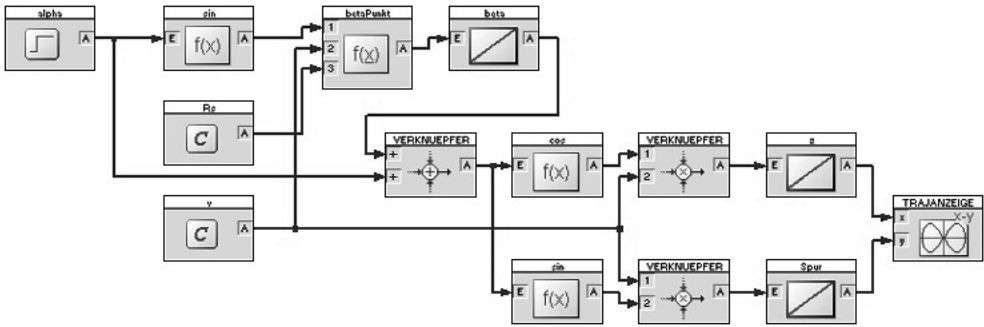
$$\dot{x} = v \sin(\alpha + \beta) \quad \dot{z} = v \cos(\alpha + \beta)$$



web406

Listing 4.6 Simulation mit Python, siehe einstieg-rt.de/web406

Diese drei verkoppelten nicht linearen Differenzialgleichungen können mit WinFact, wie in Bild 4.24 gezeigt, simuliert werden.

**Bild 4.24** Modell Querdynamik

Das Spurmodell muss noch für den Reglerentwurf linearisiert werden. Ausgehend von

$$\Delta x = r' - r \cos(\alpha + \beta) = \frac{R_S}{\tan \alpha} - \frac{R_S}{\sin \alpha} \cos(\alpha + \beta)$$

und

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\Delta x = \frac{R_S}{\sin \alpha} [\cos \alpha - \cos(\alpha + \beta)]$$

sowie den Näherungen

$$\sin \alpha \approx \alpha, \quad \cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \quad \text{und} \quad \beta \approx \frac{dl}{R_S} \alpha$$

sowie mit

$$dl = vt$$

ist

$$x \approx \frac{R_S}{\alpha} \left[1 - \frac{\alpha^2}{2} - 1 + \frac{\alpha^2}{2} + \alpha\beta + \frac{\beta^2}{2} \right] \approx R_S \left[\beta + \frac{\beta^2}{2\alpha} \right]$$

$$x \approx dl\alpha + \frac{dl^2}{2R_S} \alpha \approx vt\alpha + \frac{v^2 t^2}{R_S} \frac{\alpha}{2}$$

Eine Laplace-Transformation dieser Sprungantwort, α wird ja als konstant angenommen, ergibt:

$$X(s) = \frac{1}{s^2} v \alpha + \frac{1}{s^3} \frac{v^2}{R_s} \alpha$$

und schließlich die Übertragungsfunktion des linearisierten Modells:

$$G(s) = \frac{1}{s} v + \frac{1}{s^2} \frac{v^2}{R_s} = \frac{v s + \frac{v^2}{R_s}}{s^2}$$

Falls hohe Geschwindigkeiten vorliegen, kann mit einem noch einfacheren Modell gearbeitet werden:

$$G(s) = \frac{\frac{v^2}{R_s}}{s^2}$$

In beiden Fällen liegt ein Doppelintegrierer vor, der einen D-Anteil im Regler zur Kompensation erfordert.

In Bild 4.25 wird die Reaktion der x-Koordinate (Spur) auf einen Impuls des Lenkwinkels von 0,2 rad für die Dauer von vier Sekunden gezeigt. Das Fahrzeug hat die Daten $R_s = 0,6$ m und $v = 0,5$ m/s.

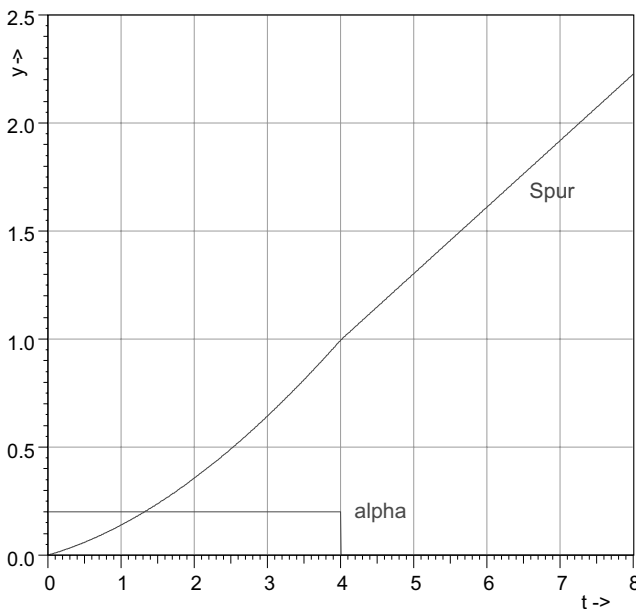


Bild 4.25 Reaktion der Spur auf eine impulsförmige Änderung des Lenkwinkels

Die Ausgangsgröße strebt im vorliegenden Fall einer impulsförmigen Eingangsgröße gegen unendlich. Obwohl die Eingangsgröße nach vier Sekunden den Wert null aufweist,

vergrößert sich die Ausgangsgröße. Ursächlich dafür ist der erste Integrierer, der nach vier Sekunden einen positiven Ausgangswert speichert, wobei dieser die Eingangsgröße des zweiten Integrierers darstellt. Somit wächst die Ausgangsgröße des zweiten Integrierers nach vier Sekunden in Form einer Rampenfunktion. Die Regelung einer Strecke mit Doppelintegrierer erfordert das Zurückführen der Ausgangsgröße des ersten Integrierers auf 0. Dann und nur dann wird die Ausgangsgröße eines Doppelintegrierers einen konstanten Wert annehmen.

Damit $x(t)$ wieder einen konstanten Wert annimmt bzw. wieder den Wert 0 (Fahrbahnmitte) aufweist, muss a in negativer Richtung verändert werden und danach null sein. Im Fall eines Spurwechsels muss ein Gegenlenken erfolgen! In Abschnitt 8.2.5 wird ein Reglerentwurf für die Fahrzeuglenkung behandelt.

Die Verstellung des Vorderrades wird im Fall eines autonomen Fahrzeuges von einem Lenkmotor mit Lenkwinkelregelung erfolgen. Diese zusätzliche Dynamik kann mit einem P-T₁ Ersatzmodell berücksichtigt werden.

$$G(s) = \frac{vs + v^2/R_s}{s^2(T_1s + 1)}$$

Die Betrachtung der Strecke im Frequenzbereich zeigt im Bode-Diagramm (Bild 4.26) ein Maximum der Phasenverschiebung im Bereich 1–2 rad/s.

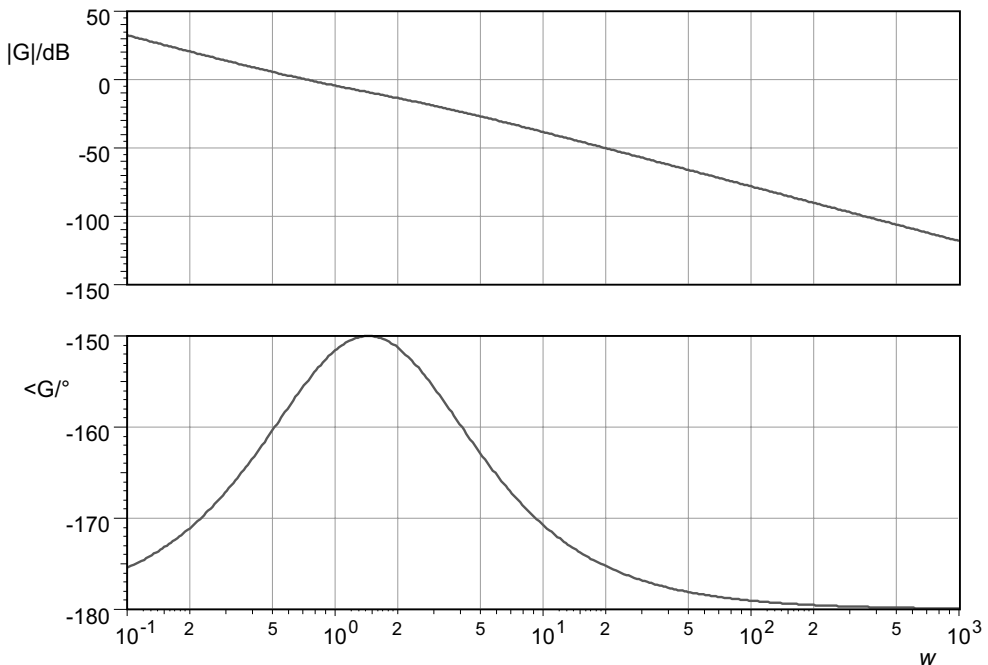


Bild 4.26 Bode-Diagramm der Strecke

Aufgrund des Doppelintegrierers beginnt die Phasenkennlinie bei -180° , erfährt eine Anhebung und fällt wieder mit steigender Frequenz auf -180° . Dieser Verlauf wird im Zusammenhang mit Antriebsregelungen in Abschnitt 9.1.4 und der Querdynamikregelung in Abschnitt 9.1.5 von Bedeutung sein.

■ 4.9 Strecke mit Ausgleich: Beispiel DC-Motor

Elektromotoren sind seit weit über 100 Jahren fester Bestandteil vieler industrieller und privater Anwendungen. Oft findet eine Drehzahlregelung Verwendung. Im Rahmen einer Modellbildung für einen Gleichstrom-Nebenschlussmotor wird die Wirkung der Ankerspannung auf die Drehzahl herausgearbeitet. Es werden die für die Regelung des Motors wichtigen Aspekte betrachtet. Ein DC-Motor besteht prinzipiell aus einer drehbaren Leerschleife, die aufgrund eines Stromflusses ein Magnetfeld aufweist und eine Kraftwirkung auf ein fest stehendes Magnetfeld ausübt. Die Drehbewegung wird durch mechanisches Umschalten mithilfe eines Kommutators aufrechterhalten. Bild 4.27 zeigt den drehbaren Anker mit Kommutator, wobei Kohlebürsten zur Übertragung des Stromes verwendet werden.

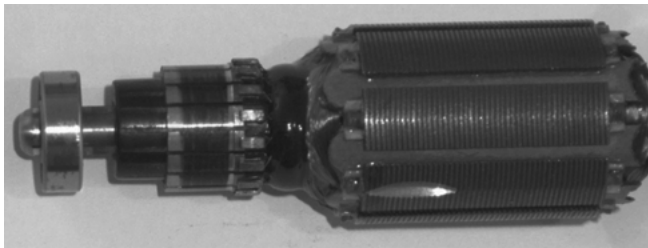


Bild 4.27 Anker eines DC-Motors

Eine einfache elektrotechnische Darstellung (Bild 4.28) umfasst im Wesentlichen die Induktivität und den Widerstand der Ankerwicklung. Die Wirkungen des Kommutators sowie Nichtlinearitäten und Rückwirkungen zwischen den Feldern werden vernachlässigt.

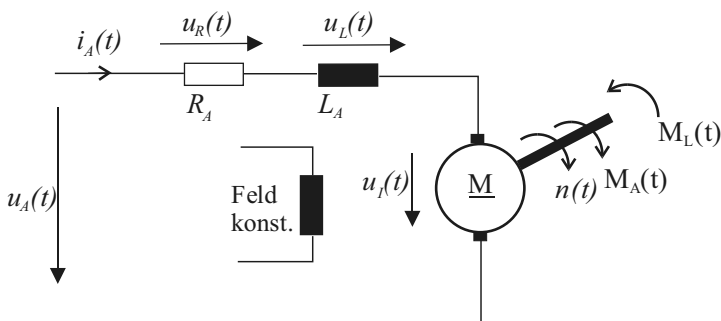


Bild 4.28 Einfaches elektrotechnisches Ersatzbild

Die Feldwicklung kann parallel zur Ankerspannung geschaltet oder variabel bestromt werden. Permanentmagnete können ebenfalls das feststehende Statorfeld bilden. Die nachfolgende Modellbildung gilt für den Nebenschlussmotor mit konstantem Feld gemäß Bild 4.28. Ein DC-Motor wird durch zwei Gleichungen beschrieben, und zwar durch die 1. Hauptgleichung der Gleichstrommaschine:

$$u_i = 2\pi c\Psi n$$

und durch die 2. Hauptgleichung:

$$M_A = c\Psi i_A$$

wobei c die Motorkonstante, Ψ den Fluss, i_A den Ankerstrom und n die Drehzahl darstellen.

Aufgrund der Drehbewegung des Ankers bzw. Läufers wird eine Spannung u_i in der Leierschleife induziert. Dieser Zusammenhang wird durch die 1. Hauptgleichung beschrieben. Der Ankerstrom verursacht gemäß 2. Hauptgleichung ein Drehmoment M_A . Wichtig ist die Betrachtung der Einheiten, da so die Korrektheit beispielsweise der 2. Gleichung überprüft werden kann.

$$M [Nm] \quad c\Psi [Vs] \quad u [V] = \left[\frac{Nm}{C} \right] \quad i [A] = \left[\frac{C}{s} \right]$$

C ist in diesem Zusammenhang die Ladungseinheit Coulomb. Besonders hervorzuheben ist die Einheit der Drehzahl, die üblicherweise in Umdrehungen pro Minute angegeben wird. Gerechnet wird jedoch in Umdrehungen pro Sekunde!

$$n \quad \left[\frac{1}{s} \right]$$

In die Maschengleichung

$$u_A = u_R + u_L + u_i$$

werden

$$u_R = Ri_A \quad u_L = L \frac{di_A}{dt}$$

und die 1. Hauptgleichung eingesetzt

$$u_A = Ri_A + L \frac{di_A}{dt} + 2\pi c\Psi n$$

Einfügen der umgestellten 2. Hauptgleichung ergibt:

$$u_A = \frac{R}{c\Psi} M_A + \frac{L}{c\Psi} \dot{M}_A + 2\pi c\Psi n$$

Es fehlt noch der Zusammenhang zwischen dem Ankermoment und der Drehzahl. Hier hilft der Impulsmomentensatz weiter:

$$M_B = M_A - M_L = 2\pi J \frac{dn}{dt}$$

Das Beschleunigungsmoment ergibt sich aus Anker- minus Lastmoment. Die zeitliche Änderung des Drehimpulses bzw. der Drehzahl ist proportional zum Beschleunigungsmoment. J bezeichnet das Trägheitsmoment der rotierenden Massen, d. h. des Ankers und der angekuppelten Maschinen.

Kontrolle der Einheiten:

$$M_B \quad [Nm] = \left[kg \frac{m}{s^2} m \right], \quad J \quad [kgm^2], \quad \frac{dn}{dt} \quad \left[\frac{1}{s^2} \right]$$

Aus dem Impulsmomentensatz ist durch Integration die Drehzahl berechenbar.

$$n = \frac{1}{2\pi J} \int M_A - M_L dt$$

Ein Wirkungsplan des Gleichstrommotors (Nebenschluss) lässt sich direkt aus den bisherigen Einzelgleichungen entwickeln und hat die Struktur gemäß Bild 4.29.

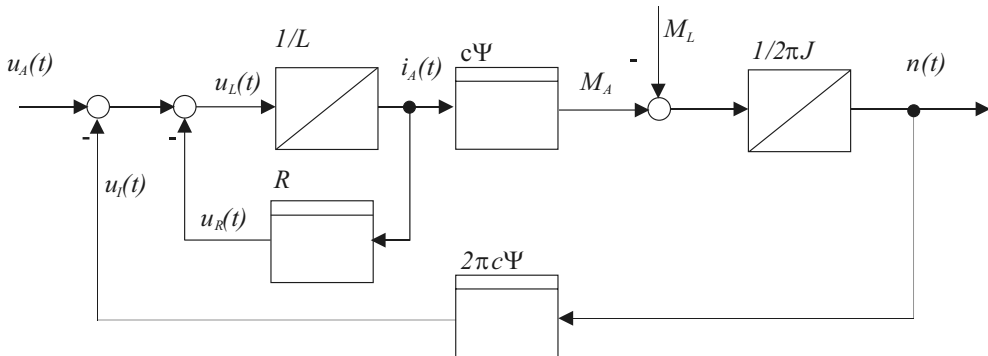


Bild 4.29 Wirkungsplan Gleichstrom-Nebenschlussmotor

Der Wirkungsplan gemäß Bild 4.29 bietet eine gute Grundlage für eine Simulation, da keine Differenzierer enthalten sind. Der Wirkungsplan kann im Laplace-Bereich etwas vereinfacht werden, da das P- und I-Glied am Anfang durch ein P-T₁-Glied ersetzbar sind (Bild 4.30). Mit

$$U_1(s) = U_A(s) - U_f(s)$$

ergibt sich für den Ankerstrom:

$$I_A(s) = \frac{1}{Ls} (U_1(s) - R I_A(s)) \quad I_A(s) = \frac{1/R}{\frac{L}{R}s + 1} U_1(s)$$

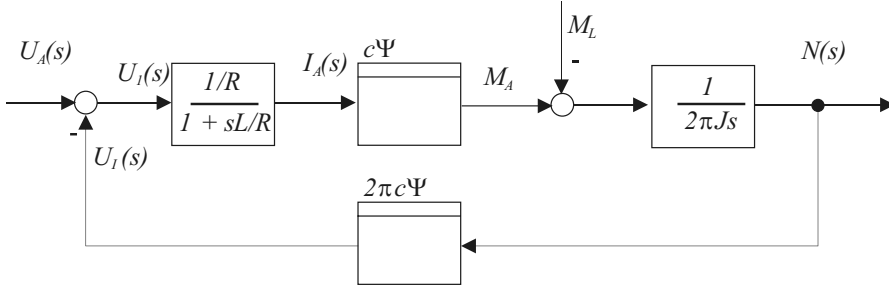


Bild 4.30 Wirkungsplan DC-Motor mit P-T₁

Für weitere regelungstechnische Betrachtungen ist die Entwicklung der DGL und schließlich der Übertragungsfunktion erforderlich. Ausgehend von der bereits hergeleiteten Gleichung:

$$u_A = \frac{R}{c\Psi} M_A + \frac{L}{c\Psi} \dot{M}_A + 2\pi c\Psi n$$

und $M_A = 2\pi J\dot{n} + M_L$ ergibt sich die DGL

$$u_A = \frac{R}{c\Psi} (2\pi J\dot{n} + M_L) + \frac{L}{c\Psi} (2\pi J\ddot{n} + \dot{M}_L) + 2\pi c\Psi n$$

in geordneter Form

$$u_A = \frac{2\pi JL}{c\Psi} \ddot{n} + \frac{2\pi JR}{c\Psi} \dot{n} + 2\pi c\Psi n + \frac{L}{c\Psi} \dot{M}_L + \frac{R}{c\Psi} M_L$$

Aufgabe: Kontrolle der Einheiten der DGL-Terme mit den oben angegebenen Einheiten und

$$R \text{ } [\Omega] = \left[\frac{V}{A} \right], \quad L \text{ } [H] = \left[\frac{Vs}{A} \right]$$

Laplace-Transformation der DGL:

$$U_A(s) = \left(\frac{2\pi JL}{c\Psi} s^2 + \frac{2\pi JR}{c\Psi} s + 2\pi c\Psi \right) N(s) + \left(\frac{L}{c\Psi} s + \frac{R}{c\Psi} \right) M_L(s)$$

Umstellen nach der Ausgangsgröße $N(s)$

$$N(s) = \frac{1}{\frac{2\pi J L}{c\Psi} s^2 + \frac{2\pi J R}{c\Psi} s + 2\pi c\Psi} U_A(s) - \frac{\frac{L}{c\Psi} s + \frac{R}{c\Psi}}{\frac{2\pi J L}{c\Psi} s^2 + \frac{2\pi J R}{c\Psi} s + 2\pi c\Psi} M_L(s)$$

Es ergeben sich zwei Übertragungsfunktionen 2. Ordnung, die die Wirkung der Ankerspannung auf die Drehzahl und die Wirkung des Lastmomentes auf die Drehzahl des Motors wiedergeben. Das Lastmoment wirkt mit einem negativen Vorzeichen auf die Drehzahl. Der Motor weist ein schwingfähiges Verhalten auf, wenn

$$R^2 < \frac{4L (c\Psi)^2}{J}$$

ist.

Beweisskizze: Übertragungsfunktion durch Koeffizient a_2 dividieren

$$N(s) = \frac{\frac{c\Psi}{2\pi J L}}{s^2 + \frac{R}{L} s + \frac{(c\Psi)^2}{J L}} U_A(s)$$

Pole bestimmen:

$$s_{1,2} = -\frac{R}{2L} \mp \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{(c\Psi)^2}{J L}}$$

sowie klären, wann Pole konjugiert komplex werden.

Ist der Gleichstrommotor nicht schwingfähig, was in der Regel aufgrund der Trägheitsmomente im Antriebstrang vorausgesetzt werden darf, kann weiter vereinfacht werden. Die Ankerzeitkonstante $T_A = L / R$ ist in der Regel sehr klein gegenüber der mechanischen Zeitkonstante des Systems. Durch Vernachlässigung der Ankerinduktivität und alleinige Betrachtung der Wirkung der Ankerspannung auf die Drehzahl verbleibt die Übertragungsfunktion 1. Ordnung:

$$N(s) = \frac{1}{\frac{2\pi J R}{c\Psi} s + 2\pi c\Psi} U_A(s) \quad N(s) = \frac{\frac{1}{2\pi c\Psi}}{\frac{J R}{(c\Psi)^2} s + 1} U_A(s)$$

Dass diese Vereinfachung angemessen ist, zeigt eine Messung der Sprungantwort, d.h. Sprung der Ankerspannung am bereits vorgestellten Labor-Gleichstrommotor (Simulation in Bild 9.14). Die Messung erfolgt im Arbeitspunkt und belegt ein P-T₁-Verhalten.

In den technischen Unterlagen des DC-Motors 2237 cxx von Faulhaber finden sich für das Modell mit einer Betriebsspannung von 24 V folgende Angaben:

Nenndrehzahl = 4560 1/min	Leerlaufdrehzahl = 6900 1/min $\pm 12\%$
Nennstrom = 0,46 A	Leerlaufstrom = 0,029 A
Nennmoment = 12 mNm	Drehmomentkonstante = 0.0318 Vs
Induktivität = 0,59 mH	Widerstand = 15,7 Ohm $\pm 12\%$

An der Achse des Motors ist eine Schwungmasse montiert, die inklusive Rotorträgheitsmoment einen Wert von $J = 75 \text{ gcm}^2$ verursacht. Es wird sich ungefähr eine mechanische Zeitkonstante von

$$T_{\text{mech}} = \frac{JR}{(c\Psi)^2} = 113 \text{ ms}$$

einstellen und damit deutlich größer als die elektrische Zeitkonstante sein

$$T_{\text{el}} = \frac{L}{R} = 37,6 \text{ } \mu\text{s}$$

Der Wirkungsplan kann somit weiter vereinfacht werden, indem das $P\text{-}T_1$ -Glieder durch ein P -Glieder ersetzt wird. Da eine Reibung abschätzbar ist, kann diese in Form einer linearen Abhängigkeit von der Drehzahl modelliert werden. Das Reibmoment von

$$M_R = c\Psi i_c = 31,8 \text{ E}^{-3} \text{ Vs} \times 23 \text{ mA} = 0,73 \text{ mNm}$$

Dieses Reibmoment stellt sich bei dem (gemessenen) Strom von 23 mA und Drehzahl von 1250 1/min im eingeschwungenen Zustand ein. Im Wirkungsplan (Bild 4.31) kann die Reibung mit dem Faktor $K_R = 35,82 \text{ E}^{-6} \text{ Nms}$ als Rückkopplung des Integrators modelliert werden.



web407

Listing 4.7 Simulation DC-Motor mit Python, siehe einstieg-rt.de/web407

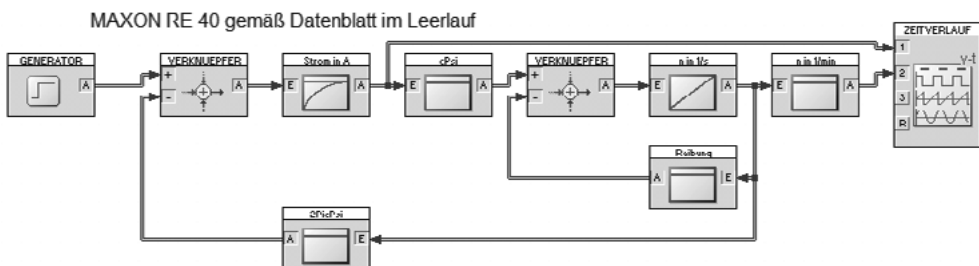


Bild 4.31 Wirkungsplan Simulation DC-Motor mit WinFact

Die Simulation der Antwort auf einen Sprung der Ankerspannung von 0 auf 5 V zeigt das Bild 4.32.

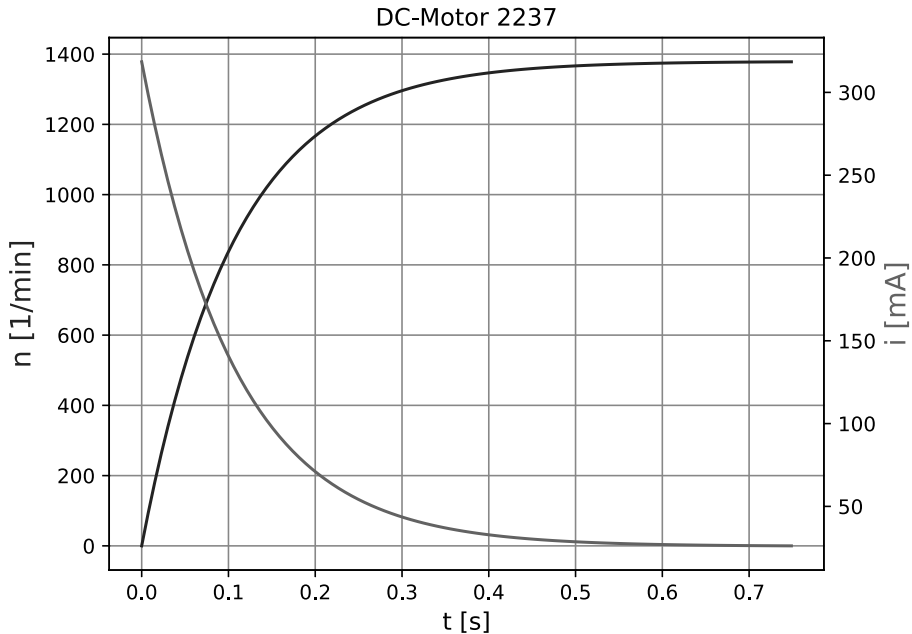


Bild 4.32 Simulation Sprungantwort Faulhaber-Motor 2237

Der Strom erreicht kurzzeitig 0,31 A und fällt auf den Leerlaufstrom. Die Drehzahl erreicht mit 1360 1/min nach ca. 500 ms den Endwert, wobei sich ein P-T₁-Verlauf einstellt. Reale Messungen am 2237 bestätigen diese Aussage, wie die Sprungantwort in Bild 4.33 zeigt. Die Ankerspannung wurde mit einem Gleichspannungsverstärker sprunghaft von 0 auf 5 Volt erhöht. Der Versuch wurde mit dem Controller MC5005 und mit der Software Motion Manager durchgeführt. Die Drehzahl wurde mit 2 ms abgetastet.

Es ergibt sich eine Hochlaufzeitkonstante von ca. 140 ms und ein Endwert von 1313 1/min. Das reale Drehzahlssignal weist gleichmäßige Schwingungen auf, die typisch für einen zweipoligen Gleichstrommotor mit mechanischer Kommutierung sind.

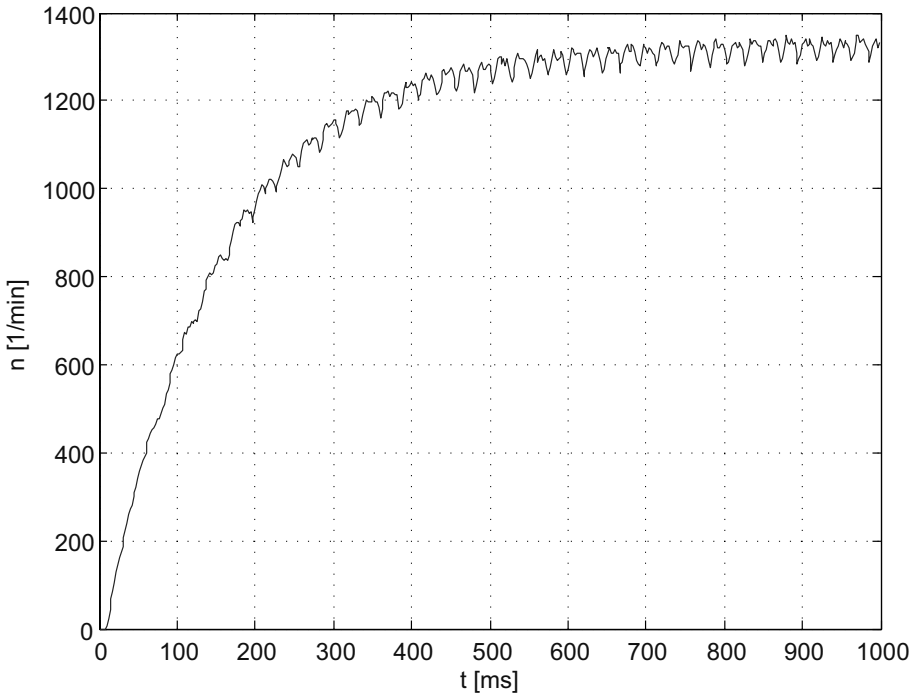


Bild 4.33 Reale Sprungantwort Faulhaber 2237

■ 4.10 Nicht lineare Strecke mit Ausgleich: Beispiel Fahrzeug

Im Rahmen des Entwurfs einer Geschwindigkeitsregelung oder Abschätzung der Reichweite von Fahrzeugen ist eine umfassende Modellbildung erforderlich. Insbesondere Elektrofahrzeuge, wie das untersuchte E-Kart (Bild 4.34), erfordern aufgrund der noch sehr begrenzten Batteriekapazität eine genaue Modellierung.

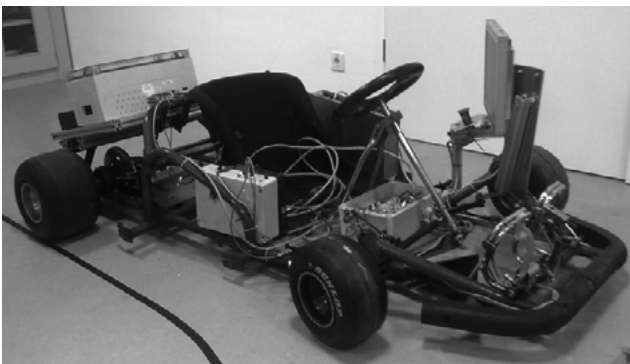


Bild 4.34 Elektro-Kart

Werden Fahrzeuge mit hoher Geschwindigkeit bewegt, hat der Luftwiderstand einen erheblichen nicht linearen Einfluss. Der Luftwiderstand ist Bestandteil des Fahrwiderstandes eines Fahrzeuges. Der antreibenden Kraft F_A , die für die Bewegung eines Fahrzeuges erforderlich ist, wirken folgende Kräfte entgegen:

- F_B Masse muss beschleunigt werden
- F_H Höhenunterschied muss überwunden werden
- F_{Reib} Rollwiderstand muss überwunden werden
- F_{Luft} Luftwiderstand muss überwunden werden

Für die weiteren Betrachtungen wird kein Höhenunterschied angenommen. Der Beschleunigungswiderstand berechnet sich vereinfacht gemäß:

$$F_B = ma$$

Die im Fahrzeug befindlichen rotierenden Massen Motor, Getriebe, Wellen und die Räder werden hier nicht betrachtet. Ein Drehmassenzuschlag ε wird der Formel gemäß

$$F_B = (m + \varepsilon)a$$

hinzugefügt. Die Energie der beschleunigten Massen kann prinzipiell zurückgewonnen werden. Roll- und Luftwiderstand verursachen einen dissipativen Energiebedarf, d. h., es ist keine Rückgewinnung möglich.

Der Rollwiderstandsbeiwert und die Masse des Fahrzeuges gehen in die Berechnung der Rollreibung ein.

$$F_{Reib} = c_R mg$$

Die Rollreibung wird ohne Haftphase und als unabhängig von der Geschwindigkeit angenommen. Der Rollwiderstand hat mit ca. 80% [Hak11] den größten Anteil am Radwiderstand. Die Lagerreibung inklusive schleifender Bremsen sowie der Vorspurwiderstand können als konstant angenommen werden und gehen messtechnisch in c_R mit ein. Der Schwallwiderstand tritt auf im Fall nasser Fahrbahnen, der Federungswiderstand ist von der Streckenbeschaffenheit abhängig und der Kurvenwiderstand vom Streckenverlauf. Im Rahmen dieser Modellbildung wird nur die Rollreibung berücksichtigt.

Der Luftwiderstandsbeiwert, die wirksame Fahrzeugfläche, die spezifische Dichte der Luft und insbesondere die Geschwindigkeit bestimmen den Luftwiderstand.

$$F_{Luft} = \frac{1}{2} c_w A \rho v^2$$

Der Kräftesumme

$$F_A = F_B + F_{Reib} + F_{Luft}$$

entspricht die Summe der Drehmomente an der Radachse:

$$M_A = M_B + M_{\text{Reib}} + M_{\text{Luft}} \quad \text{bzw.} \quad M_B = M_A - M_{\text{Reib}} - M_{\text{Luft}}$$

Auf Grundlage des Impulsmomentensatzes

$$M_B = 2\pi J \frac{dn}{dt}$$

kann ein Wirkungsplan erstellt werden.

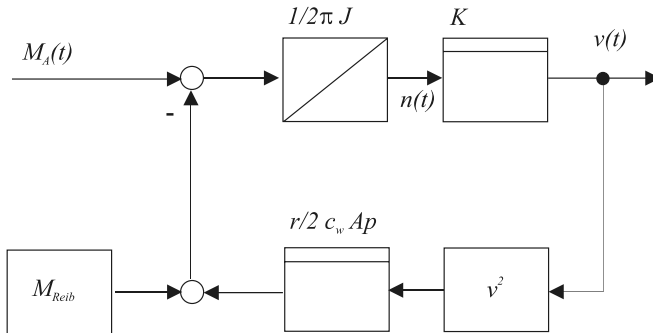


Bild 4.35 Wirkungsplan Fahrzeug

Die Drehzahl wird mit dem Faktor K in die Fahrzeuggeschwindigkeit umgerechnet. Die Fahrzeugmasse ist in J umrechenbar:

$$M = Fr$$

$$2\pi J \dot{n} = m \dot{v} r$$

$$n = \frac{v}{2\pi r} \quad \dot{n} = \frac{\dot{v}}{2\pi r} \quad \dot{v} = 2\pi r \dot{n}$$

$$2\pi J \dot{n} = m 2\pi r^2 \dot{n}$$

$$J = m r^2$$

Falls die Fahrzeugmasse auf die Motorachse bezogen werden soll, ist die folgende Formel, die ohne Getriebefaktor auskommt, günstig:

$$J = m \left(\frac{v}{2\pi n} \right)^2$$

Neben dem umgerechneten Anteil der Fahrzeugmasse müssen alle rotierenden Bestandteile des Antriebsstranges, d.h. Motor, Getriebe, Kopplungen etc. J , hinzugefügt werden.

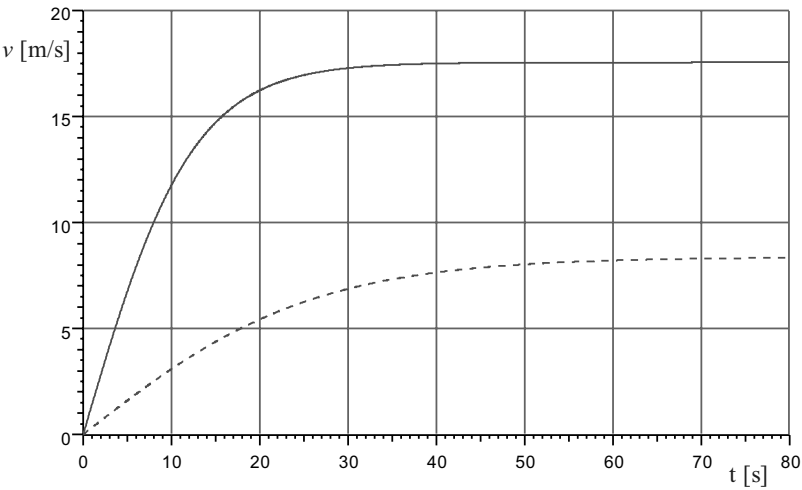


Bild 4.36 Simulation Sprungantwort Fahrzeug für unterschiedliche Drehmomente

Das nicht lineare Verhalten verdeutlichen die Simulationen in Bild 4.36. Die gestrichelte Linie gibt den Geschwindigkeitsverlauf für einen Sprung des antreibenden Drehmomentes von 0 auf 10 Nm wieder. Die durchgezogene Linie zeigt $v(t)$ für $M_A = 30$ Nm. Im Fall eines linearen Systems stellt sich die dreifache Endgeschwindigkeit ein und die Hochlaufzeit wäre gleich. Das ist bei einem Fahrzeug aufgrund der quadratischen Wirkung des Luftwiderstandes anders. Das Hochlaufverhalten kann abschnittsweise durch ein $P-T_1$ -Ersatzmodell nachgebildet werden, d. h., für unterschiedliche Geschwindigkeitsbereiche ist ein anderer $P-T_1$ -Parametersatz gültig.

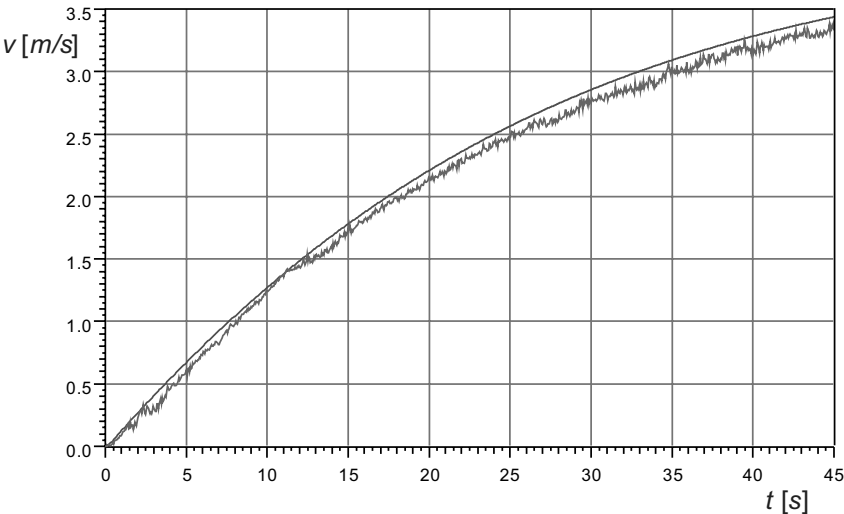


Bild 4.37 Geschwindigkeitsverlauf Elektrofahrzeug im Vergleich mit $P-T_1$ -Ersatzmodell

Messungen des Geschwindigkeitsverlaufs des Elektro-Karts (Bild 4.37) bestätigen die Möglichkeit, ein P-T₁-Ersatzmodell verwenden zu können. Auf dieser Grundlage kann für einen bestimmten Geschwindigkeitsbereich ein Reglerentwurf für einen Tempomat mithilfe linearer Methoden durchgeführt werden.

■ 4.11 Nicht lineare Strecke mit Ausgleich: Beispiel Tiefsetzsteller

Bei einem Tiefsetzsteller, auch Abwärtswandler oder Buck-Converter genannt, handelt es sich um eine elektronische Schaltung, die eine Gleichspannung U_1 in eine kleinere Gleichspannung U_2 mit hohem Wirkungsgrad wandelt, siehe Bild 4.38. Gegenüber einem Längsregler, der wie ein Vorwiderstand wirkt, erfolgt beim Tiefsetzsteller ein permanentes Ein- und Ausschalten. Dadurch ist der Transistor entweder hoch- oder niederohmig (im Milliohm-Bereich) und weist entsprechend geringe Verluste auf. Die mit dem Schalten verknüpfte Welligkeit wird mithilfe einer Speicherdrossel und Diode sowie einem Kondensator geglättet.

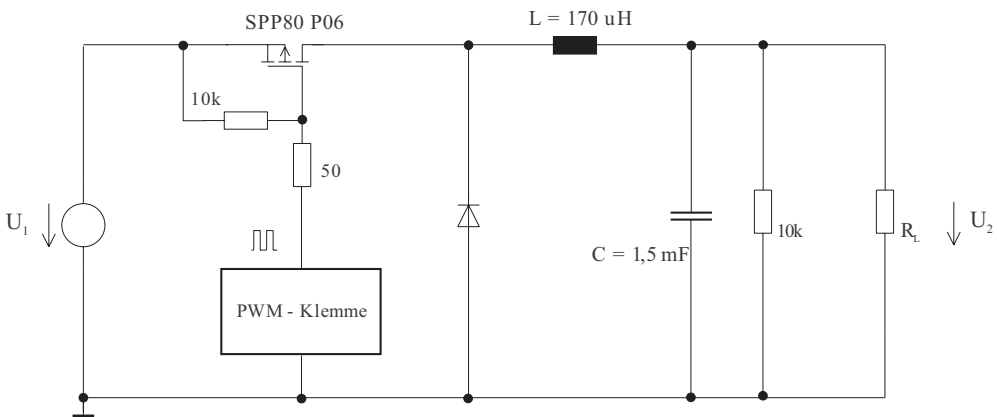


Bild 4.38 Tiefsetzsteller mit P-Kanal-MOSFET

Das Impuls-Pausen-Verhältnis bzw. der *Duty Factor* bestimmt die Höhe der Ausgangsspannung, wenn eine konstante Schaltfrequenz vorliegt. Der Lastwiderstand hat ebenfalls einen Einfluss auf die Spannung U_2 und somit ist eine Regelung erforderlich, wenn die Ausgangsspannung konstant gehalten werden soll. Soll die Spannung U_2 einen bestimmten zeitlichen Verlauf aufweisen, wird eine Regelung ebenfalls unabdingbar sein. Die Regelstrecke „Tiefsetzsteller“ ist jedoch in einigen Arbeitsbereichen stark nicht linear, was das statische und dynamische Verhalten angeht. Die statische Kennlinie in Bild 4.39 wurde für die Schaltung gemäß Bild 4.38 und einer Spannung von $U_1 = 20\text{ V}$, einer Schaltfrequenz von 20 kHz sowie unterschiedlichen Lastwiderständen ermittelt.

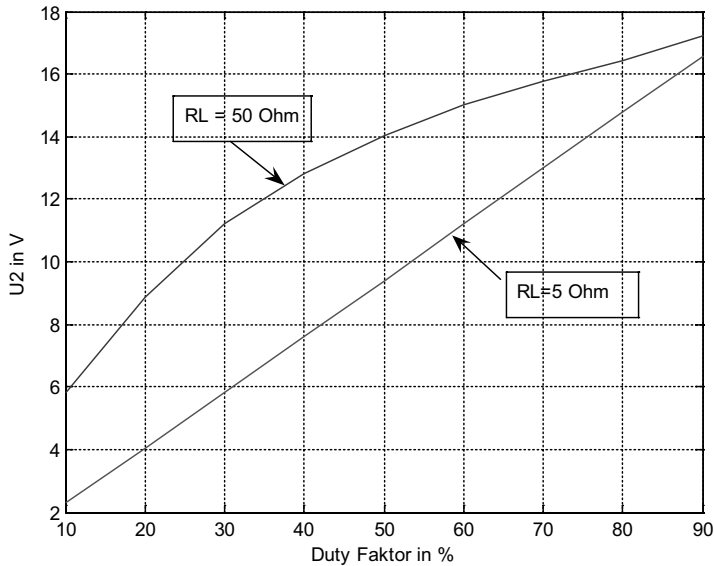


Bild 4.39 Statische Kennlinie Tiefsetzsteller

Während interessanterweise für eine hohe Belastung ein nahezu lineares Verhalten festzustellen ist, weist eine geringe Belastung ein stark nicht lineares Verhalten auf. Ursächlich ist der sogenannte lückende bzw. nicht lückende Strom i_L . Die elektrotechnischen Hintergründe werden z.B. in [Pro15] ausführlich behandelt. Das belastungsabhängige dynamische Verhalten belegen die beiden Sprungantworten, die gemeinsam in Bild 4.40 aufgenommen wurden, wobei jeweils der Duty-Faktor von 20 auf 40 % verändert wurde.

Die Form der Sprungantworten deutet auf eine unterschiedliche nicht lineare Dynamik hin. Die Einschwingzeiten liegen weit auseinander. Die Sprungantwort im Fall einer Belastung mit $R_L = 5 \text{ } \Omega$ weist sogar ein deutliches Überschwingen auf, hier nicht abgebildet. Üblicherweise wird von einer additiven Wirkung der Störgröße auf eine lineare Regelstrecke ausgegangen. Beim Tiefsetzsteller verändert die Störgröße, d.h. der Lastwiderstand, die Dynamik hinsichtlich Zeitkonstante und sogar Streckentyp. Mithilfe der linearen Theorie ist ein Entwurf nicht mehr möglich. Gleichwohl können die im Buch behandelten Reglerstrukturen sinnvoll verwendet werden. Eine PI-Regelung wird zumindest das statische Verhalten des Tiefsetzstellers linearisieren können, jedoch bleibt aber die Dynamik des Regelkreises von der Störgröße abhängig.

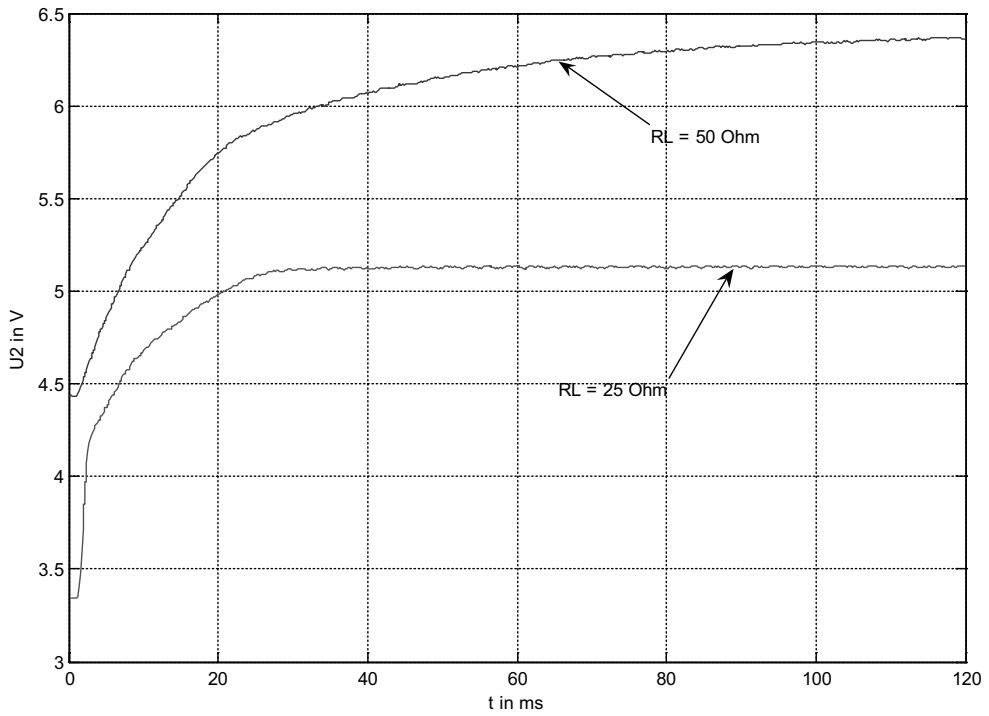


Bild 4.40 Sprungantwort Tiefsetzsteller, $R_L = 50 \text{ } \Omega$ und $R_L = 25 \text{ } \Omega$, unten

Index

A

Abtast-Halteglied 229
Abtasttheorem von Shannon 226
Abtastzeit 228
Addition 10
AD-Wandler 219
Aktor 4, 220
allgemeines Übertragungsglied 92
Amplitudengang 60
Amplitudenreserve 152
Anfahrprozedur 15
Anfangswert 54
Anfangswertsatz 54
Anregelzeit 7
Anti-Reset-Windup 242
Arbeitsbewegung 187
Arbeitspunkt 15, 280
Ausgangsvektor 194
Ausgleichszeit 78
Ausregelzeit 7

B

Begrenzer 241
Beobachtbarkeitsmatrix 216
Beobachter 214
Beobachtermodell 214
betragslineare Regelfläche 143
Betragsoptimum 161
Bildbereich 47, 61, 192
bilineare Transformation 256
Block 9
Bode-Diagramm 60
Bode-Verfahren 153

C

charakteristische Gleichung 145
Control Systems Toolbox 40

D

Dämpfung 83 ff.
Dämpfungsgrad 83
D-Anteil 121
DA-Wandler 224
Deadbeat-Regler 260
D-Glied 69
Differenzengleichung 232
Differenzialgleichung 20
differenzierendes Glied 69
digitale Regler 219
Dirac-Impuls 64
Diskretisierung 232
Drehzahlregelung 287
Dreipunktregler 186
D-T₁-Glied 174
D-T₁-Regler 240
Durchgangsmatrix 196
Durchtrittsfrequenz 152
dynamische Entkopplung 186
dynamisches Regelkreisverhalten 142
dynamische Störgrößenkompensation 175
dynamisches Übertragungsverhalten 10
dynamisches Verhalten 16

E

Eigenwert 145
Eingangsmatrix 196
Eingangsvektor 192 f.
Eingrößensystem 183
Einstellregel von Chien, Hrones und Reswick 168
Einstellregel von Ziegler und Nichols 165
Elektromotor 11, 287
Empfindlichkeitsfunktion 154
Endwert 12, 51
Endwertsatz 52
Entkopplungsfilter 184

Entwurf 9
Ersatzmodell 79

F

Festwertregelungen 4
Folgeregelung 4
Formel von Ackermann 211
Frequenzgang 55
Frequenzkennlinienverfahren 153
Führungsgröße 3
Führungsregler 176
Führungsübertragungsfunktion 136
Fuzzy-Logik 6

G

Gegenkopplung 50, 144, 250
Gesamtübertragungsfunktion 49
Geschwindigkeitsalgorithmus 237
Gleichstrom-Elektromotor 11
Gleichstrom-Nebenschlussmotor
100
grenzstabil 83
Grenzstabilität 144
Grundregelkreis 3

H

Hilfsregelgröße 176
Hysterese 186

I

Identifikation 76, 81
Identifikationsverfahren 81
I-Glied 67, 115, 235
Impulsmomentensatz 109
Induktivität 72
Innere-Modell-Prinzip 139
instabiles System 144
Integralkriterien 143
integrierendes Glied 68
Istwert 2, 4
I-T₁-Glied 89
ITAE-Kriterium 143

K

Kapazität 72
Kaskadenregelung 176
Kennlinie 10
Kennlinienfeld 14
Kirchhoff 20
Kompaktregler 127
Kompensationsregler 156
komplexe Zeigergröße 56
kritische Verstärkung 150, 165

L

Laplace-Transformation 44
Linearisierung 15

M

mathematisches Modell 20
Matplotlib 32
maximale Überschwingweite 7
Mehrgrößensystem 184
Messort 279
Messrauschen 121, 123, 175
Messvektor 194
Mitkopplung 50, 151, 250
Modellbildung 9

N

Nachstellzeit 116
Nennergrad 186
nicht lineare Kennlinie 15
Nullstelle 83, 88
NumPy 35
Nyquist-Kriterium 151
Nyquist-Stabilitätskriterium 148

O

offener Kreis 135
ohmscher Widerstand 72
Ortskurve 58

P

Parallelschaltung 49, 249
Partialbruchzerlegung 87, 145, 247, 324
PD-Regler 120

Pendel 292
Phasengang 60
Phasenreserve 152
PID-Kompensationsregler 157
PID-Regler 6, 124
PID- T_1 -Regler 125
PI-Regler 115, 236, 239
PI-Zustandsregler 213
Pol 84
Pollage 84
Polüberschuss 157
Polvorgabe 206
Polzuweisung 206
P-Regler 115
Proportionalbeiwert 14, 116
Proportionalglied 66
Prozessleitsystem 127
P- T_1 -Glieder 76
P- T_2 -Glieder 82
P- T_n -Glieder 77
Pulsweitenmodulator 189
Python 27

Q

quadratische Regelfläche 143
Quantisierung 222
Quantisierungseinheit 222
Quantisierungsfehler 223
Quantisierungsstufe 223

R

Rampenfunktion 46, 64
Regelabweichung 4
Regelbereich 14
Regeldifferenz 4
Regeleinrichtung 4
Regelfaktor 137, 155
Regelfläche 143
Regelgröße 4
Regelkreis 2
Regelstrategien 5
Regelstrecke 4
Regelung 2
Regler 4
Regleralgorithmen 240
Reglerentwurf 135
Regler in der Rückführung 182

Regler-Software-Baustein 130
Reihenschaltung 49, 249
Reihenschwingkreis 20
Resonanzfrequenz 85
Resonanzüberhöhung 85
Rückführung 50, 205, 212, 250
Rücktransformation 45, 47

S

schaltende Regler 186
SciPy 37
Sensor 4, 220
Sigma-Funktion 17
Signalmodelle 64
SIPART DR21 127
Sollwert 3
speicherprogrammierbare Steuerung 127
Sprungantwort 16, 65
Spyder 27
Stabilität 145, 253
Standardregelstrecke 77
stationäre Entkopplung 186
stationäres Regelkreisverhalten 136
statische Kennlinie 11
statischer Regelfaktor 155
statische Störgrößenkompensation 174
statisches Übertragungsverhalten 10
Stellbereich 14
Stellglied 4
Stellgröße 4
Stellungsalgorithmus 237
Steuerfläche 79
Steuerung 2
Störgröße 4
Störgrößenaufschaltung 173
Störgrößenkompensation 173
Störübertragungsfunktion 136
Strecke 2
Strecke mit Ausgleich 75
Strecke ohne Ausgleich 75
Summenzeitkonstante 79
Superpositionsgesetz 11
Systemmatrix 194

T

Taylor-Reihenansatzes 15
Temperaturregelstrecke 279
Temperaturregelung 2, 224
Tiefpassfilter 121
Tiefsetzsteller 111
 t_{\max} 86, 210
Toleranzbereich 7
Totzeit 70, 88, 226
Totzeitglied 70
Trapezregel 237
Treppenfunktion 222, 228, 230, 243
T-Summen-Einstellregel 166
Tustin-Formel 256

U

Übergangsfunktion 17
Überlagerungsprinzip 11
Übertragungsfunktion 48 f.
Übertragungsglied 65
Übertragungsmatrix 184
Übertragungsverhalten 10

V

Verkopplung 183
Verzögerungsglied 1. Ordnung 75
Verzögerungsglied 2. Ordnung 81
Verzögerungsglied n. Ordnung 77

Verzugszeit 78
Verzweigung 10
Vorfilter 179, 207
Vorlastkennlinie 16
Vorsteuerung 180
VZ1 76

W

WAGO I/O-System 750 130
Wandelzeit 224
Wendetangente 78
Windup 242
Wirkungslinie 9
Wurzelortskurve 147

Z

Zählerpolynom 92, 197
Zeigergröße 56
Zeitkonstante 18
Zeitprozentkennwert 80
Zeitverhalten 16
Z-Transformation 246
Z-Übertragungsfunktion 247
Zustandsgröße 192
Zustandsraum 192
Zustandsregler 205
Zweiggrößensystem 183
Zweipunktregler 186