



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Kunststoffberufe

Dietmar Morgner
Werner Gradl
Ulrike Rudolph

Cornelia Fritsche
Jörg Kolbinger
Albrecht Schmidt

Hartmut Fritsche
Karl-Heinz Küspert
Frank Schwarze

Tabellenbuch Kunststofftechnik

2., neu bearbeitete und erweiterte Auflage

Europa-Nr.: 15020

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL • Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 • 42781 Haan-Gruiten

Autoren:

Fritsche, Cornelia	Dipl.-Ing.- Päd., Studienrätin	Massen
Fritsche, Hartmut	Dipl.-Ing. (FH)	Massen
Gradl, Werner	Ing. BEd.	Wartberg
Kolbinger, Jörg	Dipl.-Ing. (FH), Studiendirektor	Windelsbach
Küspert, Karl-Heinz	Fachoberlehrer	Hof
Morgner, Dietmar	Dipl.-Ing.- Päd.	Chemnitz
Rudolph, Ulrike	Dipl.-Ing.	Sonneberg
Schmidt, Albrecht	Fachoberlehrer	Selbitz
Schwarze, Frank	Dipl.-Ing.- Päd., Studienrat	Sonneberg

Lektorat: Dietmar Morgner, Chemnitz

Bild- und Tabellenentwürfe: Die Autoren unter Mitwirkung der Arbeitskreise „Tabellenbuch Metall“, „Tabellenbuch für Metallbautechnik“, „Fachkunde Elektrotechnik“, „Tabellenbuch Chemietechnik“, „Fachkunde Metall“, „Fachkunde Kunststofftechnik“ und „Kunststofftechnik Arbeitsblätter“

Bildbearbeitung: Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern
Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar

Fotos: Leihgaben der Unternehmen, siehe Bildquellenverzeichnis und Bilder der Autoren.

Auszüge aus den aktuellen DIN-Normen wurden den Inhalten des Tabellenbuches zugrunde gelegt. Verbindlich sind jedoch die vollständigen DIN-Normen.
Alle DIN-Normen können beim Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

2. Auflage 2018, korrigierter Nachdruck 2019

Druck 5 4 3 2

Alle Drucke dieser Auflage sind im Unterricht nebeneinander einsetzbar, da sie bis auf korrigierte Druckfehler und geringfügige Normänderungen **unverändert** sind.

ISBN 978-3-8085-1540-2

Alle Rechte vorbehalten. Das Tabellenbuch ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwendung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag genehmigt werden.

© 2018 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar
Umschlag: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar
Umschlagfotos: Coperion GmbH, 70469 Stuttgart
Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

Die Kunststoffindustrie ist und bleibt ein wesentlicher Faktor der wirtschaftlichen Entwicklung einer Volkswirtschaft. Den Einflüssen und Bedingungen der Globalisierung muss in der Wachstumsbranche **Kunststofftechnik** Rechnung getragen werden. Die Bedingungen der Aus- und Weiterbildung sind damit zwangsläufig an ständige höhere Anforderungen gebunden.

Das vorliegende Tabellenbuch ist vorrangig für die duale Ausbildung in der Kunststoffindustrie konzipiert und ergänzt die im Verlag EUROPA-Lehrmittel aufgelegte Fachbuchreihe der Kunststofftechnik.

Zielgruppen für das Tabellenbuch

- Verfahrensmechaniker für Kunststoff- und Kautschuktechnik
- Kunststofftechniker und -formgeber (für Österreich)
- Kunststoffformgeber – Metalltechnik-Werkzeugbau

Inhalt

Der Inhalt des Tabellenbuches ist acht Registern zugeordnet und orientiert sich an den verbindlichen Lehrplänen zur Lernfeld-orientierten bzw. traditionellen fachspezifischen Ausbildung.

In Verbindung mit der Fachkunde Kunststofftechnik eignen sich die Inhalte des Tabellenbuches außerdem für die Meister- und Technikerausbildung bzw. für Studiengänge der Kunststofftechnik.

Im Inhaltsverzeichnis auf den Seiten 4 bis 8 wird eine detaillierte Themenübersicht mit den zugehörigen Seitenangaben dargestellt.

Alle im Tabellenbuch verwendeten Normen sind auf den Seiten 467 bis 469 zusammengestellt.

Mithilfe der bewährten Registereinteilung der EUROPA-Tabellenbücher ist ein rascher und unkomplizierter Zugriff auf Untergliederungspunkte innerhalb eines Sachgebietes möglich.

Register **N**: Naturwissenschaftlich-technische Grundlagen

Register **T**: Technische Kommunikation

Register **W**: Werkstofftechnik

Register **M**: Maschinenelemente

Register **A**: Automatisierungstechnik

Register **F**: Fertigungstechnik

Register **V**: Verfahrenstechnik

Register **KF**: Kunststofffenster und Apparatebau

Die **2. Auflage** ist um 12 lehrplanspezifische Seiten erweitert sowie durch fachpraktischen Leserhinweisen ergänzt worden.

Im Tabellenbuch sind die fertigungsspezifischen Kenngrößen der Kunststoffe durch Zahlenwerte von ... bis aufgelistet. Für Versuche bitte die „herstellerspezifischen Werte verwenden“.

Im Firmenverzeichnis sind alle Unternehmen aufgeführt, die den Autoren Unterlagen zur Verfügung gestellt haben. Mithilfe der angegebenen E-Mail-Adressen ist eine Kontaktaufnahme zur Vertiefung bestimmter Sachverhalte möglich.

Im Sachwortverzeichnis sind alle wichtigen Begriffe des Tabellenbuches in deutscher und englischer Sprache angegeben.

Für die umfangreiche und kompetente Unterstützung danken wir allen Unternehmen, die uns mit zahlreichen Bildern und Wertetabellen bei der praxisbezogenen Erarbeitung des Tabellenbuches unterstützt haben.

Das Autorenteam ist für Fehlerhinweise und konstruktive Verbesserungsvorschläge den Nutzern des neuen Tabellenbuches der Kunststofftechnik dankbar.

Kontaktieren Sie uns unter lektorat@europa-lehrmittel.de.

Inhaltsverzeichnis

1 Naturwissenschaftlich-technische Grundlagen

1.1 Technische Mathematik	
Grundlagen der Mathematik	10
Potenzen, Wurzeln und Logarithmen	12
Gleichungen und Formeln	13
Prozentrechnung	14
Dreisatzrechnung	15
Interpretation von Diagrammen	16
Teilung von Längen, Bogenlänge und gestreckte Länge	18
Berechnungen im rechtwinkligen Dreieck	19
Winkelfunktionen	20
Sinus- und Cosinussatz	21
Flächenberechnungen	22
Volumenberechnungen	24
Berechnungen von Masse und Gewichtskraft	26
Linien- und Flächenschwerpunkte	27
1.2 Technische Physik	
Physikalische Größen und Einheiten	28
Kräfte – Darstellung und Kraftkomponenten	31
Arten von Kräften	32
Reibung	33
Drehmoment und Hebelgesetz	34
Arbeit, Energie und Leistung	35
Gleichförmige und beschleunigte Bewegung	37
Geschwindigkeiten an Maschinen	38
Druck – Arten und Druckübersetzung	39
Belastungsfälle und Beanspruchungsarten	41
1.3 Technische Chemie	
Atom – Modelle und Begriffe	57
Periodensystem der Elemente	58
Molekül – Bindungen und Modelle	60
Chemikalien in der Kunststofftechnik	62
Organische Kohlenwasserstoffe	63
Rohstoffe für Kunststoffe	65
Grundlagen der Kunststoffchemie	66
Polymerisation	67
Polykondensation und Polyaddition	68
Bindungskräfte	69
Rohstoffliches (chemisches) Werkstoffrecycling	70

2 Technische Kommunikation

2.1 Geometrische Grundformen und Diagramme	
Strecken, Lote und Winkel	72
Teilungen	73
Tangenten und Kreisübergänge	74
Kreise am Dreieck und Vieleckkonstruktionen	75
Ellipse, Parabel, Schraubenlinie und Evolvente	76
Bestimmung der wahren Größe von Linien und Flächen	77
Schnitte an Grundkörpern und Abwicklungen	78
Abwicklungen von Falt- und Übergangskörpern	79
Kartesisches Koordinatensystem	80
Polarkoordinaten und Flächendiagramme	81
2.2 Darstellung durch Zeichnungen mit Maßeintragungen	
Zeichnungstechnische Grundlagen	82
Beschriftung von Zeichnungen	83
Normzahlen und Maßstäbe	84
Positionsnummern und Stückliste	85
Linien	86
Grundregeln der Zeichnungsdarstellung	87
Projektionsmethoden	88
Ansichten	90
Schnittdarstellungen in Zeichnungen	92
Maßeintragungen in Zeichnungen	94
Bemaßungsarten	96
Vereinfachungen von Zeichnungen	99
2.3 Maschinen- und Werkstückelemente	
Zahnräder	100
Wälzlager	101
Dichtungen	102
Sicherungsringe und Nuten für Sicherungsringe, Federn, Keilwellen und Kerbverzahnungen	103
Werkstückkanten und Butzen an Dreiteilen	104
Gewinde und Schraubenverbindungen	105
Gewindeausläufe und -freistische	106
Zentrierbohrungen und Rändel	107
Freistische	108

2.4 Fügedarstellungen, Oberflächen- und Wärmebehandlungsangaben	
Symbole für Schweiß- und Lötnähte	109
Darstellung von Schweiß- und Lötverbindungen	110
Bemaßungsbeispiele von Schweiß- und Lötverbindungen	112
Gestaltabweichungen und Rauheitskenngrößen	113
Angaben zur Oberflächenbeschaffenheit ..	114
Rauheitswerte von Werkstückoberflächen..	115
Werkstückbeschichtungen.....	116
Härteangaben wärmebehandelter Werkstücke	117
2.5 Toleranzen und Passungen	
Allg. Grundlagen des ISO-Systems	118
ISO-Systeme für Grenzmaße und Passungen	119
ISO-Passungen.....	120
Passungsempfehlungen	124
Allgemeintoleranzen	125
Geometrische Tolerierung.....	126
Schwindung	128
Toleranzen für Kunststoffteile	129
Toleranzgruppen	130

3 Werkstofftechnik

3.1 Metalle

Einteilung der Werkstoffe und Stoffwerte ..	132
Einteilung der Eisenwerkstoffe.....	134
Normbezeichnung der Stähle	135
Stahlbezeichnung durch Werkstoffnummern	137
Baustähle	138
Feinkornbaustähle, vergütete Baustähle	139
Einsatz- und Vergütungsstähle	140
Nitrier-, Feder- und Automatenstähle.....	141
Nichtrostende Stähle.....	142
Werkzeugstähle	143
Handelsformen von Stählen	144
Stabstähle – warmgewalzt	145
Stabstähle – blank	146
T-Stähle – U-Stähle.	147
Winkelstähle.....	148
Mittelbreite und breite I-Träger.....	149
Hohlprofile	150
Rohre für den Maschinenbau,	
Präzisionsstahlrohre	151
Bleche und Bänder.....	152
Wärmebehandlung von Stählen.....	153
Eisen-Gusswerkstoffe	154
Lamellengrafit und Kugelgrafit.....	154
Temperguss und Stahlguss.....	155
Nichteisenmetalle	156
Leichtmetall-Legierungen	157
Schwermetall-Legierungen.....	159

3.2 Thermoplaste

Einteilung und Überblick über die Kunststoffe	160
Zustandsdiagramme der Thermoplaste....	163
ABS und ASA.....	165
CA und CAB	166
LCP und PA 6	167
Weitere Polyamidtypen	168
PBT und PET	169
PC und PMMA	170
Polyolefine: PE-HD, PE-LD.....	171
PEEK und PES – Hochleistungs-Kunststoffe	172

Polyoximethylen und Polyphthalimid.....	174
Polyphenylenether und Polyphenylsulfid ..	175
Polystyrol und Polysulfon	176
Polytetrafluorethylen und	
Polyvinylidenfluorid.....	177
Polyvinylchlorid: hart und weich	178
Styrolpolymerisate: Styrol-Acrylnitril und	
Styrol-Butadien	179
Polyimide: Polyamidimid und Polyetherimid	180
Normbezeichnung der Thermoplaste	181

3.3 Duroplaste

Zustandsdiagramm der Duroplaste	182
Formaldehydharze PF und MF ..	183
Formaldehydharze MPF und UF	184
Ungesättigtes Polyesterharz UP und	
Epoxidharz EP.....	185
Polyurethan PUR	186
Polyimidharz PI und Silikonharz SI.....	187

3.4 Elastomere und Thermoplastische Elastomere

Vulkanisation	188
Zustandsdiagramm der Elastomere.....	189
Klassifizierungssystem für Kautschuk	190
ACM und CSM	191
EPDM und FPM	192
CO und ECO	193
FMVQ und VMO.....	194
BIIR und BR.....	195
CIIIR und CR	196
IIR und NR.....	197
NBR und SBR	198
TM und AU / EU	199
Thermoplastische Elastomere – TPE	200

3.5 Kunststofferkennung und Additive

Kunststofferkennung	203
Additive.....	205

3.6 Verbundstoffe und Verstärkungsstoffe

Verbundstoffe	207
Verstärkungsstoffe	208

Inhaltsverzeichnis

3.7 Werkstoffprüfung

Prüfungen an metallischen Werkstoffen

Zugversuch, Zugproben	209
Kerbschlagbiegeversuch, Umlaufbiegeversuch	210
Härteprüfung nach Brinell.....	211
Härteprüfung nach Rockwell und Vickers ..	212
Martenshärte durch Eindringprüfung	213
Mechanische Prüfungen an Kunststoffen	
Zugversuch.....	214
Kugleindruckversuch, Shore Härte.....	215
Schlagbiegeversuch nach Charpy, Izod, Dynstat	216
Biegeeigenschaften	217
Physikalische Prüfungen an Kunststoffen	
Schüttdichte, Stopfdichte, Rieselfähigkeit ..	218
Dichtebestimmung.....	219
Korngrößenverteilung/Siebanalyse	220

Rheologische Prüfungen an Kunststoffen

MFR/MVR Fließraten	222
VICAT-Erweichungstemperatur, Warmformbeständigkeit	223
Weitere Prüfungen an Kunststoffen	
Mechanische Prüfungen	224
Physikalische und Rheologische Prüfverfahren	225
Thermische Analyseverfahren, Thermische Alterung	226
Optische Prüfverfahren, Brandverhalten ..	227
Elektrische Prüfverfahren, Schwindung....	228
Prüfungen von Elastomeren	
Physikalische Prüfverfahren	229
Physikalische Wechselwirkungen	230
Werkstoffveränderungen, Elektrische Eigenschaften	231
Härteprüfung nach Shore, Reiß- und Zugfestigkeit	232

4 Maschinenelemente

4.1 Gewinde

Übersicht der gängigen Gewindearten	234
Metrisches ISO-Gewinde und Feingewinde ..	235
Trapezgewinde und Sägengewinde.....	236
Whitworth-Gewinde und Rohrgewinde	237
Gewindetoleranzen	238

4.2 Schrauben und Muttern

Schrauben – Bezeichnung, Übersicht und Festigkeitsklassen	239
Mindesteinschrautiefen.....	241
Sechskantschrauben	242
Zylinderschrauben mit Innensechskant	244
Zylinderschrauben mit Schlitz	245
Linsensenschrauben und Blechschrauben	246
Stiftschrauben, Ringschrauben und Verschlusschrauben	247
Gewindestifte	248
Berechnung und Auslegung von Schraubenverbindungen.....	249
Muttern – Bezeichnung und Übersicht.....	253
Muttern – Festigkeitsklassen und Sechskantmuttern	255
Sechskantmuttern und Nutmuttern	256
Scheiben-Bezeichnung, Übersicht und flache Scheiben	257
Gewindeeinsätze für Thermoplaste	258
Schrauben für Thermoplaste	259

4.3 Senkungen

Senkungen für Zylinder und Sechskantschrauben	260
Senkungen für Senkschrauben.....	261

4.4 Stifte, Bolzen, Federn, Griffe, Riemen und Zahnräder

Bezeichnung und Übersicht	262
Zylinderstifte, Kegelstifte, Spannstifte	263
Schrauben-Druckfedern/Zugfedern und Tellerfedern	264
Griffe und Kugelknöpfe	268
Riemen – Übersicht	269
Zahnräder	270
Übersetzungen	271

4.5 Welle-Nabe-Verbindungen

Bezeichnungen – Passfedern und Keile	272
Metrische Kegel und Morsekegel	273

4.6 Lager und Schmierstoffe

Wälzlager – Übersicht und Eigenschaften ..	274
Wälzlager – Bezeichnung	275
Kugellager, Zylinderrollenlager	276
Kegelrollenlager und Pendelrollenlager ..	278
Nadellager und Sicherungsringe	279
Dichtringe	280
Gleitlager – Übersicht und Eigenschaften ..	281
Gleitlagerbuchsen	282
Schmieröle	283
Schmierfette und Festschmierstoffe	284

5 Automatisierungstechnik

5.1 Steuern und Regeln, Grundbegriffe

Begriffe und Kenngrößen	286
-------------------------------	-----

Pneumatische und hydraulische

Schaltpläne	287
-------------------	-----

Pneumatische und hydraulische Schaltzeichen	307
Pneumatische Selbsthaltung	308
Symbolen und Proportionalventile.....	310
5.2 Grafische Darstellung und Auslegung von pneumatischen und hydraulischen Anlagen	
Funktionsdiagramme.....	294
Pneumatische Steuerung	295
Pneumatikzylinder	296
Verdichter und Druckbehälter.....	298
Hydraulikzylinder und Hydraulikpumpen ..	299
Druckflüssigkeiten	300
5.3 Grafet	
Grundstruktur und Ablaufkette.....	301
Transition und Aktionen	302
Kontinuierlich und speichernd wirkende Aktionen	303
Ablaufkette und Verzweigungen.....	304
5.4 Grafische Darstellung und Auslegung von elektropneumatischen Steuerungen	
Elektropneumatischer Schaltplan.....	306
Schaltzeichen	307
Sensoren.....	308
Elektropneumatische Steuerung	310
Binäre Verknüpfungen.....	311
5.5 Speicherprogrammierte Steuerungen	
Programmiersprache und strukturierter Text	312
Anweisungsliste, Kontaktplan.....	313
Vergleich von AWL, KOP und FBS	314
Ablaufsteuerung mit SPS	315
5.6 Handhabungstechnik und Robotik	
Koordinatensysteme und Achsen von Robotern	316
Aufbau von Robotern	317
Greiferarten, Nullpunkte und Kenndaten... .	318
5.7 Elektrotechnik	
Verteilungssysteme	319
Gefahren und Erste Hilfe	320
Schutzmaßnahmen gegen gefährliche Ströme	322
Schutzmaßnahmen in Betriebsstätten.....	325

6 Fertigungstechnik

6.1 Spanen und Biegen	
Kräfte und Leistungen: Drehen/Bohren	328
Zeitspannungsvolumen und spezifische Schnittkraft	329
Kräfte und Leistung: Fräsen	330
Drehzahldiagramm	331
Zerspanungsrichtlinien: Bohren	332
Zerspanungsrichtlinien: Reiben/ Gewindebohren	333
Zerspanungsrichtlinien: Fräsen	334
Zerspanungsrichtlinien: Drehen	335
Bearbeitungsrichtlinien: Thermoplaste ..	336
Biegeradien, Zuschnittermittlung und Rückfederung	337
Heizelementeschweißen	348
Heizwendelschweißen.....	349
Warmgasschweißen von Rohren und Tafeln	350
Warmgasschweißen: Schweißparameter ..	351
6.5 Qualitätsmanagement	
Normen der DIN EN ISO 9000-Reihe	352
Statistische Auswertung	354
Normalverteilung	355
Statistische Qualitätskontrolle	356
Maschinen- und Prozessfähigkeit	357
AQL-Stichprobensystem	358
AQL-Tabellen: Einfachstichprobenprüfung ..	359
AQL-Tabellen: Doppelstichprobenprüfung ..	360
6.6 Arbeitssicherheit und Umweltschutz	
Sicherheitszeichen: Rettung, Brandschutz..	361
Sicherheitszeichen: Gebotszeichen	362
Sicherheitszeichen: Warnzeichen	363
Sicherheitszeichen: Verbotszeichen	364
Warnzeichen für gefährliche Stoffe	365
Gefahrensymbole, EU-Gefahrensymbole ..	366
Gasflaschen für industriellen Einsatz	367
Farbkennzeichnung von Gasflaschen.....	368
Durchflusststoff – Markierung der Rohrleitungen	369
Farbsignale für Taster und Leuchtmelder ..	370
Sicherheitsdatenblatt	371
Gefahrstoffe, R-Sätze	373
Gefahrstoffe, S-Sätze	374
6.2 Kleben	
Bindungskräfte, Fachbegriffe und Klebstoffe	339
Gestaltung von Klebeverbindungen.....	340
Zuordnung Klebstoffe – Kunststoffe.....	341
Vorbehandlung von Kunststoffen.....	342
6.3 Thermoformen	
Umformbereiche von Thermoplasten	343
Positiv- und Negativformung	344
Spezielle Thermoformverfahren	345
Umform- und Werkzeugtemperaturen.....	346
6.4 Schweißen von thermoplastischen Kunststoffen	
Schweißbarkeit von Kunststoffen.....	347

7 Verfahrenstechnik

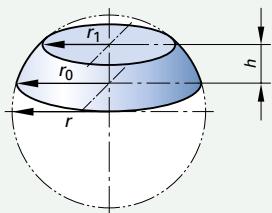
7.1 Vor- und Nachbehandlung	
Vorbehandlung	376
Nachbehandlung	379
7.2 Extrudieren	
Maschinenaufbau und Verfahrenstechnik	381
Verarbeitungsparameter	385
Verfahrensspezifische Berechnungen	386
Fehleranalyse	390
7.3 Blasformen	
Maschinenaufbau und Verfahrenstechnik	392
Verarbeitungsparameter	394
Verfahrensspezifische Berechnungen	395
Fehleranalyse	396
7.4 Spritzgießen	
Maschinenaufbau und Verfahrenstechnik	397
Verarbeitungsparameter	405
Verfahrensspezifische Berechnungen	414
Fehleranalyse	416
7.5 Pressen	
Maschinenaufbau und Verfahrenstechnik	417
Verarbeitungsparameter	418
Verfahrensspezifische Berechnungen	419
Fehleranalyse	420
7.6 Beschichten	
Maschinenaufbau und Verfahrenstechnik	423
Verarbeitungsparameter und verfahrenstechnische Berechnungen	425
7.7 Laminieren	
Maschinenaufbau und Verfahrenstechnik	427
Verarbeitungsparameter	428
Verfahrensspezifische Berechnungen	430
7.8 Schäumen	
Maschinenaufbau und Verfahrenstechnik	431
Verarbeitungsparameter	433
Verfahrensspezifische Berechnungen	434
Fehleranalyse	434
7.9 Kalandrieren	
Maschinenaufbau und Verfahrenstechnik	435
Fehleranalyse	438
7.10 Recycling	
Recyclingarten	439
Recyclingcode	440

8 Kunststofffenster und Apparatebau

8.1 Fenstermaße und Ausführungsarten	
Rohbaumaße und Befestigungen	442
Fensterdarstellungen	444
Beanspruchungen und Anforderungen	445
8.2 Glasarten und Beanspruchungen	
Glasdicken und Windbelastung	446
Wärmeschutzglas	447
Sicherheits- und Brandschutzgläser	448
8.3 Wärme- und schalltechnisches Verhalten	
Wärmedurchgangskoeffizient	451
Schallschutz	453
Fugendichtstoffe und -ausführungen	456
Raumlüftung	458
8.4 Auskleiden von Behältnissen und Räumen	
Folienverlegung	459
Einsatzgebiete	460
8.5 Apparatebau	
Elemente des Apparatebaus	461
Kunststoffrohre	462
Rohrverbindungen für Rohre aus PVC-U	463
Rohrverbindungen aus PE-HD, PB und Armaturen	464

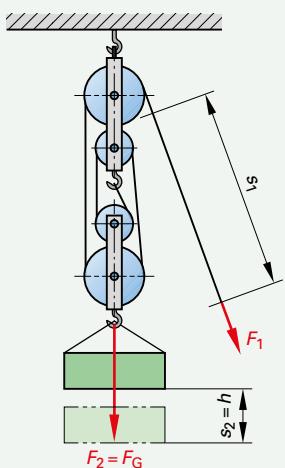
1 Naturwissenschaftlich-technische Grundlagen

1.1 Technische Mathematik



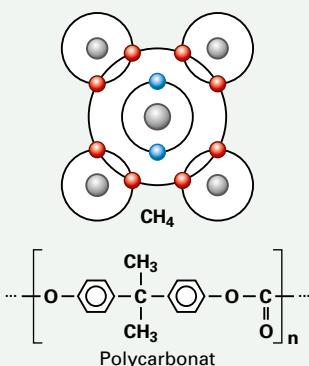
Grundlagen der Mathematik	10
Potenzen, Wurzeln und Logarithmen	12
Gleichungen und Formeln	13
Prozent- und Dreisatzrechnung	14
Interpretation von Diagrammen	16
Teilung von Längen, Bogenlänge und gestreckte Länge	18
Berechnungen im rechtwinkligen Dreieck	19
Winkelfunktionen	20
Flächenberechnungen	22
Volumenberechnungen	24
Berechnungen von Masse und Gewichtskraft	26
Linien- und Flächenschwerpunkte	27

1.2 Technische Physik



Physikalische Größen und Einheiten	28
Kräfte – Darstellung und Kraftkomponenten	31
Arten von Kräften	32
Reibung	33
Drehmoment und Hebelgesetz	34
Arbeit, Energie und Leistung	35
Gleichförmige und beschleunigte Bewegung	37
Druck – Arten und Druckübersetzung	39
Belastungsfälle und Beanspruchungsarten	41
Festigkeitswerte	42
Beanspruchung auf Zug, Druck und Flächenpressung	43
Beanspruchung auf Knickung und Abscherung	44
Beanspruchung auf Biegung und Torsion	45
Temperaturskalen und Thermische Größen	47
Größen und Einheiten im Stromkreis	49
Elektromagnetismus	54

1.3 Technische Chemie



Atom – Modelle und Begriffe	57
Periodensystem der Elemente	58
Molekül – Bindungen und Modelle	60
Chemische Formeln, Reaktionsgleichungen und pH-Wert	61
Chemikalien in der Kunststofftechnik	62
Organische Kohlenwasserstoffe	63
Rohstoffe für Kunststoffe	65
Grundlagen der Kunststoffchemie	66
Polymerisation	67
Polykondensation und Polyaddition	68
Bindungskräfte	69
Rohstoffliches (chemisches) Werkstoffrecycling	70



Grundlagen der Mathematik

Griechisches Alphabet



Anwendungsbeispiele in der Mathematik

Delta Δ	Differenzzeichen
Sigma Σ	Summenzeichen
Pi π	Kreiszahl (= 3,141592...)

Anwendungsbeispiele in der Physik und Chemie

Beta β	Massenkonzentration
Eta η	Wirkungsgrad
Theta ϑ	Temperatur
Rho ρ	Dichte
Ksi ξ	Massenverhältnis
Psi ψ	Volumenverhältnis

Buchstaben-name	Schreibweisen				Buchstaben-name	Schreibweisen			
	groß		klein			groß		klein	
Alpha	A	A	α	α	Ny	N	N	v	v
Beta	B	B	β	β	Ksi	Ξ	Ξ	ξ	ξ
Gamma	Γ	Γ	γ	γ	Omicron	O	O	o	o
Delta	Δ	Δ	δ	δ	Pi	Π	Π	π	π
Epsilon	Ε	Ε	ε	ε	Rho	P	P	ρ	ρ
Zeta	Z	Z	ζ	ζ	Sigma	Σ	Σ	σ	σ
Eta	H	H	η	η	Tau	T	T	τ	τ
Theta	Θ	Θ	θ	θ	Ypsilon	Υ	Υ	υ	v
Jota	I	I	ι	ι	Phi	Φ	Θ	φ	φ
Kappa	K	K	κ	κ	Chi	X	X	χ	χ
Lamda	Λ	Λ	λ	λ	Psi	Ψ	Ψ	ψ	ψ
My	M	M	μ	μ	Omega	Ω	Ω	ω	ω

Römische Zahlen



Römische Grundziffern

Römisch	I	V	X	L	C	D	M
Arabisch	1	5	10	50	100	500	1000

Aus den römischen Grundziffern werden alle römischen Zahlen gebildet. Die Zeichen werden entsprechend ihrem Wert absteigend von links nach rechts geordnet. Die Ziffern I, X, C und M dürfen maximal dreimal direkt nebeneinander stehen. V, L und D dürfen nicht nebeneinander stehen. Es gibt kein Zeichen für die 0.

Römische Zahlen in Arabische Zahlen umrechnen

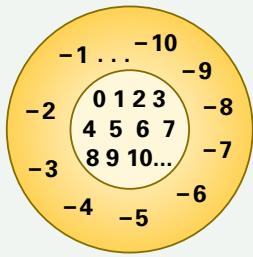
	Beispiele		
Römisch	$XII = X + I + I$	$IV = V - I$	$XLIX = (L - X) + (X - I)$
Arabisch	$12 = 10 + 1 + 1$	$4 = 5 - 1$	$49 = (50 - 10) + (10 - 1)$

Römische Zahlen

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
XI	XII	XX	XXI	XXX	XC	CD	DCCC	IM	MMXX
11	12	20	21	30	90	400	800	999	2020

Grundlagen der Mathematik

Addition und Subtraktion



Kommutativgesetz – Vertauschen von Summanden

$$a + b + c = a + c + b \quad | \quad 7 + 3 + 1 = 7 + 1 + 3 = 11$$

$$7 + 3 + 1 = 1 + 7 + 3 = 11$$

Assoziativgesetz – Zusammenfassen von Summanden

$$a + b + c = a + (c + b) \quad | \quad 7 + 3 + 1 = 7 + (1 + 3) = 11$$

$$7 + 3 + 1 = 1 + (7 + 3) = 11$$

Vorzeichenregeln – Zusammenfassen von Summanden

$$(+a) + (+b) = (+a) - (-b) = a + b \quad | \quad (+4) + (+5) = (+4) - (-5) = 9$$

$$(+a) + (-b) = (+a) - (+b) = a - b \quad | \quad (+4) + (-5) = (+4) - (+5) = -1$$

$$a - (b + c - d) = (a - b - c + d) \quad | \quad 15 - (2 + 4 - 3) = (15 - 2 - 4 + 3) = 12$$

Multiplikation und Division

X	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	4	6
3	0	3	6	9
4	0	4	8	12
5	0	5	10	15

Kommutativgesetz – Vertauschen von Faktoren

$$a \cdot b \cdot c = a \cdot c \cdot b \quad | \quad 7 \cdot 3 \cdot 1 = 7 \cdot 1 \cdot 3 = 21$$

$$7 \cdot 3 \cdot 1 = 1 \cdot 7 \cdot 3 = 21$$

Assoziativgesetz – Zusammenfassen von Faktoren

$$a \cdot b \cdot c = a \cdot (c \cdot b) \quad | \quad 7 \cdot 3 \cdot 1 = 7 \cdot (1 \cdot 3) = 21$$

$$7 \cdot 3 \cdot 1 = 1 \cdot (7 \cdot 3) = 21$$

Vorzeichenregeln – Zusammenfassen von Faktoren

$$(+a) \cdot (+b) = (-a) \cdot (-b) = +ab \quad | \quad (+4) \cdot (+5) = (-4) \cdot (-5) = 20$$

$$(+a) \cdot (-b) = (-a) \cdot (+b) = -ab \quad | \quad (+4) \cdot (-5) = (-4) \cdot (+5) = -20$$

Distributivgesetz – Multiplizieren mit Summen

$$a \cdot (b - c) = ab - ac \quad | \quad 7 \cdot (3 - 1) = 7 \cdot 3 - 7 \cdot 1 = 7 \cdot 2 = 14$$

Ausklammern gleicher Faktoren

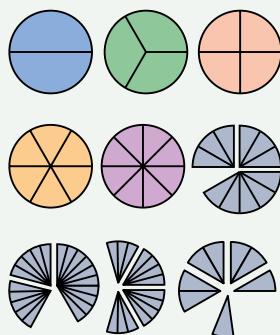
$$ab - ac = a \cdot (b - c) \quad | \quad 7 \cdot 2 - 7 \cdot 3 = 7 \cdot (2 - 3) = 7 \cdot (-1) = -7$$

Multiplizieren von Summen

$$(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd \quad | \quad (4 + 5) \cdot (6 - 3) = 9 \cdot 3 = 27$$

$$4 \cdot 6 - 4 \cdot 3 + 5 \cdot 6 - 5 \cdot 3 = 27$$

Rechnen mit Brüchen



Echter Bruch	Unechter Bruch	Scheinbruch	Gemischte Zahl
--------------	----------------	-------------	----------------

$$\frac{1}{3} \quad | \quad \frac{5}{3} \quad | \quad \frac{6}{1} \quad | \quad 5\frac{1}{3}$$

Rechenoperationen

Erweitern	$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{2}{6}$	Kürzen	$\frac{14}{16} = \frac{14 : 2}{16 : 2} = \frac{7}{8}$	$\frac{12ab}{16bc} = \frac{3a}{4c}$
-----------	---	--------	---	-------------------------------------

Hauptnenner bilden und addieren

$$\frac{1}{10} + \frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{1}{10} + \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

Multiplizieren	$\frac{3}{10} \cdot 2 = \frac{3 \cdot 2}{10 \cdot 1} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$	Dividieren	$\frac{3}{10} : 2 = \frac{3 \cdot 1}{10 \cdot 2} = \frac{3}{20}$
----------------	--	------------	--

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{9}{8} = \frac{3 \cdot 9}{4 \cdot 8} = \frac{27}{32}$$

$$\frac{3}{4} : \frac{9}{8} = \frac{3 \cdot 8}{4 \cdot 9} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$



Potenzen, Wurzeln und Logarithmen

Potenzen

$$2^6 = 64$$

- 2 Grundzahl (Basis)
6 Exponent
64 Potenzwert

		Potenzierung		Beispiele	
$a^n = c$	$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$	$2^3 = 8$	$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$		
Basis a , Exponent n , Potenzwert c			Sprechweise: 2 hoch 3		
Sonderfälle			Beispiele		
$a^0 = 1$	$1^n = 1$	$572^0 = 1$	$1^{47} = 1$		
$a^1 = a$	$0^n = 0$	$602^1 = 602$	$0^{89} = 0$		
Produkt von Potenzen			Beispiel		
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$3^2 \cdot 3^3 = 3^{3+2} = 3^5 = 243$			
$a^n \cdot b^n = (ab)^n$			$2^2 \cdot 4^2 = (2 \cdot 4)^2 = 8^2 = 64$		
Quotient von Potenzen ($b \neq 0$)			Beispiel		
$a^m : b^n = a^{m-n}$	$a^m : b^m = (a : b)^m$	$4^2 : 2^2 = (4 : 2)^2 = 2^2 = 4$			
Summe und Differenz von Potenzen			Beispiel		
$xa^n + ya^n - za^n = (x + y - z) a^n$			$3a^3 + 2a^3 - a^3 = (3 + 2 - 1) a^3 = 4a^3$		

Wurzeln

$$\sqrt[6]{64} = 2$$

- 6 Wurzelexponent
64 Radikand
2 Wurzelwert

		Radizierung		Beispiele	
$\sqrt[n]{a} = c$	$(\sqrt[n]{a})^n = a$	$\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$	$\sqrt[5]{3125} = 5$	$(\sqrt[3]{8})^3 = 8$	$\sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{10}$
Radikand a , Wurzelexponent n , Wurzelwert c			Sprechweise für $\sqrt[5]{3125}$: 5. Wurzel von 3125		
Sonderfälle					
$\sqrt[1]{0} = 0$	$\sqrt[-n]{a} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}}$	$\sqrt[-n]{a^m} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$	$\sqrt[-n]{a} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}}$	$\sqrt[0]{a} = \text{nicht definiert}$	
$\sqrt[3]{-a} = -c$	$\sqrt[3]{-a} = \text{nicht definiert}$		$a = \pm \sqrt{b}$, dann $a_1 = +\sqrt{b}$ $a_2 = -\sqrt{b}$		
Wurzeln mit Bruchpotenzen			Beispiel		
$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$	$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$(\sqrt[3]{27})^2 = \sqrt[3]{27^2} = 27^{\frac{2}{3}} = 9$			
$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a} = \sqrt[m]{a^{\frac{1}{n}}} = a^{\frac{1}{m \cdot n}}$		$\sqrt[3]{\sqrt[3]{512}} = \sqrt[3 \cdot 3]{512} = \sqrt[9]{512^3} = 512^{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}} = 2$			
Produkt von Wurzeln			Beispiel		
$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$		$\sqrt[5]{625} \cdot \sqrt[5]{5} = \sqrt[5]{625 \cdot 5} = \sqrt[5]{3125} = 5$			
Quotient von Wurzeln ($b \neq 0$)			Beispiel		
$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$		$\sqrt[3]{16} : \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = 2$			

Logarithmen

$$\log_2 64 = 6$$

- log₂ Basis 2
64 Logarithmand (Numerus)
6 Logarithmuswert

		Logarithmierung		Beispiel	
$\log_n a = c$, wenn $n^c = 1$ für $n > 0$ und $a > 0$		$\log_2 16 = 4$			
Logarithmand a , Basis n , Logarithmuswert c			Sprechweise für $\log_2 16 = 4$ 4 ist der Logarithmus von 16 zur Basis 2		
Dekadischer Logarithmus $\lg a$			Natürlicher Logarithmus $\ln a$		
$\lg a = \log_{10} a$	$\lg 1 = 0$	$\lg 10 = 1$	$\ln a = \log_e a$ mit $e = 2,7182\dots$	$\ln 1 = 0$	
Logarithmengesetze, für Basen $n > 0$					
$\log(ab) = \log a + \log b$	$\log(a:b) = \log a - \log b$	$\log(a^m) = m \log a$			

Gleichungen und Formeln

Arbeiten mit Gleichungen

	Eine Gleichung setzt zwei Terme gleich.			
	linke Formelseite	Gleichheitszeichen	rechte Formelseite	
	10	=	$2x + 4$	
	Regeln für das äquivalente Umstellen von Gleichungen			
	$10 = 2x + 4$	Seiten gegeneinander vertauschen	$2x + 4 = 10$	
	$21 = 5x + 9$	gleichen Wert addieren, z. B. 3	$24 = 5x + 12$	
	$48 = 7x + 8$	gleichen Wert subtrahieren, z. B. 3	$45 = 7x + 5$	
	$100x = 20$	gleichen Wert multiplizieren, z. B. 2	$200x = 40$	
	$32x = 40$	gleichen Wert dividieren, z. B. 8	$4x = 5$	
	$\frac{3}{x} = \frac{5}{7}$	auf beiden Seiten Kehrwert bilden	$\frac{x}{3} = \frac{7}{5}$	
	$x = 9$	auf beiden Seiten quadrieren	$x^2 = 81$	
	$x^2 = 19$	auf beiden Seiten Wurzel ziehen	$x = \pm \sqrt{19}$	
	$e^x = 4$	auf beiden Seiten logarithmieren	$x = \ln 4$	

Formeln umstellen

	Grundsätze		
	Formeln sind Gleichungen, die vorwiegend Formelzeichen, z. B. p , F und A enthalten.	$p = \frac{F}{A}$	Beispiele für Formelzeichen: Formelzeichen und physikalische Größe
	p Druck F Kraft A Fläche		
	Umstellen und Auflösen von Formeln		
	Veränderung auf der linken Seite = Veränderung auf der rechten Seite		
	Formeln werden umgestellt, damit die gesuchte Größe allein auf der linken Seite der Gleichung steht. Dabei darf sich der Wert der linken und rechten Formelseite nicht ändern.		
	Beispiel: Auflösen nach F		
	Ausgangslage	Seiten vertauschen	mit A multipliziert
	$p = \frac{F}{A}$	$\frac{F}{A} = p$	$\frac{F}{A} \cdot A = p \cdot A$
			$F = p \cdot A$



Prozentrechnung

Grundwert, Prozentwert und Prozentsatz

%

	Grundwert G	Percentwert W	Prozentsatz p	Beispiel
	$G = \frac{W \cdot 100 \%}{p}$	$W = \frac{G \cdot p}{100 \%}$	$p = \frac{W \cdot 100 \%}{G}$	Von 800 Spritzgussteilen weisen 12 einen Fehler auf. Wie viel Prozent der Teile sind fehlerhaft? Lösung: $p = \frac{12 \text{ Stück} \cdot 100 \%}{800 \text{ Stück}}$ $p = 1,5 \%$
	Das Ganze gibt den Grundwert G an, z. B. Gesamtmenge 800 Stück Spritzgussteile.	Percentwert W , gibt an, wie groß der Anteil ist, z. B. Fehlermenge 12 Stück.	Prozentsatz p gibt an, welcher Anteil vom Ganzen zu bilden ist, z. B. 1,5 % fehlerhafte Spritzgussteile	
Prozent : $1 \% = 1/100 = 0,01$				
erhöhter Grundwert	Beispiel			
	$G_{\max} = G + W$	3 % Lohnerhöhung und 13,00 € neuer Stundenlohn. Errechnen Sie den vorherigen Stundenlohn.		
	$G = \frac{G_{\max} \cdot 100 \%}{100 \% + p}$	Lösung: $G = \frac{13,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 \% + 3 \%}$ = 12,62 €		
verminderter Grundwert	Beispiel			
	$G_{\min} = G - W$	5 % Granulateinsparung und 95 t neuer Verbrauch. Errechnen Sie den vorherigen Granulatverbrauch.		
	$G = \frac{G_{\min} \cdot 100 \%}{100 \% - p}$	Lösung: $G = \frac{95 \text{ t} \cdot 100 \%}{100 \% - 5 \%}$ = 100 t		

Zinsrechnen



	Kapital K	Zinsen Z	Beispiel
	$K = \frac{Z \cdot 100 \%}{p \cdot t}$	$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \%}$	Eine Firma erhält einen Kredit über 30.000 € mit einem Zinssatz von 8,5 %. Wie hoch sind die Zinsen?
Zinssatz p	Laufzeit t		Lösung: $Z = \frac{30.000 \text{ €} \cdot 8,5 \%}{100 \%}$ $Z = 2.550 \text{ €}$
Zinseszinsrechnen K_n		Beispiel	
$K_n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100 \%}\right)^n$		Max legt 3.000 € festverzinslich mit 2,0 % an. Wie hoch ist sein Kapital nach drei Jahren?	
Kapital nach n Jahren. Die Zinsen werden dem Kapital zugerechnet und mitverzinst.		Lösung: $K_3 = 3.000 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{2,0 \%}{100 \%}\right)^3$ $K_3 = 3.183,62 \text{ €}$	
$[K] = \text{€}; [Z] = \text{€}; [p] = \%/\text{Jahr}; [t] = \text{Jahr}; 1 \text{ Zinsjahr} = 360 \text{ Tage}; 1 \text{ Zinsmonat} = 30 \text{ Tage}$			

Dreisatzrechnung

Direkt proportionaler Dreisatz

Beispiel:

Für einen 3D-Drucker wird ABS (Acrylnitril-Butadien-Styrol) zum Drucken benötigt. 8,5 kg ABS kosten 229,08 €. Wie viel kosten 5 kg ABS?

Satzfolge	Grafische Darstellung	Lösungsvorschlag
1. Aussagesatz $x \Rightarrow y$		1. 8,5 kg ABS kosten 229,08 €
2. Einheitssatz $1 \Rightarrow \frac{y}{x}$		2. 1 kg ABS kosten $\frac{229,08 \text{ €}}{8,5} = 26,95 \text{ €}$
3. Schlussatz $x_1 \Rightarrow \frac{y_1}{x_1}$		3. 5 kg ABS kosten $\frac{229,08 \text{ €} \cdot 5}{8,5} = 134,75 \text{ €}$

Indirekt proportionaler Dreisatz

Beispiel:

Drei Spritzgießmaschinen fertigen 1080 Formteile in 3,33 Stunden. Wie lange dauert das Herstellen derselben Formteilmenge mit 5 Spritzgießmaschinen?

Satzfolge	grafische Darstellung	Lösungsvorschlag
1. Aussagesatz $x \Rightarrow y$		1. 3 Spritzgießmaschinen benötigen 3,33 h
2. Einheitssatz $1 \Rightarrow x \cdot y$		2. eine Spritzgießmaschine benötigt $3 \cdot 3,33 \text{ h}$
3. Schlussatz $x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x}{x_1}$		3. 5 Spritzgießmaschinen benötigen $\frac{3 \cdot 3,33 \text{ h}}{5} = 2 \text{ h}$

Zusammengesetzter oder doppelter Dreisatz

Beispiel:

Vier Facharbeiter stellen bei 6-stündiger Arbeitszeit 800 Kunststoffteile pro Tag her. Wie viele Kunststoffteile werden hergestellt, wenn 5 Facharbeiter bei einer 8-stündigen Arbeitszeit daran arbeiten?

Satzfolge	Lösungsvorschlag
1. Dreisatz	4 Facharbeiter produzieren in 6 h 800 Stück
	1 Facharbeiter produziert in 6 h $\frac{800 \text{ Stück}}{4} = 200 \text{ Stück}$
	5 Facharbeiter produzieren in 6 h $\frac{800 \text{ Stück} \cdot 5}{4} = 1000 \text{ Stück}$
2. Dreisatz	5 Facharbeiter produzieren in 1 h $\frac{800 \text{ Stück} \cdot 5}{4 \cdot 6} = 166,7 \text{ Stück}$
	5 Facharbeiter produzieren in 8 h $\frac{800 \text{ Stück} \cdot 5 \cdot 8}{4 \cdot 6} = 1333 \text{ Stück}$



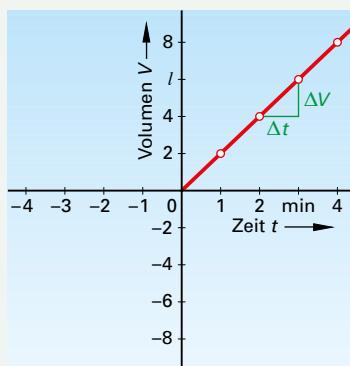
Interpretation von Diagrammen

Funktionen und x-y-Diagramme

N

Funktionen und Wertetabellen

Kartesisches Koordinatensystem



Empirische Funktion

Die empirische Funktion ist eine Erfahrungsfunktion. Die Wertetabelle ergibt sich aus einem Messversuch.

Beispiel:

Beim Spritzgießen ist das Volumen V der Formmasse eine Funktion der Zeit t . Beim Experiment wird zur jeden vollen Minute die verarbeitete Volumenmenge der Formmasse ermittelt. Wie groß ist der Volumenstrom Q ?

Steigung für $Q = \Delta V / \Delta t = 2 \text{ l/min} = 2 \text{ dm}^3/\text{min}$

Zeit t in min	Volumen V in l
1	2
2	4
3	6
4	8

Wertetabelle $V = f(t)$ gleichbedeutend $V(t)$; man sagt: V ist eine Funktion von t .



Analytische Funktion

Die analytische Funktion ist eine berechenbare Funktion. Die Wertetabelle ergibt sich aus Rechenwerten mit einer Formel als Funktionsgleichung.

Beispiel:

Gegeben ist die Funktionsgleichung $p = F_N/A$ für die konstante Normalkraft $F_N = 40 \text{ N}$, die Flächen A und ein Diagramm $p = f(A)$.

Lösung:

$$p_1 = 40 \text{ N}/1 \text{ cm}^2 = 4 \text{ bar}; p_2 = 40 \text{ N}/2 \text{ cm}^2 = 2 \text{ bar}$$

$$p_3 = 40 \text{ N}/3 \text{ cm}^2 = 1,33 \text{ bar}; p_4 = 40 \text{ N}/4 \text{ cm}^2 = 1 \text{ bar}$$

$$p_5 = 40 \text{ N}/5 \text{ cm}^2 = 0,8 \text{ bar}$$

Wertetabelle $p(A)$

A in cm^2	1	2	3	4	5
p in bar	4	2	1,33	1	0,8

Interpolieren

Interpolation ist das Bestimmen von Zwischenwerten zwischen zwei aufeinander folgenden Funktionswerten bzw. Tabellenwerten aufgrund der bekannten Zahlenwerte der Funktion bzw. der Tabelle.

Stoffwerte von Wasser bei $p = 1 \text{ bar}$

ϑ in $^\circ\text{C}$	ϱ in kg/m^3
30	995,8
40	992,3
50	988,1
60	983,2
70	977,7

Lineare Interpolation

Zwischenwerte y

$$y(x) = y_0 + \frac{(y_1 - y_0)}{(x_1 - x_0)} \cdot (x - x_0)$$

$$y = y_0 + (y_1 - y_0) \cdot t$$

Intervall h

$$h = x_1 - x_0$$

Teilschritte t (festlegen)

z. B. $h = 10$

1 Teilschritt = 10 %

$t = 0,1$

Wie groß ist die Dichte des Wassers bei 45°C ?

Lösung:

$$t = 0,5, \text{ bei dem Intervall } h = 10$$

(40°C bis 45°C sind es 5 Teilschritte, also $50\% = 0,5$)

$$y = y_0 + (y_1 - y_0) \cdot t$$

$$y = 992,3 \text{ kg}/\text{m}^3 + (988,1 \text{ kg}/\text{m}^3 - 992,3 \text{ kg}/\text{m}^3) \cdot 0,5$$

$$y = Q_{45} = 990,2 \text{ kg}/\text{m}^3$$

Interpretation von Diagrammen

Flächendiagramm

Darstellung	Kreisdiagramm	Beispiel
Pkw-Reifenbestandteile	<p>Mit einem Kreisdiagramm werden prozentuale Mengen abgebildet.</p> <p>a) Kautschuk b) Füllstoffe c) Festigkeitsträger d) Weichmacher e) Vulkanisationsmittel f) Sonstige Stoffe</p> <p>Winkelberechnung</p> $\alpha = \frac{360^\circ \cdot \text{Teilwert}}{\text{Gesamtwert}}$	<p>Ein Pkw-Reifen setzt sich aus verschiedenen Bestandteilen zusammen.</p> <ol style="list-style-type: none"> 41 % Kautschuk 30 % Füllstoffe 15 % Festigkeitsträger 6 % Weichmacher 6 % Vulkanisationsmittel 2 % Sonstige Stoffe <p>Winkel α des Kautschukanteils berechnen</p> <p>Lösung: $\alpha = 360^\circ \cdot 0,41 / 1 = 147,6^\circ$</p>
Darstellung	Säulendiagramm	Beispiel
Entwicklung der Produktionsmenge	<p>Ein Säulendiagramm eignet sich zur Darstellung von Daten in Form nebeneinander gesetzter Säulen. Zusammenhänge und Auswirkungen einzelner Faktoren lassen sich gut mit mehreren Datenreihen in einem Diagramm darstellen.</p> <p>Anwendung: Zeitreihenvergleich, Trendanalyse, Größenvergleiche, Momentaufnahmen, Gegenüberstellung, Rangfolendarstellung</p>	<p>Seit Jahren produziert die Firma NewPlasto den Kunststoff PVC. Die Übersicht verdeutlicht die Entwicklung der Produktionsmenge über einen bestimmten Zeitraum.</p> <p>Für diesen Zeitraum liegt diese Datenreihe vor.</p> <p>a) 2012: 80 t; b) 2013: 100 t c) 2014: 120 t; d) 2015: 150 t e) 2016: 155 t; f) 2017: 200 t</p>

Zustandsdiagramm

Darstellung	Zweistoffsysteem – Diagramm	Beispiel
	<p>Im Zweistoffsysteem ist es üblich, den Zustand einer Legierung in Abhängigkeit von Temperatur und Konzentration (Massenprozent-Anteile der Komponenten) darzustellen.</p> <p>Die Darstellung von Zustandsdiagrammen beschränkt sich meist auf die Zusammenhänge zwischen zwei Variablen, wobei die dritte Variable konstant gehalten wird.</p> <p>Der Molenbruch x kennzeichnet die Zusammensetzung des Systems einer Komponente.</p>	<p>Eine Legierung (Zweistoffsysteem), bestehend aus Metall A (40 %) und Metall B (60 %).</p> <p>Degressives Temperaturverhalten: Die Temperatur steigt somit unterproportional an, d. h. sie erhöht sich immer langsamer.</p> <p>Progressives Temperaturverhalten: Die Temperatur steigt somit überproportional an, d. h. sie erhöht sich immer schneller.</p>

Sonderformen-Diagramme

Sankey-Diagramm	Nomogramm	Netzdiagramm/Radardiagramm



Teilung von Längen, Bogenlänge und gestreckte Länge

Teilung bzw. Trennung von Längen

<p>gleicher Randabstand Teilung $p = \text{Randabstand}$</p>	<p>Teilung:</p> $p = \frac{l}{n+1}$ <p>l Gesamtlänge in mm n Anzahl der Bohrungen p Teilung in mm</p>	<p>Beispiel:</p> $l = 210 \text{ mm}; n = 6; p = ?$ $p = \frac{l}{n+1} = \frac{210 \text{ mm}}{6+1} = 30 \text{ mm}$
<p>ungleicher Randabstand Teilung $p \neq \text{Randabstand}$</p>	<p>Teilung:</p> $p = \frac{l - (a + b)}{n-1}$ <p>l Gesamtlänge in mm n Anzahl der Bohrungen p Teilung in mm a, b Randabstände in mm</p>	<p>Beispiel:</p> $l = 3000 \text{ mm}; n = 31; a = 90 \text{ mm}; b = 60 \text{ mm}; p = ?$ $p = \frac{l - (a + b)}{n-1} = \frac{3000 \text{ mm} - 150 \text{ mm}}{31-1}$ $p = 95 \text{ mm}$
<p>Trennung von Teilstücken</p>	<p>Anzahl der Teilstücke z:</p> $z = \frac{l}{l_S + s}$ <p>l Gesamtlänge in mm l_S Teillänge in mm s Schnittbreite in mm</p> <p>Restlänge l_R in mm:</p> $l_R = l - z \cdot (l_S + s)$	<p>Beispiel:</p> $l = 4500 \text{ mm}; l_S = 224 \text{ mm}; s = 1,3 \text{ mm}; z = ?; l_R = ?$ $z = \frac{l}{l_S + s} = \frac{4500 \text{ mm}}{224 \text{ mm} + 1,3 \text{ mm}} = 19,97$ $z = 19 \text{ Teile}$ $l_R = l - z \cdot (l_S + s) =$ $= 4500 \text{ mm} - 19 \cdot (224 \text{ mm} + 1,3 \text{ mm})$ $l_R = 219,3 \text{ mm}$

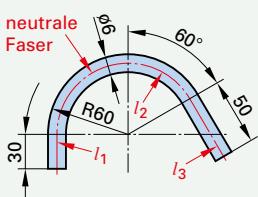
Bogenlänge bei gebogenen Werkstücken, gestreckte Länge der neutralen Faser

<p>Vollkreisbogen (Ring)</p>	<p>Bogenlänge l_B in mm</p> $l_B = d_m \cdot \pi$ <p>bei symmetrischen Querschnitten (Rohr, Vierkant) gilt:</p> $d_m = \frac{D + d}{2}$ <p>d_m mittl. Durchmesser in mm</p> <p>bei nicht symmetrischen Querschnitten siehe Register 3</p>	<p>Beispiel:</p> $d = 85 \text{ mm}; D = 95 \text{ mm}; l_B = ?$ $d_m = \frac{D + d}{2} = \frac{95 \text{ mm} + 85 \text{ mm}}{2} = 90 \text{ mm}$ $l_B = d_m \cdot \pi = 90 \text{ mm} \cdot \pi = 282,74 \text{ mm}$ <p>Will man die äußere Bogenlänge berechnen, ersetzt man d_m durch D, bei der inneren Bogenlänge nimmt man d statt d_m.</p>
<p>Teilkreisbogen</p>	<p>Bogenlänge l_B in mm</p> $l_B = \frac{d_m \cdot \pi \cdot \alpha}{360^\circ}$ $l_B = \frac{r_m \cdot \pi \cdot \alpha}{180^\circ}$ <p>r_m mittlerer Radius in mm α Mittelpunktwinkel in °</p>	<p>Beispiel:</p> $d = 85 \text{ mm}; D = 95 \text{ mm}; \alpha = 310^\circ; l_B = ?$ $d_m = \frac{D + d}{2} = \frac{95 \text{ mm} + 85 \text{ mm}}{2} = 90 \text{ mm}$ $r_m = \frac{d_m}{2} = \frac{90 \text{ mm}}{2} = 45 \text{ mm}$ $l_B = \frac{d_m \cdot \pi \cdot \alpha}{360^\circ} = \frac{90 \text{ mm} \cdot \pi \cdot 310^\circ}{360^\circ}$ $l_B = 243,47 \text{ mm}$

Gestreckte Länge und Berechnungen im rechtwinkligen Dreieck

Gestreckte Länge bei zusammengesetzten Längen

zusammengesetzte Länge



Die Gesamtlänge L der neutralen Faser wird in Teillängen $l_1, l_2, l_3 \dots$ zerlegt:

$$L = l_1 + l_2 + l_3 + \dots$$

$$r_m = R - \frac{s}{2}$$

s Materialstärke bzw. Durchmesser des Stabes

Beispiel:

Berechnung der gestreckten Länge L des Hakens

$$l_1 = 30 \text{ mm}; l_3 = 50 \text{ mm}$$

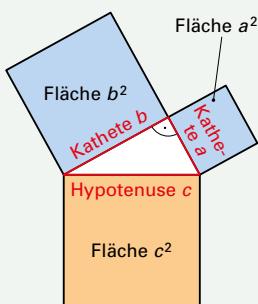
$$r_m = R - \frac{s}{2} = 60 \text{ mm} - \frac{6 \text{ mm}}{2} = 57 \text{ mm}$$

$$l_2 = \frac{r_m \cdot \pi \cdot \alpha}{180^\circ} = \frac{57 \text{ mm} \cdot \pi \cdot 150^\circ}{180^\circ} = 149 \text{ mm}$$

$$L = l_1 + l_2 + l_3 = 30 \text{ mm} + 149 \text{ mm} + 50 \text{ mm}$$

$$L = 229 \text{ mm}$$

Der Satz des Pythagoras



Die Fläche des Quadrates über der Hypotenuse c ist gleich der Summe der beiden Quadrate über den Katheten a und b .

$$c^2 = a^2 + b^2$$

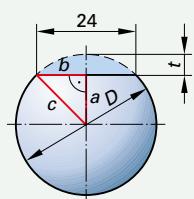
Länge der Hypotenuse:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Länge der Katheten:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



Beispiel 1:

$$b = 24 \text{ mm}; c = 30 \text{ mm}; a = ?$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{(30 \text{ mm})^2 - (24 \text{ mm})^2} = 18 \text{ mm}$$

Beispiel 2:

Eine Kugel mit $D = 130 \text{ mm}$ soll so abgeflacht werden, dass die Abflachung 24 mm breit ist. Gesucht ist die Tiefe der Abflachung t .

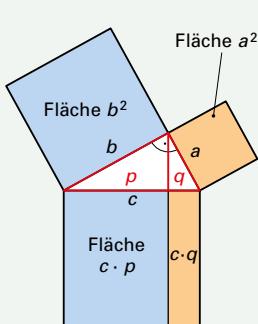
Im roten Dreieck gilt:

$$c = r = D/2 = 65 \text{ mm}; b = \frac{24}{2} \text{ mm} = 12 \text{ mm}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{(65 \text{ mm})^2 - (12 \text{ mm})^2} = 63,9 \text{ mm}$$

$$t = \frac{D}{2} - a = \frac{130 \text{ mm}}{2} - 63,9 = 1,1 \text{ mm}$$

Der Lehrsatz des Euklid (Kathetensatz)



Die Fläche des Quadrates über einer Kathete ist gleich der Rechteckfläche aus Hypotenuse und Hypotenuseabschnitt.

$$a^2 = c \cdot p$$

$$b^2 = c \cdot q$$

a, b Katheten
 p, q Hypotenuseabschnitte
 c Hypotenuse

Beispiel:

Ein Quadrat mit der Seitenlänge $a = 15 \text{ mm}$ soll in ein flächengleiches Rechteck mit der Länge $l = 40 \text{ mm}$ verwandelt werden. Wie groß ist die Breite b des Rechteckes?

$$l = c \quad b = q$$

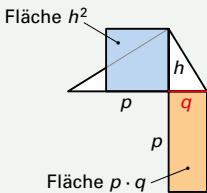
$$a^2 = c \cdot q \Rightarrow$$

$$q = \frac{a^2}{c} = \frac{(15 \text{ mm})^2}{40 \text{ mm}} = 5,6 \text{ mm}$$



Winkelfunktionen

Der Höhensatz



Die Fläche des Quadrates über der Höhe h ist gleich der Rechteckfläche aus den Hypotenuseabschnitten p und q .

$$h^2 = p \cdot q$$

h Höhe des Dreiecks
 p, q Hypotenuseabschnitte

Beispiel:

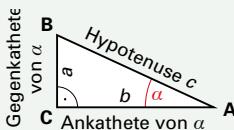
Berechnen Sie die Höhe eines rechtwinkligen Dreiecks mit den Hypotenuseabschnitten $p = 90 \text{ mm}$ und $q = 25 \text{ mm}$!

$$h^2 = p \cdot q$$

$$h = \sqrt{p \cdot q} = \sqrt{(90 \text{ mm}) \cdot (25 \text{ mm})} = \sqrt{2250 \text{ mm}^2}$$

$$h = 47,4 \text{ mm}$$

Bezeichnungen im rechtwinkligen Dreieck und Winkelfunktionen



$$\text{Sinus} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

Umkehrung: \arcsin bzw. \sin^{-1}

$$\text{Kosinus} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

Umkehrung: \arccos bzw. \cos^{-1}

$$\text{Tangens} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

Umkehrung: \arctan bzw. \tan^{-1}

$$\text{Kotangens} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$$

Umkehrung: arc cot bzw. \cot^{-1}
ohne Einheit!

Beispiel:

$$\alpha = 30^\circ; b = 30 \text{ mm}$$

Ges. β ; a ; c

b ist Ankathete zu α und Gegenkathode zu β

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c} \Rightarrow$$

$$c = \frac{b}{\cos \alpha} = \frac{30 \text{ mm}}{\cos 30^\circ} = 34,6 \text{ mm}$$

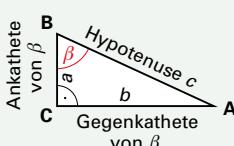
$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c} \Rightarrow$$

$$a = \sin \alpha \cdot c = \sin 30^\circ \cdot 34,6 \text{ mm} = 17,3 \text{ mm}$$

$$\tan \beta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{b}{a} = \frac{30 \text{ mm}}{17,3 \text{ mm}} = 1,73$$

$$\Rightarrow \beta = \arctan 1,73 = 60,0^\circ$$

(Taschenrechner: \tan^{-1} oder shift tan)



Winkelfunktionswerte für spezielle Winkel

Funktion	0°	30°	45°	60°	90°	120°	180°	270°	360°
\sin	0	0,5	0,707	0,866	+1	0,866	0	-1	0
\cos	+1	0,866	0,707	0,5	0	-0,5	-1	0	+1
\tan	0	0,57	1	1,73	∞	-1,73	0	∞	0
\cot	∞	1,73	1	0,57	0	-0,57	∞	0	∞

Grafische Darstellung der Winkelfunktionswerte

