



Silvia Ferdinand • Martin Kaulich • Falko Wieneke

Tabellenbuch Ingenieurwissenschaften

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorfer Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 13668

Autoren:

Silvia Ferdinand
Martin Kaulich
Falko Wieneke

Oberstudienrätin
Studiendirektor
Dipl.-Ing. Studiendirektor

Bottrop
Soest
Essen

Lektorat:

Falko Wieneke, Essen

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Maßgebend für die Anwendung der Normen und der anderen Regelwerke sind deren neusten Ausgaben. Sie können durch die Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

1. Auflage 2019, korrigierter Nachdruck 2020

Druck 5 4 3 2

Alle Drucke dieser Auflage sind im Unterricht nebeneinander einsetzbar, da sie bis auf korrigierte Druckfehler und kleine Normänderungen unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-1366-8

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2019 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: PER MEDIEN + MARKETING GmbH, 38102 Braunschweig
rkt, 42799 Leichlingen, www.rktypo.com

Umschlaggestaltung: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfotos: © Sauter Feinmechanik GmbH, Metzingen,

© Fluke Deutschland GmbH, Glottertal

Druck: Lensing Druck GmbH & Co. KG, 44149 Dortmund, www.lensingdruck.de

Vorwort

Zielgruppen des Tabellenbuchs

- Lernende des Beruflichen Gymnasiums mit dem Schwerpunkt Ingenieurwissenschaften
- Lernende der Höheren Berufsfachschule mit dem Schwerpunkt Ingenieurtechnik
- Lernende der technischen Fachschule mit ingenieurwissenschaftlichen Grundlagenfächern
- Studenten im ingenieurwissenschaftlichen bzw. ingenieurtechnischem Studium

Inhalt

Das **Tabellenbuch Ingenieurwissenschaften** beinhaltet die technischen Bereiche Bautechnik, Maschinenbautechnik und Elektrotechnik. Es verknüpft die drei Bereiche und bietet die Möglichkeit, übergreifende Aufgabenstellungen zu bearbeiten. Hierdurch erhalten Lernende einen Einblick in verschiedene Bereiche der Technik und erkennen realitätsnah die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Disziplinen.

Das Tabellenbuch findet insbesondere im Leistungskurs **Ingenieurwissenschaften** des Beruflichen Gymnasiums und in den technischen Fächern des Schwerpunkts **Ingenieurtechnik** der Höheren Berufsfachschule seinen Einsatz.

Der Inhalt des Buches ist in acht Hauptkapitel gegliedert, die in der rechten Spalte angegeben sind. Es ist auf die Bildungspläne der Zielgruppen abgestimmt.

Grundlage des Tabellenbuchs Ingenieurwissenschaften sind die Tabellenbücher Bautechnik, Metall und Elektrotechnik des Verlages. Die Autoren dieses Buches bedanken sich für die Möglichkeit, Seiten der jeweiligen Tabellenbücher zu entnehmen und für das vorliegende Buch anzupassen.

Das **Inhaltsverzeichnis** am Anfang des Buches wird durch Inhaltsverzeichnisse vor den Hauptkapiteln ergänzt.

Das **Sachwortverzeichnis** am Schluss des Buches enthält die wichtigsten Begriffe zum schnellen Auffinden der Formeln und Tabellen.

Die Autoren und der Verlag sind allen Nutzern des Tabellenbuchs Ingenieurwissenschaften für kritische Hinweise und Verbesserungsvorschläge an lektorat@europa-lehrmittel.de dankbar.

Sommer 2019

Autoren und Verlag

1 Mathematisch
physikalische
Grundlagen

G

2 Festigkeits-
lehre

F

3 Technische
Kommunikation

K

4 Werkstoffe

W

5 Bautechnik

B

6 Maschinenbau-
technik

M

7 Elektrotechnik

E

8 Arbeitsschutz

A

Inhaltsverzeichnis

1 Mathematisch-physikalische Grundlagen

9

1.1 Einheiten und Formeln

Einheiten im Messwesen	10
Formelzeichen, mathematische Zeichen	13
Formeln, Gleichungen, Diagramme	14
Umstellen von Formeln	15
Größen und Einheiten	16
Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung	17

1.2 Winkel, Dreiecke und Längen

Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras	18
Funktionen im Dreieck	19
Teilung von Längen, Bogenlänge, zusammen- gesetzte Länge	20
Gestreckte Länge, Federdrahtlänge, Rohlänge	21

1.3 Flächen, Oberflächen und Volumen

Eckige Flächen	22
Dreieck, Vieleck, Kreis	23
Kreisausschnitt, Kreisabschnitt, Kreisring, Ellipse	24
Würfel, Vierkantprisma, Zylinder, Hohl- zylinder, Pyramide	25
Pyramidenstumpf, Kegel, Kegelstumpf, Kugel, Kugelabschnitt	26

1.4 Masse und Schwerpunkte

Volumen zusammengesetzter Körper, Berechnung der Masse	27
Linien- und Flächenschwerpunkte	28

1.5 Mechanik

Masse, Dichte, Wichte, Kraft	29
Überlagerung (Superposition) von zwei oder mehreren Kräften	30
Gewichtskraft, Gleichgewichtsbedingungen an der Rolle	31
Hooke'sches Gesetz	32
Reibung	33
Anziehungskräfte	34
Schiefe Ebene	35

1.6 Bewegung

Geradlinige Bewegung	36
Kreisförmige Bewegung, Kräfte und Momente	37
Arbeit, Leistung, Energie	38

1.7 Wirkungsgrad, Wärmetechnik

Wirkungsgrad	39
Auswirkung bei Temperaturänderung	39
Wärme beim Schmelzen, Verdampfen, Verbrennen	40

1.8 Druck in Flüssigkeiten und Gasen

Druckarten, hydraulische Kraftübersetzung ..	41
Druckübersetzung, Durchfluss- geschwindigkeit, Zustandsänderung	42

2 Festigkeitslehre

43

2.1 Statik

Gleichgewichtsbedingungen	44
Zustandslinien, Beanspruchungsarten, Grenzspannungen	45
Beanspruchung auf Biegung	46
Flächen- und Widerstandsmomente	47

2.2 Festigkeitslehre in der Bautechnik

Sicherheitskonzept in der Bautechnik	48
Spannungen und Festigkeiten	50
Formänderung, Steifigkeit und Stabilität	52
Lastannahmen	53

2.3 Festigkeitslehre in der Maschinenbautechnik

Beanspruchung auf Zug, Druck, Flächen- pressung	63
Beanspruchung auf Abscherung, Torsion, Biegung	64
Knickung, zusammengesetzte Beanspruchung ..	65
Beispiel zur Biegebelastung, Belastungsfälle ..	66
Sicherheitskonzept bei statischer Belastung ..	67
Sicherheitskonzept bei dynamischer Belastung	68
Gestaltfestigkeit	69
Festigkeitsberechnungen (Beispiele)	70

3 Technische Kommunikation

71

3.1 Koordinatensysteme

Kartesisches Koordinatensystem, Polarkoordinatensystem	72
---	----

3.2 Darstellungen in Zeichnungen

Schriftzeichen	73
Maßstäbe in Bauzeichnungen, Maßstäbe und Radien im Maschinenbau ..	74
Zeichenblätter, Schriftfelder	75
Linienarten und Linienbreiten in der Bautechnik	76

Linien in Zeichnungen der Maschinentechnik ..	77
Schraffuren in der Bautechnik	78
Schnittdarstellungen im Maschinenbau	80
Projektionsmethoden	82

3.3 Technische Kommunikation in der Bautechnik

Bemaßung in Bauzeichnungen	84
Treppen	86
Dachformen	89

3.4 Technische Kommunikation in der Maschinenbautechnik

Maßeintragung in Zeichnungen der Maschinenbautechnik	90
Darstellung von Dichtungen und Wälzlagern ..	96
Darstellung von Sicherungsringen, Federn und Keilwellen	98
Butzen an Drehteilen, Werkstückkanten	99
Freistiche für Werkstückecken	100
Ausläufe und Freistiche für Gewinde	101
Darstellung von Gewinden und Schraubenverbindungen	102
Zentrierbohrungen, Rändel	103
Gestaltabweichungen und Rauheitskenngrößen	104
Oberflächenangaben	105
Zuordnung von Rauheitswerten, Rauheit von Oberflächen	107
ISO-System für Grenzmaße und Passungen ..	108
ISO-Passungen	110
Allgemeintoleranzen, Wälzlagerpassungen ..	116
Passungsempfehlungen, Passungsauswahl ..	117
Geometrische Tolerierung	118

3.5 Technische Kommunikation in der Elektrotechnik

Grafische Darstellung von Kennlinien	121
Schaltpläne als funktionsbezogene Dokumente	122

Kennzeichnungen in Schaltplänen	123
Kennbuchstaben der Objekte (Betriebsmittel) in Schaltplänen	124
Kontaktkennzeichnung in Stromlaufplänen ..	125
Stromkreise und Schaltzeichen	126
Allgemeine Schaltzeichen	127
Zusatzschaltzeichen, Schalter in Energieanlagen	128
Messinstrumente und Messgeräte	129
Schaltzeichen für Installationsschaltpläne und Installationspläne	130
Installationsschaltpläne	132
Spulen, Transformatoren, drehende Generatoren	133
Vergleich von Schaltzeichen	134
Kurzzeichen an elektrischen Betriebsmitteln (Beispiele)	136
Hydraulische und pneumatische Elemente ..	137
Elektrische Messgeräte und Messwerke	138
Piktogramme für die Messtechnik	139
Mess-Schaltungen zur Widerstandsbestimmung	140
Messbereichserweiterung	141
Messungen in elektrischen Anlagen	142
Elektrizitätszähler	145
Elektronische kWh-Zähler	146
Oszilloskope	147
Messen mit dem Oszilloskop	148

4 Werkstoffe

149

4.1 Stoffe

Stoffwerte	150
Periodisches System der Elemente	152

4.2 Werkstoffe in der Bautechnik

Ziegel und Klinker	153
Kalksandsteine	155
Mauersteine aus Beton/Betonsteine	156
Porenbetonsteine	157
Bindemittel	158
Zemente	158
Baukalke	160
Gesteinskörnungen	161
Kornzusammensetzung für Betone	163
Beton	166
Betonstähle	177
Holz	179
Holzwerkstoffe	185
Holzschutz	188
Bauglas, Glas	190
Kunststoffe in der Bautechnik	191

4.3 Werkstoffe in der Maschinenbautechnik

Einteilung der Stähle	193
Bezeichnungssystem der Stähle	194
Stähle – Übersicht	198
Stähle	200
Gusseisenwerkstoffe – Übersicht	208
Gusseisenwerkstoffe	209
Aluminium, Aluminium-Knetlegierungen – Übersicht	211

Aluminium, Aluminium-Knetlegierungen	212
Aluminium-Gusslegierungen	215
Schwermetalle – Übersicht	216
Bezeichnungssystem von Schwermetallen	217
Kupferlegierungen	218
Verbundwerkstoffe, keramische Werkstoffe ..	220
Sintermetalle	221
Kunststoffe in der Maschinenbautechnik	222

4.4 Werkstoffe der Elektrotechnik

Leitende Werkstoffe der Elektrotechnik (Nichteisenmetalle)	229
Magnetisierungskennlinien	230
Magnetwerkstoffe	231
Lote, Thermobimetalle, Kohlebürsten	232
Kontaktwerkstoffe, Freileitungen	233
Isolierstoffe	234
Hilfsstoffe	236
Leitungen und Kabel	237
Starkstromleitungen	238
Weitere Leitungen für feste Verlegung	240
Leitungen zum Anschluss ortsveränderlicher Betriebsmittel	241
Leitungen und Kabel für Melde- und Signalanlagen	242
Leitungen in Datennetzen	243
Code zur Farbkennzeichnung, Starkstromkabel	244
Steckvorrichtungen der Energietechnik	245
Steckverbinder	246

5 Bautechnik**247****5.1 Baurecht**

Kosten von Hochbauten	248
Grundflächen	250
Rauminhalte	251
Wohnflächenverordnung	253
Baugesetzbuch	254
Elemente des Baurechts	255
Maß der baulichen Nutzung (BauNVO)	257

5.2 Betonbau, Stahlbetonbau und Spannbetonbau

Bemessung von Beton	258
Bemessung der Querkraft	262
Biegen von Betonstählen	263
Querkraftbewehrung	263
Querkraftbewehrung/Bügel	264
Konstruktionshinweise für Balken und Platten	264
Querschnittstablen für Balken- und Platten- bewehrungen	265
Betonstahlmatten	266

5.3 Bauphysik

Bauphysik – Übersicht	267
Dämmstoffe	268
Dichtstoffe und Sperrstoffe	269
Wärmeschutztechnische Rechenwerte	270
Wärme- und feuchteschutztechnische Bemessungswerte	272
Wärmeschutz	273
Luftschichten	275
Energieeinsparverordnung (EnEV)	278
Anlagenaufwandszahl e_p	281
Nachweisverfahren nach EnEV 2014	282
Vereinfachtes Jahresbilanz-Verfahren nach EnEV	283
Energieausweis	284

Feuchteschutz und Tauwasserschutz	288
Bauliche Schutzmaßnahmen	289
Klimabedingter Feuchtigkeitsschutz	291
Feuchteschutztechnische Berechnungen	291
Wasserdampfsättigungsdruck und -menge	293
Sättigungsdruck und -menge in Abhängigkeit von der Temperatur	293
Wasserdampfsättigungsdruck p_{sat} in Abhängigkeit von der Temperatur	294
Luftfeuchte	295
Schimmelbildung	297
Schallschutz	299
Schalldämmung	300
Brandschutz	304

5.4 Mauerwerksbau

Maßordnung im Hochbau	313
Gemauerte Wände	314
Charakteristische Druckfestigkeiten von Mauerwerk	315
Vereinfachte Bemessungsmethode für tragende Mauerwände	316
Kelleraußenwände	318
Nicht tragende innere Trennwände	319
Statische und konstruktive Maßnahmen	320

5.5 Holzbau

Einstufungen im Holzbau	321
Festigkeitswerte	322
Bemessungsregeln	323
Querschnittswerte	324
Zimmermannsmäßige Holzverbindungen	325
Versätze	327
Verbindungsmittel	327
Holzverbinder, Blechformteile	329
Bolzen, Passbolzen und Stabdübel	330

6 Maschinenbautechnik**331****6.1 Erzeugnisse aus Stahl**

Bleche und Bänder	332
Rohre	334
Stabprofile	335
Hohlprofile	343

6.2 Maschinenelemente

Gewinde	344
Schrauben	348
Muttern	362
Scheiben, Stifte, Bolzen	368
Welle-Nabe-Verbindungen	371
Federn	374
Zahnräder, Getriebe	377
Gleitlager, Wälzlager	381
Nadellager, Nutmuttern, Sicherungsbleche	388
Sicherungsringe, Sicherungsscheiben	389
Dichtungen, Schmierstoffe	390

6.3 Wärmebehandlung

Abkühlungskurve, Kristallgitter, Legierungen	392
Zustandsdiagramme, Temperaturbereiche	393
Wärmebehandlung der Stähle	395

6.4 Werkstoffprüfung

Werkstoffprüfverfahren	396
Zugversuch, Kerschlagbiegeversuch	398
Härteprüfung nach Brinell und Rockwell	399
Härteprüfung nach Vickers, Umrechnungstabelle	400

6.5 Fertigungstechnik

Zerspanungsvorgänge	401
Spezifische Schnittkraft	402
Drehzahl diagramm	403
Schneidstoffe	404
Drehen	407
Fertigungsplanung beim Drehen	408
Kräfte und Leistungen beim Drehen	416
Hauptnutzungszeit beim Drehen	417
Fräsen	418
Fertigungsplanung beim Fräsen	419
Kräfte und Leistungen beim Fräsen	424
Hauptnutzungszeit beim Fräsen	425
Bohren, Gewindebohren, Reiben	426
Schnittdaten beim Bohren und Senken	427

Schnittdaten beim Gewindebohren, Kräfte und Leistungen	429	CNC-Drehen und CNC-Fräsen nach DIN.	443
Bohren, Hauptnutzungszeit, Probleme	430	CNC-Drehen nach PAL	446
Schleifen	431	CNC-Fräsen nach PAL	452
Biegen	433	6.7 Pneumatik, Hydraulik	
Tiefziehen	436	Schaltzeichen, Wegeventile	461
Scherschneiden	439	Binäre Verknüpfungen (Pneumatik)	463
Schmelzschweißen	440	Kennzeichnung industrieller Systeme	464
6.6 CNC-Technik		Schaltpläne, Aufbau und Kennzeichnung	466
Koordinatensysteme, Nullpunkte	441	Pneumatische Steuerung	468
Werkzeugkorrekturen, Bahnkorrekturen	442	Pneumatikzylinder	469
		Kolbenkraft, Geschwindigkeit und Leistung	470
7 Elektrotechnik	471		
7.1 Grundlagen		7.3 Energieversorgung	
Ladung, Spannung, Stromstärke, Widerstand	472	Transformatoren	517
Elektrische Leistung, elektrische Arbeit	473	Kraftwerksarten	522
Elektrisches Feld, Kondensator	474	Drehende Generatoren	523
Wechselgrößen, Wellenlänge, Leistung	475	Netze der Energietechnik	524
Magnetisches Feld	477		
Schaltungen von Widerständen	479	7.4 Automatisierungs- und Antriebstechnik	
Ersatzspannungsquelle, Ersatzstromquelle, Anpassung	481	Zahlensysteme	525
Grundschaltungen von Induktivitäten und Kapazitäten	482	ASCII-Code im Unicode	527
Drehphasenwechselstrom (Drehstrom)	488	Schaltalgebra und binäre Verknüpfungen	528
Widerstände und Kondensatoren	490	Entwicklung von Schaltnetzen	530
Halbleiterelemente	492	Code-Umsetzer	531
7.2 Elektrische Installation		Komparatoren, Flipflops, Zähler und Schieberegister	532
Arbeiten an elektrischen Anlagen, Leitungsverlegung	499	DA-Umsetzer und AD-Umsetzer	534
Installationsschaltungen	500	Modulation und Demodulation	535
Hausanschluss mit Schutzpotenzialausgleich	502	Netze der Informationstechnik	536
Fundamentierder im Beton oder in Erde	503	Komponenten für Datennetze	537
Leitungsführung in Wohngebäuden	504	Ethernet-Netzwerk	538
Leitungsberechnung ohne Verzweigung	505	Signalübertragung	541
Überlastschutz und Kurzschlusschutz von Leitungen	507	Struktogramme und Programmablaufpläne (PAP)	542
Verlegearten für feste Verlegung	508	Speicherprogrammierbare Steuerung SPS	543
Strombelastbarkeiten für Kabel und Leitungen bei $\vartheta_U = 25^\circ\text{C}$	509	Steueranweisungen für SPS	544
Strombelastbarkeiten für Kabel und Leitungen bei $\vartheta_U = 30^\circ\text{C}$	510	Programmstruktur für SPS S7	546
Strombelastbarkeiten für Kabel und Leitungen für feste Verlegung	511	Ablaufsteuerungen mit GRAFCET	547
Umrechnungsfaktoren für die Strombelastbarkeit	512	Hilfsstromkreise	549
Mindest-Leiterquerschnitte, Strombelastbarkeit von Starkstromkabeln	513	Geräte der Steuertechnik	550
Überstrom-Schutzeinrichtungen	514	Schützsicherungen und Motorschutz	552
		Sensor-Anschlussstechnik	554
		Berechnungsformeln für drehende elektrische Motoren	555
		Konventionelle Gleichstromantriebe	556
		Leistungsschilder von drehenden elektrischen Maschinen	557
		Drehstrommotoren	558
		Einphasen-Wechselstrommotoren	559
		Gleichstrommotoren	560
		Anlassen von Kurzschlussläufermotoren	561
		Kompensation der Blindleistung	562

8 Arbeitsschutz

563

Arbeitsschutz

Erste Hilfe am Arbeitsplatz	564
Persönliche Schutzausrüstung PSA	565
Arbeits- und Umweltschutz	566
Global Harmonisiertes System (GHS).....	568
Sicherheitsfarben, Verbotsschilder	569
Sicherheitskennzeichnung	570
Berührungsarten, Stromgefährdung, Fehlerarten.....	573
Schutzmaßnahmen	574

Verteilungssysteme (Netzformen).....	575
Netzunabhängiger Fehlerschutz	576
Differenzstromgeräte.....	577
Fehlerschutz durch automatische Abschaltung der Stromversorgung	578
Weitere Schutzmaßnahmen	580
Weiterer Fehlerschutz in fachlich überwachten Anlagen.....	581
Prüfen von elektrischen Geräten	582
Schutzarten elektrischer Betriebsmittel.....	584
Schall und Lärm	585

Normen

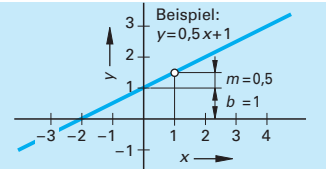
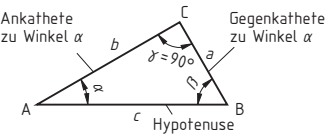
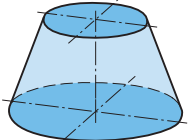
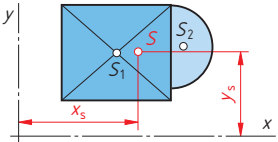
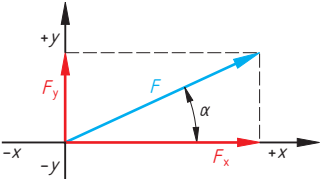
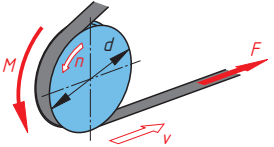
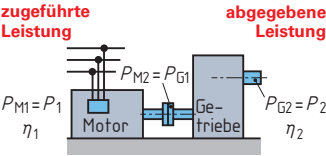
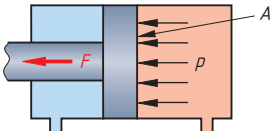
586

Normen

Normen und andere Regelwerke	586
------------------------------------	-----

Sachwortverzeichnis

587

1 Mathematisch-physikalische Grundlagen	
	1.1 Einheiten und Formeln Einheiten im Messwesen 10 Formelzeichen, mathematische Zeichen 13 Formeln, Gleichungen, Diagramme 14 Umstellen von Formeln 15 Größen und Einheiten 16 Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung 17
	1.2 Winkel, Dreiecke und Längen Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras 18 Funktionen im Dreieck 19 Teilung von Längen, Bogenlänge, zusammengesetzte Länge .. 20 Gestreckte Länge, Federdrahtlänge, Rohlänge 21
	1.3 Flächen, Oberflächen und Volumen Eckige Flächen 22 Dreieck, Vieleck, Kreis 23 Kreisausschnitt, Kreisabschnitt, Kreisring, Ellipse 24 Würfel, Vierkantprisma, Zylinder, Hohlzylinder, Pyramide 25 Pyramidenstumpf, Kegel, Kegelstumpf, Kugel, Kugelabschnitt 26
	1.4 Masse und Schwerpunkte Volumen zusammengesetzter Körper, Berechnung der Masse 27 Linien- und Flächenschwerpunkte 28
	1.5 Mechanik Masse, Dichte, Wichte, Kraft 29 Überlagerung (Superposition) von zwei oder mehreren Kräften 30 Gewichtskraft, Gleichgewichtsbedingungen an der Rolle 31 Hooke'sches Gesetz 32 Reibung 33 Anziehungskräfte 34 Schiefe Ebene 35
	1.6 Bewegung Geradlinige Bewegung 36 Kreisförmige Bewegung, Kräfte und Momente 37 Arbeit, Leistung, Energie 38
	1.7 Wirkungsgrad, Wärmetechnik Wirkungsgrad 39 Auswirkung bei Temperaturänderung 39 Wärme beim Schmelzen, Verdampfen, Verbrennen 40
	1.8 Druck in Flüssigkeiten und Gasen Druckarten, hydraulische Kraftübersetzung 41 Druckübersetzung, Durchflussgeschwindigkeit, Zustandsänderung 42

G

F

K

W

B

M

E

A

Einheiten im Messwesen

SI¹⁾-Basisgrößen und Basiseinheiten

vgl. DIN 1301-1 (2010-10), -2 (1978-02), -3 (1979-10)

Basisgröße	Länge	Masse	Zeit	Elektrische Stromstärke	Thermodynamische Temperatur	Stoffmenge	Lichtstärke
Basis-einheit	Meter	Kilogramm	Sekunde	Ampere	Kelvin	Mol	Candela
Einheitenzeichen	m	kg	s	A	K	mol	cd

1 Die Einheiten im Messwesen sind im Internationalen Einheitensystem (SI = **S**ystème **I**nternational d'**U**nités) festgelegt. Es baut auf den sieben Basiseinheiten (SI-Einheiten) auf, von denen weitere Einheiten abgeleitet sind.

Größen und ihre Einheiten

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Länge, Fläche, Volumen, Winkel					
Länge	l	Meter	m	1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm 1 mm = 1000 μ m 1 km = 1000 m	1 inch = 1 Zoll = 25,4 mm In der Luft- und Seefahrt gilt: 1 internationale Seemeile = 1852 m
Fläche	A, S	Quadratmeter Ar Hektar	m ² a ha	1 m ² = 10000 cm ² = 1000000 mm ² 1 a = 100 m ² 1 ha = 100 a = 10000 m ² 100 ha = 1 km ²	Zeichen S nur für Querschnittsflächen Ar und Hektar nur für Flächen von Grundstücken
Volumen	V	Kubikmeter Liter	m ³ l, L	1 m ³ = 1000 dm ³ = 1000000 cm ³ 1 l = 1 L = 1 dm ³ = 10 dl = 0,001 m ³ 1 ml = 1 cm ³	Meist für Flüssigkeiten und Gase
ebener Winkel (Winkel)	$\alpha, \beta, \gamma \dots$	Radian Grad Minute Sekunde	rad ° ' "	1 rad = 1 m/m = 57,2957...° = 180°/ π 1° = $\frac{\pi}{180}$ rad = 60' 1' = 1°/60 = 60" 1" = 1'/60 = 1°/3600	1 rad ist der Winkel, der aus einem um den Scheitelpunkt geschlagenen Kreis mit 1 m Radius einen Bogen von 1 m Länge schneidet. Bei technischen Berechnungen statt $\alpha = 33^\circ 17' 27,6''$ besser $\alpha = 33,291^\circ$ verwenden.
Raumwinkel	Ω	Steradian	sr	1 sr = 1 m ² /m ²	Der Raumwinkel von 1 sr umschließt auf der Oberfläche einer Kugel mit $r = 1$ m die Fläche eines Kugelabschnitts mit $A_0 = 1$ m ² .
Mechanik					
Masse	m	Kilogramm Gramm Megagramm Tonne	kg g Mg t	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg 1 t = 1000 kg = 1 Mg 0,2 g = 1 Kt	In der Alltagssprache bezeichnet man die Masse eines Körpers auch als Gewicht. Massenangabe für Edelsteine in Karat (Kt).
längenbezogene Masse	m'	Kilogramm pro Meter	kg/m	1 kg/m = 1 g/mm	Zur Berechnung der Masse von Stäben, Profilen, Rohren.
flächenbezogene Masse	m''	Kilogramm pro Meter hoch zwei	kg/m ²	1 kg/m ² = 0,1 g/cm ²	Zur Berechnung der Masse von Blechen.
Dichte	ρ	Kilogramm pro Meter hoch drei	kg/m ³	1000 kg/m ³ = 1 t/m ³ = 1 kg/dm ³ = 1 g/cm ³ = 1 g/ml = 1 mg/mm ³	Dichte = Masse eines Stoffes pro Volumeneinheit Für homogene Körper ist die Dichte eine vom Ort unabhängige Größe.

Einheiten im Messwesen (Fortsetzung)

Größen und ihre Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Mechanik					
Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades	J	Kilogramm mal Meter hoch zwei	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	Für homogene Vollzylinder mit Masse m und Radius r gilt: $J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$	Das Trägheitsmoment gibt den Widerstand eines starren, homogenen Körpers gegen die Änderung seiner Rotationsbewegung um eine Drehachse an.
Kraft	F	Newton	N	$1 \text{ N} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}}$	Die Kraft 1 N bewirkt bei der Masse 1 kg in 1 s eine Geschwindigkeitsänderung von 1 m/s.
Gewichtskraft	F_G, G			$1 \text{ MN} = 10^3 \text{ kN} = 1\,000\,000 \text{ N}$	
Dreh-, Biege-, Torsionsmoment	M M_b, M_r, T	Newton mal Meter	$\text{N} \cdot \text{m}$	$1 \text{ N} \cdot \text{m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}}$	1 N · m ist das Moment, das eine Kraft von 1 N bei einem Hebelarm von 1 m bewirkt.
Impuls	p	Kilogramm mal Meter pro Sekunde	$\text{kg} \cdot \text{m/s}$	$1 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{s}$	Der Impuls ist das Produkt aus Masse mal Geschwindigkeit. Er hat die Richtung der Geschwindigkeit.
Druck mechanische Spannung	p σ, τ	Pascal Newton pro Millimeter hoch zwei	Pa N/mm^2	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 0,01 \text{ mbar}$ $1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ N/m}^2 = 10 \text{ N/cm}^2 = 10^5 \text{ Pa}$ $1 \text{ mbar} = 1 \text{ hPa}$ $1 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ bar} = 1 \text{ MN/m}^2 = 1 \text{ MPa}$ $1 \text{ daN/cm}^2 = 0,1 \text{ N/mm}^2$	Unter Druck versteht man die Kraft je Flächeneinheit. Für Überdruck wird das Formelzeichen p_e verwendet (DIN 1314). 1 bar = 14,5 psi (pounds per square inch = Pfund pro Quadratinch)
Flächenmoment 2. Grades	I	Meter hoch vier; Zentimeter hoch vier	m^4 cm^4	$1 \text{ m}^4 = 100\,000\,000 \text{ cm}^4$	früher: Flächenträgheitsmoment
Energie, Arbeit, Wärmemenge	E, W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$	Joule für jede Energieart, kW·h bevorzugt für elektrische Energie.
Leistung, Wärmestrom	P Φ	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg/s}^3$	Leistung beschreibt die Arbeit, die in einer bestimmten Zeit verrichtet wurde.
Zeit					
Zeit, Zeitspanne, Dauer	t	Sekunde Minute Stunde Tag Jahr	s min h d a	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$ $1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$	3 h bedeutet eine Zeitspanne (3 Std.), 3 ^h bedeutet einen Zeitpunkt (3 Uhr). Werden Zeitpunkte in gemischter Form, z. B. 3 ^h 24 ^m 10 ^s geschrieben, so kann das Zeichen min auf m verkürzt werden.
Frequenz	f	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$	$1 \text{ Hz} \triangleq 1$ Schwingung in 1 Sekunde.
Drehzahl Umdrehungsfrequenz	n	1 pro Sekunde 1 pro Minute	1/s 1/min	$1/\text{s} = 60/\text{min} = 60 \text{ min}^{-1}$ $1/\text{min} = 1 \text{ min}^{-1} = \frac{1}{60 \text{ s}}$	Die Anzahl der Umdrehungen pro Zeiteinheit ergibt die Drehzahl, auch Drehfrequenz genannt.
Geschwindigkeit	v	Meter pro Sekunde Meter pro Minute Kilometer pro Stunde	m/s m/min km/h	$1 \text{ m/s} = 60 \text{ m/min} = 3,6 \text{ km/h}$ $1 \text{ m/min} = \frac{1 \text{ m}}{60 \text{ s}}$ $1 \text{ km/h} = \frac{1 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}$	Geschwindigkeit bei der Seefahrt in Knoten (kn): 1 kn = 1,852 km/h mile per hour = 1 mile/h = 1 mph 1 mph = 1,60934 km/h
Winkelgeschwindigkeit	ω	1 pro Sekunde Radiant pro Sekunde	1/s rad/s	$\omega = 2 \pi \cdot n$	Bei einer Drehzahl von $n = 2/\text{s}$ beträgt die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 4 \pi/\text{s}$.
Beschleunigung	a, g	Meter pro Sekunde hoch zwei	m/s^2	$1 \text{ m/s}^2 = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ s}}$	Formelzeichen g nur für Fallbeschleunigung. $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$

G

F

K

W

B

M

E

A

Einheiten im Messwesen (Fortsetzung)

Größen und ihre Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Elektrizität und Magnetismus					
Elektrische Stromstärke Elektr. Spannung Elektr. Widerstand Elektr. Leitwert	I	Ampere	A		Bewegte elektrische Ladung nennt man Strom. Die Spannung ist gleich der Potenzialdifferenz zweier Punkte im elektrischen Feld. Den Kehrwert des elektrischen Widerstands nennt man elektrischen Leitwert.
	U	Volt	V	$1 \text{ V} = 1 \text{ W}/1 \text{ A} = 1 \text{ J/C}$	
	R	Ohm	Ω	$1 \Omega = 1 \text{ V}/1 \text{ A}$	
	G	Siemens	S	$1 \text{ S} = 1 \text{ A}/1 \text{ V} = 1/\Omega$	
Spezifischer Widerstand Leitfähigkeit	ρ	Ohm mal Meter	$\Omega \cdot \text{m}$	$10^{-6} \Omega \cdot \text{m} = 1 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	$\rho = \frac{1}{\kappa} \text{ in } \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ $\kappa = \frac{1}{\rho} \text{ in } \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$
	γ, κ	Siemens pro Meter	S/m		
Frequenz	f	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$ $1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$	Frequenz öffentlicher Stromnetze: EU 50 Hz, USA 60 Hz
Elektr. Arbeit	W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ MJ}$ $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kJ}$	In der Atom- und Kernphysik wird die Einheit eV (Elektronenvolt) verwendet.
Phasenverschiebungswinkel	φ	–	–	für Wechselstrom gilt: $\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I}$	Winkel zwischen Strom und Spannung bei induktiver oder kapazitiver Belastung.
Elektr. Feldstärke Elektr. Ladung Elektr. Kapazität Induktivität	E	Volt pro Meter	V/m		$E = \frac{f}{Q}; C = \frac{Q}{U}; Q = I \cdot t$
	Q	Coulomb	C	$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}; 1 \text{ A} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kC}$	
	C	Farad	F	$1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$	
	L	Henry	H	$1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s/A}$	
Leistung Wirkleistung	P	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s}$ $= 1 \text{ V} \cdot \text{A}$	In der elektrischen Energietechnik: Scheinleistung S in $\text{V} \cdot \text{A}$
Thermodynamik und Wärmeübertragung					
Thermodynamische Temperatur Celsius-Temperatur	T, θ	Kelvin	K	$0 \text{ K} = -273,15^\circ \text{C}$	Kelvin (K) und Grad Celsius ($^\circ \text{C}$) werden für Temperaturen und Temperaturdifferenzen verwendet. $t = T - T_0; T_0 = 273,15 \text{ K}$ Umrechnung in $^\circ \text{F}$: Seite 51
	t, ϑ	Grad Celsius	$^\circ \text{C}$	$0^\circ \text{C} = 273,15 \text{ K}$ $0^\circ \text{C} = 32^\circ \text{F}$ $0^\circ \text{F} = -17,77^\circ \text{C}$	
Wärmemenge	Q	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3600000 \text{ J} = 3,6 \text{ MJ}$	$1 \text{ kcal} \triangleq 4,1868 \text{ kJ}$
Spezifischer Heizwert	H_u	Joule pro Kilogramm Joule pro Meter hoch drei	J/kg J/m ³	$1 \text{ MJ/kg} = 1000000 \text{ J/kg}$ $1 \text{ MJ/m}^3 = 1000000 \text{ J/m}^3$	Freiwerdende Wärmeenergie je kg (bzw. je m ³) Brennstoff abzüglich der Verdampfungswärme des in den Abgasen enthaltenen Wasserdampfes.
Einheiten außerhalb des Internationalen Einheitensystems SI					
Länge	Fläche	Volumen	Masse	Energie, Leistung	
1 inch = 25,4 mm (in)	1 sq.in = 6,452 cm ² 1 sq.ft = 9,29 dm ²	1 cu.in = 16,39 cm ³ 1 cu.ft = 28,32 dm ³	1 oz = 28,35 g 1 lb = 453,6 g	1 PSh = 0,735 kWh 1 PS = 0,7355 kW	
1 foot = 0,3048 m (ft)	1 sq.yd = 0,8361 m ² 1 acre = 4046,856 m ²	1 cu.yd = 764,6 dm ³	1 t = 1000 kg	1 kcal = 4186,8 Ws	
1 yard = 0,9144 m (yd)	Druck, Spannung	1 gallon (US) = 3,785 l	1 short ton = 907,2 kg	1 kcal = 1,166 Wh 1 kpm/s = 9,807 W	
1 See-meile = 1,852 km	1 bar = 14,5 pound/in ²	1 gallon (UK) = 4,546 l	1 Karat = 0,2 g	1 Btu = 1055 Ws	
1 Land-meile = 1,6093 km	1 N/mm ² = 145,038 pound/in ²	1 barrel = 158,8 l	1 pound/in ³ = 27,68 g/cm ³	1 hp = 745,7 W	

Formelzeichen, mathematische Zeichen

Formelzeichen

vgl. DIN 1304-1 (1994-03)

Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung
Länge, Fläche, Volumen, Winkel					
l	Länge	r, R	Radius	α, β, γ	ebener Winkel
b	Breite	d, D	Durchmesser	Ω	Raumwinkel
h	Höhe	A, S	Fläche, Querschnittsfläche	λ	Wellenlänge
s	Weglänge	V	Volumen		
Mechanik					
m	Masse	F	Kraft	G	Schubmodul
m'	längenbezogene Masse	F_G, G	Gewichtskraft	μ, f	Reibungszahl
m''	flächenbezogene Masse	M	Drehmoment	W	Widerstandsmoment
ρ	Dichte	M_T, T	Torsionsmoment	I	Flächenmoment 2. Grades
J	Trägheitsmoment	M_b	Biegemoment	W, E	Arbeit, Energie
p	Druck	σ	Normalspannung	W_{pr}, E_p	potenzielle Energie
p_{abs}	absoluter Druck	τ	Schubspannung	W_k, E_k	kinetische Energie
p_{amb}	Atmosphärendruck	ϵ	Dehnung	P	Leistung
p_e	Überdruck	E	Elastizitätsmodul	η	Wirkungsgrad
Zeit					
t	Zeit, Dauer	f, ν	Frequenz	a	Beschleunigung
T	Periodendauer	ν, u	Geschwindigkeit	g	örtliche Fallbeschleunigung
n	Umdrehungsfrequenz, Drehzahl	ω	Winkelgeschwindigkeit	α	Winkelbeschleunigung
				$Q, \dot{V}, q_v$	Volumenstrom
Elektrizität					
Q	Ladung, Elektrizitätsmenge	L	Induktivität	X	Blindwiderstand
U	Spannung	R	Widerstand	Z	Scheinwiderstand
C	Kapazität	ρ	spezifischer Widerstand	φ	Phasenverschiebungswinkel
I	Stromstärke	γ, κ	elektrische Leitfähigkeit	N	Windungszahl
Wärme					
T, θ	thermodynamische Temperatur	Q	Wärme, Wärmemenge	$\Phi, \dot{Q}$	Wärmestrom
$\Delta T, \Delta t$	Temperaturdifferenz	λ	Wärmeleitfähigkeit	a	Temperaturleitfähigkeit
$\Delta \theta$		α	Wärmeübergangskoeffizient	c	spezifische Wärmekapazität
t, ϑ	Celsius-Temperatur	k	Wärmedurchgangskoeffizient	H_u	spezifischer Heizwert
α_l, α	Längenausdehnungskoeffizient				
Licht, elektromagnetische Strahlung					
E_v	Beleuchtungsstärke	f	Brennweite	I_e	Strahlstärke
		n	Brechzahl	$Q_{e\gamma}, W$	Strahlungsenergie
Akustik					
p	Schalldruck	L_p	Schalldruckpegel	N	Lautheit
c	Schallgeschwindigkeit	I	Schallintensität	L_N	Lautstärkepegel
Mathematische Zeichen					
vgl. DIN 1302 (1999-12)					
Mathem. Zeichen	Sprechweise	Mathem. Zeichen	Sprechweise	Mathem. Zeichen	Sprechweise
$\approx$	ungefähr gleich, rund, etwa	Σ	Summe	$\log$	Logarithmus (allgemein)
$\cong$	entspricht	$\sim$	proportional	$\lg$	dekadischer Logarithmus
$\dots$	und so weiter	a^x	a hoch x, x-te Potenz von a	$\ln$	natürlicher Logarithmus
∞	unendlich	$\sqrt{}$	Quadratwurzel aus	e	Eulersche Zahl (e = 2,718281...)
$=$	gleich	$\sqrt[n]{}$	n-te Wurzel aus	$\sin$	Sinus
$\neq$	ungleich	$ \times $	Betrag von x	$\cos$	Kosinus
$\equiv$	ist definitionsgemäß gleich	$\perp$	senkrecht zu	$\tan$	Tangens
$<$	kleiner als	$\parallel$	ist parallel zu	$\cot$	Kotangens
$\leq$	kleiner oder gleich	$\sphericalangle$	Winkel	$(), [], \{ }$	runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu
$>$	größer als	$\cong$	kongruent zu	$\overline{AB}$	Strecke AB
$\geq$	größer oder gleich	Δx	Delta x (Differenz zweier Werte)	$\widehat{AB}$	Bogen AB
$+$	plus	$\%$	Prozent, vom Hundert	a', a''	a Strich, a zwei Strich
$-$	minus	‰	Promille, vom Tausend	a_1, a_2	a eins, a zwei
$\cdot$	mal, multipliziert mit	π	pi (Kreiszahl = 3,14159 ...)		
$-, /, :$	durch, geteilt durch, zu, pro				

Formeln, Gleichungen, Diagramme

Formeln

Die Berechnung physikalischer Größen erfolgt meist über Formeln. Sie bestehen aus:

- Formelzeichen, z. B. v_c für die Schnittgeschwindigkeit, d für den Durchmesser, n für die Drehzahl
- Operatoren (Rechenvorschriften), z. B. $\cdot$ für Multiplikation, $+$ für Addition, $-$ für Subtraktion, $/$ (Bruchstrich) für Division
- Konstanten, z. B. π (π) = 3,14159 ...
- Zahlen, z. B. 10, 15 ...

Formel für die Schnittgeschwindigkeit

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

Die Formelzeichen (Seite 13) sind Platzhalter für Größen. Bei der Lösung von Aufgaben werden die bekannten Größen mit ihren Einheiten in die Formel eingesetzt. Vor oder während der Berechnung werden die Einheiten so umgeformt, dass

- der Rechengang möglich wird oder
- das Ergebnis die geforderte Einheit erhält.

Die meisten Größen und ihre Einheiten sind genormt (Seite 10).

Das **Ergebnis** ist immer ein **Zahlenwert** mit einer **Einheit**, z. B. 4,5 m, 15 s

Beispiel:

Wie groß ist die Schnittgeschwindigkeit v_c in m/min für $d = 200$ mm und $n = 630$ /min?

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \mathbf{395,84 \frac{\text{m}}{\text{min}}}$$

Zahlenwertgleichungen

Zahlenwertgleichungen sind Formeln, in welche die üblichen Umrechnungen von Einheiten bereits eingearbeitet sind. Bei ihrer Anwendung ist zu beachten:

Die Zahlenwerte der einzelnen Größen dürfen nur in der vorgeschriebenen Einheit verwendet werden.

- Die Einheiten werden bei der Berechnung nicht mitgeführt.
- Die Einheit der gesuchten Größe ist vorgegeben.

Zahlenwertgleichung für das Drehmoment

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n}$$

Beispiel:

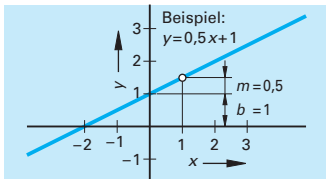
Wie groß ist das Drehmoment M eines Elektromotors mit der Antriebsleistung $P = 15$ kW und der Drehzahl $n = 750$ /min?

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n} = \frac{9550 \cdot 15}{750} \text{ N} \cdot \text{m} = \mathbf{191 \text{ N} \cdot \text{m}}$$

vorgeschriebene Einheiten		
Bezeichnung		Einheit
M	Drehmoment	N · m
P	Leistung	kW
n	Drehzahl	1/min

Gleichungen und Diagramme

Bei Funktionsgleichungen ist y die Funktion von x , mit x als unabhängige und y als abhängige Variable. Die Zahlenpaare (x, y) einer Wertetabelle bilden ein Diagramm im x - y -Koordinatensystem.



1. Beispiel:

$$y = 0,5x + 1$$

x	-2	0	2	3
y	0	1	2	2,5

2. Beispiel:

Kostenfunktion und Erlösfunktion

$$K_G = 60 \text{ €/Stck} \cdot M + 200000 \text{ €}$$

$$E = 110 \text{ €/Stck} \cdot M$$

M	0	4000	6000
K_G	200000	440000	560000
E	0	440000	660000

K_G Gesamtkosten → abhängige Variable

M Menge → unabhängige Variable

K_f Fixe Kosten → y -Koordinatenabschnitt

K_v Variable Kosten → Steigung der Funktion

E Erlös → abhängige Variable

Zuordnungsfunktion

$$y = f(x)$$

Lineare Funktion

$$y = m \cdot x + b$$

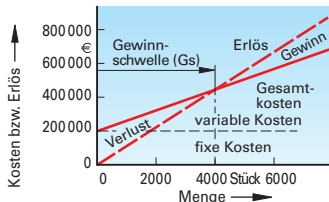
Beispiele:

Kostenfunktion

$$K_G = K_v \cdot M + K_f$$

Erlösfunktion

$$E = E/\text{Stück} \cdot M$$



Umstellen von Formeln

Umstellen von Formeln

Formeln und Zahlenwertgleichungen werden umgestellt, damit die gesuchte Größe allein auf der linken Seite der Gleichung steht. Dabei darf sich der Wert der linken und der rechten Formelseite nicht ändern. Für alle Schritte einer Formelumstellung gilt:

Veränderungen auf der linken Formelseite

= Veränderungen auf der rechten Formelseite

Formel

$$P = \frac{F \cdot s}{t}$$

linke Formel- = rechte Formel-
seite seite

Zur Rekonstruktion der einzelnen Schritte ist es sinnvoll, jeden Schritt rechts neben der Formel zu kennzeichnen:

$l \cdot t$ → beide Formelseiten werden mit t multipliziert.

$l : F$ → beide Formelseiten werden durch F dividiert.

Umstellung von Summen

Beispiel: Formel $L = l_1 + l_2$, Umstellung nach l_2

1 $L = l_1 + l_2$ | $-l_1$ l_1 subtrahieren

3 $L - l_1 = l_2$ Seiten vertauschen

2 $L - l_1 = l_1 + l_2 - l_1$ subtrahieren durchführen

4 $l_2 = L - l_1$ umgestellte Formel

Umstellung von Produkten

Beispiel: Formel $A = l \cdot b$, Umstellung nach l

1 $A = l \cdot b$ | $: b$ dividieren durch b

3 $\frac{A}{b} = l$ Seiten vertauschen

2 $\frac{A}{b} = \frac{l \cdot b}{b}$ kürzen mit b

4 $l = \frac{A}{b}$ umgestellte Formel

Umstellung von Brüchen

Beispiel: Formel $n = \frac{l}{l_1 + s}$, Umstellung nach s

1 $n = \frac{l}{l_1 + s}$ | $\cdot (l_1 + s)$ mit $(l_1 + s)$ multiplizieren

4 $n \cdot l_1 - n \cdot l_1 + n \cdot s = l - n \cdot l_1$ | $: n$ subtrahieren, dividieren durch n

2 $n \cdot (l_1 + s) = \frac{l \cdot (l_1 + s)}{l_1 + s}$ rechte Formelseite kürzen, Klammer auflösen

5 $\frac{s \cdot n}{n} = \frac{l - n \cdot l_1}{n}$ kürzen mit n

3 $n \cdot l_1 + n \cdot s = l$ | $\cdot n \cdot l_1$ $- n \cdot l_1$ subtrahieren

6 $s = \frac{l - n \cdot l_1}{n}$ umgestellte Formel

Umstellung von Wurzeln

Beispiel: Formel $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, Umstellung nach a

1 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ | $()^2$ Formel quadrieren

4 $a^2 = c^2 - b^2$ | $\sqrt{}$ radizieren

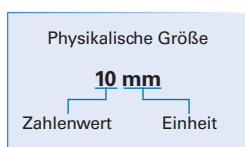
2 $c^2 = a^2 + b^2$ | $-b^2$ b^2 subtrahieren

5 $\sqrt{a^2} = \sqrt{c^2 - b^2}$ | $\sqrt{}$ Ausdruck vereinfachen

3 $c^2 - b^2 = a^2 + b^2 - b^2$ subtrahieren, Seite tauschen

6 $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ umgestellte Formel

Zahlenwerte und Einheiten



- **Zahlenwert**, der durch Messung oder Berechnung ermittelt wird, und aus einer
- **Einheit**, z. B. m, kg

Die Einheiten sind nach DIN 1301-1 genormt (Seite 10).

Sehr große oder sehr kleine Zahlenwerte lassen sich durch Vorsatzzeichen als dezimale Vielfache oder Teile vereinfacht darstellen, z. B. $0,004\text{ mm} = 4\text{ }\mu\text{m}$.

vgl. DIN 1301-2 (1978-02)

Vorsatz- Zeichen		Zehner- potenz	Mathematische Bezeichnung	Beispiele
T	Tera	10^{12}	Billion	$12000000000000\text{ N} = 12 \cdot 10^{12}\text{ N} = 12\text{ TN}$ (Tera-Newton)
G	Giga	10^9	Milliarde	$45000000000\text{ W} = 45 \cdot 10^9\text{ W} = 45\text{ GW}$ (Giga-Watt)
M	Mega	10^6	Million	$8500000\text{ V} = 8,5 \cdot 10^6\text{ V} = 8,5\text{ MV}$ (Mega-Volt)
k	Kilo	10^3	Tausend	$12600\text{ W} = 12,6 \cdot 10^3\text{ W} = 12,6\text{ kW}$ (Kilo-Watt)
h	Hekto	10^2	Hundert	$500\text{ l} = 5 \cdot 10^2\text{ l} = 5\text{ hl}$ (Hekto-Liter)
da	Deka	10^1	Zehn	$32\text{ m} = 3,2 \cdot 10^1\text{ m} = 3,2\text{ dam}$ (Deka-Meter)
–	–	10^0	Eins	$1,5\text{ m} = 1,5 \cdot 10^0\text{ m}$
d	Dezi	10^{-1}	Zehntel	$0,5\text{ l} = 5 \cdot 10^{-1}\text{ l} = 5\text{ dl}$ (Dezi-Liter)
c	Zenti	10^{-2}	Hundertstel	$0,25\text{ m} = 25 \cdot 10^{-2}\text{ m} = 25\text{ cm}$ (Zenti-Meter)
m	Milli	10^{-3}	Tausendstel	$0,375\text{ A} = 375 \cdot 10^{-3}\text{ A} = 375\text{ mA}$ (Milli-Ampere)
μ	Mikro	10^{-6}	Millionstel	$0,000052\text{ m} = 52 \cdot 10^{-6}\text{ m} = 52\text{ }\mu\text{m}$ (Mikro-Meter)
n	Nano	10^{-9}	Milliardstel	$0,000000075\text{ m} = 75 \cdot 10^{-9}\text{ m} = 75\text{ nm}$ (Nano-Meter)
p	Piko	10^{-12}	Billionstel	$0,000000000006\text{ F} = 6 \cdot 10^{-12}\text{ F} = 6\text{ pF}$ (Pico-Farad)

Berechnungen mit physikalischen Größen sind nur dann möglich, wenn sich ihre Einheiten jeweils auf eine Basis beziehen. Bei der Lösung von Aufgaben müssen Einheiten häufig auf Basiseinheiten umgerechnet werden, z.B. mm in m, h in s, mm² in m². Dies geschieht durch Umrechnungsfaktoren, die den Wert 1 (kohärente Einheiten) darstellen.

Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.	Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.
Längen	$1 = \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} = \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}}$	Zeit	$1 = \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}$
Flächen	$1 = \frac{100 \text{ mm}^2}{1 \text{ cm}^2} = \frac{100 \text{ cm}^2}{1 \text{ dm}^2}$	Winkel	$1 = \frac{60'}{1^\circ} = \frac{60''}{1'} = \frac{3600''}{1^\circ}$
Volumen	$1 = \frac{1000 \text{ mm}^3}{1 \text{ cm}^3} = \frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ dm}^3}$	Zoll	1 inch = 25,4 mm

Das Volumen $V = 3416 \text{ mm}^3$ ist in cm^3 umzurechnen.

Das Volumen V wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit cm^3 und im Nenner die Einheit mm^3 aufweist.

$$V = 3416 \text{ mm}^3 = \frac{1 \text{ cm}^3 \cdot 3416 \text{ mm}^3}{1000 \text{ mm}^3} = \frac{3416 \text{ cm}^3}{1000} = \mathbf{3,416 \text{ cm}^3}$$

Die Winkelangabe $\alpha = 42^\circ 16'$ ist in Grad ($^\circ$) auszudrücken.

Der Teilwinkel 16' muss in Grad (°) umgewandelt werden. Er wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit Grad (°) und im Nenner die Einheit Minute (') hat.

$$\alpha = 42^\circ + 16' \cdot \frac{1^\circ}{60'} = 42^\circ + \frac{16 \cdot 1^\circ}{60} = 42^\circ + 0,267^\circ = \mathbf{42,267^\circ}$$

Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung

Rechnen mit Größen

Physikalische Größen werden mathematisch behandelt wie Produkte.

Addition und Subtraktion

Bei gleichen Einheiten werden die Zahlenwerte addiert und die Einheit im Ergebnis übernommen.

Beispiel:

$$L = l_1 + l_2 - l_3 \text{ mit } l_1 = 124 \text{ mm}, l_2 = 18 \text{ mm}, l_3 = 44 \text{ mm}; L = ?$$

$$L = 124 \text{ mm} + 18 \text{ mm} - 44 \text{ mm} = (124 + 18 - 44) \text{ mm} = \mathbf{98 \text{ mm}}$$

Multiplikation und Division

Die Zahlenwerte und die Einheiten entsprechen den Faktoren von Produkten.

Beispiel:

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \text{ mit } F_1 = 180 \text{ N}, l_1 = 75 \text{ mm}, l_2 = 105 \text{ mm}; F_2 = ?$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} = \frac{180 \text{ N} \cdot 75 \text{ mm}}{105 \text{ mm}} = \frac{128,57 \text{ N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}} = \mathbf{128,57 \text{ N}}$$

Multiplizieren und Dividieren von Potenzen

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert bzw. dividiert, indem die Exponenten addiert bzw. subtrahiert werden.

Beispiel:

$$W = \frac{A \cdot a^2}{e} \text{ mit } A = 15 \text{ cm}^2, a = 7,5 \text{ cm}, e = 2,4 \text{ cm}; W = ?$$

$$W = \frac{15 \text{ cm}^2 \cdot (7,5 \text{ cm})^2}{2,4 \text{ cm}} = \frac{15 \cdot 56,25 \text{ cm}^{2+2}}{2,4 \text{ cm}^1} = 351,56 \text{ cm}^{4-1} = \mathbf{351,56 \text{ cm}^3}$$

Regeln beim Potenzieren

a Basis

$m, n \dots$ Exponenten

Multiplikation von Potenzen

$$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Division von Potenzen

$$\frac{a^2}{a^3} = a^{2-3}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Sonderformen

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

Prozentrechnung

Der **Prozentsatz** gibt den Teil des Grundwertes in Hundertstel an.

Der **Grundwert** ist der Wert, von dem die Prozente zu rechnen sind.

Der **Prozentwert** ist der Betrag, den die Prozente des Grundwertes ergeben.

P_s Prozentsatz, Prozent

P_w Prozentwert

G_w Grundwert

Prozentwert

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100 \%}$$

Beispiel:

Werkstückrohteilgewicht 250 kg (Grundwert); Abbrand 2 % (Prozentsatz)
Abbrand in kg = ? (Prozentwert)

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100 \%} = \frac{250 \text{ kg} \cdot 2 \%}{100 \%} = \mathbf{5 \text{ kg}}$$

Zinsrechnung

K_0 Anfangskapital	Z Zinsen	t Laufzeit in Tagen,
K_t Endkapital	p Zinssatz pro Jahr	Verzinsungszeit

Zins

$$Z = \frac{K_0 \cdot p \cdot t}{100 \% \cdot 360}$$

1. Beispiel:

$$K_0 = 2800,00 \text{ €}; p = 6 \frac{\%}{a}; t = \frac{1}{2} a; Z = ?$$

$$Z = \frac{2800,00 \text{ €} \cdot 6 \frac{\%}{a} \cdot 0,5 a}{100 \%} = \mathbf{84,00 \text{ €}}$$

1 Zinsjahr (1 a) = 360 Tage (360 d)

360 d = 12 Monate

1 Zinsmonat = 30 Tage

2. Beispiel:

$$K_0 = 4800,00 \text{ €}; p = 5,1 \frac{\%}{a}; t = 50 \text{ d}; Z = ?$$

$$Z = \frac{4800,00 \text{ €} \cdot 5,1 \frac{\%}{a} \cdot 50 \text{ d}}{100 \% \cdot 360 \frac{d}{a}} = \mathbf{34,00 \text{ €}}$$

G

F

K

W

B

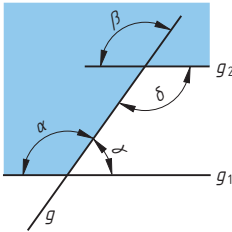
M

E

A

Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras

Winkelarten



- g Gerade
 g_1, g_2 parallele Geraden
 α, β Stufenwinkel
 β, δ Scheitelwinkel
 α, δ Wechselwinkel
 α, γ Nebenwinkel

Werden zwei Parallelen durch eine Gerade geschnitten, so bestehen unter den dabei gebildeten Winkeln geometrische Beziehungen.

Stufenwinkel

$$\alpha = \beta$$

Scheitelwinkel

$$\beta = \delta$$

Wechselwinkel

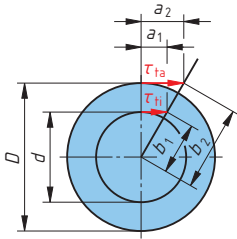
$$\alpha = \delta$$

Nebenwinkel

$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

Strahlensatz

- τ_{ta} Torsionsspannung außen
 τ_{ti} Torsionsspannung innen



Werden zwei Geraden durch zwei Parallelen geschnitten, so bilden die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

Beispiel:

- $D = 40 \text{ mm}$, $d = 30 \text{ mm}$,
 $\tau_{ta} = 135 \text{ N/mm}^2$; $\tau_{ti} = ?$

$$\frac{\tau_{ti}}{\tau_{ta}} = \frac{d}{D} \Rightarrow \tau_{ti} = \frac{\tau_{ta} \cdot d}{D}$$

$$= \frac{135 \text{ N/mm}^2 \cdot 30 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 101,25 \text{ N/mm}^2$$

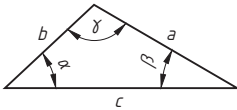
Strahlensatz

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{d}{D}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

$$\frac{b_1}{d} = \frac{b_2}{D}$$

Winkelsumme im Dreieck



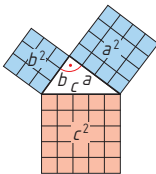
- a, b, c Dreiecksseiten
 α, β, γ Winkel im Dreieck

Winkelsumme im Dreieck

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

In jedem Dreieck ist die Winkelsumme 180° .

Lehrsatz des Pythagoras



Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

- a Kathete
 b Kathete
 c Hypotenuse

Beispiel:

- CNC-Programm mit $R = 50 \text{ mm}$ und $l = 25 \text{ mm}$.
 $K = ?$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$R^2 = l^2 + K^2$$

$$K = \sqrt{R^2 - l^2} = \sqrt{60^2 \text{ mm}^2 - 25^2 \text{ mm}^2}$$

$$K = 43,3 \text{ mm}$$

Quadrat über der Hypotenuse

$$c^2 = a^2 + b^2$$

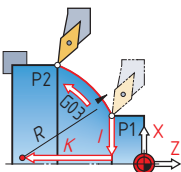
Länge der Hypotenuse

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Länge der Katheten

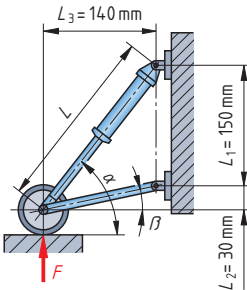
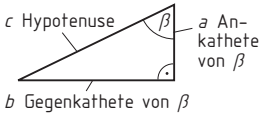
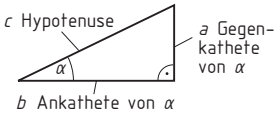
$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$



Funktionen im Dreieck

Funktionen im rechtwinkligen Dreieck (Winkelfunktionen)



- c Hypotenuse (längste Seite)
 a, b Katheten
 Bezogen auf den Winkel α ist
 $\rightarrow b$ die Ankathete und
 $\rightarrow a$ die Gegenkathete
 α, β, γ Winkel im Dreieck, mit $\gamma = 90^\circ$
 $\sin$ Schreibweise für Sinus
 $\cos$ Schreibweise für Kosinus
 $\tan$ Schreibweise für Tangens
 $\sin \alpha$ Sinus des Winkels α

Beispiel:

$L_1 = 150 \text{ mm}, L_2 = 30 \text{ mm},$
 $L_3 = 140 \text{ mm}; \text{Winkel } \alpha = ?$

$$\tan \alpha = \frac{L_1 + L_2}{L_3} = \frac{180 \text{ mm}}{140 \text{ mm}} = 1,286$$

Winkel $\alpha = 52^\circ$

Winkelfunktionen

$$\text{Sinus} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\text{Kosinus} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\text{Tangens} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

$$\text{Kotangens} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$$

Bezogen auf den Winkel α ist:

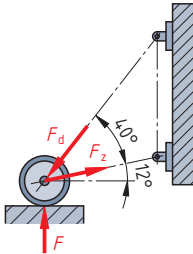
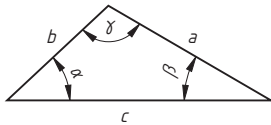
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \tan \alpha = \frac{a}{b}$$

Bezogen auf den Winkel β ist:

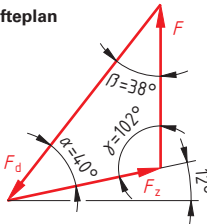
$$\sin \beta = \frac{b}{c} \quad \cos \beta = \frac{a}{c} \quad \tan \beta = \frac{b}{a}$$

Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit einer Arcus-Funktion, z.B. $\arcsin$.

Beziehungen im schiefwinkligen Dreieck (Sinussatz, Kosinussatz)



Kräfteplan



Im Sinussatz entsprechen die Seitenverhältnisse dem Sinus der entsprechenden Gegenwinkel im Dreieck. Aus einer Seite und zwei Winkeln lassen sich die anderen Werte berechnen.

Seite $a \rightarrow$ Gegenwinkel α

Seite $b \rightarrow$ Gegenwinkel β

Seite $c \rightarrow$ Gegenwinkel γ

Beispiel:

$F = 800 \text{ N}, \alpha = 40^\circ, \beta = 38^\circ; F_z = ?, F_d = ?$

Die Berechnung erfolgt jeweils aus dem Kräfteplan.

$$\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_z}{\sin \beta} \Rightarrow F_z = \frac{F \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$F_z = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 38^\circ}{\sin 40^\circ} = 766,24 \text{ N}$$

$$\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_d}{\sin \gamma} \Rightarrow F_d = \frac{F \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha}$$

$$F_d = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 102^\circ}{\sin 40^\circ} = 1217,38 \text{ N}$$

Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit einer Arcus-Funktion, z.B. $\arccos$.

Sinussatz

$$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Vielfältige Umstellungen sind möglich:

$$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$$

$$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$$

$$c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$$

Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

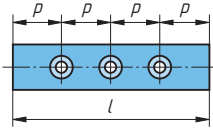
Umstellung ebenfalls möglich, z.B.

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

Teilung von Längen, Bogenlänge, zusammengesetzte Länge

Teilung von Längen

Randabstand = Teilung

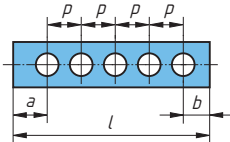


- l Gesamtlänge
 n Anzahl der Bohrungen
 p Teilung

Teilung

$$p = \frac{l}{n+1}$$

Randabstand $\neq$ Teilung

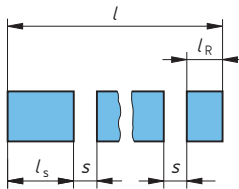


- l Gesamtlänge
 n Anzahl der Bohrungen
 p Teilung
 a, b Randabstände

Teilung

$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

Trennung von Teilstücken



- l Stablänge
 s Sägeschnittbreite
 z Anzahl der Teile
 l_R Restlänge
 l_s Teillänge

Anzahl der Teile

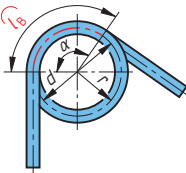
$$z = \frac{l}{l_s + s}$$

Restlänge

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s)$$

Bogenlänge

Beispiel: Schenkelfeder



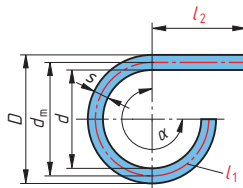
- l_B Bogenlänge
 α Mittelpunktswinkel
 r Radius
 d Durchmesser

Bogenlänge

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

Zusammengesetzte Länge



- D Außendurchmesser
 d Innendurchmesser
 d_m mittlerer Durchmesser
 s Dicke
 l_1, l_2 Teillängen
 L zusammengesetzte Länge
 a Mittelpunktswinkel

Zusammengesetzte Länge

$$L = l_1 + l_2 + \dots$$