



Erste Hilfe



Auffinden einer Person

Grundsätze

- Ruhe bewahren
- Unfallstelle sichern
- Eigene Sicherheit beachten



Person ggf. aus dem Gefahrenbereich retten

Notruf 112

- Wo geschah es?
- Was geschah?
- Wie viele Verletzte?
- Welche Art von Verletzungen?
- Warten auf Rückfragen!



Bewusstsein prüfen

laut ansprechen,
anfassen, rütteln

nicht
vorhanden
um
Hilfe
rufen



Atmung prüfen

Atemwege freimachen,
Kopf nackenwärts biegen,
Kinn anheben,
sehen/hören/fühlen

keine normale
Atmung



Notruf
AED¹⁾
holen
lassen



30 x Herzdruckmassage
Hände in Brustmitte-
Drucktiefe 5–6 cm
Arbeitstempo 100–120/min

2 x Beatmung
1s lang Luft
in Mund oder
Nase einblasen

vorhanden

normale
Atmung



Situationsgerecht helfen

z.B. Wunde versorgen



Stabile Seitenlage



Notruf

Bewusstsein und Atmung überwachen

Unfälle durch elektrischen Strom

- Auf Selbstschutz achten
- Strom sofort unterbrechen

Niederspannung: (bis 1000 Volt)

- Stecker ziehen, ausschalten
- Sicherung herausnehmen bzw. Sicherungsautomat betätigen

Hochspannung: (über 1000 Volt)

- Abstand halten
- Notruf „Elektrounfall“
- Fachpersonal herbeirufen
- Rettung nur durch Fachpersonal!

Maßnahmen am Patienten:

- Ständige Kontrolle von Bewusstsein und Kreislauf (Atmung)
- Ärztliche Behandlung veranlassen

¹⁾ Sofern verfügbar, den Anweisungen des „Automatisierten Externen Defibrillators“ AED (Gerät zur Beseitigung von Herzmuskelstörungen) folgen.



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Metallberufe

Roland Gomeringer
Roland Kilgus
Volker Menges

Stefan Oesterle
Thomas Rapp
Claudius Scholer

Andreas Stenzel
Andreas Stephan
Falko Wieneke

Tabellenbuch Metall

48., neu bearbeitete und erweiterte Auflage

Europa-Nr.: 10609 mit Formelsammlung

Europa-Nr.: 1060X ohne Formelsammlung

Europa-Nr.: 10706 XXL, mit Formelsammlung und CD

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorf StraÙe 23 · 42781 Haan-Gruiten

Autoren:

Roland Gomeringer	Meßstetten
Roland Kilgus	Neckartenzlingen
Volker Menges	Lichtenstein
Stefan Oesterle	Amtzell
Thomas Rapp	Albstadt
Claudius Scholer	Metzingen
Andreas Stenzel	Balingen
Andreas Stephan	Marktoberdorf
Falko Wieneke	Essen

Lektorat:

Roland Gomeringer, Meßstetten

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Maßgebend für die Anwendung der Normen und der anderen Regelwerke sind deren neueste Ausgaben.

Verbindlich für die Anwendung sind nur die Original-Normblätter.

Sie können durch die Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

Inhalte des Kapitels „Programmaufbau bei CNC-Maschinen nach PAL“ (Seiten 357 bis 376) richten sich nach Veröffentlichungen der PAL-Prüfungsaufgaben- und Lehrmittelentwicklungsstelle der IHK Region Stuttgart. Das vorliegende Tabellenbuch wurde mit aller gebotenen Sorgfalt erarbeitet. Dennoch übernehmen die Autoren und der Verlag für die Richtigkeit der Angaben sowie für eventuelle Satz- oder Druckfehler keine Haftung.

48. Auflage 2019, korrigierter Nachdruck 2020

Druck 6 5 4 (keine Änderung seit der 3. Druckquote)

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-8085-1728-4 mit Formelsammlung
ISBN 978-3-8085-1679-9 ohne Formelsammlung
ISBN 978-3-8085-1685-0 XXL, mit Formelsammlung und CD

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2019 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Ertstadt
Umschlag: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar
Umschlagfoto: Sauter Feinmechanik GmbH, 72555 Metzingen
Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

Vorwort

Zielgruppen des Tabellenbuches

- Metallberufe aus Handwerk und Industrie
- Technische Produktdesigner
- Meister- und Technikerausbildung
- Praktiker in Handwerk und Industrie
- Studenten des Maschinenbaues

Inhalt

Der Inhalt des Buches ist in sieben Hauptkapitel gegliedert, die in der rechten Spalte benannt sind. Er ist auf die Bildungspläne der Zielgruppen abgestimmt und der Entwicklung der Technik und der KMK-Lehrpläne angepasst.

Die **Tabellen** enthalten die wichtigsten Regeln, Bauarten, Sorten, Abmessungen und Richtwerte der jeweiligen Sachgebiete.

Bei den **Formeln** wird in der Legende auf die Nennung von Einheiten verzichtet. In den oft parallel zum Buch verwendeten „**Formeln für Metallberufe**“ sind dagegen die Einheiten angegeben, um vor allem Berufsanfängern beim Berechnen eine Hilfestellung zu geben. Dies gilt auch für die „**Formelsammlung Metall plus+**“, die in kompakter Form neben einfachen Grundlagen auch weitergehende Inhalte bietet.

Mit der CD „**Tabellenbuch Metall digital**“ und der Web-Applikation „**Tabellenbuch Metall online**“ liegt das Tabellenbuch in digitaler Form vor. Berechnungsmöglichkeiten sind integriert. Formeln und Einheiten können gewählt und umgestellt werden. Ergänzt wird das Medienangebot durch eine APP „**Formeln & Tabellen Metall**“ für Smartphones und Tablets. Damit können z.B. schnell und einfach Basiseinheiten umgerechnet, Härtewerte oder Toleranzen bestimmt werden. Markierungen im Buch weisen auf den sinnvollen Einsatz der APP hin. Der Zugang zu weiteren Web-Angeboten ist über „**Formeln & Tabellen Metall**“ oder www.europa-lehrmittel.de/tm48 möglich.

Das **Sachwortverzeichnis** am Schluss des Buches enthält neben den deutschen auch die englischen Bezeichnungen.

Im **Normenverzeichnis** sind alle im Buch zitierten aktuellen Normen und Regelwerke aufgeführt.

Änderungen und Erweiterungen in der 48. Auflage

- Normänderungen sind bis Januar 2019 berücksichtigt.
- Geometrische Produktspezifikation (GPS) sowie deren Angaben in Zeichnungen.
- Fachbegriffe zu „Industrie 4.0“. Wegfall Übersichten Produktionsorganisation und Dokumentationssystematik.
- Konturfräsen mit Schneidplatten.
- Tieflochbohren, Gewindeformen und Gewindefräsen.
- Schweißen mit Maßnahmen zur Qualitätssicherung.
- Schraubenberechnung entsprechend VDI 2230.
- Flächenpressung an Passfederverbindungen.

Autoren und Verlag sind allen Nutzern des Tabellenbuches für Hinweise und Verbesserungsvorschläge an lektorat@europa-lehrmittel.de dankbar.

1 Technische Mathematik

9 ... 28

M

2 Technische Physik

29 ... 56

P

3 Technische Kommunikation

57 ... 122

K

4 Werkstofftechnik

123 ... 210

W

5 Maschinenelemente

211 ... 282

M

6 Fertigungstechnik

283 ... 426

F

7 Automatisierungstechnik

427 ... 468

A

Inhaltsverzeichnis

1 Technische Mathematik (M)

9

1.1 Einheiten im Messwesen

SI-Basisgrößen und Einheiten	10
Abgeleitete Größen und Einheiten	10
Einheiten außerhalb des SI	12

1.2 Formeln

Formelzeichen, mathem. Zeichen	13
Formeln, Gleichungen, Diagramme	14
Umstellen von Formeln	15
Größen und Einheiten	16
Rechnen mit Größen	17
Prozent- und Zinsrechnung	17

1.3 Winkel und Dreiecke

Winkelarten, Satz des Pythagoras	18
Funktionen im Dreieck	19

1.4 Längen

Teilung von Längen	20
Gestreckte Längen	21
Rohlängen	21

1.5 Flächen

Eckige Flächen	22
Dreieck, Vielecke, Kreis	23
Kreisausschnitt, -abschnitt, -ring	24
Ellipse	24

1.6 Volumen und Oberfläche

Würfel, Zylinder, Pyramide	25
Kegel, Kegelstumpf, Kugel	26
Zusammengesetzte Körper	27

1.7 Masse

Allgemeine Berechnung	27
Längenbezogene Masse	27
Flächenbezogene Masse	27

1.8 Schwerpunkte

Linien Schwerpunkte	28
Flächenschwerpunkte	28

2 Technische Physik (P)

29

2.1 Bewegungen

Konstante Bewegungen	30
Beschleunigte Bewegungen	30
Geschwindigkeiten an Maschinen	31

2.2 Kräfte

Zusammensetzen und Zerlegen	32
Kräftearten	34
Drehmoment	35

2.3 Arbeit, Leistung, Wirkungsgrad

Mechanische Arbeit	35
Einfache Maschinen	36
Energie	36
Leistung und Wirkungsgrad	37

2.4 Reibung

Reibungskraft, Reibungszahlen	38
Rollreibungszahlen	38

2.5 Druck in Flüssigkeiten und Gasen

Druck	39
Auftrieb	39
Hydraulische Kraftübersetzung	39
Druckübersetzung	40
Durchflussgeschwindigkeit	40
Zustandsänderung bei Gasen	40

2.6 Festigkeitslehre

Belastungsfälle, Grenzspannungen ..	41
Statische Festigkeit	42
Elastizitätsmodul	42
Zug, Druck, Flächenpressung	43
Abscherung, Torsion, Biegung	44
Biegebelastung auf Bauteile	45
Widerstandsmomente	46
Knickung, Zus. Beanspruchung	47
Dynamische Festigkeit	48
Gestaltfestigkeit	49

2.7 Wärmetechnik

Temperaturen, Längenänderung	51
Schwindung	51
Wärmemenge	51
Heizwerte	52

2.8 Elektrotechnik

Größen und Einheiten	53
Ohmsches Gesetz	53
Leiterviderstand	53
Stromdichte	54
Schaltung von Widerständen	54
Stromarten	55
Elektrische Arbeit und Leistung	56
Transformator	56

3 Technische Kommunikation (K)

57

3.1 Diagramme

Kartesisches Koordinatensystem	58
Polarkoordinatensystem	59
Flächendiagramme	59

3.2 Geom. Grundkonstruktionen

Strecken, Lote, Winkel	60
Tangenten, Kreisbögen	61
Inkreis, Ellipse, Spirale	62
Zykloide, Evolvente, Hyperbel	63

3.3 Zeichnungselemente		
Schriftzeichen	64	
Normzahlen, Radien, Maßstäbe	65	
Zeichenblätter	66	
Stücklisten, Positionsnummern	67	
Linienarten	68	
3.4 Darstellung		
Projektionsmethoden	70	
Ansichten	72	
Schnittdarstellung	74	
Schraffuren	76	
3.5 Maßeintragung		
Maßlinien, Maßzahlen	77	
Bemaßungsregeln	78	
Zeichnungselemente	79	
Toleranzangaben	81	
Maßarten	82	
Zeichnungsvereinfachung	84	
3.6 Maschinenelemente		
Zahnräder	85	
Wälzlager	86	
Dichtungen	87	
Sicherungsringe, Federn	88	
3.7 Werkstückelemente		
Butzen, Werkstückkanten	89	
Gewindeausläufe und -freistiche	90	
Gewinde, Schraubenverbindungen	91	
Zentrierbohrungen, Rändel	92	
Freistiche	93	
3.8 Schweißen und Löten		
Sinnbilder	94	
Bemaßungsbeispiele	96	
3.9 Oberflächen		
Härteangaben in Zeichnungen	98	
Gestaltabweichungen, Rauheit	99	
Oberflächenprüfung, -angaben	100	
Erreichbare Rauheit	102	
Verzahnungsqualität	103	
3.10 Toleranzen, Passungen		
Grundlagen	104	
ISO-Passungen	106	
Allgemeintoleranzen	112	
Wälzlagerpassungen	112	
Passungsempfehlungen, -auswahl	113	
Geometrische Produktspezifikation	114	
Geometrische Tolerierung	117	

4 Werkstofftechnik (W)

123

4.1 Stoffe		
Stoffwerte	124	
Periodisches System der Elemente	126	
Chemikalien der Metalltechnik	127	
4.2 Bezeichnungssystem der Stähle		
Definition und Einteilung	128	
Normung von Stahlprodukten	129	
Werkstoffnummern	130	
Bezeichnungssystem	131	
4.3 Stahlsorten		
Erzeugnisse aus Stahl, Übersicht	135	
Stähle, Übersicht	136	
Baustähle	138	
Einsatzstähle	141	
Vergütungsstähle	142	
Werkzeugstähle	144	
Nichtrostende Stähle	145	
Federstähle	147	
Stähle für Blankstahlerzeugnisse	148	
4.4 Stahl-Fertigerzeugnisse		
Bleche, Bänder, Rohre	150	
Profile	154	
Längen- u. flächenbezogene Masse	163	
4.5 Wärmebehandlung		
Kristallgitter, Legierungssysteme	164	
Eisen-Kohlenstoff-Diagramm	165	
Wärmebehandlung der Stähle	166	
4.6 Gusseisen-Werkstoffe		
Bezeichnung, Werkstoffnummern	171	
Gusseisenarten	172	
4.7 Gießereitechnik		175
4.8 Leichtmetalle		
Übersicht Al-Legierungen	177	
Aluminium-Knetlegierungen	179	
Aluminium-Gusslegierungen	181	
Aluminium-Profile	182	
Magnesium- u. Titanlegierungen	185	
4.9 Schwermetalle		
Bezeichnungssystem	187	
Kupfer-Legierungen	188	
4.10 Sonstige Werkstoffe		190
4.11 Kunststoffe		
Übersicht	192	
Duroplaste	195	
Thermoplaste	196	
Elastomere, Schaumstoffe	199	
Kunststoffverarbeitung	200	
Polyblends, Schichtpressstoffe	201	
Kunststoffprüfung	202	
4.12 Werkstoffprüfung		
Übersicht	203	
Zugversuch	205	
Kerbschlag-, Umlaufbiegeversuch	206	
Härteprüfung	207	
4.13 Korrosion, Korrosionsschutz		210

5 Maschinenelemente (M)

211

- 5.1 Gewinde**
 - Gewindearten, Übersicht 212
 - Ausländische Gewinde-Normen 213
 - Metrisches ISO-Gewinde 214
 - Sonstige Gewinde 215
 - Gewindetoleranzen 217
- 5.2 Schrauben**
 - Schraubenarten, Übersicht 218
 - Bezeichnung 219
 - Festigkeit 220
 - Sechskantschrauben 221
 - Zylinderschrauben 224
 - Sonstige Schrauben 225
 - Berechnung von Schrauben 230
 - Schraubensicherungen, Übersicht 234
 - Schraubenantriebe 235
- 5.3 Senkungen**
 - Senkungen für Senkschrauben 236
 - Senkungen für Zylinderschrauben 237
- 5.4 Muttern**
 - Mutternarten, Übersicht 238
 - Bezeichnung 239
 - Festigkeit 240
 - Sechskantmutter 241
 - Sonstige Muttern 243
- 5.5 Scheiben**
 - Bauarten, Übersicht 245
 - Flache Scheiben 246
 - Sonstige Scheiben 247
- 5.6 Stifte und Bolzen**
 - Bauarten, Übersicht 248
 - Zylinderstifte, Spannstifte 249
 - Kerbstifte, Bolzen 250
- 5.7 Welle-Nabe-Verbindungen**
 - Verbindung, Übersicht 251
 - Keile 252
 - Passfedern, Scheibenfedern 253
 - Werkzeugkegel 254
- 5.8 Sonstige Maschinenelemente**
 - Federn 255
 - Gewindestifte, Druckstücke, Kugelhöfpe 258
 - Griffe, Aufnahmen 259
 - Schnellspan-Bohrvorrichtung 261
- 5.9 Antriebsselemente**
 - Riemen 263
 - Stirnräder, Maße 266
 - Kegel- u. Schneckenräder, Maße 268
 - Übersetzungen 269
- 5.10 Lager**
 - Gleitlager 270
 - Wälzlager 272
 - Schmieröle und Schmierfette 281

6 Fertigungstechnik (F)

283

- 6.1 Messtechnik**
 - Prüfmittel 284
 - Messergebnis 285
- 6.2 Qualitätsmanagement**
 - Normen, Begriffe 286
 - Qualitätsplanung, Qualitätsprüfung 288
 - Statistische Auswertung 289
 - Qualitätsfähigkeit 291
 - Statistische Prozesslenkung 292
- 6.3 Maschinenrichtlinie** 295
- 6.4 Industrie 4.0**
 - Y-Modell, Begriffe 297
- 6.5 Produktionsorganisation**
 - Erzeugnisgliederung 299
 - Arbeitsplanung 300
 - Kalkulation 304
- 6.6 Instandhaltung**
 - Wartung, Instandsetzung 307
 - Instandhaltungskonzepte 308
- 6.7 Spanende Fertigung**
 - Zeitspannungsvolumen 310
 - Kräfte beim Spanen 311
 - Drehzahldiagramm 312
 - Schneidstoffe 314
 - Wendeschneidplatten 316
 - Werkzeug-Aufnahmen 317
 - Kühlschmierung 318
 - Drehen 320
 - Fräsen 332
 - Bohren, Senken, Reiben 343
 - Schleifen 351
 - Honen 356
 - CNC-Technik, Null- u. Bezugspunkte 357
 - Werkzeug-/Bahnkorrekturen 358
 - CNC-Fertigung nach DIN 359
 - CNC-Drehen nach PAL 362
 - CNC-Fräsen nach PAL 368
- 6.8 Abtragen**
 - Drahterodieren, Senkerodieren 377
 - Einflüsse auf das Verfahren 378

6.9 Trennen durch Schneiden		
Schneidkraft, Pressen	379	
Schneidwerkzeug	380	
Werkzeug- und Werkstückmaße	382	
Streifenausnutzung	383	
6.10 Umformen		
Biegen: Werkzeug, Verfahren	384	
Biegeradien, Zuschnitt	386	
Tiefziehen: Werkzeug, Verfahren	388	
Zuschnittdurchmesser, Ziehspalt	390	
6.11 Spritzgießen		
Spritzgießwerkzeug	392	
Schwindung, Kühlung, Dosierung	395	
6.12 Fügen		
Schmelzschweißen	397	
Schutzgasschweißen	399	
Lichtbogenschweißen	401	
Schweißanweisung	403	
Brennschneiden	404	
Kennzeichnung von Gasflaschen	406	
Löten	408	
Kleben	411	
6.13 Arbeits- und Umweltschutz		
Gefahren am Arbeitsplatz	413	
Gefahrstoffverordnung	414	
Warn-, Gebots-, Hinweiszeichen	423	
Kennzeichnung von Rohrleitungen	425	
Schall und Lärm	426	

7 Automatisierungstechnik (A) 427

7.1 Pneumatik, Hydraulik		
Schaltzeichen, Wegeventile	428	
Proportionalventile	430	
Schaltpläne, Kennzeichnungssysteme	431	
Pneumatische Steuerung	435	
Pneumatikzylinder	436	
Hydraulik-, Pneumatikzylinder, -pumpen	437	
Rohre	439	
7.2 Grafcet		
Grundstruktur	440	
Schritte, Transitionen	441	
Aktionen	442	
Verzweigung	444	
7.3 Elektropneumatik, Elektrohydraulik		
Schaltzeichen	446	
Stromlaufpläne, Kennzeichnung	447	
Sensoren	449	
Elektropneumatische Steuerung	450	
7.4 SPS-Steuerungen		
SPS-Programmiersprachen	451	
Binäre Verknüpfungen	455	
Ablaufsteuerungen	456	
7.5 Regelungstechnik		
Grundbegriffe, Kennbuchstaben	458	
Bildzeichen	459	
Regler	460	
7.6 Handhabungs-, Robotertechnik		
Koordinatensysteme, Achsen	462	
Aufbau von Robotern	463	
Greifer, Arbeitssicherheit	464	
7.7 Motoren und Antriebe		
Schutzmaßnahmen, Schutzarten	465	
Elektromotoren, Anschlüsse, Berechnung	468	

Normenverzeichnis 469

Sachwortverzeichnis 474

Normen und andere Regelwerke

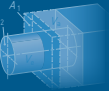
Normung und Normbegriffe

Normung ist eine planmäßig durchgeführte Vereinheitlichung von materiellen und nichtmateriellen Gegenständen, wie z. B. Bauteilen, Berechnungsverfahren, Prozessabläufen und Dienstleistungen, zum Nutzen der Allgemeinheit.

Normbegriff	Beispiel	Erklärung
Norm	DIN 509	Eine Norm ist das veröffentlichte Ergebnis der Normungsarbeit. Beispiel: DIN 509 mit Formen und Maßen von Freistichen bei Drehteilen und Bohrungen.
Teil	DIN 30910-2	Normen können aus mehreren in Zusammenhang stehenden Teilen bestehen. Die Teilnummern werden mit Bindestrich an die Norm-Nummer angehängt. DIN 30910-2 beschreibt z. B. Sinterwerkstoffe für Filter, während die Teile 3 und 4 Sinterwerkstoffe für Lager und Formteile beschreiben.
Beiblatt	DIN 743 Bbl 1	Ein Beiblatt enthält Informationen zu einer Norm, jedoch keine zusätzlichen Festlegungen. Das Beiblatt DIN 743 Bbl 1 enthält z. B. Anwendungsbeispiele zu den in DIN 743 beschriebenen Tragfähigkeitsberechnungen von Wellen und Achsen.
Entwurf	E DIN EN 10027-2 (2013-09)	Normentwürfe werden zur Einsicht und Stellungnahme veröffentlicht. Die Neufassung DIN EN 10027-2 (2015-07) mit Werkstoffnummern für Stähle lag der Öffentlichkeit z. B. von September 2013 bis Februar 2014 für Einsprüche als Entwurf vor.
Vornorm	DIN V 45696-1 (2006-02)	Eine Vornorm ist das Ergebnis einer Normungsarbeit, das wegen Vorbehalten nicht als Norm herausgegeben wird. DIN V 45696-1 enthält z. B. technische Maßnahmen bei der Gestaltung von Maschinen, die Ganzkörper-Schwingungen auf den Menschen übertragen.
Ausgabedatum	DIN 76-1 (2016-08)	Zeitpunkt des Erscheinens, welcher im DIN-Anzeiger veröffentlicht wird und mit dem die Norm Gültigkeit bekommt. Die DIN 76-1, welche Ausläufe und Freistiche für metrische ISO-Gewinde festlegt, ist z. B. seit August 2016 gültig.

Normenarten und Regelwerke (Auswahl)

Art	Kurzzeichen	Erklärung	Zweck und Inhalte
Internationale Normen (ISO-Normen)	ISO	International Organisation for Standardization, Genf (O und S werden in der Abkürzung vertauscht)	Den internationalen Austausch von Gütern und Dienstleistungen sowie die Zusammenarbeit auf wissenschaftlichem, technischem und ökonomischem Gebiet erleichtern.
Europäische Normen (EN-Normen)	EN	Europäische Normungsorganisation CEN (Communauté Européenne de Normalisation), Brüssel	Technische Harmonisierung und damit verbundener Abbau von Handelshemmnissen zur Förderung des Binnenmarktes und des Zusammenwachsens von Europa.
Deutsche Normen (DIN-Normen)	DIN	Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin	Die nationale Normungsarbeit dient der Rationalisierung, der Qualitätssicherung, der Sicherheit, dem Umweltschutz und der Verständigung in Wirtschaft, Technik, Wissenschaft, Verwaltung und Öffentlichkeit.
	DIN EN	Deutsche Umsetzung einer europäischen Norm	
	DIN ISO	Deutsche Norm, deren Inhalt unverändert von einer ISO-Norm übernommen wurde.	
	DIN EN ISO	Norm, die von ISO und CEN veröffentlicht wurde, und deren deutsche Fassung als DIN-Norm Gültigkeit hat.	
	DIN VDE	Druckschrift des VDE, die den Status einer deutschen Norm hat.	
VDI-Richtlinien	VDI	Verein Deutscher Ingenieure e.V., Düsseldorf	Diese Richtlinien geben den aktuellen Stand der Technik zu bestimmten Themenbereichen wieder und enthalten z. B. konkrete Handlungsanleitungen zur Durchführung von Berechnungen oder zur Gestaltung von Prozessen im Maschinenbau bzw. in der Elektrotechnik.
VDE-Druckschriften	VDE	Verband der Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik e.V., Frankfurt am Main	
DGQ-Schriften	DGQ	Deutsche Gesellschaft für Qualität e.V., Frankfurt am Main	Empfehlungen für den Bereich der Qualitätstechnik.
REFA-Blätter	REFA	Verband für Arbeitsstudien REFA e.V., Darmstadt	Empfehlungen für den Bereich der Fertigung und Arbeitsplanung.

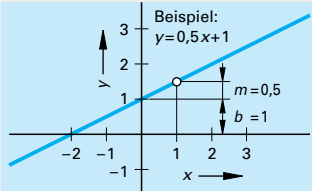


1 Technische Mathematik

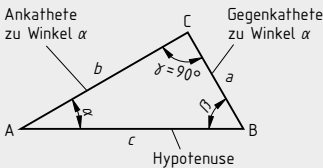
M



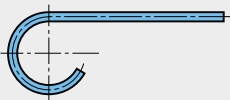
1.1 Einheiten im Messwesen	
SI-Basisgrößen und Einheiten	10
Abgeleitete Größen und Einheiten	10
Einheiten außerhalb des SI	12



1.2 Formeln	
Formelzeichen, mathematische Zeichen	13
Formeln, Gleichungen, Diagramme	14
Umstellen von Formeln	15
Größen und Einheiten	16
Rechnen mit Größen	17
Prozent- und Zinsrechnung	17



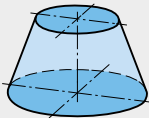
1.3 Winkel und Dreiecke	
Winkelarten, Satz des Pythagoras.	18
Strahlensatz.	18
Funktionen im Dreieck	19
Funktionen im rechtwinkligen Dreieck	19
Funktionen im schiefwinkligen Dreieck	19



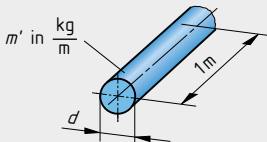
1.4 Längen	
Teilung von Längen	20
Bogenlänge	20
Gestreckte Längen	21
Federdrahtlänge	21
Rohlänge	21



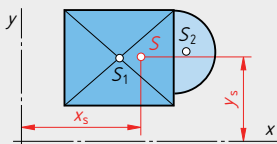
1.5 Flächen	
Eckige Flächen.	22
Dreieck, Vielecke, Kreis.	23
Kreisausschnitt, Kreisabschnitt, Kreisring	24
Ellipse.	24



1.6 Volumen und Oberfläche	
Würfel, Zylinder, Pyramide	25
Kegel, Kegelstumpf, Kugel.	26
Zusammengesetzte Körper	27



1.7 Masse	
Allgemeine Berechnung.	27
Längenbezogene Masse.	27
Flächenbezogene Masse	27



1.8 Schwerpunkte	
Linienschwerpunkte	28
Flächenschwerpunkte.	28

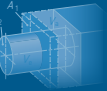
M

Einheiten im Messwesen

SI ¹⁾ -Basisgrößen und Basiseinheiten vgl. DIN 1301-1 (2010-10), -2 (1978-02), -3 (2018-02)							
Basisgröße	Länge	Masse	Zeit	Elektrische Stromstärke	Thermodynamische Temperatur	Stoffmenge	Lichtstärke
Basis-einheit	Meter	Kilogramm	Sekunde	Ampere	Kelvin	Mol	Candela
Einheitenzeichen	m	kg	s	A	K	mol	cd

¹⁾ Die Einheiten im Messwesen sind im Internationalen Einheitensystem (SI = Système International d'Unit s) festgelegt. Es baut auf den sieben Basiseinheiten (SI-Einheiten) auf, von denen weitere Einheiten abgeleitet sind.

Basisgrößen, abgeleitete Größen und ihre Einheiten						
Größe	Formel- zeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung		Bemerkung Anwendungsbeispiele
Länge, Fläche, Volumen, Winkel						
Länge	<i>l</i>	Meter	m	1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm 1 mm = 1000 µm 1 km = 1000 m	1 inch = 1 Zoll = 25,4 mm In der Luft- und Seefahrt gilt: 1 internationale Seemeile = 1852 m	
Fläche	<i>A, S</i>	Quadratmeter Ar Hektar	m² a ha	1 m² = 10 000 cm² = 1 000 000 mm² 1 a = 100 m² 1 ha = 100 a = 10 000 m² 100 ha = 1 km²	Zeichen <i>S</i> nur für Querschnittsflächen Ar und Hektar nur für Flächen von Grundstücken	
Volumen	<i>V</i>	Kubikmeter Liter	m³ l, L	1 m³ = 1000 dm³ = 1 000 000 cm³ 1 l = 1 L = 1 dm³ = 10 dl = 0,001 m³ 1 ml = 1 cm³	Meist für Flüssigkeiten und Gase	
ebener Winkel (Winkel)	<i>α, β, γ ...</i>	Radiant Grad Minute Sekunde	rad ° ' "	1 rad = 1 m/m = 57,2957...° = 180°/π 1° = π/180 rad = 60' 1' = 1°/60 = 60" 1" = 1'/60 = 1°/3600	1 rad ist der Winkel, der aus einem um den Scheitelpunkt geschlagenen Kreis mit 1 m Radius einen Bogen von 1 m Länge schneidet. Bei technischen Berechnungen statt α = 33° 17' 27,6" besser α = 33,291° verwenden.	
Raumwinkel	<i>Ω</i>	Steradian	sr	1 sr = 1 m²/m²	Der Raumwinkel von 1 sr umschließt auf der Oberfläche einer Kugel mit r = 1 m die Fläche eines Kugelabschnitts mit A₀ = 1 m².	
Mechanik						
Masse	<i>m</i>	Kilogramm Gramm Megagramm Tonne	kg g Mg t	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg 1 t = 1000 kg = 1 Mg 0,2 g = 1 Kt	In der Alltagssprache bezeichnet man die Masse eines Körpers auch als Gewicht. Massenangabe für Edelsteine in Karat (Kt).	
längen- bezogene Masse	<i>m'</i>	Kilogramm pro Meter	kg/m	1 kg/m = 1 g/mm	Zur Berechnung der Masse von Stäben, Profilen, Rohren.	
flächen- bezogene Masse	<i>m''</i>	Kilogramm pro Meter hoch zwei	kg/m²	1 kg/m² = 0,1 g/cm²	Zur Berechnung der Masse von Blechen.	
Dichte	<i>ρ</i>	Kilogramm pro Meter hoch drei	kg/m³	1000 kg/m³ = 1 t/m³ = 1 kg/dm³ = 1 g/cm³ = 1 g/ml = 1 mg/mm³	Dichte = Masse eines Stoffes pro Volumeneinheit Für homogene Körper ist die Dichte eine vom Ort unabhängige Größe.	



Einheiten im Messwesen

Größen und Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Mechanik					
Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades	J	Kilogramm mal Meter hoch zwei	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	Für homogenen Vollzylinder mit Masse m und Radius r gilt: $J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$	Das Trägheitsmoment gibt den Widerstand eines starren, homogenen Körpers gegen die Änderung seiner Rotationsbewegung um eine Drehachse an.
Kraft Gewichtskraft	F F_G, G	Newton	N	$1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}}$ $1 \text{ MN} = 10^3 \text{ kN} = 1\,000\,000 \text{ N}$	Die Kraft 1 N bewirkt bei der Masse 1 kg in 1 s eine Geschwindigkeitsänderung von 1 m/s.
Drehmoment Biegemoment Torsionsmoment	M M_b M_T, T	Newton mal Meter	$\text{N} \cdot \text{m}$	$1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$	$1 \text{ N} \cdot \text{m}$ ist das Moment, das eine Kraft von 1 N bei einem Hebelarm von 1 m bewirkt.
Impuls	p	Kilogramm mal Meter pro Sekunde	$\text{kg} \cdot \text{m/s}$	$1 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{s}$	Der Impuls ist das Produkt aus Masse mal Geschwindigkeit. Er hat die Richtung der Geschwindigkeit.
Druck mechanische Spannung	p σ, τ	Pascal Newton pro Millimeter hoch zwei	Pa N/mm^2	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 0,01 \text{ mbar}$ $1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ N/m}^2$ $= 10 \text{ N/cm}^2 = 10^5 \text{ Pa}$ $1 \text{ mbar} = 1 \text{ hPa}$ $1 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ bar} = 1 \text{ MN/m}^2$ $= 1 \text{ MPa}$ $1 \text{ daN/cm}^2 = 0,1 \text{ N/mm}^2$	Unter Druck versteht man die Kraft je Flächeneinheit. Für Überdruck wird das Formelzeichen p_e verwendet (DIN 1314). $1 \text{ bar} = 14,5 \text{ psi}$ (pounds per square inch = Pfund pro Quadratinch)
Flächenmoment 2. Grades	I	Meter hoch vier Zentimeter hoch vier	m^4 cm^4	$1 \text{ m}^4 = 100\,000\,000 \text{ cm}^4$	früher: Flächenträgheitsmoment
Energie, Arbeit, Wärmemenge	E, W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ W} \cdot \text{s}$ $= 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$	Joule für jede Energieart, $\text{kW} \cdot \text{h}$ bevorzugt für elektrische Energie.
Leistung, Wärmestrom	P Φ	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s}$ $= 1 \text{ V} \cdot \text{A} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg/s}^3$	Leistung beschreibt die Arbeit, die in einer bestimmten Zeit verrichtet wurde.
Zeit					
Zeit, Zeitspanne, Dauer	t	Sekunde Minute Stunde Tag Jahr	s min h d a	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$ $1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$	3 h bedeutet eine Zeitspanne (3 Std.), 3^{h} bedeutet einen Zeitpunkt (3 Uhr). Werden Zeitpunkte in gemischter Form, z.B. $3^{\text{h}}24^{\text{m}}10^{\text{s}}$ geschrieben, so kann das Zeichen min auf m verkürzt werden.
Frequenz	f, ν	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$	$1 \text{ Hz} \approx 1$ Schwingung in 1 Sekunde.
Drehzahl, Umdrehungsfrequenz	n	1 pro Sekunde 1 pro Minute	1/s 1/min	$1/\text{s} = 60/\text{min} = 60 \text{ min}^{-1}$ $1/\text{min} = 1 \text{ min}^{-1} = \frac{1}{60 \text{ s}}$	Die Anzahl der Umdrehungen pro Zeiteinheit ergibt die Drehzahl, auch Drehfrequenz genannt.
Geschwindigkeit	v	Meter pro Sekunde Meter pro Minute Kilometer pro Stunde	m/s m/min km/h	$1 \text{ m/s} = 60 \text{ m/min}$ $= 3,6 \text{ km/h}$ $1 \text{ m/min} = \frac{1 \text{ m}}{60 \text{ s}}$ $1 \text{ km/h} = \frac{1 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}$	Geschwindigkeit bei der Seefahrt in Knoten (kn): $1 \text{ kn} = 1,852 \text{ km/h}$ $\text{mile per hour} = 1 \text{ mile/h} = 1 \text{ mph}$ $1 \text{ mph} = 1,60934 \text{ km/h}$
Winkelgeschwindigkeit	ω	1 pro Sekunde Radiant pro Sekunde	1/s rad/s	$\omega = 2 \pi \cdot n$	Bei einer Drehzahl von $n = 2/\text{s}$ beträgt die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 4 \pi/\text{s}$.
Beschleunigung	a, g	Meter pro Sekunde hoch zwei	m/s^2	$1 \text{ m/s}^2 = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ s}}$	Formelzeichen g nur für Fallbeschleunigung. $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$

Einheiten im Messwesen

Größen und Einheiten (Fortsetzung)

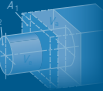
Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Elektrizität und Magnetismus					
Elektrische Stromstärke	I	Ampere	A		
Elektr. Spannung	U	Volt	V	$1 \text{ V} = 1 \text{ W}/1 \text{ A} = 1 \text{ J/C}$	Bewegte elektrische Ladung nennt man Strom. Die Spannung ist gleich der Potenzialdifferenz zweier Punkte im elektrischen Feld. Den Kehrwert des elektrischen Widerstands nennt man elektrischen Leitwert.
Elektr. Widerstand	R	Ohm	Ω	$1 \Omega = 1 \text{ V}/1 \text{ A}$	
Elektr. Leitwert	G	Siemens	S	$1 \text{ S} = 1 \text{ A}/1 \text{ V} = 1/\Omega$	
Spezifischer Widerstand	ρ	Ohm mal Meter	$\Omega \cdot \text{m}$	$10^{-6} \Omega \cdot \text{m} = 1 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	
Leitfähigkeit	γ, κ	Siemens pro Meter	S/m		$\rho = \frac{1}{\kappa} \text{ in } \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ $\kappa = \frac{1}{\rho} \text{ in } \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$
Frequenz	f	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$ $1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$	Frequenz öffentlicher Stromnetze: EU 50 Hz, USA 60 Hz
Elektr. Arbeit	W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ MJ}$ $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kJ}$	In der Atom- und Kernphysik wird die Einheit eV (Elektronenvolt) verwendet.
Phasenverschiebungswinkel	φ	–	–	für Wechselstrom gilt: $\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I}$	Winkel zwischen Strom und Spannung bei induktiver oder kapazitiver Belastung.
Elektr. Feldstärke	E	Volt pro Meter	V/m		$E = \frac{F}{Q}, C = \frac{Q}{U}, Q = I \cdot t$
Elektr. Ladung	Q	Coulomb	C	$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}; 1 \text{ A} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kC}$	
Elektr. Kapazität	C	Farad	F	$1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$	
Induktivität	L	Henry	H	$1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s/A}$	
Leistung Wirkleistung	P	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s}$ $= 1 \text{ V} \cdot \text{A}$	In der elektrischen Energietechnik: Scheinleistung S in $\text{V} \cdot \text{A}$

Thermodynamik und Wärmeübertragung

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Thermodynamische Temperatur Celsius-Temperatur	T, θ	Kelvin	K	$0 \text{ K} = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$	Kelvin (K) und Grad Celsius ($^\circ\text{C}$) werden für Temperaturen und Temperaturdifferenzen verwendet. $t = T - T_0; T_0 = 273,15 \text{ K}$ Umrechnung in $^\circ\text{F}$: Seite 51
	t, ϑ	Grad Celsius	$^\circ\text{C}$	$0 \text{ }^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$ $0 \text{ }^\circ\text{C} = 32 \text{ }^\circ\text{F}$ $0 \text{ }^\circ\text{F} = -17,77 \text{ }^\circ\text{C}$	
Wärmemenge	Q	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3600000 \text{ J} = 3,6 \text{ MJ}$	$1 \text{ kcal} = 4,1868 \text{ kJ}$
Spezifischer Heizwert	H_u	Joule pro Kilogramm Joule pro Meter hoch drei	J/kg J/m ³	$1 \text{ MJ/kg} = 1000000 \text{ J/kg}$ $1 \text{ MJ/m}^3 = 1000000 \text{ J/m}^3$	Freiwerdende Wärmeenergie je kg (bzw. je m ³) Brennstoff abzüglich der Verdampfungswärme des in den Abgasen enthaltenen Wasserdampfes.

Einheiten außerhalb des Internationalen Einheitensystems SI

Länge	Fläche	Volumen	Masse	Energie, Leistung
1 inch(in) = 25,4 mm	1 sq.in = 6,452 cm ²	1 cu.in = 16,39 cm ³	1 oz = 28,35 g	1 PSh = 0,735 kWh
1 foot(ft) = 0,3048 m	1 sq.ft = 9,29 dm ²	1 cu.ft = 28,32 dm ³	1 lb = 453,6 g	1 PS = 0,7355 kW
1 yard (yd) = 0,9144 m	1 sq.yd = 0,8361 m ²	1 cu.yd = 764,6 dm ³	1 t = 1000 kg	1 kcal = 4186,8 Ws
1 See-meile = 1,852 km	1 acre = 4046,873 m ²	1 gallon (US) = 3,785 l	1 short ton = 907,2 kg	1 kcal = 1,166 Wh
1 Land-meile = 1,6093 km	Druck, Spannung		1 Karat = 0,2 g	1 kpm/s = 9,807 W
	1 bar = 14,5 pound/in ²	1 gallon (UK) = 4,546 l	1 pound/in ³ = 27,68 g/cm ³	1 Btu = 1055 Ws
	1 N/mm ² = 145,038 pound/in ²	1 barrel (US) = 158,9 l		bhp = 745,7 W
		1 barrel (UK) = 159,1 l		



Formelzeichen, mathematische Zeichen

Formelzeichen					
			vgl. DIN 1304-1 (1994-03)		
Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung
Länge, Fläche, Volumen, Winkel					
l	Länge	r, R	Radius	α, β, γ	ebener Winkel
b	Breite	d, D	Durchmesser	Ω	Raumwinkel
h	Höhe	A, S	Fläche, Querschnittsfläche	λ	Wellenlänge
s	Weglänge	V	Volumen		
Mechanik					
m	Masse	F	Kraft	G	Schubmodul
m'	längenbezogene Masse	F_{Gr}, G	Gewichtskraft	μ, f	Reibungszahl
m''	flächenbezogene Masse	M	Drehmoment	W	Widerstandsmoment
ρ	Dichte	M_{Tr}, T	Torsionsmoment	I	Flächenmoment 2. Grades
J	Trägheitsmoment	M_b	Biegemoment	W, E	Arbeit, Energie
p	Druck	σ	Normalspannung	W_p, E_p	potenzielle Energie
p_{abs}	absoluter Druck	τ	Schubspannung	W_k, E_k	kinetische Energie
p_{amb}	Atmosphärendruck	ε	Dehnung	P	Leistung
p_o	Überdruck	E	Elastizitätsmodul	η	Wirkungsgrad
Zeit					
t	Zeit, Dauer	f, ν	Frequenz	a	Beschleunigung
T	Periodendauer	v, u	Geschwindigkeit	g	örtliche Fallbeschleunigung
n	Umdrehungsfrequenz, Drehzahl	ω	Winkelgeschwindigkeit	α	Winkelbeschleunigung
				$Q, \dot{V}, q_v$	Volumenstrom
Elektrizität					
Q	Ladung, Elektrizitätsmenge	L	Induktivität	X	Blindwiderstand
U	Spannung	R	Widerstand	Z	Scheinwiderstand
C	Kapazität	ϱ	spezifischer Widerstand	φ	Phasenverschiebungswinkel
I	Stromstärke	γ, κ	elektrische Leitfähigkeit	N	Windungszahl
Wärme					
T, θ	thermodynamische Temperatur	Q	Wärme, Wärmemenge	$\Phi, \dot{Q}$	Wärmestrom
$\Delta T, \Delta t, \Delta \vartheta$	Temperaturdifferenz	λ	Wärmeleitfähigkeit	a	Temperaturleitfähigkeit
t, ϑ	Celsius-Temperatur	α	Wärmeübergangskoeffizient	c	spezifische Wärmekapazität
α_l, α	Längenausdehnungskoeffizient	k	Wärmedurchgangskoeffizient	H_u	spezifischer Heizwert
Licht, elektromagnetische Strahlung					
E_v	Beleuchtungsstärke	f	Brennweite	I_e	Strahlstärke
		n	Brechzahl	Q_e, W	Strahlungsenergie
Akustik					
p	Schalldruck	L_p	Schalldruckpegel	N	Lautheit
c	Schallgeschwindigkeit	I	Schallintensität	L_N	Lautstärkepegel
Mathematische Zeichen					
			vgl. DIN 1302 (1999-12)		
Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise
$\approx$	ungefähr gleich, rund, etwa	$\sim$	proportional	$\log$	Logarithmus (allgemein)
$\doteq$	entspricht	a^x	a hoch x, x-te Potenz von a	$\lg$	dekadischer Logarithmus
$\dots$	und so weiter	$\sqrt{\quad}$	Quadratwurzel aus	$\ln$	natürlicher Logarithmus
∞	unendlich	$\sqrt[n]{\quad}$	n-te Wurzel aus	e	Eulersche Zahl (e = 2,718281...)
$=$	gleich	$ x $	Betrag von x	$\sin$	Sinus
$\neq$	ungleich	$\perp$	senkrecht zu	$\cos$	Kosinus
$\stackrel{\text{def}}{=}$	ist definitionsgemäß gleich	$\parallel$	ist parallel zu	$\tan$	Tangens
$<$	kleiner als	$\uparrow\uparrow$	gleichsinnig parallel	$\cot$	Kotangens
$\leq$	kleiner oder gleich	$\uparrow\downarrow$	gegensinnig parallel	$() , [] , \{ }$	runde, eckige, geschweifte
$>$	größer als	$\sphericalangle$	Winkel		Klammer auf und zu
$\geq$	größer oder gleich	$\triangle$	Dreieck	π	pi (Kreiszahl = 3,14159 ...)
$+$	plus	$\equiv$	kongruent zu		
$-$	minus	Δx	Delta x	$\overline{AB}$	Strecke AB
$\cdot$	mal, multipliziert mit		(Differenz zweier Werte)	$\widehat{AB}$	Bogen AB
$-, / , :$	durch, geteilt durch, zu, pro	$\%$	Prozent, vom Hundert	a', a''	a Strich, a zwei Strich
Σ	Summe	‰	Promille, vom Tausend	a_1, a_2	a eins, a zwei

Formeln, Gleichungen, Diagramme

Formeln

Die Berechnung physikalischer Größen erfolgt meist über Formeln. Sie bestehen aus:

- Formelzeichen, z.B. v_c für die Schnittgeschwindigkeit, d für den Durchmesser, n für die Drehzahl
- Operatoren (Rechenvorschriften), z.B. $\cdot$ für Multiplikation, $+$ für Addition, $-$ für Subtraktion, $-$ (Bruchstrich) für Division
- Konstanten, z.B. π (pi) = 3,14159 ...
- Zahlen, z.B. 10, 15 ...

Die Formelzeichen (Seite 13) sind Platzhalter für Größen. Bei der Lösung von Aufgaben werden die bekannten Größen mit ihren Einheiten in die Formel eingesetzt. Vor oder während der Berechnung werden die Einheiten so umgeformt, dass

- der Rechengang möglich wird oder
- das Ergebnis die geforderte Einheit erhält.

Die meisten Größen und ihre Einheiten sind genormt (Seite 10).

Das **Ergebnis** ist immer ein **Zahlenwert** mit einer **Einheit**, z.B. 4,5 m, 15 s

Beispiel:

Wie groß ist die Schnittgeschwindigkeit v_c in m/min für $d = 200$ mm und $n = 630$ /min?

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \mathbf{395,84 \frac{\text{m}}{\text{min}}}$$

Formel für die Schnittgeschwindigkeit

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

Zahlenwertgleichungen

Zahlenwertgleichungen sind Formeln, in welche die üblichen Umrechnungen von Einheiten bereits eingearbeitet sind. Bei ihrer Anwendung ist zu beachten:

Die Zahlenwerte der einzelnen Größen dürfen nur in der vorgeschriebenen Einheit verwendet werden.

- Die Einheiten werden bei der Berechnung nicht mitgeführt.
- Die Einheit der gesuchten Größe ist vorgegeben.

Beispiel:

Wie groß ist das Drehmoment M eines Elektromotors mit der Antriebsleistung $P = 15$ kW und der Drehzahl $n = 750$ /min?

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n} = \frac{9550 \cdot 15}{750} \text{ N} \cdot \text{m} = \mathbf{191 \text{ N} \cdot \text{m}}$$

Zahlenwertgleichung für das Drehmoment

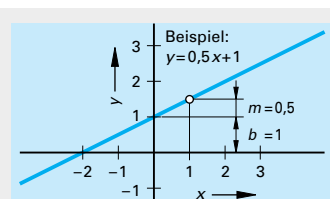
$$M = \frac{9550 \cdot P}{n}$$

vorgeschriebene Einheiten

Bezeichnung	Einheit
M Drehmoment	$\text{N} \cdot \text{m}$
P Leistung	kW
n Drehzahl	1/min

Gleichungen und Diagramme

Bei Funktionsgleichungen ist y die Funktion von x , mit x als unabhängige und y als abhängige Variable. Die Zahlenpaare (x, y) einer Wertetabelle bilden ein Diagramm im x - y -Koordinatensystem.



1. Beispiel:

$$y = 0,5x + 1$$

x	-2	0	2	3
y	0	1	2	2,5

2. Beispiel:

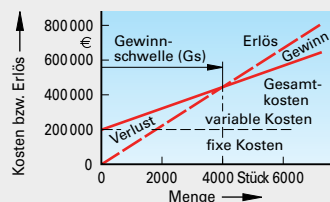
Kostenfunktion und Erlösfunktion

$$K_G = 60 \text{ €/Stück} \cdot M + 200000 \text{ €}$$

$$E = 110 \text{ €/Stück} \cdot M$$

M	0	4000	6000
K_G	200000	440000	560000
E	0	440000	660000

- K_G Gesamtkosten $\rightarrow$ abhängige Variable
 M Menge $\rightarrow$ unabhängige Variable
 K_f Fixe Kosten $\rightarrow$ y -Koordinatenabschnitt
 K_v Variable Kosten $\rightarrow$ Steigung der Funktion
 E Erlös $\rightarrow$ abhängige Variable



Zuordnungsfunktion

$$y = f(x)$$

Lineare Funktion

$$y = m \cdot x + b$$

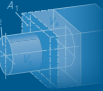
Beispiele:

Kostenfunktion

$$K_G = K_v \cdot M + K_f$$

Erlösfunktion

$$E = E/\text{Stück} \cdot M$$



M

Umstellen von Formeln

Umstellen von Formeln

Formeln und Zahlenwertgleichungen werden umgestellt, damit die gesuchte Größe allein auf der linken Seite der Gleichung steht. Dabei darf sich der Wert der linken und der rechten Formelseite nicht ändern. Für alle Schritte einer Formelumstellung gilt:

Veränderungen auf der
linken Formelseite

=

Veränderungen auf der
rechten Formelseite

Formel

$$P = \frac{F \cdot s}{t}$$

linke Formel-
seite = rechte
Formel-
seite

Zur Rekonstruktion der einzelnen Schritte ist es sinnvoll, jeden Schritt rechts neben der Formel zu kennzeichnen:

$\cdot t$ → beide Formelseiten werden mit t multipliziert.

$: F$ → beide Formelseiten werden durch F dividiert.

Umstellung von Summen

Beispiel: Formel $L = l_1 + l_2$, Umstellung nach l_2

1 $L = l_1 + l_2$	$- l_1$	l_1 subtrahieren	3 $L - l_1 = l_2$	Seiten vertauschen
2 $L - l_1 = l_1 + l_2 - l_1$		subtrahieren durchführen	4 $l_2 = L - l_1$	umgestellte Formel

Umstellung von Produkten

Beispiel: Formel $A = l \cdot b$, Umstellung nach l

1 $A = l \cdot b$	$: b$	dividieren durch b	3 $\frac{A}{b} = l$	Seiten vertauschen
2 $\frac{A}{b} = \frac{l \cdot b}{b}$		kürzen mit b	4 $l = \frac{A}{b}$	umgestellte Formel

Umstellung von Brüchen

Beispiel: Formel $n = \frac{l}{l_1 + s}$, Umstellung nach s

1 $n = \frac{l}{l_1 + s}$	$\cdot (l_1 + s)$	mit $(l_1 + s)$ multiplizieren	4 $n \cdot l_1 - n \cdot l_1 + n \cdot s = l - n \cdot l_1$	$: n$ subtrahieren dividieren durch n
2 $n \cdot (l_1 + s) = \frac{l \cdot (l_1 + s)}{(l_1 + s)}$		rechte Formelseite kürzen Klammer auflösen	5 $\frac{s \cdot n}{n} = \frac{l - n \cdot l_1}{n}$	kürzen mit n
3 $n \cdot l_1 + n \cdot s = l$	$- n \cdot l_1$	$- n \cdot l_1$ subtrahieren	6 $s = \frac{l - n \cdot l_1}{n}$	umgestellte Formel

Umstellung von Wurzeln

Beispiel: Formel $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, Umstellung nach a

1 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$	$()^2$	Formel quadrieren	4 $a^2 = c^2 - b^2$	$\sqrt{\quad}$ radizieren
2 $c^2 = a^2 + b^2$	$- b^2$	b^2 subtrahieren	5 $\sqrt{a^2} = \sqrt{c^2 - b^2}$	Ausdruck vereinfachen
3 $c^2 - b^2 = a^2 + b^2 - b^2$		subtrahieren, Seite tauschen	6 $a = \sqrt{c^2 - b^2}$	umgestellte Formel

Größen und Einheiten

Zahlenwerte und Einheiten

Physikalische Größe

10 mm

Zahlenwert

Einheit

Physikalische Größen, z. B. 125 mm, bestehen aus einem

- **Zahlenwert**, der durch Messung oder Berechnung ermittelt wird, und aus einer
- **Einheit**, z. B. m, kg

Die Einheiten sind nach DIN 1301-1 genormt (Seite 10).

Sehr große oder sehr kleine Zahlenwerte lassen sich durch Vorsatzzeichen als dezimale Vielfache oder Teile vereinfacht darstellen, z. B. 0,004 mm = 4 µm.

Dezimale Vielfache oder Teile von Einheiten

vgl. DIN 1301-2 (1978-02)

Zeichen	Vorsatz- Name	Zehner- potenz	Mathematische Bezeichnung	Beispiele
T	Tera	10 ¹²	Billion	12000000000000 N = 12 · 10 ¹² N = 12 TN (Tera-Newton)
G	Giga	10 ⁹	Milliarde	45000000000 W = 45 · 10 ⁹ W = 45 GW (Giga-Watt)
M	Mega	10 ⁶	Million	8500000 V = 8,5 · 10 ⁶ V = 8,5 MV (Mega-Volt)
k	Kilo	10 ³	Tausend	12600 W = 12,6 · 10 ³ W = 12,6 kW (Kilo-Watt)
h	Hekto	10 ²	Hundert	500 l = 5 · 10 ² l = 5 hl (Hekto-Liter)
da	Deka	10 ¹	Zehn	32 m = 3,2 · 10 ¹ m = 3,2 dam (Deka-Meter)
–	–	10 ⁰	Eins	1,5 m = 1,5 · 10 ⁰ m
d	Dezi	10 ⁻¹	Zehntel	0,5 l = 5 · 10 ⁻¹ l = 5 dl (Dezi-Liter)
c	Zenti	10 ⁻²	Hundertstel	0,25 m = 25 · 10 ⁻² m = 25 cm (Zenti-Meter)
m	Milli	10 ⁻³	Tausendstel	0,375 A = 375 · 10 ⁻³ A = 375 mA (Milli-Ampere)
µ	Mikro	10 ⁻⁶	Millionstel	0,000052 m = 52 · 10 ⁻⁶ m = 52 µm (Mikro-Meter)
n	Nano	10 ⁻⁹	Milliardstel	0,000000075 m = 75 · 10 ⁻⁹ m = 75 nm (Nano-Meter)
p	Piko	10 ⁻¹²	Billionstel	0,000000000006 F = 6 · 10 ⁻¹² F = 6 pF (Pico-Farad)

Umrechnung von Einheiten

Berechnungen mit physikalischen Größen sind nur dann möglich, wenn sich ihre Einheiten jeweils auf eine Basis beziehen. Bei der Lösung von Aufgaben müssen Einheiten häufig auf Basiseinheiten umgerechnet werden, z. B. mm in m, h in s, mm² in m². Dies geschieht durch Umrechnungsfaktoren, die den Wert 1 (kohärente Einheiten) darstellen.

Umrechnungsfaktoren für Einheiten (Auszug)

Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.	Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.
Längen	$1 = \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} = \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} = \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}}$	Zeit	$1 = \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}$
Flächen	$1 = \frac{100 \text{ mm}^2}{1 \text{ cm}^2} = \frac{100 \text{ cm}^2}{1 \text{ dm}^2} = \frac{1 \text{ cm}^2}{100 \text{ mm}^2} = \frac{1 \text{ dm}^2}{100 \text{ cm}^2}$	Winkel	$1 = \frac{60'}{1^\circ} = \frac{60''}{1'} = \frac{3600''}{1^\circ} = \frac{1^\circ}{60 \text{ s}}$
Volumen	$1 = \frac{1000 \text{ mm}^3}{1 \text{ cm}^3} = \frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ dm}^3} = \frac{1 \text{ cm}^3}{1000 \text{ mm}^3} = \frac{1 \text{ dm}^3}{1000 \text{ cm}^3}$	Zoll	$1 \text{ inch} = 25,4 \text{ mm}; 1 \text{ mm} = \frac{1}{25,4} \text{ inch}$

1. Beispiel:

Das Volumen $V = 3416 \text{ mm}^3$ ist in cm^3 umzurechnen.

Das Volumen V wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit cm^3 und im Nenner die Einheit mm^3 aufweist.

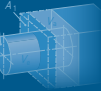
$$V = 3416 \text{ mm}^3 = \frac{1 \text{ cm}^3 \cdot 3416 \text{ mm}^3}{1000 \text{ mm}^3} = \frac{3416 \text{ cm}^3}{1000} = \mathbf{3,416 \text{ cm}^3}$$

2. Beispiel:

Die Winkelangabe $\alpha = 42^\circ 16'$ ist in Grad (°) auszudrücken.

Der Teilwinkel $16'$ muss in Grad (°) umgewandelt werden. Er wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit Grad (°) und im Nenner die Einheit Minute (') hat.

$$\alpha = 42^\circ + 16' \cdot \frac{1^\circ}{60} = 42^\circ + \frac{16 \cdot 1^\circ}{60} = 42^\circ + 0,267^\circ = \mathbf{42,267^\circ}$$



Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung

Rechnen mit Größen

Physikalische Größen werden mathematisch behandelt wie Produkte.

• Addition und Subtraktion

Bei gleichen Einheiten werden die Zahlenwerte addiert und die Einheit im Ergebnis übernommen.

Beispiel:

$$L = l_1 + l_2 - l_3 \text{ mit } l_1 = 124 \text{ mm}, l_2 = 18 \text{ mm}, l_3 = 44 \text{ mm}; L = ?$$

$$L = 124 \text{ mm} + 18 \text{ mm} - 44 \text{ mm} = (124 + 18 - 44) \text{ mm} = \mathbf{98 \text{ mm}}$$

• Multiplikation und Division

Die Zahlenwerte und die Einheiten entsprechen den Faktoren von Produkten.

Beispiel:

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \text{ mit } F_1 = 180 \text{ N}, l_1 = 75 \text{ mm}, l_2 = 105 \text{ mm}; F_2 = ?$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} = \frac{180 \text{ N} \cdot 75 \text{ mm}}{105 \text{ mm}} = 128,57 \frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}} = \mathbf{128,57 \text{ N}}$$

• Multiplizieren und Dividieren von Potenzen

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert bzw. dividiert, indem die Exponenten addiert bzw. subtrahiert werden.

Beispiel:

$$W = \frac{A \cdot a^2}{e} \text{ mit } A = 15 \text{ cm}^2, a = 7,5 \text{ cm}, e = 2,4 \text{ cm}; W = ?$$

$$W = \frac{15 \text{ cm}^2 \cdot (7,5 \text{ cm})^2}{2,4 \text{ cm}} = \frac{15 \cdot 56,25 \text{ cm}^{2+2}}{2,4 \text{ cm}^1} = 351,56 \text{ cm}^{4-1} = \mathbf{351,56 \text{ cm}^3}$$

Regeln beim Potenzieren

a Basis

$m, n \dots$ Exponenten

Multiplikation von Potenzen

$$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Division von Potenzen

$$\frac{a^2}{a^3} = a^{2-3}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Sonderformen

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

Prozentrechnung

Der **Prozentsatz** gibt den Teil des Grundwertes in Hundertstel an.

Der **Grundwert** ist der Wert, von dem die Prozente zu rechnen sind.

Der **Prozentwert** ist der Betrag, den die Prozente des Grundwertes ergeben.

P_s Prozentsatz, Prozent P_w Prozentwert G_w Grundwert

Beispiel:

Werkstückrohteilgewicht 250 kg (Grundwert); Abbrand 2 % (Prozentsatz)
Abbrand in kg = ? (Prozentwert)

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%} = \frac{250 \text{ kg} \cdot 2\%}{100\%} = \mathbf{5 \text{ kg}}$$

Prozentwert

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%}$$

Zinsrechnung

K_0 Anfangskapital Z Zinsen t Laufzeit in Tagen,
 K_t Endkapital p Zinssatz pro Jahr Verzinsungszeit

1. Beispiel:

$$K_0 = 2800,00 \text{ €}; p = 6 \frac{\%}{a}; t = \frac{1}{2} a; Z = ?$$

$$Z = \frac{2800,00 \text{ €} \cdot 6 \frac{\%}{a} \cdot 0,5 a}{100\%} = \mathbf{84,00 \text{ €}}$$

2. Beispiel:

$$K_0 = 4800,00 \text{ €}; p = 5,1 \frac{\%}{a}; t = 50 \text{ d}; Z = ?$$

$$Z = \frac{4800,00 \text{ €} \cdot 5,1 \frac{\%}{a} \cdot 50 \text{ d}}{100\% \cdot 360 \frac{d}{a}} = \mathbf{34,00 \text{ €}}$$

Zins

$$Z = \frac{K_0 \cdot p \cdot t}{100\% \cdot 360}$$

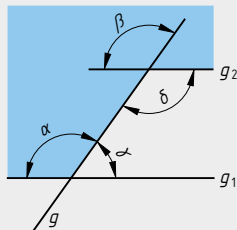
1 Zinsjahr (1 a) = 360 Tage (360 d)

360 d = 12 Monate

1 Zinsmonat = 30 Tage

Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras

Winkelarten



- g Gerade
 g_1, g_2 parallele Geraden
 α, β Stufenwinkel
 β, δ Scheitelwinkel
 α, δ Wechselwinkel
 α, γ Nebenwinkel

Werden zwei Parallelen durch eine Gerade geschnitten, so bestehen unter den dabei gebildeten Winkeln geometrische Beziehungen.

Stufenwinkel

$$\alpha = \beta$$

Scheitelwinkel

$$\beta = \delta$$

Wechselwinkel

$$\alpha = \delta$$

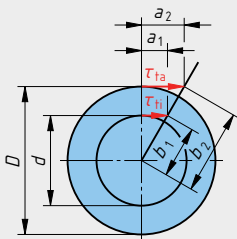
Nebenwinkel

$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

Strahlensatz

τ_{ta} Torsionsspannung außen

τ_{ti} Torsionsspannung innen



Werden zwei Geraden durch zwei Parallelen geschnitten, so bilden die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

Beispiel:

$D = 40 \text{ mm}$, $d = 30 \text{ mm}$,
 $\tau_{ta} = 135 \text{ N/mm}^2$; $\tau_{ti} = ?$

$$\frac{\tau_{ti}}{\tau_{ta}} = \frac{d}{D} \Rightarrow \tau_{ti} = \frac{\tau_{ta} \cdot d}{D}$$

$$= \frac{135 \text{ N/mm}^2 \cdot 30 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 101,25 \text{ N/mm}^2$$

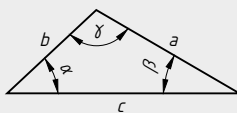
Strahlensatz

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{d}{2}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

$$\frac{b_1}{d} = \frac{b_2}{D}$$

Winkelsumme im Dreieck



- a, b, c Dreiecksseiten
 α, β, γ Winkel im Dreieck

Beispiel:

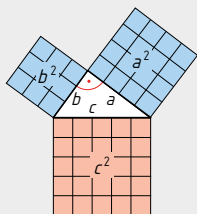
$\alpha = 21^\circ$, $\beta = 95^\circ$, $\gamma = ?$
 $\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 21^\circ - 95^\circ = 64^\circ$

Winkelsumme im Dreieck

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

In jedem Dreieck ist die Winkelsumme 180° .

Lehrsatz des Pythagoras



Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

- a Kathete
 b Kathete
 c Hypotenuse

1. Beispiel:

$c = 35 \text{ mm}$; $a = 21 \text{ mm}$; $b = ?$
 $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(35 \text{ mm})^2 - (21 \text{ mm})^2} = 28 \text{ mm}$

2. Beispiel:

CNC-Programm mit $R = 50 \text{ mm}$ und $I = 25 \text{ mm}$.
 $K = ?$
 $c^2 = a^2 + b^2$
 $R^2 = I^2 + K^2$
 $K = \sqrt{R^2 - I^2} = \sqrt{50^2 \text{ mm}^2 - 25^2 \text{ mm}^2}$
 $K = 43,3 \text{ mm}$

Quadrat über der Hypotenuse

$$c^2 = a^2 + b^2$$

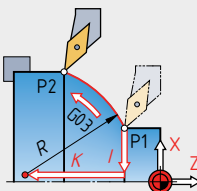
Länge der Hypotenuse

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Länge der Katheten

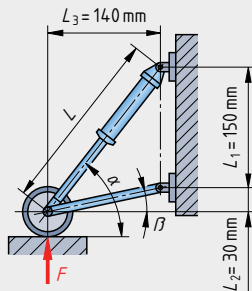
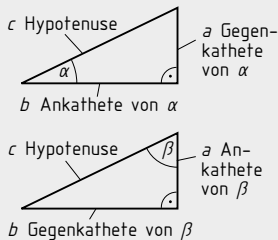
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



Funktionen im Dreieck

Funktionen im rechtwinkligen Dreieck (Winkelfunktionen)



c Hypotenuse (längste Seite)
 a, b Katheten
 Bezogen auf den Winkel α ist
 – b die Ankathete und
 – a die Gegenkathete
 α, β, γ Winkel im Dreieck, mit $\gamma = 90^\circ$
 $\sin$ Schreibweise für Sinus
 $\cos$ Schreibweise für Kosinus
 $\tan$ Schreibweise für Tangens
 $\sin \alpha$ Sinus des Winkels α

1. Beispiel

$L_1 = 150 \text{ mm}$, $L_2 = 30 \text{ mm}$, $L_3 = 140 \text{ mm}$;
 Winkel $\alpha = ?$

$$\tan \alpha = \frac{L_1 + L_2}{L_3} = \frac{180 \text{ mm}}{140 \text{ mm}} = 1,286$$

Winkel $\alpha = 52^\circ$

2. Beispiel

$L_1 = 150 \text{ mm}$, $L_2 = 30 \text{ mm}$, $\alpha = 52^\circ$;
 Länge des Stoßdämpfers $L = ?$

$$L = \frac{L_1 + L_2}{\sin \alpha} = \frac{180 \text{ mm}}{\sin 52^\circ} = 228,42 \text{ mm}$$

Winkelfunktionen

$$\text{Sinus} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\text{Kosinus} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\text{Tangens} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

$$\text{Kotangens} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$$

Bezogen auf den Winkel α ist:

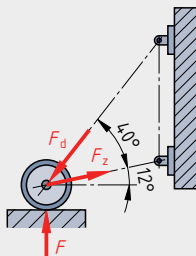
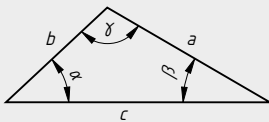
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \tan \alpha = \frac{a}{b}$$

Bezogen auf den Winkel β ist:

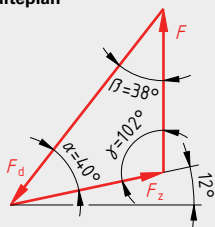
$$\sin \beta = \frac{b}{c} \quad \cos \beta = \frac{a}{c} \quad \tan \beta = \frac{b}{a}$$

Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z.B. $\arcsin$.

Funktionen im schiefwinkligen Dreieck (Sinussatz, Kosinussatz)



Kräfteplan



Im Sinussatz entsprechen die Seitenverhältnisse dem Sinus der entsprechenden Gegenwinkel im Dreieck. Aus einer Seite und zwei Winkeln lassen sich die anderen Werte berechnen.

Seite $a \rightarrow$ Gegenwinkel α

Seite $b \rightarrow$ Gegenwinkel β

Seite $c \rightarrow$ Gegenwinkel γ

Beispiel

$F = 800 \text{ N}$, $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 38^\circ$; $F_z = ?$, $F_d = ?$

Die Berechnung erfolgt jeweils aus dem Kräfteplan.

$$\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_z}{\sin \beta} \Rightarrow F_z = \frac{F \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$F_z = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 38^\circ}{\sin 40^\circ} = 766,24 \text{ N}$$

$$\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_d}{\sin \varphi} \Rightarrow F_d = \frac{F \cdot \sin \varphi}{\sin \alpha}$$

$$F_d = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 102^\circ}{\sin 40^\circ} = 1217,38 \text{ N}$$

Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z.B. $\arccos$.

Sinussatz

$$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Vielfältige Umstellungen sind möglich:

$$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$$

$$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$$

$$c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$$

Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

Umstellung, z.B.

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$