



BIBLIOTHEK DES TECHNISCHEN WISSENS

Horst Herr †

Ewald Bach

Ulrich Maier

Bernd Mattheus

Volker Jungblut

Falko Wieneke

Technische Physik

Formel- und Tabellensammlung

Mechanik der festen Körper

Mechanik der Fluide

Wärmelehre

Schwingungs- und Wellenlehre

Optik und Akustik

Elektrizitätslehre

Atom- und Kernphysik

6. überarbeitete Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co.KG

Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 52514

Technische Physik

Formel- und Tabellensammlung

Autoren:

Ewald Bach	Oberstudienrat	Uhingen/Fils
Ulrich Maier	Dr. rer. nat., OStR	Heilbronn/Neckar
Bernd Mattheus	Dr. Ing.	Essen
Volker Jungblut	Dipl. Ing., OStD	Eppstein
Falko Wieneke	Dipl. Ing., StD	Essen

Autor bis zur 5. Auflage:

Horst Herr † Dipl.-Ing., Fachoberlehrer Kelkheim/Taunus

Lektorat:

Falko Wieneke

Umschlaggestaltung:

braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald; Grafik u. Sound, 50679 Köln

Bildbearbeitung:

Design-Studio Wiegand, Hamburg
Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

6. Auflage 2017

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-5269-8

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2017 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co.KG, 42781 Haan-Gruiten
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: Tutte Druckerei GmbH, 94121 Salzweg/Passau
Druck: Konrad Tritsch Print und digitale Medien GmbH, 97199 Ochsenfurt

Vorwort

Wenn man seinen Weg nicht ganz klar vor sich sieht, dann tut man am besten, zu schweigen und zu warten.

Selma Lagerlöf

Für die Arbeit der Technikerinnen und Techniker gibt es wichtige Grundregeln. Werden eine oder mehrere dieser Grundregeln bewusst oder unbewusst missachtet, ist eine erfolgreiche Arbeit kaum möglich. Eine dieser Regeln besagt, dass eine Weiterarbeit nur dann erfolgen sollte, wenn man von der Richtigkeit jedes folgenden Schrittes uneingeschränkt überzeugt ist. Das diesem Vorwort vorangestellte Motto von Selma Lagerlöf unterstreicht dies sehr deutlich. Wenn Sie sich nämlich gedanklich mit einem Problem auseinander setzen, dann ist es oft so, dass der „Einfall“ nicht lange auf sich warten lässt. Eine weitere Voraussetzung hierfür ist allerdings, dass Sie die naturwissenschaftlichen und technologischen Gesetze und Regeln kennen und anwenden können.

Die Zusammenhänge zwischen den messbaren und berechenbaren Größen in Naturwissenschaft und Technik werden fast immer in ihrer kürzesten Ausdrucksweise, durch **Formeln** repräsentiert. In der vorliegenden Formel- und Tabellensammlung sind alle Formeln aus dem Lehr- und Aufgabenbuch Technische Physik (Europa-Nr. 5231X) kompakt zusammengestellt und ergänzende Formeln hinzugefügt. Die jeweiligen Formeln sind in diesem Buch unter den gleichen Hauptüberschriften des Lehr- und Aufgabenbuchs angegeben. Dies ermöglicht ein paralleles Arbeiten mit beiden Büchern.

Neben den vielfältigen Formeln werden auch Tabellen, häufig in der Form von DIN-Blättern benötigt. Bitte beachten Sie für die Verwendung der Tabellen den Hinweis am Ende des Inhaltsverzeichnisses auf Seite 7.

Im Gedenken an den verstorbenen Autor und Freund Horst Herr wünschen wir unseren Leserinnen und Lesern viel Freude beim Einstieg in die Technische Physik und bei der Anwendung der Gesetze der Physik auf die moderne Technik.

Hinweise, die zur Verbesserung und Weiterentwicklung dieses Buches beitragen, nehmen wir gerne unter der Verlagsadresse oder per E-Mail (Lektorat@europa-lehrmittel.de) entgegen.

Herbst 2017

Autoren und Verlag

Hinweise für die Benutzung

Die Formel- und Tabellensammlung Technische Physik ist – entsprechend dem Gesamtband Technische Physik – in die Teile

- A** Mechanik der festen Körper
- B** Mechanik der Fluide
- C** Wärmelehre
- D** Schwingungs- und Wellenlehre
- E** Optik und Akustik
- F** Elektrizitätslehre
- G** Atom- und Kernphysik

unterteilt. Dies wird durch den **Randdruck der Seiten** besonders hervorgehoben. Im Anhang befindet sich der Teil

T Tabellen.

Die Hauptüberschriften sind innerhalb der Teilgebiete durchgehend nummeriert. Diese **Nummerierung** entspricht der Nummer des Hauptabschnittes im Gesamtband Technische Physik (Europa-Nr. 5231X).

Beispiele:

D7 → Hauptabschnitt 7 im Teil D

T23 → Tabelle 23

Die Hauptabschnitte der Formel- und Tabellensammlung sind durch ein **besonderes Hinweissystem** miteinander verknüpft.

Beispiele:

(→ **C16, G3**): Weitere Informationen in den Hauptabschnitten C16, G3.

(→ **A4, F13, T12**): Weitere Informationen in den Hauptabschnitten A4, F13 sowie in der Tabelle T12.

Wegen der identischen Nummerierung sowohl im Gesamtband Technische Physik als auch in der Formel- und Tabellensammlung können beide Bücher sehr gut parallel verwendet werden.

Wir möchten noch darauf verweisen, dass diese Formel- und Tabellensammlung natürlich unabhängig vom Unterrichtswerk „Technische Physik“ verwendet werden kann.

Inhaltsverzeichnis

Die Gliederung dieser **Formel- und Tabellensammlung Technische Physik**, 6. Auflage, entspricht in Wortlaut und Reihenfolge dem **Lehr- und Aufgabenbuch Technische Physik**, 6. Auflage!

	Seite
A Mechanik der festen Körper	9 bis 42
A1 Aufgaben und Methoden der Physik	9
A2 Physikalische Größen und ihre Einheiten	9
A3 Die Körper	9
A4 Messungen an Körpern und Körpersystemen	10
A5 Die Teilgebiete der Mechanik	11
A6 Gleichförmige geradlinige Bewegung	11
A7 Ungleichförmige geradlinige Bewegung	11
A8 Zusammensetzen von Bewegungen	14
A9 Freie Bewegungsbahnen	14
A10 Beschleunigende Wirkung einer Kraft	15
A11 Verformende Wirkung einer Kraft	16
A12 Die Kraft als Vektor	17
A13 Das Kraftmoment und seine Wirkungen	18
A14 Kurzzeitig wirkende Kräfte	25
A15 Reibungskräfte	26
A16 Reibung auf der schießen Ebene	29
A17 Das Prinzip von d'Alembert	31
A18 Arbeit und Energie	32
A19 Mechanische Leistung	34
A20 Reibungsarbeit, Reibungsleistung und Wirkungsgrad	34
A21 Drehleistung	35
A22 Rotationskinematik	36
A23 Rotationsdynamik	39
A24 Kinetische Energie rotierender Körper	39
A25 Gravitation	42
B Mechanik der Fluide	43 bis 56
B1 Wirkungen der Molekularkräfte	43
B2 Druck in Flüssigkeiten	43
B3 Druck in Gasen	44
B4 Druckkraft	45
B5 Flüssigkeitsgewicht und hydrostatischer Druck	46
B6 Der statische Auftrieb in Flüssigkeiten und Gasen	48
B7 Flüssigkeitsoberflächen in bewegten Behältern	49
B8 Geschwindigkeitsänderung inkompressibler Fluide	50
B9 Energieerhaltung inkompressibler strömender Fluide	50
B10 Fluidreibung	53
B11 Kräfte am umströmten Körper	54
B12 Kontinuität des kompressiblen Massenstroms	56

C Wärmelehre	57 bis 82
C1 Temperatur und Temperaturmessung	57
C2 Wärme als Energieform	57
C3 Wärmeausdehnung fester, flüssiger und gasförmiger Stoffe	58
C4 Gasgemische in Umwelt und Technik	60
C5 Durchmischung verschiedener idealer Gase	61
C6 Diffusion, Osmose, Dialyse und feuchte Luft	61
C7 Wärmekapazität fester und flüssiger Stoffe	65
C8 Änderung des Aggregatzustandes	66
C9 Technische Möglichkeiten der Umwandlung von Wärmeenergie in mechanische Arbeit und umgekehrt	69
C10 Der erste Hauptsatz der Thermodynamik	69
C11 Thermodynamische Zustandsänderungen	71
C12 Die Kreisprozesse im p, V -Diagramm (Arbeitsdiagramm) und zweiter Hauptsatz der Thermodynamik	73
C13 Beziehungen der Wärmeenergie zur elektrischen Energie	78
C14 Zweiter Hauptsatz und Wärmetransport	79
D Schwingungs- und Wellenlehre	83 bis 94
D1 Schwingungen	83
D2 Pendel- und Drehschwingungen	84
D3 Dämpfung von Schwingungen	86
D4 Anregung von Schwingungen, Resonanz	88
D5 Überlagerung von Schwingungen	89
D6 Wellen	91
E Optik und Akustik	95 bis 112
E1 Geometrische Optik	95
E2 Wellenoptik	100
E3 Photoeffekt, Photometrie und Farbenlehre	103
E4 Akustik	106
E5 Schallempfindung, Schallbewertung und Schallausbreitung	108
E6 Ultraschall	111
F Elektrizitätslehre	113 bis 154
F1 Elektrophysikalische Grundlagen	113
F2 Gesetzmäßigkeiten im elektrischen Stromkreis	115
F3 Gesetzmäßigkeiten bei Widerstandsschaltungen	116
F4 Das elektrische Feld	121
F5 Das magnetische Feld	125
F6 Elektromagnetische Induktion	127
F7 Elektromagnetische Schalter und elektrische Messgeräte	129
F8 Der Wechselstromkreis	132
F9 Dreiphasenwechselspannung (Drehstrom)	138
F10 Transformatoren	140
F11 Elektrische Maschinen	140
F12 Elektromagnetische Schwingungen	141
F13 Grundlagen der Halbleitertechnik	143
F14 Erneuerbare Energien	145

G Atom- und Kernphysik	155 bis 168
G1 Physik der Atomhülle	155
G2 Physik des Atomkerns	163
G3 Kernenergie	165
G4 Dosimetrie und Strahlenschutz	166
T Tabellen	169 bis 193
T1 Physikalische Größen, deren Formelzeichen und Einheiten	169
T2 Dichte technisch wichtiger Stoffe	174
T3 Haft- und Gleitreibungszahlen	176
T4 Ausgewählte Gewindetabellen	177
T5 Thermische Längenausdehnungskoeffizienten	180
T6 Elastizitätsmodule von Werkstoffen	180
T7 Definition der Einheitennormale (Basiseinheiten)	181
T8 Oberflächenspannung	181
T9 Kompressibilität von Flüssigkeiten	182
T10 Kinematische Viskosität	182
T11 Thermodynamische Daten von Gasen und Dämpfen	182
T12 Spezifische Wärmekapazität, Spezifische Schmelzwärme, Spezifische Verdampfungswärme	183
T13 Spezifischer Brennwert und spezifischer Heizwert	184
T14 Wärmeleitfähigkeit	184
T15 Gesamtspektrum der elektromagnetischen Wellen	185
T16 Elektrochemische Äquivalente	186
T17 Spezifischer elektrischer Widerstand, elektrischer Leitwert	186
T18 Spezifischer elektrischer Widerstand von Isolierstoffen	187
T19 Elektrochemische Spannungsreihe	187
T20 Permittivitätszahlen von Isolierstoffen	187
T21 Permeabilitätszahlen	188
T22 Strombelastbarkeit	188
T23 Wellenlänge der K_{α}-Linie	189
T24 Schwächungskoeffizienten	189
T25 Halbwertsdicken	189
T26 Elektronenaustrittsarbeit	189
T27 Wichtige Nuklide	190
T28 Periodensystem der Elemente	192
T29 Naturkonstanten	193
Sachwortverzeichnis	194
Griechisches Alphabet	202

DIN-Normen und Auszüge aus solchen sind wiedergegeben mit Erlaubnis des **DIN Deutsches Institut für Normung e.V.** Maßgebend für das Anwenden der Norm ist deren Fassung mit dem neuesten Ausgabedatum, die bei der Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, erhältlich ist.



A Mechanik der festen Körper

A1 Aufgaben und Methoden der Physik

Klassische Physik → Keine Allgemeingültigkeit in interstellaren und in atomaren Bereichen (→ G1 ... G4).

Moderne Physik → Atom- und Quantenphysik (→ G1 ... G4).
Grenzgeschwindigkeit = Lichtgeschwindigkeit (→ E2)

Teilgebiet	Entwicklungszeitraum	Arbeitsweisen in der Physik
Mechanik der festen Körper	seit Altertum, 16. Jahrhundert	
Mechanik der Flüssigkeiten und Gase	seit Altertum, 17. Jahrhundert	
Optik	seit Altertum, 17. Jahrhundert	
Akustik	seit Altertum, 18. Jahrhundert	
Wärmelehre	19. und 20. Jahrhundert	
Schwingungs- und Wellenlehre	19. und 20. Jahrhundert	
Elektrizitätslehre	19. und 20. Jahrhundert	
Atom- und Kernphysik	20. Jahrhundert	
		Experiment (Versuch)
		Induktion Schluss von n auf $(n+1)$
		Deduktion Theoretischer Weg, ausgehend von bestehenden zu neuen Gesetzen bzw. Theorien.

A2 Physikalische Größen und ihre Einheiten

Bestandteile und Eigenschaften einer physikalischen Größe (→ T1)

Eine physikalische Größe besteht aus dem **Produkt eines Zahlenwertes mit einer Einheit**.

Größe und Einheit verhalten sich invariant.

Beispiele: 1500 m = 1,5 km; 1 bar = 1000 mbar

SI-Einheitensystem

Grundlage sind die **Basisgrößen** mit den zugehörigen **Basiseinheiten** (nebenstehende Tabelle).

Alle abgeleiteten Größen lassen sich auf die sieben Basisgrößen zurückführen.

Beispiel: Geschwindigkeit = $\frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$ (→ A6)

$$v = \frac{s}{t} \rightarrow [v] = \frac{[\text{s}]}{[\text{t}]} = \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{z. B.: } 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die **Definition der Basiseinheiten** erfolgt durch die **Einheitennormale**. (→ T7)

Basisgröße	Basiseinheit	Kurzzeichen
Länge	Meter	m
Masse	Kilogramm	kg
Zeit	Sekunde	s
Elektrische Stromstärke	Ampere	A
Thermodynamische Temperatur	Kelvin	K
Lichtstärke	Candela	cd
Stoffmenge	Mol	mol

A3 Die Körper

Aggregatzustand (Zustandsform)	Eigenschaften
Festkörper → fest	Große Kohäsionskräfte und Festigkeit , definierte Form.
Flüssigkeit → flüssig	Kleine Kohäsionskräfte , nehmen Gefäßform an.
Fluide Gas Dampf } → gasförmig	Sehr kleine Kohäsionskräfte , i. d. R. Verteilung im ganzen zur Verfügung stehenden Raum, oft auch als Fluidigmische .

A

A

A4 Messungen an Körpern und Körpersystemen

Messen und Messwert

Messen → Vergleichen einer **Größe** mit einer **Einheit** (→ A2, T1, T7)

Messwert → Produkt aus Zahlenwert und Einheit (z. B.: 7,5 kg)

Dezimale Teile und dezimale Vielfache von Einheiten

Bei sehr großen oder sehr kleinen Messwerten: **Zehnerpotenzen** oder gemäß folgender Tabelle:

Vorsilbe	Abkürzung	Vielfaches der Einheit	Beispiel		
Tera-	T	10^{12}	TW	= Terawatt	$= 10^{12}$ W
Giga-	G	10^9	Gm	= Gigameter	$= 10^9$ m
Mega-	M	10^6	MJ	= Megajoule	$= 10^6$ J
Kilo-	k	10^3	km	= Kilometer	$= 10^3$ m
Hekto-	h	10^2	hl	= Hektoliter	$= 10^2$ l
Deka-	da	10^1	daN	= Dekanewton	$= 10$ N
Dezi-	d	10^{-1}	dm	= Dezimeter	$= 10^{-1}$ m
Zenti-	c	10^{-2}	cl	= Zentiliter	$= 10^{-2}$ l
Milli-	m	10^{-3}	mV	= Millivolt	$= 10^{-3}$ V
Mikro-	μ	10^{-6}	μm	= Mikrometer	$= 10^{-6}$ m
Nano-	n	10^{-9}	ns	= Nanosekunde	$= 10^{-9}$ s
Pico-	p	10^{-12}	pF	= Picofarad	$= 10^{-12}$ F
Femto-	f	10^{-15}	fm	= Femtometer	$= 10^{-15}$ m

Grundlegende mechanische Größen (→ T1)

Messgröße	gebräuchliche SI-Einheiten und SI-fremde Einheiten	Hinweise, wichtige Zusammenhänge
Länge	μm, mm, cm, dm, km sm = Seemeile in = inch = Zoll	1 m = 10^6 μm, 1 km = 1000 m 1 sm = 1852 m = 1,852 km 1 Zoll = 1" = 1 inch = 1 in = 25,4 mm
Fläche	mm ² , cm ² , dm ² , m ² , km ² Ar (a), Hektar (ha)	1 m ² = 100 dm ² = 10 000 cm ² = 1 000 000 mm ² 1 km ² = 1 000 000 m ² 1 a = 100 m ² , 1 ha = 100 a = 10 000 m ²
Volumen	mm ³ , cm ³ , dm ³ , m ³ , km ³ Liter (l)	1 l = 10^{-3} m ³ = 1 dm ³ = 10^3 cm ³
Zeit	Tag (d), Stunde (h), Minute (min), Sekunde (s)	1 d = 24 h = 1440 min = 86 400 s 1 h = 60 min = 3 600 s 1 min = 60 s
Winkel	Grad (°), Minute ('), Sekunde (") Radian (rad)	1° = 60' = 3 600" , 1 rad ≈ 57,3°

$$\bar{\alpha} = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha^\circ$$

1

$$\alpha^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \bar{\alpha} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{b}{r}$$

2

$$b = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha^\circ \cdot r$$

3

Winkel im Bogenmaß

α°

ᾱ

b

r

Winkel in Gradmaß

°, ', "

Winkel im Bogenmaß

rad

Bogenlänge des

m, mm

Kreisausschnittes

Radius des Kreises

m, mm

Bogenlänge

Masse

Kilogramm (kg), Tonne (t) (→ A10)
atomare Masseneinheit u (→ C4, G2)
metrisches Karat (Kt)1 t = 10^3 kg = 1 Mg; 1 kg = 1000 g
1 Kt = 0,2 g
1 u = $1,6605655 \cdot 10^{-27}$ kg

$$\rho = \frac{m}{V}$$

1 Dichte

$$\frac{\rho}{m}$$

Dichte
Masse (→ A10)
Volumen

$$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

kg
kg
m³

A

A5 Die Teilgebiete der Mechanik

- Statik** → Lehre vom **Kräftegleichgewicht** an ruhenden Körpern (→ A12).
- Kinematik** → Lehre von den Bewegungen ohne Beachtung der wirkenden **Kräfte**.
- Kinetik** → Einfluss der die Bewegung verursachenden Kräfte wird berücksichtigt.
- Dynamik** → Wie Kinetik. Außerdem werden die Beziehungen zwischen den **Beschleunigungen** und den sie verursachenden **Kräften** einbezogen.

Bewegungskriterien

- Zeitliche Kriterien** → **Bewegungszustand** → Beispiele: Geschwindigkeit ist konstant, Körper wird beschleunigt.
- Räumliche Kriterien** → **Bewegungsbahn** → Beispiele: Bewegungsrichtung ist konstant, Körper ändert seine Bewegungsrichtung (z.B. Flugbahn einer Rakete).

Freiheitsgrade eines Festkörpers

Freiheitsgrad = Bewegungsmöglichkeit

3 Freiheitsgrade in der Ebene (2 x T, 1 x R)

6 Freiheitsgrade im Raum (3 x T, 3 x R)

R Rotationsbewegung, T Translationsbewegung

A6 Gleichförmige geradlinige Bewegung

Bei einer **gleichförmigen geradlinigen Bewegung** bewegt sich ein Körper mit **konstanter Geschwindigkeit** v auf geradliniger Bahn.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

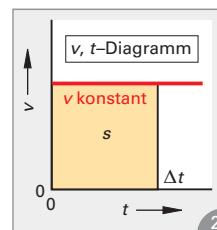
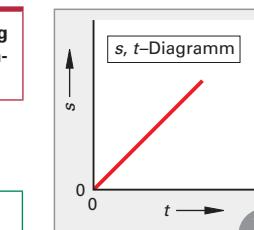
2 Geschwindigkeit in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, ...

$$v = \frac{s}{t}$$

$$3 s = v \cdot t$$

$$4 t = \frac{s}{v}$$

$$5 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$



Im **v, t-Diagramm** (→ Bild 2) stellt sich der Weg s als Rechteckfläche dar.

3 Geschwindigkeit v m/s
4 zurückgelegter Weg (Strecke) s m
5 Zeitspanne Δt s

A7 Ungleicheförmige geradlinige Bewegung

Merkmale einer ungleicheförmigen Bewegung

Bei einer **ungleicheförmigen Bewegung** ändert sich die Geschwindigkeit, der Körper wird beschleunigt oder verzögert.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

7 Beschleunigung

a positiv: **Beschleunigung**
 a negativ: **Verzögerung**

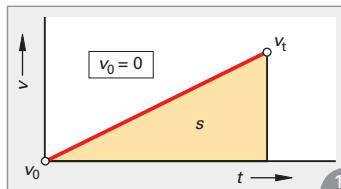
8 Beschleunigung (Verzögerung) m/s²
9 Geschwindigkeitsänderung m/s
10 Zeitspanne s

$a = \text{konstant}$ → **gleichmäßig beschleunigte** bzw. **gleichmäßig verzögerte Bewegung**

$a = \text{variabel}$ → **ungleichmäßig beschleunigte** bzw. **ungleichmäßig verzögerte Bewegung**

A

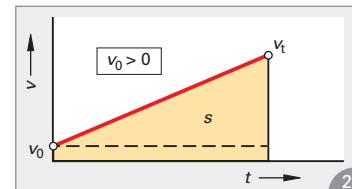
Gleichmäßig beschleunigte geradlinige Bewegung mit $v_0 = 0$ und $v_0 > 0$



v,t-Diagramme

$a = \text{konst. und positiv}$

$$t = \Delta t$$



v_0 = Anfangsgeschwindigkeit

v_t = Endgeschwindigkeit

6

5

t

4

Beschleunigung

1

1

Geschwindigkeit

m/s²

m

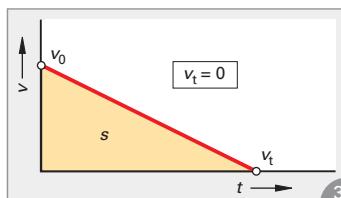
5

m/s

Anfangsgeschwindigkeit	$v_0 = 0$	$v_0 > 0$	m/s
Beschleunigung a	$a = \frac{v_t}{t}$ 2	$a = \frac{v_t - v_0}{t}$ 3	m/s^2
	$a = \frac{2 \cdot s}{t^2}$ 4	$a = \frac{2 \cdot s}{t^2} - \frac{2 \cdot v_0}{t}$ 5	m/s^2
	$a = \frac{v_t^2}{2 \cdot s}$ 6	$a = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2 \cdot s}$ 7	m/s^2
Endgeschwindigkeit v_t	$v_t = a \cdot t$ 8	$v_t = v_0 + a \cdot t$ 9	m/s
	$v_t = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$ 10	$v_t = \sqrt{2 \cdot a \cdot s + v_0^2}$ 11	m/s
	$v_t = \frac{2 \cdot s}{t}$ 12	$v_t = \frac{2 \cdot s}{t} - v_0$ 13	m/s
Weg s	$s = \frac{v_t}{2} \cdot t$ 14	$s = \frac{v_0 + v_t}{2} \cdot t$ 15	m
	$s = \frac{v_t^2}{2 \cdot a}$ 16	$s = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2 \cdot a}$ 17	m
	$s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ 18	$s = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$ 19	m
Zeit t (Zeitspanne Δt)	$t = \frac{v_t}{a}$ 20	$t = \frac{v_t - v_0}{a}$ 21	s
	$t = \frac{2 \cdot s}{v_t}$ 22	$t = \frac{2 \cdot s}{v_0 + v_t}$ 23	s
	$t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$ 24	$t = \sqrt{\frac{2 \cdot a \cdot s + v_0^2 - v_t^2}{a}}$ 25	s

Gleichmäßig verzögerte geradlinige Bewegung mit $v_t = 0$ und $v_s > 0$

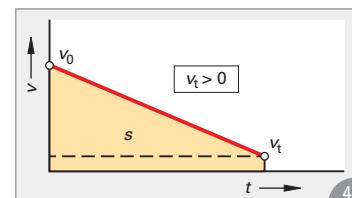
Formeln auf Seite 13



v,t-Diagramme

$a = \text{konst. und negativ}$

$$t = \Delta t$$



Endgeschwindigkeit	$v_t = 0$	$v_t > 0$	m/s
Verzögerung a (Bei diesen Gleichungen ist der Betrag von a , d.h. $ a $ einzusetzen)	$a = \frac{v_0}{t}$ 1 $a = \frac{2 \cdot s}{t^2}$ 3 $a = \frac{v_0^2}{2 \cdot s}$ 5	$a = \frac{v_0 - v_t}{t}$ 2 $a = \frac{2 \cdot v_0 - 2 \cdot s}{t^2}$ 4 $a = \frac{v_0^2 - v_t^2}{2 \cdot s}$ 6	m/s ²
Anfangsgeschwindigkeit v_0	$v_0 = a \cdot t$ 7 $v_0 = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$ 9 $v_0 = \frac{2 \cdot s}{t}$ 11	$v_0 = v_t + a \cdot t$ 8 $v_0 = \sqrt{v_t^2 + 2 \cdot a \cdot s}$ 10 $v_0 = \frac{2 \cdot s}{t} - v_t$ 12	m/s
Weg s	$s = \frac{v_0}{2} \cdot t$ 13 $s = \frac{v_0^2}{2 \cdot a}$ 15 $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ 17	$s = \frac{v_0 + v_t}{2} \cdot t$ 14 $s = \frac{v_0^2 - v_t^2}{2 \cdot a}$ 16 $s = v_0 \cdot t - \frac{a}{2} \cdot t^2$ 18	m
Zeit t (Zeitspanne Δt)	$t = \frac{v_0}{a}$ 19 $t = \frac{2 \cdot s}{v_0}$ 21	$t = \frac{v_0 - v_t}{a}$ 20 $t = \frac{2 \cdot s}{v_0 + v_t}$ 22	s

Freier Fall und senkrechter Wurf nach oben (→ A9, A10, A18)

Freier Fall Senkrechter Wurf nach oben	\rightarrow gleichmäßige Beschleunigung \rightarrow gleichmäßige Verzögerung	$s \triangleq h$ Fallhöhe bzw. Steighöhe $a \triangleq g$ Fallbeschleunigung (→ A10)
---	---	---

g_n Normfallbeschleunigung $g_n = 9,80665 \text{ m/s}^2$

Die **Fallgesetze** gelten streng genommen nur im **Vakuum**.

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$
 25

Fallhöhe

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$
 26

Fallzeit = Steigzeit

$$v_t = g \cdot t = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$
 27

Fallgeschwindigkeit

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$
 28

Wurfhöhe zur Zeit t

$$h_{\max} = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$$
 29

Gipfelhöhe, Steighöhe

$$g_h = g \cdot \left(\frac{r}{r + h'} \right)^2$$
 30

Fallbeschleunigung in der Höhe h'

$g_{\max} \approx 9,83 \text{ m/s}^2$ an den Erdpolen

$g_{\min} \approx 9,78 \text{ m/s}^2$ am Äquator

Durchschnittswert: $g \approx 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

h	Fallhöhe, Steighöhe	m
t	Fallzeit, Steigzeit	s
v_t	Geschwindigkeit zur Zeit t	m/s
v_0	Abwurfgeschwindigkeit	m/s
h'	Höhe über der Erdoberfläche	m
r	mittlerer Erdradius	m
	($6,378 \cdot 10^6 \text{ m}$)	

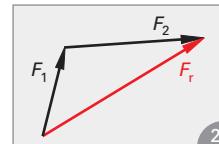
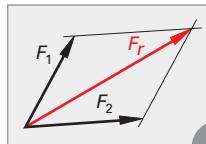
Himmelskörper	Fallbeschleunigung in m/s^2
Sonne	275
Mond	1,62
Merkur	3,6
Venus	8,3
Erde	9,81
Mars	3,6
Jupiter	24
Saturn	10
Uranus	8
Neptun	11
Pluto	0,2 (?)

A**A8 Zusammensetzen von Geschwindigkeiten****Skalare und Vektoren**

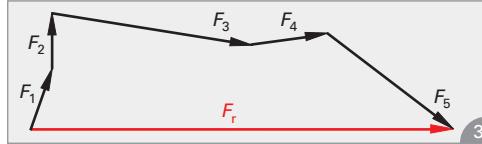
Skalar → ungerichtete physikalische Größe, z. B.: Temperatur, Volumen, Zeit, Energie ...

Vektor → gerichtete physikalische Größe, z. B.: Kraft, elektrischer Strom, Geschwindigkeit ...

Vektoren werden addiert, indem man sie unter Beachtung ihrer **Größe** und **Richtung** aneinanderreihet. **Summenvektor** bzw. **Resultierende**: Strecke zwischen dem Anfangspunkt des ersten Vektors und dem Endpunkt des letzten Vektors.



Bei zwei Vektoren: Parallelogrammkonstruktion (→ Bild 1), z. B. **Kräfteparallelogramm** oder mit einer Dreieckskonstruktion (→ Bild 2), z. B.: **Geschwindigkeitsdreieck** oder **Kräftedreieck**.



Bei mehr als zwei Vektoren: **Vektorviereck** bzw. **Vektorpolygon** (→ Bild 3), z. B. **Kräftepolygon** bzw. **Krafteck**.

Rechnerische Lösung (→ A12)

Weitergehende Lehrinhalte: **Formel- und Tabellensammlung Technische Mechanik** (Europa-Nr. 52212)**Geschwindigkeit als Vektor****Rechnerische Lösung (→ A12)**

Die **Geschwindigkeit** ist eine **vektorielle Größe**. Die Ermittlung der **Gesamtgeschwindigkeit = resultierende Geschwindigkeit** erfolgt entsprechend der **Addition von Kräften**, d. h. durch eine vektorielle Addition.

Beispiel für Einzelmöglichkeiten	Geschwindigkeitsparallelogramm	Mögliche Geschwindigkeitsdreiecke
Laufkran mit Laufkatze		
Flugzeug mit Seitenwind		

A9 Freie Bewegungsbahnen**Der Grundsatz der Unabhängigkeit**

Unabhängig davon, ob ein Körper mehrere **Einzelbewegungen** gleichzeitig oder zeitlich nacheinander ausführt, gelangt er immer an den gleichen Ort.

Die kürzeste Zeit zur Realisierung der **Ortsveränderung** eines Körpers ergibt sich, wenn alle Einzelbewegungen gleichzeitig ablaufen.

Erzwungene Bewegungsbahnen → z. B.: Schwenken einer Tür, rollen der Eisenbahn auf Schienen, Mutter auf Schraube, Führungen ...

Freie Bewegungsbahnen → z. B.: Freier Fall, senkrechter Wurf (→ A7), schiefer Wurf, waagerechter Wurf ...

Der schiefe Wurf (→ Bild 1) (→ A6, A7)

1 $v_x = v_0 \cdot \cos \alpha$

Geschwindigkeit in x-Richtung

2 $v_y = v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t$

Geschwindigkeit in y-Richtung

3 $x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$

Weg in x-Richtung

4 $y = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$

Weg in y-Richtung

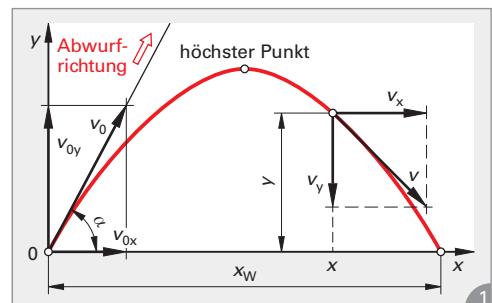
5 $t_w = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$

Wurfzeit

6 $x_w = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2 \alpha}{g}$

Wurfweite

Beim **schiefen Wurf** wird die größte Wurfweite $x_{w \max}$ bei einem **Abwurfwinkel** von $\alpha = 45^\circ$ – wegen $\sin 2\alpha = \sin 90^\circ = 1$ – erreicht.



α	Abwurfwinkel	Grad
v_0	Abwurfgeschwindigkeit	m/s
g	Fallbeschleunigung (→ A7)	m/s ²
t	Zeit (Δt)	s

Der **schiefe Wurf (schräger Wurf)** setzt sich in jedem Augenblick aus einer waagerechten gleichförmigen Bewegung (x-Richtung) und einer senkrechten beschleunigten Bewegung (y-Richtung) zusammen.

Der waagerechte Wurf (→ Bild 2) (→ A6, A7)

7 $s_y = h = \frac{g}{2} \cdot \frac{s_x^2}{v_0^2}$

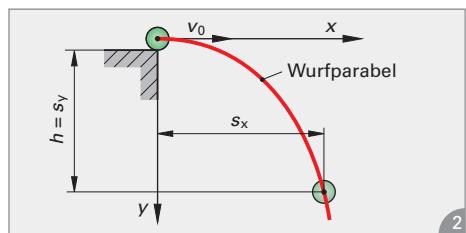
Weg in y-Richtung (Fallhöhe)

8 $s_x = v_0 \cdot t = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$

Weg in x-Richtung (Wurfweite)

9 $v_y = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

Geschwindigkeit in y-Richtung



Beim **waagerechten Wurf (horizontaler Wurf)** gelten die Gesetze des schießen Wurfs, und zwar mit dem Abwurfwinkel $\alpha = 0^\circ$ (y positiv nach unten).

A10 Beschleunigende Wirkung einer Kraft

Das erste Newton'sche Axiom bzw. Trägheitsgesetz bzw. Beharrungsgesetz

Der Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung (→ A6) wird von einem Körper so lange beibehalten, wie keine äußere Kraft auf ihn wirkt.

Das zweite Newton'sche Axiom bzw. Dynamisches Grundgesetz

10 $F = m \cdot a$

Massenträgheitskraft

11 $F_G = m \cdot g$

Gewichtskraft

F	Kraft	N
m	Masse	kg
a	Beschleunigung	m/s^2
g	Fallbeschleunigung	m/s^2

Ein **Newton** ist gleich der Kraft, die einem Körper mit der Masse $m = 1 \text{ kg}$ die Beschleunigung $a = 1 \text{ m/s}^2$ erteilt.

Die Krafteinheit

$$[F] = [m] \cdot [a] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}$$

12 $1 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} = 1 \text{ Newton} = 1 \text{ N}$

1 daN	$= 1 \text{ Dekanewton} = 10 \text{ N}$	je nach Größe Benordnung der Kraft
1 kN	$= 1 \text{ Kilonewton} = 10^3 \text{ N}$	
1 MN	$= 1 \text{ Meganewton} = 10^6 \text{ N}$	

Das dritte Newton'sche Axiom bzw. Wechselwirkungsgesetz

Wirkende Kraft = zurückwirkende Kraft bzw. Aktionskraft = Reaktionskraft (actio = reactio)

1

A11 Verformende Wirkung einer Kraft

Hooke'sches Gesetz

Nur im elastischen Verformungsbereich gültig.

$$F = c \cdot s \quad 2$$

Hooke'sches Gesetz

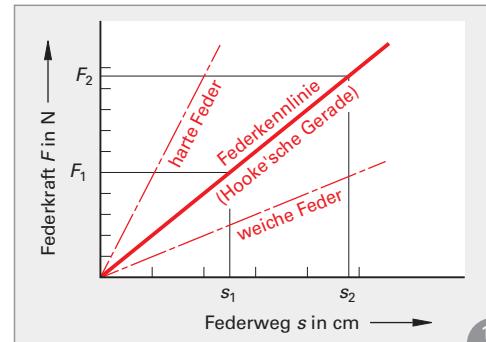
$$c = \frac{F}{s} \quad 3$$

Federkonstante (→ A18)

Die **Federkonstante** wird auch als **Federrate** oder **Federsteifigkeit** bezeichnet. Sie gibt an, welche Kraft F in N für einen **Federweg** s (Federverlängerung) in mm oder in m erforderlich ist.

$$1 \frac{N}{mm} = 10^3 \frac{N}{m} \quad 4$$

(→ A18) → **Federspannarbeit**



Obige Gleichungen gelten nur bei Federn mit **linearer Federkennlinie** (→ Bild 1), nicht bei progressivem oder degressivem Verhalten.

F	Federkraft	N
c	Federkonstante	$N/m, N/mm$
s	Federweg	m, mm

Deformation kompakter Körper (→ Bild 2)

$$\Delta l = l - l_0 \quad 5$$

Längenänderung

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \quad 6$$

Dehnung $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot 100\%$ Dehnung in %

$$\varepsilon = \alpha \cdot \sigma \quad 7$$

Hooke'sches Gesetz $\rightarrow \alpha = \frac{1}{E}$ Somit:

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \cdot \sigma = \frac{\sigma}{E} \quad 8$$

Hooke'sches Gesetz

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \cdot \sigma^n \quad 9$$

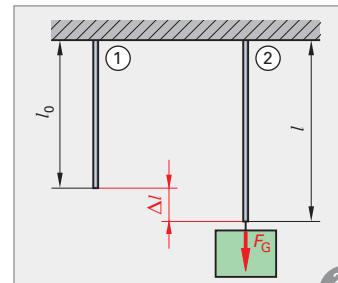
Bach-Schüle-Potenzgesetz

Der **E-Modul** ist stark temperaturabhängig.

$n = 1$: Hooke, z. B. alle Stähle

$n < 1$: z. B. Leder, viele Kunststoffe

$n > 1$: z. B. GG, Cu, Steine, Mörtel



Δl	Längenänderung	mm
l_0	Ausgangslänge	mm
l	Endlänge	mm
E	Elastizitätsmodul (→ T6)	N/mm^2
σ	Spannung (Zug oder Druck)	N/mm^2
n	Exponent (nebenst. Tabelle)	1

Querkontraktion (→ Bilder 3 + 4)

$$\varepsilon_q = \frac{\Delta d}{d_0} = \frac{\Delta s}{s_0} \quad 10$$

Querkontraktion

$$\varepsilon_q = \mu \cdot \varepsilon = \mu \cdot \frac{\Delta l}{l_0} \quad 11$$

Querkontraktion, auch Querdehnung, Querkürzung

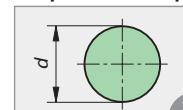
$$\mu = \frac{\varepsilon_q}{\varepsilon} \quad 12$$

Poisson'sche Zahl

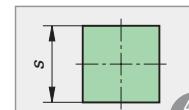
Bei Stahl und beinahe allen Metallen ist

$\mu \approx 0,3 \rightarrow$ Formel- und Tabellensammlung
Technische Mechanik

Beispiele für Stabquerschnitte:



d	Enddurchmesser	mm
d_0	Ausgangsdurchmesser	mm
s	Endkantenlänge	mm
s_0	Ausgangskantenlänge	mm
ε	Dehnung	1
l	Endlänge	mm
l_0	Ausgangslänge	mm

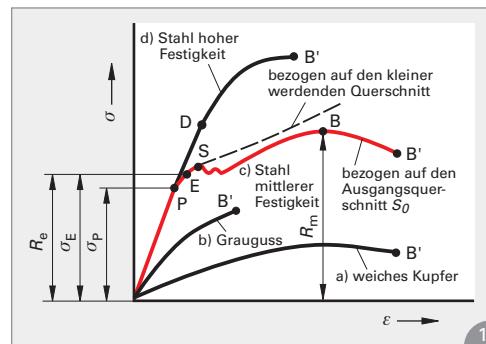


Spannungs-, Dehnungs-Diagramm für Zug (→ Bild 1) und Belastungsgrenzen

Punkt im σ, ε -Diagramm	Grenzspannung in N/mm ²
P → Proportionalitätsgrenze	σ_P
E → Elastizitätsgrenze	σ_E
S → Streckgrenze oder Fließgrenze	R_e
B → Zugfestigkeit	R_m
D → 0,2%-Dehngrenze	$R_{P,0,2}$

Außer durch **Zug** sind Verformungen bei **Druck**, **Scherung**, **Flächenpressung**, **Biegung**, **Torsion** und **Knickung** möglich.

→ Formel- und Tabellensammlung
Technische Mechanik



1

A12 Die Kraft als Vektor

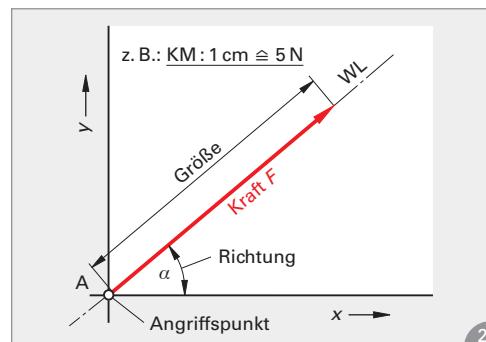
Merkmale einer Kraft (→ Bild 2)

Größe → Dies ist der **Betrag der Kraft**, der in Verbindung mit einem **Kräftemaßstab (KM)** bestimmt wird.

Richtung → Diese entspricht der Richtung der **Wirkungslinie (WL)**. Sie ist durch einen Winkel α gegenüber der x -Achse festgelegt.

Angriffspunkt → Ort, an dem die Kraft F am Körper angreift.

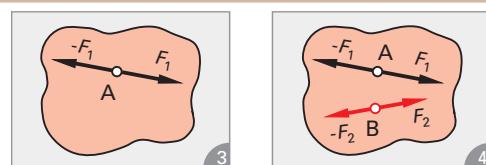
Sinn → **Zugkraft** oder **Druckkraft**. Festlegung mittels **Vorzeichen**.



2

Erweiterungssatz

Bei einem **Kräfteystem** (→ Bild 3) dürfen Kräfte hinzugefügt oder weggenommen werden, wenn sie gleich groß und entgegengesetzt gerichtet sind und auf derselben WL liegen (→ Bild 4).

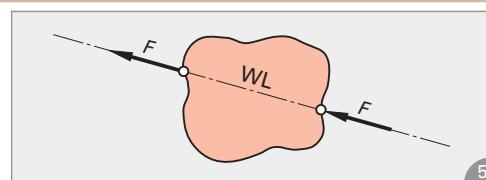


3

4

Längsverschiebungssatz

Eine Kraft darf auf ihrer WL verschoben werden (→ Bild 5). Dadurch ändert sich ihre Wirkung auf den Körper nicht.



5

Zusammensetzen von Einzelkräften im zentralen Kräfteystem (→ Bild 6)

Zeichnerische Lösung (→ A8)

Allgemeines Kräfteystem → Formel- und Tabellensammlung
Technische Mechanik



6

A

Zwei Kräfte im zentralen Kräftesystem (→ Bild 6, Seite 17)

$$F_r = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha} \quad 1$$

Größe von F_r

F_r ist die resultierende Kraft, kurz: **Resultierende** (Ersatzkraft).

Beliebig viele Kräfte im zentralen Kräftesystem (→ Bilder 1 und 2)

Gemäß dem **Lageplan** (LP) (→ Bild 1) alle **Horizontalkomponenten** ($F_{1x}, F_{2x} \dots$) und alle **Vertikalkomponenten** ($F_{1y}, F_{2y} \dots$) ermitteln, und zwar unter Beachtung der **Vorzeichen**.

Unverbindlicher Vorschlag nur **Vorzeichenwahl**:

- ← ↓ Nach links und nach unten gerichtete Kräfte: minus (–)
- ↑ Nach rechts und nach oben gerichtete Kräfte: plus (+)

z. B. (Bild 1): $F_{1x} = -F_1 \cdot \cos \alpha$; $F_{1y} = +F_1 \cdot \sin \alpha$

$$\Sigma F_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots \quad 2$$

Summe der Horizontalkomponenten

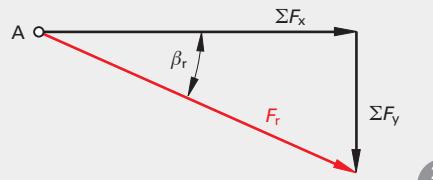
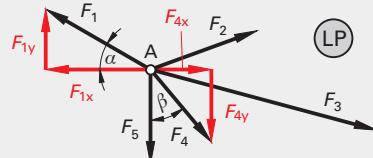
$$\Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots \quad 3$$

Summe der Vertikalkomponenten

$$F_r = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2} \quad 4$$

Größe von F_r

$$\tan \beta_r = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} \quad 5$$

Richtung von F_r (mit den Bezeichnungen der Bilder 1 und 2)

Zerlegung von Einzelkräften in Kraftkomponenten

Die **Richtungen** beider Komponenten sind **bekannt** (→ Bild 3). Lösung entsprechend Bild 4. Sonderfall: Die Komponenten sind horizontal und vertikal gerichtet (→ Bild 5).

$$F_x = F \cdot \cos \alpha = F \cdot \sin \beta \quad 6$$

Horizontalkomponente

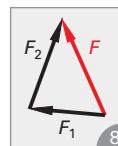
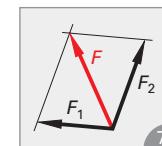
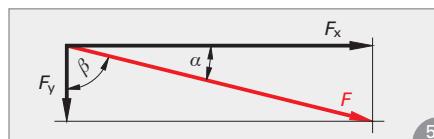
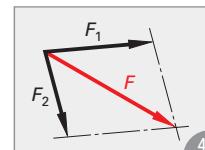
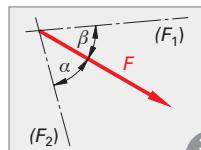
$$F_y = F \cdot \sin \alpha = F \cdot \cos \beta \quad 7$$

Vertikalkomponente

Werden nur die Wirkungslinien der Kräfte gezeichnet (→ Bild 3), setzt man die Kraftbezeichnungen in runde Klammern.

Größe und Richtung einer Kraftkomponente ist bekannt (→ Bild 6). Lösung mit **Kräfteparallelogramm** (→ Bild 7) oder mit **Kräfteeck** (→ Bild 8).

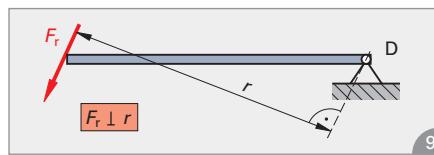
Die zu zerlegende Kraft F ist im Kräfteparallelogramm die Diagonale.



A13 Das Kraftmoment und seine Wirkungen

Das Kraftmoment als physikalische Größe

DIN 1304: Das **Kraftmoment** M ist gleich dem Produkt aus der Kraft F und dem senkrechten Abstand ihrer Wirkungslinie r zu einem bestimmten Punkt, dem **Drehpunkt D** (→ Bild 9).



$$M_d = F_r \cdot r \quad 1$$

Kraftmoment bzw. Drehmoment

Geht die Wirkungslinie WL von F_r nicht durch den Drehpunkt D eines Drehkörpers, dann erzeugt F_r ein Kraftmoment (Drehmoment).

M_d	Kraftmoment (Drehmoment)	Nm
F_r	Resultierende (oder Einzelkraft)	N
r	Hebelarm senkrecht zur Kraft	m

Einheit des Drehmomentes: Newtonmeter

A

Drehinn und Vorzeichen von M_d (→ Bilder 1 und 2)

positives Drehmoment →  → \oplus → **Linksdrehsinn** (entgegen dem Uhrzeigersinn)

negatives Drehmoment →  → \ominus → **Rechtsdrehsinn** (im Uhrzeigersinn)

Resultierendes Drehmoment und Wirkung von Schrägkräften

Das **Gesamtdrehmoment** = **resultierendes Drehmoment** M_{dr} entspricht der Summe der Einzeldrehmomente (→ Bild 3).

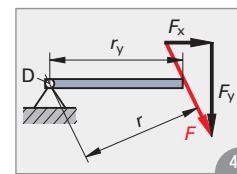
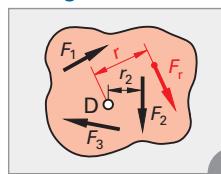
Vorzeichenregel beachten! Somit:

$$M_{dr} = F_r \cdot r = F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2 + \dots \quad 2$$

resultierendes Drehmoment

Bei **Schrägkräften** (→ Bild 4) ist der im rechten Winkel zur Kraft F gerichtete Hebelarm in die Rechnung einzusetzen.

$$M_d = F \cdot r = F_y \cdot r_y \quad 3$$

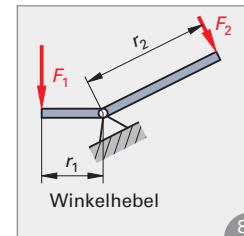
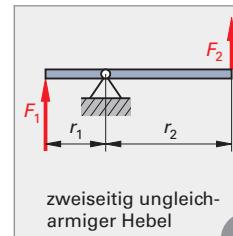
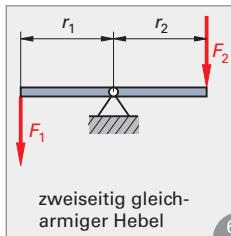
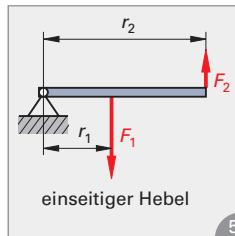
Drehmoment bei Schrägkräften (→ Bild 4)


M_{dr}	resultierendes Drehmoment	Nm
F_r	Resultierende	N
r	senkrechter Hebelarm von F_r	m
F_1, F_2	Einzelkräfte	N
F_y	senkrechte Komponente von F	N
r_y	senkrechter Hebelarm von F_y	m

Hebelarten und Hebelgesetz

Einseitiger (einarmiger) Hebel → der stabförmige Hebel hat seinen Drehpunkt an einem Ende

Zweiseitiger (zweiarmiger) Hebel → der stabförmige Hebel hat seinen Drehpunkt zwischen seinen beiden Enden



Unabhängig von der **Hebelart** werden die **Hebelarme** vom Angriffspunkt der Kraft bis zum Drehpunkt, d. h. bis zum Hebellager, gemessen ($F \perp r$).

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2 \quad 4$$

Hebelgesetz

F_1, F_2	Kräfte	N
r_1, r_2	Hebelarme	m

$$\Sigma M_d = 0 \quad 5$$

Momentengleichgewicht
Kräftepaar und Parallelverschiebungssatz

Zwei gleich große, entgegengesetzt gerichtete und parallele Kräfte (Abstand r , Bild 9) heißen **Kräftepaar**.



A

$$M_d = F \cdot r \quad 1 \quad \text{Moment des Kräftepaars} \longrightarrow$$

Der Abstand des Kräftepaars vom Drehpunkt beeinflusst nicht das vom Kräftepaar erzeugte Drehmoment M_d .

Daraus folgt der **Parallelverschiebungssatz**:

Verschiebt man eine Kraft F um das Maß r auf eine zu ihr parallele WL, so wird mit einem entgegenwirkenden Kraftmoment $F \cdot r$ **Momentengleichgewicht** erreicht.

Rechnerische Ermittlung von F_r mit Hilfe des Momentensatzes

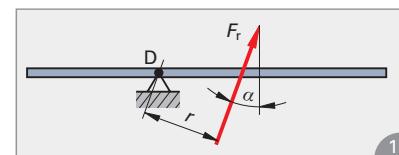
$$M_{dr} = F_r \cdot r = F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2 + \dots \quad 2$$

$$r = \frac{M_{dr}}{F_r} = \frac{\sum M_d}{F_r} = \frac{F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2 + \dots}{F_r} \quad 3$$

$$F_r = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} \quad 4$$

$$\tan \alpha = \frac{\sum F_x}{\sum F_y} \quad 5$$

Momentensatz bzw. resultierendes Drehmoment



Auflagerkräfte beim Träger auf zwei Stützen (→ Bild 2)

$$\sum M_d(A) = 0 \quad 6$$

$$\sum M_d(B) = 0 \quad 7$$

$$\sum F_y = 0 \quad 8$$

$$\sum F_x = 0 \quad 12$$

$$F_{Ay} = \frac{\sum (F_y \cdot b)}{l} \quad 9$$

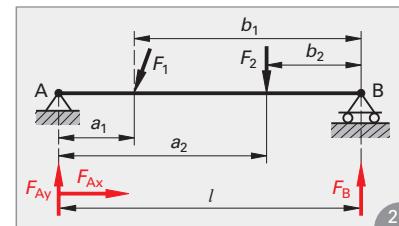
$$F_B = \frac{\sum (F_y \cdot a)}{l} \quad 10$$

$$F_{Ax} = -\sum F_x \quad 13$$

Kontrolle:

$$F_{Ay} + F_B = \sum F_y \quad 11$$

Vorzeichenregel beachten.



Bestimmung von Schwerpunkten mittels Momentensatz

Linienschwerpunkte (→ Bild 3)

Der **Momentensatz** kann im erweiterten Sinn zur Anwendung kommen. Statt mit Kraftmomenten wird mit **Linienmomenten** gearbeitet.

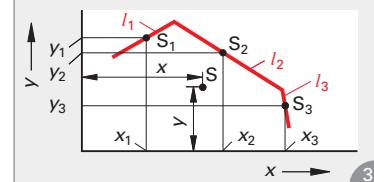
Linienmoment: Produkt aus Linienlänge und dem Abstand ihres Schwerpunktes zu einem Drehpunkt oder einer Drehachse (→ Bild 3).

$$x = \frac{l_1 \cdot x_1 + l_2 \cdot x_2 + \dots}{l_1 + l_2 + \dots} \quad 14$$

x-Komponente

$$y = \frac{l_1 \cdot y_1 + l_2 \cdot y_2 + \dots}{l_1 + l_2 + \dots} \quad 15$$

y-Komponente



l_1, l_2 Linienlängen m

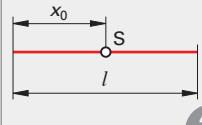
x_1, y_1 Schwerpunktabstände m

x_2, y_2

Bei gekrümmten Linienzügen teilt man diese in viele kurze gerade Stücke ein und kommt so mit dem Momentensatz zu einer Näherungslösung.

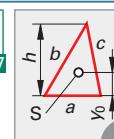
gerader Linienzug

$$x_0 = \frac{l}{2} \quad 16$$



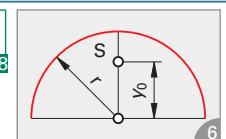
Umfang eines Dreiecks

$$Y_0 = \frac{h \cdot (b + c)}{2 \cdot (a + b + c)} \quad 17$$



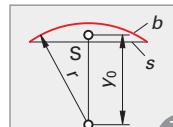
Halbkreisbogen

$$Y_0 = \frac{2 \cdot r}{\pi} \quad 18$$



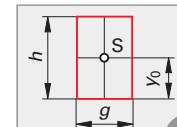
Kreisbogen

$$Y_0 = r \cdot \frac{s}{b} \quad 19$$



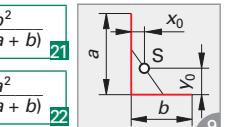
Umfang eines Rechteckes

$$Y_0 = \frac{h}{2} \quad 20$$



rechter Winkel

$$X_0 = \frac{b^2}{2 \cdot (a + b)} \quad 21$$



$$Y_0 = \frac{a^2}{2 \cdot (a + b)} \quad 22$$