



BIBLIOTHEK DES TECHNISCHEN WISSENS

**Horst Herr †**

**Ewald Bach**

**Ulrich Maier**

**Bernd Mattheus**

**Volker Jungblut**

**Falko Wieneke**

# Technische Physik

## Formel- und Tabellensammlung

Mechanik der festen Körper

Mechanik der Fluide

Wärmelehre

Schwingungs- und Wellenlehre

Optik und Akustik

Elektrizitätslehre

Atom- und Kernphysik

6. überarbeitete Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co.KG  
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 52514**

# Technische Physik

## Formel- und Tabellensammlung

### Autoren:

|                 |                     |                  |
|-----------------|---------------------|------------------|
| Ewald Bach      | Oberstudienrat      | Uhingen/Fils     |
| Ulrich Maier    | Dr. rer. nat., OStR | Heilbronn/Neckar |
| Bernd Mattheus  | Dr. Ing.            | Essen            |
| Volker Jungblut | Dipl. Ing., OStD    | Eppstein         |
| Falko Wieneke   | Dipl. Ing., StD     | Essen            |

### Autor bis zur 5. Auflage:

|              |                            |                 |
|--------------|----------------------------|-----------------|
| Horst Herr † | Dipl.-Ing., Fachoberlehrer | Kelkheim/Taunus |
|--------------|----------------------------|-----------------|

### Lektorat:

Falko Wieneke

### Umschlaggestaltung:

braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald; Grafik u. Sound, 50679 Köln

### Bildbearbeitung:

Design-Studio Wiegand, Hamburg  
Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

6. Auflage 2017

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-5269-8

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2017 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co.KG, 42781 Haan-Gruiten  
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: Tutte Druckerei GmbH, 94121 Salzweg/Passau  
Druck: Konrad Triltsch Print und digitale Medien GmbH, 97199 Ochsenfurt

## Vorwort

*Wenn man seinen Weg nicht ganz klar  
vor sich sieht, dann tut man am besten,  
zu schweigen und zu warten.*

Selma Lagerlöf

Für die Arbeit der Technikerinnen und Techniker gibt es wichtige Grundregeln. Werden eine oder mehrere dieser Grundregeln bewusst oder unbewusst missachtet, ist eine erfolgreiche Arbeit kaum möglich. Eine dieser Regeln besagt, dass eine Weiterarbeit nur dann erfolgen sollte, wenn man von der Richtigkeit jedes folgenden Schrittes uneingeschränkt überzeugt ist. Das diesem Vorwort vorangestellte Motto von Selma Lagerlöf unterstreicht dies sehr deutlich. Wenn Sie sich nämlich gedanklich mit einem Problem auseinander setzen, dann ist es oft so, dass der „Einfall“ nicht lange auf sich warten lässt. Eine weitere Voraussetzung hierfür ist allerdings, dass Sie die naturwissenschaftlichen und technologischen Gesetze und Regeln kennen und anwenden können.

Die Zusammenhänge zwischen den messbaren und berechenbaren Größen in Naturwissenschaft und Technik werden fast immer in ihrer kürzesten Ausdrucksweise, durch **Formeln** repräsentiert. In der vorliegenden Formel- und Tabellensammlung sind alle Formeln aus dem Lehr- und Aufgabenbuch Technische Physik (Europa–Nr. 5231X) komprimiert zusammengestellt und ergänzende Formeln hinzugefügt. Die jeweiligen Formeln sind in diesem Buch unter den gleichen Hauptüberschriften des Lehr- und Aufgabenbuchs angegeben. Dies ermöglicht ein paralleles Arbeiten mit beiden Büchern.

Neben den vielfältigen Formeln werden auch Tabellen, häufig in der Form von DIN-Blättern benötigt. Bitte beachten Sie für die Verwendung der Tabellen den Hinweis am Ende des Inhaltsverzeichnisses auf Seite 7.

Im Gedenken an den verstorbenen Autor und Freund Horst Herr wünschen wir unseren Leserinnen und Lesern viel Freude beim Einstieg in die Technische Physik und bei der Anwendung der Gesetze der Physik auf die moderne Technik.

Hinweise, die zur Verbesserung und Weiterentwicklung dieses Buches beitragen, nehmen wir gerne unter der Verlagsadresse oder per E-Mail ([Lektorat@europa-lehrmittel.de](mailto:Lektorat@europa-lehrmittel.de)) entgegen.

Herbst 2017

Autoren und Verlag

## Hinweise für die Benutzung

Die Formel- und Tabellensammlung Technische Physik ist – entsprechend dem Gesamtband Technische Physik – in die Teile

- A** Mechanik der festen Körper
- B** Mechanik der Fluide
- C** Wärmelehre
- D** Schwingungs- und Wellenlehre
- E** Optik und Akustik
- F** Elektrizitätslehre
- G** Atom- und Kernphysik

unterteilt. Dies wird durch den **Randdruck der Seiten** besonders hervorgehoben. Im Anhang befindet sich der Teil

- T** Tabellen.

Die Hauptüberschriften sind innerhalb der Teilgebiete durchgehend nummeriert. Diese **Nummerierung** entspricht der Nummer des Hauptabschnittes im Gesamtband Technische Physik (Europa-Nr. 5231X).

### Beispiele:

**D7** → Hauptabschnitt 7 im Teil D

**T23** → Tabelle 23

Die Hauptabschnitte der Formel- und Tabellensammlung sind durch ein **besonderes Hinweis-system** miteinander verknüpft.

### Beispiele:

(→ **C16, G3**): Weitere Informationen in den Hauptabschnitten C16, G3.

(→ **A4, F13, T12**): Weitere Informationen in den Hauptabschnitten A4, F13 sowie in der Tabelle T12.

Wegen der identischen Nummerierung sowohl im Gesamtband Technische Physik als auch in der Formel- und Tabellensammlung können beide Bücher sehr gut parallel verwendet werden.

Wir möchten noch darauf verweisen, dass diese Formel- und Tabellensammlung natürlich unabhängig vom Unterrichtswerk „Technische Physik“ verwendet werden kann.

# Inhaltsverzeichnis

Die Gliederung dieser **Formel- und Tabellensammlung Technische Physik**, 6. Auflage, entspricht in Wortlaut und Reihenfolge dem **Lehr- und Aufgabenbuch Technische Physik**, 6. Auflage!

Seite

|          |  |                  |
|----------|--|------------------|
| <b>A</b> | <b>Mechanik der festen Körper</b>                  | <b>9 bis 42</b>  |
| A1       | Aufgaben und Methoden der Physik                   | 9                |
| A2       | Physikalische Größen und ihre Einheiten            | 9                |
| A3       | Die Körper   | 9                |
| A4       | Messungen an Körpern und Körpersystemen            | 10               |
| A5       | Die Teilgebiete der Mechanik                       | 11               |
| A6       | Gleichförmige geradlinige Bewegung                 | 11               |
| A7       | Ungleichförmige geradlinige Bewegung               | 11               |
| A8       | Zusammensetzen von Bewegungen                      | 14               |
| A9       | Freie Bewegungsbahnen                              | 14               |
| A10      | Beschleunigende Wirkung einer Kraft                | 15               |
| A11      | Verformende Wirkung einer Kraft                    | 16               |
| A12      | Die Kraft als Vektor                               | 17               |
| A13      | Das Kraftmoment und seine Wirkungen                | 18               |
| A14      | Kurzzeitig wirkende Kräfte                         | 25               |
| A15      | Reibungskräfte                                     | 26               |
| A16      | Reibung auf der schiefen Ebene                     | 29               |
| A17      | Das Prinzip von d'Alembert                         | 31               |
| A18      | Arbeit und Energie                                 | 32               |
| A19      | Mechanische Leistung                               | 34               |
| A20      | Reibungsarbeit, Reibungsleistung und Wirkungsgrad  | 34               |
| A21      | Drehleistung                                       | 35               |
| A22      | Rotationskinematik                                 | 36               |
| A23      | Rotationsdynamik                                   | 39               |
| A24      | Kinetische Energie rotierender Körper              | 39               |
| A25      | Gravitation  | 42               |
| <b>B</b> | <b>Mechanik der Fluide</b>                         | <b>43 bis 56</b> |
| B1       | Wirkungen der Molekularkräfte                      | 43               |
| B2       | Druck in Flüssigkeiten                             | 43               |
| B3       | Druck in Gasen                                     | 44               |
| B4       | Druckkraft   | 45               |
| B5       | Flüssigkeitsgewicht und hydrostatischer Druck      | 46               |
| B6       | Der statische Auftrieb in Flüssigkeiten und Gasen  | 48               |
| B7       | Flüssigkeitsoberflächen in bewegten Behältern      | 49               |
| B8       | Geschwindigkeitsänderung inkompressibler Fluide    | 50               |
| B9       | Energieerhaltung inkompressibler strömender Fluide | 50               |
| B10      | Fluidreibung                                       | 53               |
| B11      | Kräfte am umströmten Körper                        | 54               |
| B12      | Kontinuität des kompressiblen Massenstroms         | 56               |

|          |  |                    |
|----------|--|--------------------|
| <b>C</b> | <b>Wärmelehre</b>  | <b>57 bis 82</b>   |
| C1       | Temperatur und Temperaturmessung   | 57                 |
| C2       | Wärme als Energieform  | 57                 |
| C3       | Wärmeausdehnung fester, flüssiger und gasförmiger Stoffe   | 58                 |
| C4       | Gasgemische in Umwelt und Technik  | 60                 |
| C5       | Durchmischung verschiedener idealer Gase   | 61                 |
| C6       | Diffusion, Osmose, Dialyse und feuchte Luft  | 61                 |
| C7       | Wärmekapazität fester und flüssiger Stoffe   | 65                 |
| C8       | Änderung des Aggregatzustandes   | 66                 |
| C9       | Technische Möglichkeiten der Umwandlung von Wärmeenergie in mechanische Arbeit und umgekehrt       | 69                 |
| C10      | Der erste Hauptsatz der Thermodynamik  | 69                 |
| C11      | Thermodynamische Zustandsänderungen  | 71                 |
| C12      | Die Kreisprozesse im $p$ , $V$ -Diagramm (Arbeitsdiagramm) und zweiter Hauptsatz der Thermodynamik | 73                 |
| C13      | Beziehungen der Wärmeenergie zur elektrischen Energie  | 78                 |
| C14      | Zweiter Hauptsatz und Wärmetransport   | 79                 |
| <b>D</b> | <b>Schwingungs- und Wellenlehre</b>  | <b>83 bis 94</b>   |
| D1       | Schwingungen   | 83                 |
| D2       | Pendel- und Drehschwingungen   | 84                 |
| D3       | Dämpfung von Schwingungen  | 86                 |
| D4       | Anregung von Schwingungen, Resonanz  | 88                 |
| D5       | Überlagerung von Schwingungen  | 89                 |
| D6       | Wellen   | 91                 |
| <b>E</b> | <b>Optik und Akustik</b>   | <b>95 bis 112</b>  |
| E1       | Geometrische Optik   | 95                 |
| E2       | Wellenoptik  | 100                |
| E3       | Photoeffekt, Photometrie und Farbenlehre   | 103                |
| E4       | Akustik  | 106                |
| E5       | Schallempfindung, Schallbewertung und Schallausbreitung  | 108                |
| E6       | Ultraschall  | 111                |
| <b>F</b> | <b>Elektrizitätslehre</b>  | <b>113 bis 154</b> |
| F1       | Elektrophysikalische Grundlagen  | 113                |
| F2       | Gesetzmäßigkeiten im elektrischen Stromkreis   | 115                |
| F3       | Gesetzmäßigkeiten bei Widerstandsschaltungen   | 116                |
| F4       | Das elektrische Feld   | 121                |
| F5       | Das magnetische Feld   | 125                |
| F6       | Elektromagnetische Induktion   | 127                |
| F7       | Elektromagnetische Schalter und elektrische Messgeräte   | 129                |
| F8       | Der Wechselstromkreis  | 132                |
| F9       | Dreiphasenwechselspannung (Drehstrom)  | 138                |
| F10      | Transformatoren  | 140                |
| F11      | Elektrische Maschinen  | 140                |
| F12      | Elektromagnetische Schwingungen  | 141                |
| F13      | Grundlagen der Halbleitertechnik   | 143                |
| F14      | Erneuerbare Energien   | 145                |

|            |   |                    |
|------------|---|--------------------|
| <b>G</b>   | <b>Atom- und Kernphysik</b> .....   | <b>155 bis 168</b> |
| <b>G1</b>  | Physik der Atomhülle .....  | 155                |
| <b>G2</b>  | Physik des Atomkerns .....  | 163                |
| <b>G3</b>  | Kernenergie .....   | 165                |
| <b>G4</b>  | Dosimetrie und Strahlenschutz .....   | 166                |
| <b>T</b>   | <b>Tabellen</b> .....   | <b>169 bis 193</b> |
| <b>T1</b>  | Physikalische Größen, deren Formelzeichen und Einheiten .....                             | 169                |
| <b>T2</b>  | Dichte technisch wichtiger Stoffe .....   | 174                |
| <b>T3</b>  | Haft- und Gleitreibungszahlen .....   | 176                |
| <b>T4</b>  | Ausgewählte Gewindetabellen .....   | 177                |
| <b>T5</b>  | Thermische Längenausdehnungskoeffizienten .....   | 180                |
| <b>T6</b>  | Elastizitätsmodule von Werkstoffen .....  | 180                |
| <b>T7</b>  | Definition der Einheitennormale (Basiseinheiten) .....                                    | 181                |
| <b>T8</b>  | Oberflächenspannung .....   | 181                |
| <b>T9</b>  | Kompressibilität von Flüssigkeiten .....  | 182                |
| <b>T10</b> | Kinematische Viskosität .....   | 182                |
| <b>T11</b> | Thermodynamische Daten von Gasen und Dämpfen .....  | 182                |
| <b>T12</b> | Spezifische Wärmekapazität, Spezifische Schmelzwärme, Spezifische Verdampfungswärme ..... | 183                |
| <b>T13</b> | Spezifischer Brennwert und spezifischer Heizwert .....                                    | 184                |
| <b>T14</b> | Wärmeleitfähigkeit .....  | 184                |
| <b>T15</b> | Gesamtspektrum der elektromagnetischen Wellen .....                                       | 185                |
| <b>T16</b> | Elektrochemische Äquivalente .....  | 186                |
| <b>T17</b> | Spezifischer elektrischer Widerstand, elektrischer Leitwert .....                         | 186                |
| <b>T18</b> | Spezifischer elektrischer Widerstand von Isolierstoffen .....                             | 187                |
| <b>T19</b> | Elektrochemische Spannungsreihe .....   | 187                |
| <b>T20</b> | Permittivitätszahlen von Isolierstoffen .....   | 187                |
| <b>T21</b> | Permeabilitätszahlen .....  | 188                |
| <b>T22</b> | Strombelastbarkeit .....  | 188                |
| <b>T23</b> | Wellenlänge der $K_{\alpha}$ -Linie .....   | 189                |
| <b>T24</b> | Schwächungskoeffizienten .....  | 189                |
| <b>T25</b> | Halbwertsdicken .....   | 189                |
| <b>T26</b> | Elektronenaustrittsarbeit .....   | 189                |
| <b>T27</b> | Wichtige Nuklide .....  | 190                |
| <b>T28</b> | Periodensystem der Elemente .....   | 192                |
| <b>T29</b> | Naturkonstanten .....   | 193                |
|            | <b>Sachwortverzeichnis</b> .....  | <b>194</b>         |
|            | <b>Griechisches Alphabet</b> .....  | <b>202</b>         |

**DIN-Normen** und Auszüge aus solchen sind wiedergegeben mit Erlaubnis des **DIN** Deutsches Institut für Normung e.V. Maßgebend für das Anwenden der Norm ist deren Fassung mit dem neuesten Ausgabedatum, die bei der Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, erhältlich ist.





# A Mechanik der festen Körper

## A1 Aufgaben und Methoden der Physik

**Klassische Physik** → Keine Allgemeingültigkeit in interstellaren und in atomaren Bereichen (→ G1 ... G4).

**Moderne Physik** → Atom- und Quantenphysik (→ G1 ... G4).  
Grenzgeschwindigkeit = Lichtgeschwindigkeit (→ E2)

| Teilgebiet                          | Entwicklungszeitraum           | Arbeitsweisen in der Physik   |
|-------------------------------------|--------------------------------|---|
| Mechanik der festen Körper          | seit Altertum, 16. Jahrhundert | <b>Experiment</b> (Versuch)   |
| Mechanik der Flüssigkeiten und Gase | seit Altertum, 17. Jahrhundert | <b>Induktion</b><br>Schluss von $n$ auf $(n+1)$   |
| Optik                               | seit Altertum, 17. Jahrhundert | <b>Deduktion</b><br>Theoretischer Weg, ausgehend von bestehenden zu neuen Gesetzen bzw. Theorien. |
| Akustik                             | seit Altertum, 18. Jahrhundert |   |
| Wärmelehre                          | 19. und 20. Jahrhundert        |   |
| Schwingungs- und Wellenlehre        | 19. und 20. Jahrhundert        |   |
| Elektrizitätslehre                  | 19. und 20. Jahrhundert        |   |
| Atom- und Kernphysik                | 20. Jahrhundert                |   |

## A2 Physikalische Größen und ihre Einheiten

**Bestandteile und Eigenschaften einer physikalischen Größe (→ T1)**

Eine **physikalische Größe** besteht aus dem **Produkt eines Zahlenwertes mit einer Einheit**.

Größe und Einheit verhalten sich invariant.

**Beispiele:** 1 500 m = 1,5 km; 1 bar = 1 000 mbar

### SI-Einheitensystem

Grundlage sind die **Basisgrößen** mit den zugehörigen **Basiseinheiten** (nebenstehende Tabelle).

Alle **abgeleiteten Größen** lassen sich auf die sieben Basisgrößen zurückführen.

**Beispiel:**  $\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$  (→ A6)  

$$v = \frac{s}{t} \rightarrow [v] = \frac{[s]}{[t]} = \frac{m}{s} \quad \text{z. B.: } 5 \frac{m}{s}$$

Die **Definition der Basiseinheiten** erfolgt durch die **Einheitennormale**. (→ T7)

| Basisgröße                  | Basiseinheit | Kurzzeichen |
|-----------------------------|--------------|-------------|
| Länge                       | Meter        | m           |
| Masse                       | Kilogramm    | kg          |
| Zeit                        | Sekunde      | s           |
| Elektrische Stromstärke     | Ampere       | A           |
| Thermodynamische Temperatur | Kelvin       | K           |
| Lichtstärke                 | Candela      | cd          |
| Stoffmenge                  | Mol          | mol         |

## A3 Die Körper

| Aggregatzustand (Zustandsform)  | Eigenschaften  |
|---|--|
| <b>Festkörper</b> → fest  | <b>Große Kohäsionskräfte</b> und <b>Festigkeit</b> , definierte Form.  |
| <b>Fluide</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Flüssigkeit → flüssig</li> <li>Gas } → gasförmig</li> <li>Dampf }</li> </ul> | <b>Kleine Kohäsionskräfte</b> , nehmen Gefäßform an.   |
|   | <b>Sehr kleine Kohäsionskräfte</b> , i. d. R. Verteilung im ganzen zur Verfügung stehenden Raum, oft auch als <b>Fluidgemische</b> . |

## A

## A4 Messungen an Körpern und Körpersystemen

## Messen und Messwert

**Messen** → Vergleichen einer **Größe** mit einer **Einheit** (→ A2, T1, T7)

**Messwert** → Produkt aus Zahlenwert und Einheit (z. B.: 7,5 kg)

## Dezimale Teile und dezimale Vielfache von Einheiten

Bei sehr großen oder sehr kleinen Messwerten: **Zehnerpotenzen** oder gemäß folgender Tabelle:

| Vorsilbe | Abkürzung | Vielfaches der Einheit | Beispiel                           |
|----------|-----------|------------------------|------------------------------------|
| Tera-    | T         | $10^{12}$              | TW = Terawatt = $10^{12}$ W        |
| Giga-    | G         | $10^9$                 | Gm = Gigameter = $10^9$ m          |
| Mega-    | M         | $10^6$                 | MJ = Megajoule = $10^6$ J          |
| Kilo-    | k         | $10^3$                 | km = Kilometer = $10^3$ m          |
| Hekto-   | h         | $10^2$                 | hl = Hektoliter = $10^2$ l         |
| Deka-    | da        | $10^1$                 | daN = Dekanewton = 10 N            |
| Dezi-    | d         | $10^{-1}$              | dm = Dezimeter = $10^{-1}$ m       |
| Zenti-   | c         | $10^{-2}$              | cl = Zentiliter = $10^{-2}$ l      |
| Milli-   | m         | $10^{-3}$              | mV = Millivolt = $10^{-3}$ V       |
| Mikro-   | $\mu$     | $10^{-6}$              | $\mu$ m = Mikrometer = $10^{-6}$ m |
| Nano-    | n         | $10^{-9}$              | ns = Nanosekunde = $10^{-9}$ s     |
| Pico-    | p         | $10^{-12}$             | pF = Picofarad = $10^{-12}$ F      |
| Femto-   | f         | $10^{-15}$             | fm = Femtometer = $10^{-15}$ m     |

## Grundlegende mechanische Größen (→ T1)

| Messgröße      | gebräuchliche SI-Einheiten und SI-fremde Einheiten  | Hinweise, wichtige Zusammenhänge   |
|----------------|---|--|
| <b>Länge</b>   | $\mu$ m, mm, cm, dm, km<br>sm = <b>Seemeile</b><br>in = <b>inch = Zoll</b>  | 1 m = $10^6$ $\mu$ m, 1 km = 1 000 m<br>1 sm = 1 852 m = 1,852 km<br>1 Zoll = 1" = 1 inch = 1 in = 25,4 mm   |
| <b>Fläche</b>  | mm <sup>2</sup> , cm <sup>2</sup> , dm <sup>2</sup> , m <sup>2</sup> , km <sup>2</sup><br><b>Ar</b> (a), <b>Hektar</b> (ha) | 1 m <sup>2</sup> = 100 dm <sup>2</sup> = 10 000 cm <sup>2</sup> = 1 000 000 mm <sup>2</sup><br>1 km <sup>2</sup> = 1 000 000 m <sup>2</sup><br>1 a = 100 m <sup>2</sup> , 1 ha = 100 a = 10 000 m <sup>2</sup> |
| <b>Volumen</b> | mm <sup>3</sup> , cm <sup>3</sup> , dm <sup>3</sup> , m <sup>3</sup> , km <sup>3</sup><br><b>Liter</b> (l)                  | 1 l = $10^{-3}$ m <sup>3</sup> = 1 dm <sup>3</sup> = $10^3$ cm <sup>3</sup>  |
| <b>Zeit</b>    | <b>Tag</b> (d), <b>Stunde</b> (h), <b>Minute</b> (min),<br><b>Sekunde</b> (s)   | 1 d = 24 h = 1 440 min = 86 400 s<br>1 h = 60 min = 3 600 s<br>1 min = 60 s  |
| <b>Winkel</b>  | <b>Grad</b> (°), <b>Minute</b> (′), <b>Sekunde</b> (″)<br><b>Radian</b> (rad)   | 1° = 60′ = 3 600″, 1 rad $\approx$ 57,3°   |

$$\hat{\alpha} = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha^\circ$$

1

**Winkel im Bogenmaß**

 $\alpha^\circ$ 

Winkel in Gradmaß

°, ′, ″

 $\hat{\alpha}$ 

Winkel im Bogenmaß

rad

 $b$ 

Bogenlänge des Kreisausschnittes

m, mm

 $r$ 

Radius des Kreises

m, mm

$$\alpha^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \hat{\alpha} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{b}{r}$$

2

**Winkel im Gradmaß**

$$b = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha^\circ \cdot r$$

3

**Bogenlänge**

|              |   |   |
|--------------|---|---|
| <b>Masse</b> | <b>Kilogramm (kg), Tonne (t) (→ A10)</b><br><b>atomare Masseneinheit u (→ C4, G2)</b><br><b>metrisches Karat (Kt)</b> | 1 t = $10^3$ kg = 1 Mg; 1 kg = 1 000 g<br>1 Kt = 0,2 g<br>1 u = $1,6605655 \cdot 10^{-27}$ kg |
|--------------|---|---|

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Dichte

 $\rho$  Dichte  
 $m$  Masse ( $\rightarrow$  A10)  
 $V$  Volumen

 $\text{kg/m}^3$   
 $\text{kg}$   
 $\text{m}^3$ 

A

## A5 Die Teilgebiete der Mechanik

- Statik**  $\rightarrow$  Lehre vom **Kräftegleichgewicht** an ruhenden Körpern ( $\rightarrow$  A12).
- Kinematik**  $\rightarrow$  Lehre von den Bewegungen ohne Beachtung der wirkenden **Kräfte**.
- Kinetik**  $\rightarrow$  Einfluss der die Bewegung verursachenden Kräfte wird berücksichtigt.
- Dynamik**  $\rightarrow$  Wie Kinetik. Außerdem werden die Beziehungen zwischen den **Beschleunigungen** und den sie verursachenden **Kräften** einbezogen.

### Bewegungskriterien

- Zeitliche Kriterien**  $\rightarrow$  **Bewegungszustand**  $\rightarrow$  Beispiele: Geschwindigkeit ist konstant, Körper wird beschleunigt.
- Räumliche Kriterien**  $\rightarrow$  **Bewegungsbahn**  $\rightarrow$  Beispiele: Bewegungsrichtung ist konstant, Körper ändert seine Bewegungsrichtung (z. B. Flugbahn einer Rakete).

### Freiheitsgrade eines Festkörpers

**Freiheitsgrad** = Bewegungsmöglichkeit

3 Freiheitsgrade in der Ebene ( $2 \times T$ ,  $1 \times R$ )  
6 Freiheitsgrade im Raum ( $3 \times T$ ,  $3 \times R$ )

R Rotationsbewegung, T Translationsbewegung

## A6 Gleichförmige geradlinige Bewegung

Bei einer **gleichförmigen geradlinigen Bewegung** bewegt sich ein Körper mit **konstanter Geschwindigkeit**  $v$  auf geradliniger Bahn.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

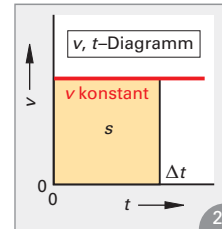
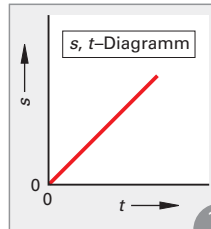
Geschwindigkeit in  $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,  $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ , ...

$$v = \frac{s}{t}$$

$$s = v \cdot t$$

$$t = \frac{s}{v}$$

$$1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$


Im  **$v, t$ -Diagramm** ( $\rightarrow$  Bild 2) stellt sich der Weg  $s$  als Rechteckfläche dar.

 $v$  Geschwindigkeit  $\text{m/s}$   
 $\Delta s = s$  zurückgelegter Weg (Strecke)  $\text{m}$   
 $\Delta t = t$  Zeitspanne  $\text{s}$ 

## A7 Ungleichförmige geradlinige Bewegung

### Merkmale einer ungleichförmigen Bewegung

Bei einer **ungleichförmigen Bewegung** ändert sich die Geschwindigkeit, der Körper wird beschleunigt oder verzögert.

 $a$  Beschleunigung (Verzögerung)  $\text{m/s}^2$   
 $\Delta v$  Geschwindigkeitsänderung  $\text{m/s}$   
 $\Delta t$  Zeitspanne  $\text{s}$ 

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

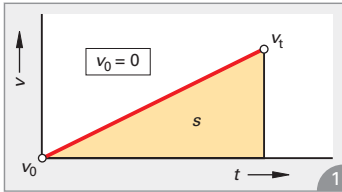
Beschleunigung

 $a$  positiv: **Beschleunigung**  $\rightarrow$  Geschwindigkeitszunahme  
 $a$  negativ: **Verzögerung**  $\rightarrow$  Geschwindigkeitsabnahme

 $a = \text{konstant}$   $\rightarrow$  **gleichmäßig beschleunigte bzw. gleichmäßig verzögerte Bewegung**
 $a = \text{variabel}$   $\rightarrow$  **ungleichmäßig beschleunigte bzw. ungleichmäßig verzögerte Bewegung**

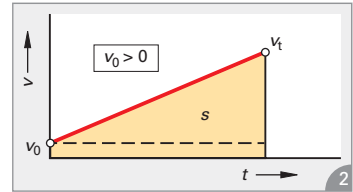
A

# Gleichmäßig beschleunigte geradlinige Bewegung mit $v_0 = 0$ und $v_t > 0$



**v,t-Diagramme**  
a = konst. und positiv

$$t = \Delta t \quad 1$$



$v_0$  = Anfangsgeschwindigkeit

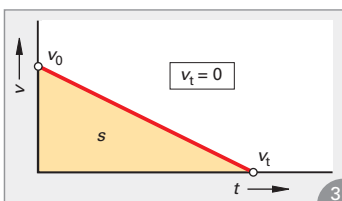
$v_t$  = Endgeschwindigkeit

|   |                 |                  |
|---|-----------------|------------------|
| a | Beschleunigung  | m/s <sup>2</sup> |
| s | Weg             | m                |
| t | Zeit            | s                |
| v | Geschwindigkeit | m/s              |

| Anfangsgeschwindigkeit             | $v_0 = 0$  | $v_0 > 0$  | m/s              |
|------------------------------------|--|--|------------------|
| Beschleunigung a                   | $a = \frac{v_t}{t}$ <span style="float:right">2</span>               | $a = \frac{v_t - v_0}{t}$ <span style="float:right">3</span>                               | m/s <sup>2</sup> |
|                                    | $a = \frac{2 \cdot s}{t^2}$ <span style="float:right">4</span>       | $a = \frac{2 \cdot s}{t^2} - \frac{2 \cdot v_0}{t}$ <span style="float:right">5</span>     | m/s <sup>2</sup> |
|                                    | $a = \frac{v_t^2}{2 \cdot s}$ <span style="float:right">6</span>     | $a = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2 \cdot s}$ <span style="float:right">7</span>                   | m/s <sup>2</sup> |
| Endgeschwindigkeit $v_t$           | $v_t = a \cdot t$ <span style="float:right">8</span>                 | $v_t = v_0 + a \cdot t$ <span style="float:right">9</span>                                 | m/s              |
|                                    | $v_t = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$ <span style="float:right">10</span> | $v_t = \sqrt{2 \cdot a \cdot s + v_0^2}$ <span style="float:right">11</span>               | m/s              |
|                                    | $v_t = \frac{2 \cdot s}{t}$ <span style="float:right">12</span>      | $v_t = \frac{2 \cdot s}{t} - v_0$ <span style="float:right">13</span>                      | m/s              |
| Weg s                              | $s = \frac{v_t}{2} \cdot t$ <span style="float:right">14</span>      | $s = \frac{v_0 + v_t}{2} \cdot t$ <span style="float:right">15</span>                      | m                |
|                                    | $s = \frac{v_t^2}{2 \cdot a}$ <span style="float:right">16</span>    | $s = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2 \cdot a}$ <span style="float:right">17</span>                  | m                |
|                                    | $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ <span style="float:right">18</span>      | $s = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$ <span style="float:right">19</span>              | m                |
| Zeit t<br>(Zeitspanne $\Delta t$ ) | $t = \frac{v_t}{a}$ <span style="float:right">20</span>              | $t = \frac{v_t - v_0}{a}$ <span style="float:right">21</span>                              | s                |
|                                    | $t = \frac{2 \cdot s}{v_t}$ <span style="float:right">22</span>      | $t = \frac{2 \cdot s}{v_0 + v_t}$ <span style="float:right">23</span>                      | s                |
|                                    | $t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$ <span style="float:right">24</span> | $t = \frac{\sqrt{2 \cdot a \cdot s + v_0^2} - v_0}{a}$ <span style="float:right">25</span> | s                |

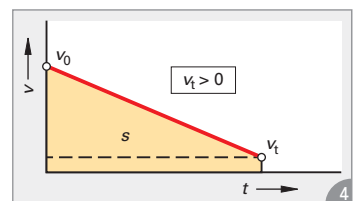
# Gleichmäßig verzögerte geradlinige Bewegung mit $v_t = 0$ und $v_0 > 0$

Formeln auf Seite 13



**v,t-Diagramme**  
a = konst. und negativ

$$t = \Delta t \quad 26$$



| Endgeschwindigkeit  | $v_t = 0$   | $v_t > 0$  | m/s            |
|---|---|--|----------------|
| Verzögerung $a$<br>(Bei diesen Gleichungen<br>ist der Betrag von $a$ ,<br>d.h. $ a $ einzusetzen) | $a = \frac{v_0}{t}$ <span style="float: right;">1</span>              | $a = \frac{v_0 - v_t}{t}$ <span style="float: right;">2</span>                           | $\text{m/s}^2$ |
|   | $a = \frac{2 \cdot s}{t^2}$ <span style="float: right;">3</span>      | $a = \frac{2 \cdot v_0}{t} - \frac{2 \cdot s}{t^2}$ <span style="float: right;">4</span> | $\text{m/s}^2$ |
|   | $a = \frac{v_0^2}{2 \cdot s}$ <span style="float: right;">5</span>    | $a = \frac{v_0^2 - v_t^2}{2 \cdot s}$ <span style="float: right;">6</span>               | $\text{m/s}^2$ |
| Anfangsgeschwindigkeit $v_0$  | $v_0 = a \cdot t$ <span style="float: right;">7</span>                | $v_0 = v_t + a \cdot t$ <span style="float: right;">8</span>                             | $\text{m/s}$   |
|   | $v_0 = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$ <span style="float: right;">9</span> | $v_0 = \sqrt{v_t^2 + 2 \cdot a \cdot s}$ <span style="float: right;">10</span>           | $\text{m/s}$   |
|   | $v_0 = \frac{2 \cdot s}{t}$ <span style="float: right;">11</span>     | $v_0 = \frac{2 \cdot s}{t} - v_t$ <span style="float: right;">12</span>                  | $\text{m/s}$   |
| Weg $s$   | $s = \frac{v_0}{2} \cdot t$ <span style="float: right;">13</span>     | $s = \frac{v_0 + v_t}{2} \cdot t$ <span style="float: right;">14</span>                  | $\text{m}$     |
|   | $s = \frac{v_0^2}{2 \cdot a}$ <span style="float: right;">15</span>   | $s = \frac{v_0^2 - v_t^2}{2 \cdot a}$ <span style="float: right;">16</span>              | $\text{m}$     |
|   | $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ <span style="float: right;">17</span>     | $s = v_0 \cdot t - \frac{a}{2} \cdot t^2$ <span style="float: right;">18</span>          | $\text{m}$     |
| Zeit $t$<br>(Zeitspanne $\Delta t$ )  | $t = \frac{v_0}{a}$ <span style="float: right;">19</span>             | $t = \frac{v_0 - v_t}{a}$ <span style="float: right;">20</span>                          | $\text{s}$     |
|   | $t = \frac{2 \cdot s}{v_0}$ <span style="float: right;">21</span>     | $t = \frac{2 \cdot s}{v_0 + v_t}$ <span style="float: right;">22</span>                  | $\text{s}$     |

### Freier Fall und senkrechter Wurf nach oben (→ A9, A10, A18)

**Freier Fall** → gleichmäßige Beschleunigung  $s \triangleq h$  Fallhöhe bzw. Steighöhe  
 $a \triangleq g$  **Fallbeschleunigung** (→ A10)  
**Senkrechter Wurf nach oben** → gleichmäßige Verzögerung  $g_n$  **Normfallbeschleunigung**  $g_n = 9,80665 \text{ m/s}^2$

Die **Fallgesetze** gelten streng genommen nur im **Vakuum**.

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad 25$$

Fallhöhe

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \quad 26$$

Fallzeit = Steigzeit

$$v_t = g \cdot t = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad 27$$

Fallgeschwindigkeit

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad 28$$

Wurfhöhe zur Zeit  $t$

$$h_{\max} = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \quad 29$$

Gipfelhöhe, Steighöhe

$$g_h = g \cdot \left( \frac{r}{r + h'} \right)^2 \quad 30$$

Fallbeschleunigung  
in der Höhe  $h'$

$g_{\max} \approx 9,83 \text{ m/s}^2$  an den Erdpolen

$g_{\min} \approx 9,78 \text{ m/s}^2$  am Äquator

Durchschnittswert:  $g \approx 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| $h$   | Fallhöhe, Steighöhe  | m   |
| $t$   | Fallzeit, Steigzeit  | s   |
| $v_t$ | Geschwindigkeit zur Zeit $t$                                   | m/s |
| $v_0$ | Abwurfgeschwindigkeit  | m/s |
| $h'$  | Höhe über der Erdoberfläche                                    | m   |
| $r$   | <b>mittlerer Erdradius</b><br>( $6,378 \cdot 10^6 \text{ m}$ ) | m   |

| Himmelskörper | Fallbeschleunigung in $\text{m/s}^2$ |
|---------------|--------------------------------------|
| Sonne         | 275                                  |
| Mond          | 1,62                                 |
| Merkur        | 3,6                                  |
| Venus         | 8,3                                  |
| Erde          | 9,81                                 |
| Mars          | 3,6                                  |
| Jupiter       | 24                                   |
| Saturn        | 10                                   |
| Uranus        | 8                                    |
| Neptun        | 11                                   |
| Pluto         | 0,2 (?)                              |

## A

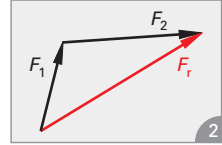
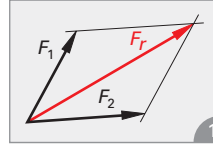
## A8 Zusammensetzen von Geschwindigkeiten

## Skalare und Vektoren

**Skalar** → **ungerichtete physikalische Größe**, z. B.: Temperatur, Volumen, Zeit, Energie ...

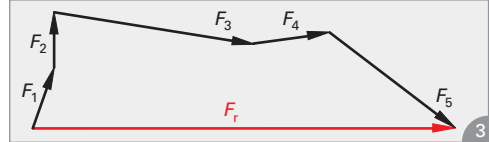
**Vektor** → **gerichtete physikalische Größe**, z. B.: Kraft, elektrischer Strom, Geschwindigkeit ...

Vektoren werden addiert, indem man sie unter Beachtung ihrer **Größe** und **Richtung** aneinanderreihet. **Summenvektor** bzw. **Resultierende**: Strecke zwischen dem Anfangspunkt des ersten Vektors und dem Endpunkt des letzten Vektors.



Bei **zwei Vektoren**: Parallelogrammkonstruktion (→ Bild 1), z. B. **Kräfteparallelogramm** oder mit einer Dreiecksconstruction (→ Bild 2), z. B.: **Geschwindigkeitsdreieck** oder **Kräftradreieck**.

Bei **mehr als zwei Vektoren**: **Vektorvieleck** bzw. **Vektorpolygon** (→ Bild 3), z. B. **Kräftepolygon** bzw. **Krafteck**.



Rechnerische Lösung (→ A12)

Weitergehende Lehrinhalte: **Formel- und Tabellensammlung Technische Mechanik** (Europa-Nr. 52212)

## Geschwindigkeit als Vektor

Rechnerische Lösung (→ A12)

Die **Geschwindigkeit** ist eine **vektorielle Größe**. Die Ermittlung der **Gesamtgeschwindigkeit = resultierende Geschwindigkeit** erfolgt entsprechend der **Addition von Kräften**, d. h. durch eine vektorielle Addition.

| Beispiel für Einzelgeschwindigkeiten | Geschwindigkeitsparallelogramm | Mögliche Geschwindigkeitsdreiecke |   |
|--------------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|---|
| Laufkran mit Laufkatze               | 4                              | 5                                 | 6 |
| Flugzeug mit Seitenwind              | 7                              | 8                                 | 9 |

## A9 Freie Bewegungsbahnen

## Der Grundsatz der Unabhängigkeit

Unabhängig davon, ob ein Körper mehrere **Einzelbewegungen** gleichzeitig oder zeitlich nacheinander ausführt, gelangt er immer an den gleichen Ort.

Die kürzeste Zeit zur Realisierung der **Ortsveränderung** eines Körpers ergibt sich, wenn alle Einzelbewegungen gleichzeitig ablaufen.

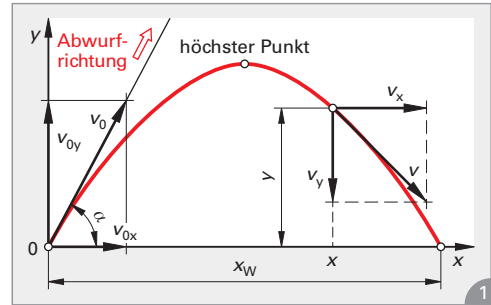
**Erzwungene Bewegungsbahnen** → z. B.: Schwenken einer Tür, rollen der Eisenbahn auf Schienen, Mutter auf Schraube, Führungen ...

**Freie Bewegungsbahnen** → z. B.: Freier Fall, senkrechter Wurf (→ A7), schiefer Wurf, waagerechter Wurf ...

### Der schiefe Wurf (→ Bild 1) (→ A6, A7)

|   |                                      |
|---|--------------------------------------|
| $v_x = v_0 \cdot \cos \alpha$                               | <b>Geschwindigkeit in x-Richtung</b> |
| $v_y = v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t$                   | <b>Geschwindigkeit in y-Richtung</b> |
| $x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$                         | <b>Weg in x-Richtung</b>             |
| $y = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$ | <b>Weg in y-Richtung</b>             |
| $t_w = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$             | <b>Wurfzeit</b>                      |
| $x_w = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$                  | <b>Wurfweite</b>                     |

Beim **schiefen Wurf** wird die größte Wurfweite  $x_{w \max}$  bei einem **Abwurfwinkel** von  $\alpha = 45^\circ$  – wegen  $\sin 2\alpha = \sin 90^\circ = 1$  – erreicht.

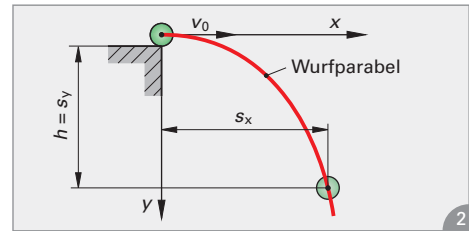


|          |                           |                  |
|----------|---------------------------|------------------|
| $\alpha$ | Abwurfwinkel              | Grad             |
| $v_0$    | Abwurfgeschwindigkeit     | m/s              |
| $g$      | Fallbeschleunigung (→ A7) | m/s <sup>2</sup> |
| $t$      | Zeit ( $\Delta t$ )       | s                |

Der **schiefe Wurf (schräger Wurf)** setzt sich in jedem Augenblick aus einer waagerechten gleichförmigen Bewegung (x-Richtung) und einer senkrechten beschleunigten Bewegung (y-Richtung) zusammen.

### Der waagerechte Wurf (→ Bild 2) (→ A6, A7)

|  |                                      |
|--|--------------------------------------|
| $s_y = h = \frac{g}{2} \cdot \frac{s_x^2}{v_0^2}$          | <b>Weg in y-Richtung (Fallhöhe)</b>  |
| $s_x = v_0 \cdot t = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$ | <b>Weg in x-Richtung (Wurfweite)</b> |
| $v_y = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$                           | <b>Geschwindigkeit in y-Richtung</b> |



Beim **waagerechten Wurf (horizontaler Wurf)** gelten die Gesetze des schiefen Wurfs, und zwar mit dem Abwurfwinkel  $\alpha = 0^\circ$  (y positiv nach unten).

## A10 Beschleunigende Wirkung einer Kraft

### Das erste Newton'sche Axiom bzw. Trägheitsgesetz bzw. Beharrungsgesetz

Der Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung (→ A6) wird von einem Körper so lange beibehalten, wie keine äußere Kraft auf ihn wirkt.

### Das zweite Newton'sche Axiom bzw. Dynamisches Grundgesetz

|                   |                             |     |                    |                  |
|-------------------|-----------------------------|-----|--------------------|------------------|
| $F = m \cdot a$   | <b>Massenträgheitskraft</b> | $F$ | Kraft              | N                |
| $F_G = m \cdot g$ | <b>Gewichtskraft</b>        | $m$ | Masse              | kg               |
|                   |                             | $a$ | Beschleunigung     | m/s <sup>2</sup> |
|                   |                             | $g$ | Fallbeschleunigung | m/s <sup>2</sup> |

#### Die Krafteinheit

$$[F] = [m] \cdot [a] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}$$

$$1 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} = 1 \text{ Newton} = 1 \text{ N}$$

Ein **Newton** ist gleich der Kraft, die einem Körper mit der Masse  $m = 1 \text{ kg}$  die Beschleunigung  $a = 1 \text{ m/s}^2$  erteilt.

|       |                |                    |                                 |
|-------|----------------|--------------------|---------------------------------|
| 1 daN | = 1 Dekanewton | = $10 \text{ N}$   | je nach Größenordnung der Kraft |
| 1 kN  | = 1 Kilonewton | = $10^3 \text{ N}$ |                                 |
| 1 MN  | = 1 Meganewton | = $10^6 \text{ N}$ |                                 |

## A

## Das dritte Newton'sche Axiom bzw. Wechselwirkungsgesetz

Wirkende Kraft = zurückwirkende Kraft bzw. Aktionskraft = Reaktionskraft (actio = reactio)

1

## A11 Verformende Wirkung einer Kraft

## Hooke'sches Gesetz

Nur im **elastischen Verformungsbereich** gültig.

$$F = c \cdot s$$

Hooke'sches Gesetz

$$c = \frac{F}{s}$$

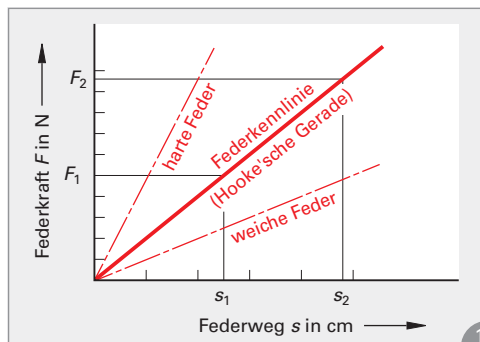
Federkonstante (→ A18)

Die **Federkonstante** wird auch als **Federrate** oder **Federsteifigkeit** bezeichnet. Sie gibt an, welche Kraft  $F$  in N für einen **Federweg**  $s$  (Federverlängerung) in mm oder in m erforderlich ist.

$$1 \frac{\text{N}}{\text{mm}} = 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

(→ A18) → **Federspannarbeit**

Obige Gleichungen gelten nur bei Federn mit **linearer Federkennlinie** (→ Bild 1), nicht bei progressivem oder degressivem Verhalten.



|     |                |           |
|-----|----------------|-----------|
| $F$ | Federkraft     | N         |
| $c$ | Federkonstante | N/m, N/mm |
| $s$ | Federweg       | m, mm     |

## Deformation kompakter Körper (→ Bild 2)

$$\Delta l = l - l_0$$

Längenänderung

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Dehnung

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot 100\% \quad \text{Dehnung in \%}$$

$$\varepsilon = \alpha \cdot \sigma$$

Hooke'sches Gesetz →  $\alpha = \frac{1}{E}$ 

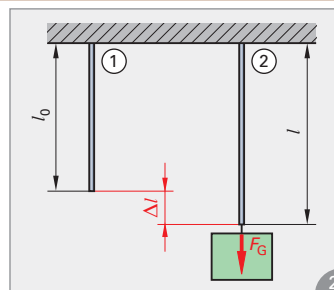
Somit:

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \cdot \sigma = \frac{\sigma}{E}$$

Hooke'sches Gesetz

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \cdot \sigma^n$$

Bach-Schüle-Potenzgesetz

Der **E-Modul** ist stark temperaturabhängig. $n = 1$ : Hooke, z. B. alle Stähle $n < 1$ : z. B. Leder, viele Kunststoffe $n > 1$ : z. B. GG, Cu, Steine, Mörtel

|            |                             |                   |
|------------|-----------------------------|-------------------|
| $\Delta l$ | Längenänderung              | mm                |
| $l_0$      | Ausgangslänge               | mm                |
| $l$        | Endlänge                    | mm                |
| $E$        | Elastizitätsmodul (→ T6)    | N/mm <sup>2</sup> |
| $\sigma$   | Spannung (Zug oder Druck)   | N/mm <sup>2</sup> |
| $n$        | Exponent (nebenst. Tabelle) | 1                 |

## Querkontraktion (→ Bilder 3 + 4)

$$\varepsilon_q = \frac{\Delta d}{d_0} = \frac{\Delta s}{s_0}$$

Querkontraktion

$$\varepsilon_q = \mu \cdot \varepsilon = \mu \cdot \frac{\Delta l}{l_0}$$

Querkontraktion, auch Querdehnung, Querkürzung

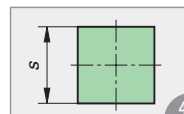
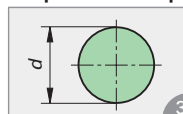
$$\mu = \frac{\varepsilon_q}{\varepsilon}$$

Poisson'sche Zahl

Bei Stahl und beinahe allen Metallen ist

 $\mu \approx 0,3$  → **Formel- und Tabellensammlung Technische Mechanik**

## Beispiele für Stabquerschnitte:



|               |                     |    |
|---------------|---------------------|----|
| $d$           | Enddurchmesser      | mm |
| $d_0$         | Ausgangsdurchmesser | mm |
| $s$           | Endkantenlänge      | mm |
| $s_0$         | Ausgangskantenlänge | mm |
| $\varepsilon$ | Dehnung             | 1  |
| $l$           | Endlänge            | mm |
| $l_0$         | Ausgangslänge       | mm |

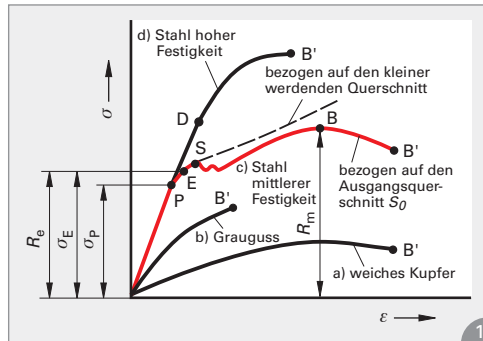


## Spannungs-, Dehnungs-Diagramm für Zug (→ Bild 1) und Belastungsgrenzen

| Punkt im $\sigma, \varepsilon$ -Diagramm | Grenzspannung in N/mm <sup>2</sup> |
|--|------------------------------------|
| P → Proportionalitätsgrenze              | $\sigma_P$                         |
| E → Elastizitätsgrenze                   | $\sigma_E$                         |
| S → Streckgrenze oder Fließgrenze        | $R_e$                              |
| B → Zugfestigkeit                        | $R_m$                              |
| D → 0,2%-Dehngrenze                      | $R_{P0,2}$                         |

Außer durch **Zug** sind Verformungen bei **Druck**, **Scherung**, **Flächenpressung**, **Biegung**, **Torsion** und **Knickung** möglich.

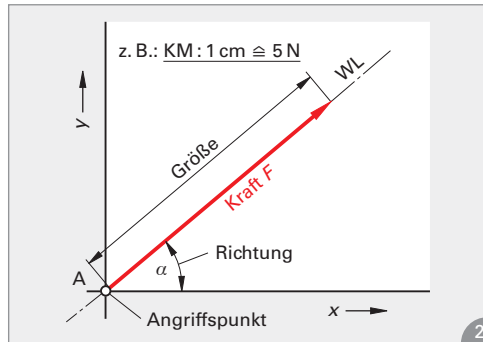
→ **Formel- und Tabellensammlung**  
Technische Mechanik



## A12 Die Kraft als Vektor

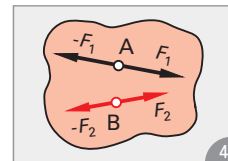
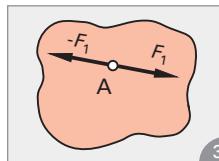
## Merkmale einer Kraft (→ Bild 2)

- Größe** → Dies ist der **Betrag der Kraft**, der in Verbindung mit einem **Kräftemaßstab (KM)** bestimmt wird.
- Richtung** → Diese entspricht der Richtung der **Wirkungslinie (WL)**. Sie ist durch einen Winkel  $\alpha$  gegenüber der x-Achse festgelegt.
- Angriffspunkt** → Ort, an dem die Kraft  $F$  am Körper angreift.
- Sinn** → **Zugkraft** oder **Druckkraft**. Festlegung mittels **Vorzeichen**.



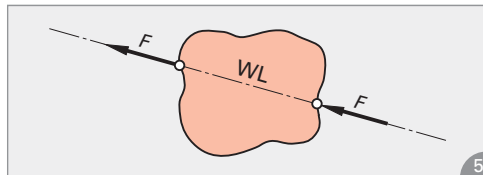
## Erweiterungssatz

Bei einem **Kräftesystem** (→ Bild 3) dürfen Kräfte hinzugefügt oder weggenommen werden, wenn sie gleich groß und entgegengesetzt gerichtet sind und auf derselben WL liegen (→ Bild 4).



## Längsverschiebungssatz

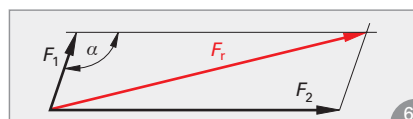
Eine Kraft darf auf ihrer WL verschoben werden (→ Bild 5). Dadurch ändert sich ihre Wirkung auf den Körper nicht.



## Zusammensetzen von Einzelkräften im zentralen Kräftesystem (→ Bild 6)

Zeichnerische Lösung (→ A8)

Allgemeines Kräftesystem → **Formel- und Tabellensammlung**  
Technische Mechanik



## A

## Zwei Kräfte im zentralen Kräftesystem (→ Bild 6, Seite 17)

$$F_r = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha}$$

Größe von  $F_r$ 

$F_r$  ist die **resultierende Kraft**, kurz: **Resultierende** (Ersatzkraft).

## Beliebig viele Kräfte im zentralen Kräftesystem (→ Bilder 1 und 2)

Gemäß dem **Lageplan** (LP) (→ Bild 1) alle **Horizontalkomponenten** ( $F_{1x}, F_{2x}, \dots$ ) und alle **Vertikalkomponenten** ( $F_{1y}, F_{2y}, \dots$ ) ermitteln, und zwar unter Beachtung der **Vorzeichen**.

Unverbindlicher Vorschlag nur **Vorzeichenwahl**:

- ← ↓ Nach links und nach unten gerichtete Kräfte: minus (-)
- ↑ Nach rechts und nach oben gerichtete Kräfte: plus (+)

z. B. (Bild 1):  $F_{1x} = -F_1 \cdot \cos \alpha$ ;  $F_{1y} = +F_1 \cdot \sin \alpha$ 

$$\Sigma F_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots$$

Summe der Horizontalkomponenten

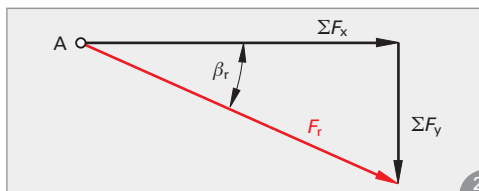
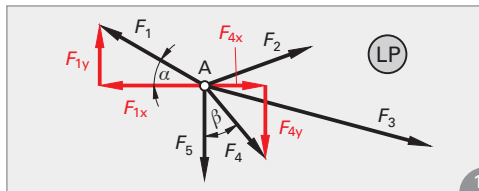
$$\Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots$$

Summe der Vertikalkomponenten

$$F_r = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$$

Größe von  $F_r$ 

$$\tan \beta_r = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}$$

Richtung von  $F_r$  (mit den Bezeichnungen der Bilder 1 und 2)Bei Kräften auf derselben Wirkungslinie:  $F_r = \Sigma F$ 

## Zerlegung von Einzelkräften in Kraftkomponenten

Die **Richtungen beider Komponenten** sind bekannt (→ Bild 3). Lösung entsprechend Bild 4. Sonderfall: Die Komponenten sind horizontal und vertikal gerichtet (→ Bild 5).

$$F_x = F \cdot \cos \alpha = F \cdot \sin \beta$$

Horizontalkomponente

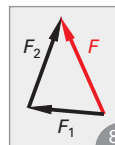
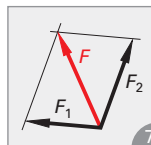
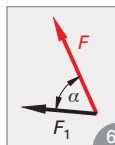
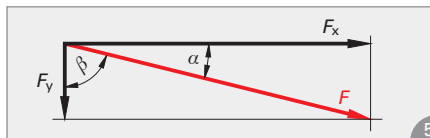
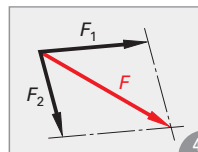
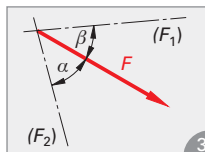
$$F_y = F \cdot \sin \alpha = F \cdot \cos \beta$$

Vertikalkomponente

Werden nur die Wirkungslinien der Kräfte gezeichnet (→ Bild 3), setzt man die Kraftbezeichnungen in runde Klammern.

**Größe und Richtung einer Kraftkomponente** ist bekannt (→ Bild 6). Lösung mit **Kräfteparallelogramm** (→ Bild 7) oder mit **Kräftedreieck** (→ Bild 8).

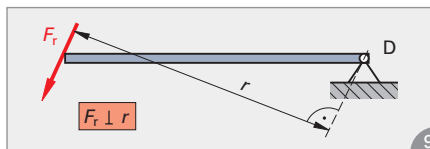
Die zu zerlegende Kraft  $F$  ist im Kräfteparallelogramm die Diagonale.



## A13 Das Kraftmoment und seine Wirkungen

## Das Kraftmoment als physikalische Größe

**DIN 1304:** Das **Kraftmoment**  $M$  ist gleich dem Produkt aus der Kraft  $F$  und dem senkrechten Abstand ihrer Wirkungslinie  $r$  zu einem bestimmten Punkt, dem Drehpunkt  $D$  (→ Bild 9).



$$M_d = F_r \cdot r \quad \text{1} \quad \text{Kraftmoment bzw. Drehmoment}$$


Geht die Wirkungslinie WL von  $F_r$  nicht durch den Drehpunkt D eines Drehkörpers, dann erzeugt  $F_r$  ein Kraftmoment (Drehmoment).


|       |                                  |    |
|-------|----------------------------------|----|
| $M_d$ | Kraftmoment (Drehmoment)         | Nm |
| $F_r$ | Resultierende (oder Einzelkraft) | N  |
| $r$   | Hebelarm senkrecht zur Kraft     | m  |

**Einheit des Drehmomentes:** Newtonmeter

A

### Drehsinn und Vorzeichen von $M_d$ (→ Bilder 1 und 2)

**positives Drehmoment** →  →  $\oplus$  → **Linksdrehsinn** (entgegen dem Uhrzeigersinn)

**negatives Drehmoment** →  →  $\ominus$  → **Rechtsdrehsinn** (im Uhrzeigersinn)

### Resultierendes Drehmoment und Wirkung von Schrägkräften

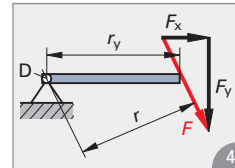
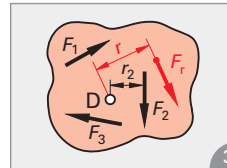
Das **Gesamtdrehmoment** = **resultierendes Drehmoment**  $M_{dr}$  entspricht der Summe der Einzeldrehmomente (→ Bild 3).

**Vorzeichenregel** beachten! Somit:

$$M_{dr} = F_r \cdot r = F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2 + \dots \quad \text{2} \quad \text{resultierendes Drehmoment}$$

Bei **Schrägkräften** (→ Bild 4) ist der im rechten Winkel zur Kraft  $F$  gerichtete Hebelarm in die Rechnung einzusetzen.

$$M_d = F \cdot r = F_y \cdot r_y \quad \text{3} \quad \text{Drehmoment bei Schrägkräften (→ Bild 4)}$$

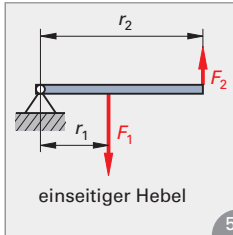


|            |                                |    |
|------------|--------------------------------|----|
| $M_{dr}$   | resultierendes Drehmoment      | Nm |
| $F_r$      | Resultierende                  | N  |
| $r$        | senkrechter Hebelarm von $F_r$ | m  |
| $F_1, F_2$ | Einzelkräfte                   | N  |
| $F_y$      | senkrechte Komponente von $F$  | N  |
| $r_y$      | senkrechter Hebelarm von $F_y$ | m  |

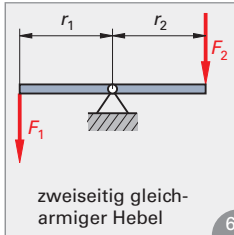
### Hebelarten und Hebelgesetz

**Einseitiger (einarmiger) Hebel** → der stabförmige Hebel hat seinen Drehpunkt an einem Ende

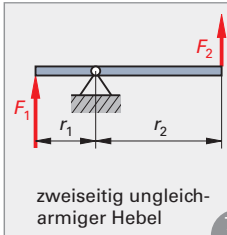
**Zweiseitiger (zweiarmiger) Hebel** → der stabförmige Hebel hat seinen Drehpunkt zwischen seinen beiden Enden



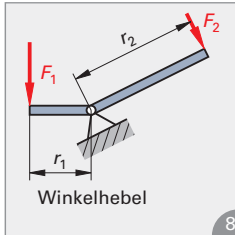
einseitiger Hebel



zweiseitig gleicharmiger Hebel



zweiseitig ungleicharmiger Hebel



Winkelhebel

Unabhängig von der **Hebelart** werden die **Hebelarme** vom Angriffspunkt der Kraft bis zum Drehpunkt, d. h. bis zum Hebellager, gemessen ( $F \perp r$ ).

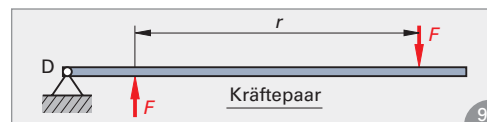
$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2 \quad \text{4} \quad \text{Hebelgesetz}$$

|            |           |   |
|------------|-----------|---|
| $F_1, F_2$ | Kräfte    | N |
| $r_1, r_2$ | Hebelarme | m |

$$\Sigma M_d = 0 \quad \text{5} \quad \text{Momentengleichgewicht}$$

### Kräftepaar und Parallelverschiebungssatz

Zwei gleich große, entgegengesetzt gerichtete und parallele Kräfte (Abstand  $r$ , Bild 9) heißen **Kräftepaar**.



A

$$M_d = F \cdot r$$

1 **Moment des Kräftepaars**

Der Abstand des Kräftepaars vom Drehpunkt beeinflusst nicht das vom Kräftepaar erzeugte Drehmoment  $M_d$ .

Daraus folgt der **Parallelverschiebungssatz**:

Verschiebt man eine Kraft  $F$  um das Maß  $r$  auf eine zu ihr parallele WL, so wird mit einem entgegenwirkenden Kraftmoment  $F \cdot r$  **Momentengleichgewicht** erreicht.

### Rechnerische Ermittlung von $F_r$ mit Hilfe des Momentensatzes

$$M_{dr} = F_r \cdot r = F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2 + \dots$$

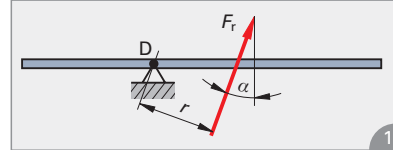
2 **Momentensatz bzw. resultierendes Drehmoment**

$$r = \frac{M_{dr}}{F_r} = \frac{\Sigma M_d}{F_r} = \frac{F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2 + \dots}{F_r}$$

3 **Lage von  $F_r$**  (→ Bild 1)

$$F_r = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{\Sigma F_x}{\Sigma F_y}$$

4 **Größe und Richtung von  $F_r$** 

### Auflagerkräfte beim Träger auf zwei Stützen (→ Bild 2)

$$\Sigma M_d(A) = 0$$

$$\Sigma M_d(B) = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$F_{Ay} = \frac{\Sigma(F_y \cdot b)}{l}$$

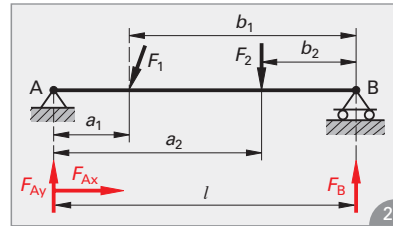
$$F_{By} = \frac{\Sigma(F_y \cdot a)}{l}$$

$$F_{Ax} = -\Sigma F_x$$

Kontrolle:

$$F_{Ay} + F_{By} = \Sigma F_y$$

**Vorzeichenregel**  
beachten.



### Bestimmung von Schwerpunkten mittels Momentensatz

**Linien Schwerpunkte** (→ Bild 3)

Der **Momentensatz** kann im erweiterten Sinn zur Anwendung kommen. Statt mit Kraftmomenten wird mit **Linienmomenten** gearbeitet.

**Linienmoment:** Produkt aus Linienlänge und dem Abstand ihres Schwerpunktes zu einem Drehpunkt oder einer Drehachse (→ Bild 3).

$$x = \frac{l_1 \cdot x_1 + l_2 \cdot x_2 + \dots}{l_1 + l_2 + \dots}$$

14 **x-Komponente**

$$y = \frac{l_1 \cdot y_1 + l_2 \cdot y_2 + \dots}{l_1 + l_2 + \dots}$$

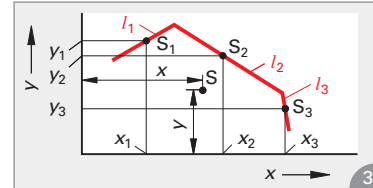
15 **y-Komponente**
 $l_1, l_2$  Linienlängen

m

 $x_1, y_1$   
 $x_2, y_2$  } Schwerpunktabstände

m

**Bei gekrümmten Linienzügen** teilt man diese in viele kurze gerade Stücke ein und kommt so mit dem Momentensatz zu einer Näherungslösung.



| gerader Linienzug                   | Umfang eines Dreiecks                                 | Halbkreisbogen  |
|-------------------------------------|---|---|
| $x_0 = \frac{l}{2}$ 16<br>4         | $y_0 = \frac{h \cdot (b+c)}{2 \cdot (a+b+c)}$ 17<br>5 | $y_0 = \frac{2 \cdot r}{\pi}$ 18<br>6   |
| Kreisbogen                          | Umfang eines Rechteckes                               | rechter Winkel  |
| $y_0 = r \cdot \frac{s}{b}$ 19<br>7 | $y_0 = \frac{h}{2}$ 20<br>8                           | $x_0 = \frac{b^2}{2 \cdot (a+b)}$ 21<br>$y_0 = \frac{a^2}{2 \cdot (a+b)}$ 22<br>9 |