



EUROPA-FACHBUCHREIHE
Kraftfahrzeugtechnik

Formeln

Land- und Bau-

maschinentechnik

Bearbeitet von Gewerbelehrern und Ingenieuren

1. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 20006

Autoren:

Fehr, Andreas	Dipl.-Gwl., Studienrat	Breisach
Fleischlin, Stefan	Eidg. Dipl., Berufsfachschullehrer	Sempach, Schweiz
Friese-Tapmeyer, Joachim	Oberstudienrat a. D.	Hildesheim
Friske, Richard	Oberstudienrat	Hannover
Ganzmann, Herbert	Dipl.-Ingenieur	Häusern im Südschwarzwald
Petersen, Malte	Oberstudienrat	Jübek
Keil, Wolfgang	Oberstudiendirektor a. D.	München
Wimmer, Alois	Oberstudienrat a. D.	Berghülen

Für die großzügige Hilfe und Unterstützung bei der Erstellung der 1. Auflage dieser Formelsammlung bedankt sich der Arbeitskreis Land- und Baumaschinentechnik besonders bei den Autoren des Arbeitskreises Kfz.

Lektorat und Leitung des Arbeitskreises:
Alois Wimmer

Bildbearbeitung:
Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Den „Formeln Land- und Baumaschinentechnik“ wurden die neuesten Ausgaben der DIN-Blätter zugrunde gelegt. Verbindlich sind jedoch die DIN-Blätter selbst.

Die DIN-Blätter können von der Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

1. Auflage 2020

Druck 6 5 4 3 2

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-7585-2000-6

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2020 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz und Layout: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfotos: AGCO GmbH, Marktoberdorf, Liebherr-Werk Biberach GmbH, Biberach an der Riss, und CLAAS KGaA mbH, Harsewinkel

Druck: RCOM Print GmbH, 97222 Rimpfing

Grundlagen

Mathematische Zeichen, Prozent-, Zins-, Mischungsrechnen	4
Winkelfunktionen	5
Längen, Flächen	6
Volumen, Mantelfläche, Oberfläche	10
Dichte, Masse, Kraft, Kräftezusammensetzung, Kräftezerlegung	12
Fliehkraft	13
Geschwindigkeit	14
Beschleunigung, Verzögerung, Überholen	15
Arbeit, Energie, Leistung, Wirkungsgrad	17
Drehmoment, Hebelgesetz, Flaschenzug	19
Festigkeit, Reibung, Druck	20
Hydraulik, Pneumatik	22
Wärmetechnik	25
Riementrieb, Zahnradtrieb	27

Motor

Hubraum, Verdichtung, Hubverhältnis, Pleuelstangenverhältnis, Kolbenweg, Kolbengeschwindigkeit	29
Gasdruck, Kolbenkraft, Kräfte am Kurbeltrieb, Kolbeneinbaupiel	31
Steuerwinkel, Steuerzeiten, Ventilöffnungszeit, Gasgeschwindigkeit	32
Luftverhältnis, Liefergrad, Luftverbrauch, Luftbedarf, CO ₂ -Emission	33
Kraftstoffverbrauch	34
Kraftstoff-Einspritzmenge, Mischungsverhältnis 2-Takt-Motoren, Gefrierschutzmischung, Motorkühlung	35
Motorleistung, innere Motorarbeit, Leistungsmessung am Motorprüfstand, Motorwirkungsgrade, Motorkennlinien	36
Kenngrößen von Verbrennungsmotoren (Hubraumleistung, Leistungsgewicht, Gewichtsleistung, Hubraumgewicht)	40

Antriebsstrang – Kraftübertragung

Kupplung, Kupplungsbetätigung	41
Wechselgetriebe	43
Achsgetriebe	45
Ausgleichsgetriebe	46
Antriebsstrang, Antriebskraft, Antriebsleistung, Fahrwiderstände	47

Fahrwerk

Achskräfte, Auflagerkräfte	49
Übersetzung Lenkgetriebe, Lenkung	50

Bremsen

Übersetzungen, Leitungsdruck, pneumatische Verstärkung, hydraulische Übersetzung	51
Bremsmoment, Bremskraft, Bremsarbeit, Bremsleistung, Bremsenprüfung	54
Flussdiagramm zur Berechnung von hydraulischen Bremsen	56

Elektrotechnik

Ohmsches Gesetz, Spannung, Strom, Widerstand, Widerstandsschaltungen	57
Leistung, Arbeit, Wirkungsgrad, Spannungsteiler	59
Batterie, Transformator	60
Wechselstrom, Drehstrom	61
Elektronische Bauelemente, Winkel und Zeiten beim Zündvorgang, Pulsweitenmodulation, Datenübertragung	62

Sachwortverzeichnis

Mathematische Zeichen (Auswahl)

Zeichen	Erklärung	Zeichen	Erklärung	Zeichen	Erklärung
...	bis, und so weiter	\sqrt{a}	Quadratwurzel aus a	\cong	kongruent
=	gleich	$\cdot \times$	mal (der Punkt steht auf halber Zeilenhöhe)	\sim	ähnlich
\neq	nicht gleich, ungleich	$: / -$	durch, geteilt durch, dividiert durch	\angle	Winkel
\sim	proportional	%	Prozent, vom Hundert	\overline{AB}	Strecke AB
\approx	annähernd, nahezu gleich, rund, etwa	‰	Promille, vom Tausend	\widehat{AB}	Bogen AB
\triangleq	entspricht	() {} []	runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu	Σ	Summe
<	kleiner als	\parallel	parallel	e	Eulersche Zahl $e = 2,718\ 281\ 828\dots$
>	größer als	\nparallel	nicht parallel	π	Pi = 3,14159...
\geq	größer oder gleich, mindestens gleich	\perp	rechtwinklig zu, normal auf, senkrecht auf	∞	unendlich
\leq	kleiner oder gleich, höchstens gleich	Δ	Delta, Zeichen für Differenz	log	Logarithmus (allgemein)
+	plus, mehr, und			lg	Zehnerlogarithmus
-	minus, weniger			ln	natürlicher Logarithmus

Umrechnung von früheren Einheiten und SI-Einheiten

Druck	Energie, Arbeit	Leistung
1 at = 1 kp/cm ² = 981 mbar 1 mm WS = 1 kp/m ² = 0,098 mbar 1 mm Hg = 1 Torr = 1,333 mbar	1 kcal = 4186,8 J \approx 4,2 kJ = = 1,16 · 10 ⁻³ kWh 1 kpm = 9,81 J = 9,81 Nm	1 PS = 735 W = 0,735 kW = = 735 Nm/s 1 kW = 1,36 PS

Prozentrechnen

p Prozentsatz in % Er gibt an, wie viel Hundertstel vom Grundwert zu nehmen sind.	$E_{\max} = G + P$	$p = \frac{100 \cdot P}{G}$
G Grundwert Er ist der Wert auf den man sich beim Prozentrechnen bezieht.	$E_{\min} = G - P$	$G = \frac{100 \cdot E_{\max}}{100 + p}$
P Prozentwert Er ist der Teil des Grundwertes, der dem Prozentsatz entspricht. Er hat dieselbe Einheit wie der Grundwert.	$G = \frac{100 \cdot P}{p}$	$G = \frac{100 \cdot E_{\min}}{100 - p}$
E_{\max} Endwert (vermehrter Wert) (Grundwert + Prozentwert)	$P = \frac{G \cdot p}{100}$	
E_{\min} Endwert (verminderter Wert) (Grundwert – Prozentwert)		

Zinsrechnen

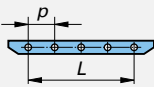
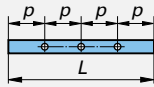
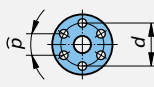
z Zinsen in € p Zinssatz in % k Kapital in € t Zeit in Jahren oder Zeit in Tagen	$k = \frac{100 \cdot z}{p \cdot t}$ $p = \frac{100 \cdot z}{k \cdot t}$ $t = \frac{100 \cdot z}{k \cdot p}$	Jahreszins $z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100}$ Tageszins $z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$
1 Zinsjahr \triangleq 360 Tage 1 Zinsmonat \triangleq 30 Tage		

Mischungsrechnen

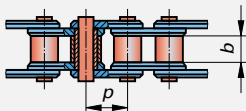
m Gesamtmenge m_1 Teilmenge 1 m_2 Teilmenge 2 x Summe der Anteile x_1 Anteil der Teilmenge 1 x_2 Anteil der Teilmenge 2	$m_1 = \frac{m \cdot x_1}{x}$ $m = \frac{m_1 \cdot x}{x_1}$	$x_1 = \frac{m_1 \cdot x}{m}$ $x = \frac{m \cdot x_1}{m_1}$	$m = m_1 + m_2 + \dots$ $x = x_1 + x_2 + \dots$ $\frac{m}{m_1} = \frac{x}{x_1}$
--	--	--	---

Winkelfunktionen																																															
	<ul style="list-style-type: none">• Die den rechten Winkel bildenden Seiten a und b heißen Katheten.• Die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite c heißt Hypotenuse.• Die dem spitzen Winkel α bzw. β anliegende Seite b bzw. a heißt Ankathete.• Die dem spitzen Winkel α bzw. β gegenüberliegende Seite a bzw. b heißt Gegenkathete. <p>Die Seitenverhältnisse im rechtwinkligen Dreieck werden Winkelfunktionen bzw. trigonometrische Funktionen genannt.</p>																																														
<div>Sinus = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$</div>		$\sin \alpha = \frac{a}{c}$ $a = c \cdot \sin \alpha$ $c = \frac{a}{\sin \alpha}$		$\sin \beta = \frac{b}{c}$ $b = c \cdot \sin \beta$ $c = \frac{b}{\sin \beta}$																																											
<div>Cosinus = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$</div>		$\cos \alpha = \frac{b}{c}$ $b = c \cdot \cos \alpha$ $c = \frac{b}{\cos \alpha}$		$\cos \beta = \frac{a}{c}$ $a = c \cdot \cos \beta$ $c = \frac{a}{\cos \beta}$																																											
<div>Tangens = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$</div>		$\tan \alpha = \frac{a}{b}$ $a = b \cdot \tan \alpha$ $b = \frac{a}{\tan \alpha}$		$\tan \beta = \frac{b}{a}$ $b = a \cdot \tan \beta$ $a = \frac{b}{\tan \beta}$																																											
<div>Cotangens = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$</div>		$\cot \alpha = \frac{b}{a}$ $b = a \cdot \cot \alpha$ $a = \frac{b}{\cot \alpha}$		$\cot \beta = \frac{a}{b}$ $a = b \cdot \cot \beta$ $b = \frac{a}{\cot \beta}$																																											
Berechnung von Winkelfunktionen mit dem Taschenrechner (Beispiele)																																															
<p>Beispiel: $a = 10 \text{ cm}$; $c = 50 \text{ cm}$; $\alpha = ?$ Lösung: $\sin \alpha = a : c = 10 \text{ cm} : 50 \text{ cm} = 0,2$</p>																																															
$10 \div 50 = 0,2$ (SHIFT ; 2ND ; INV) SIN \Rightarrow 11,536 96° (SHIFT ; 2ND ; INV) ° ' " \Rightarrow 11° 32' 13"																																															
Winkelfunktionen am Einheitskreis																																															
		<table><tr><th colspan="6">Besondere Winkelfunktionswerte</th></tr><tr><th>Winkel α</th><th>0°</th><th>30°</th><th>45°</th><th>60°</th><th>90°</th></tr><tr><th>Funktion</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><th>Sinus α</th><td>0</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{1}{2} \sqrt{2}$</td><td>$\frac{1}{2} \sqrt{3}$</td><td>1</td></tr><tr><th>Cosinus α</th><td>1</td><td>$\frac{1}{2} \sqrt{3}$</td><td>$\frac{1}{2} \sqrt{2}$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>0</td></tr><tr><th>Tangens α</th><td>0</td><td>$\frac{1}{3} \sqrt{3}$</td><td>1</td><td>$\sqrt{3}$</td><td>∞</td></tr><tr><th>Cotangens α</th><td>∞</td><td>$\sqrt{3}$</td><td>1</td><td>$\frac{1}{3} \sqrt{3}$</td><td>0</td></tr></table>				Besondere Winkelfunktionswerte						Winkel α	0°	30°	45°	60°	90°	Funktion						Sinus α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \sqrt{2}$	$\frac{1}{2} \sqrt{3}$	1	Cosinus α	1	$\frac{1}{2} \sqrt{3}$	$\frac{1}{2} \sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	Tangens α	0	$\frac{1}{3} \sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	Cotangens α	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3} \sqrt{3}$	0
Besondere Winkelfunktionswerte																																															
Winkel α	0°	30°	45°	60°	90°																																										
Funktion																																															
Sinus α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \sqrt{2}$	$\frac{1}{2} \sqrt{3}$	1																																										
Cosinus α	1	$\frac{1}{2} \sqrt{3}$	$\frac{1}{2} \sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0																																										
Tangens α	0	$\frac{1}{3} \sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞																																										
Cotangens α	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3} \sqrt{3}$	0																																										
Winkelfunktionen im schiefwinkligen Dreieck																																															
		a, b, c Seitenlängen (mm) α, β, γ Winkel, die jeweils den Seiten a, b, c gegenüber liegen (°)		<div>Kosinussatz</div> $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$																																											
		<div>Sinussatz</div> $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$																																													

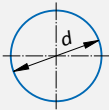
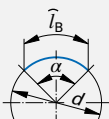
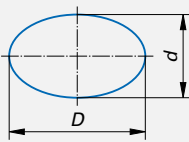
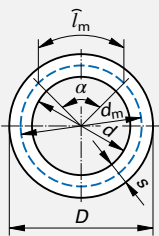
Längenteilungen

	Teilung p Lochabstand	Teilungszahl n Lochzahl	Teilungslänge l
	$p = \frac{L}{n-1}$	$n = \frac{L}{p} + 1$	$L = p \cdot (n-1)$
	$p = \frac{L}{n+1}$	$n = \frac{L}{p} - 1$	$L = p \cdot (n+1)$
	$p = \frac{\pi \cdot d}{n}$	$n = \frac{\pi \cdot d}{p}$	$L = U = n \cdot p$ $L = U = \pi \cdot d$

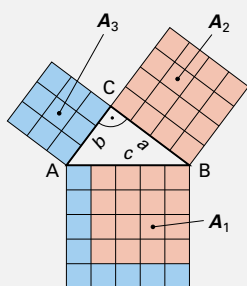
Kettenlänge

	L Kettenlänge p Teilung b Gliederbreite (Innenglied) X Gliederzahl	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px;"> $L = p \cdot X$ </div> $p = \frac{L}{X} \quad X = \frac{L}{p}$
---	---	---

Gebogene Längen

	U Umfang d Durchmesser	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px;"> $U = \pi \cdot d$ </div> $d = \frac{U}{\pi}$
	l_B Bogenlänge d Durchmesser α Mittelpunktswinkel in °	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px;"> $l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$ </div> $\alpha = \frac{360^\circ \cdot l_B}{\pi \cdot d} \quad d = \frac{360^\circ \cdot l_B}{\pi \cdot \alpha}$
	U Umfang D Durchmesser d Durchmesser R Radius r Radius	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px;"> $U \approx \pi \cdot \frac{D+d}{2}$ </div> $D \approx \frac{2 \cdot U}{\pi} - d \quad d \approx \frac{2 \cdot U}{\pi} - D$ <p>genauer:</p> $U = \pi \cdot \sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)}$
	l_m gestreckte Länge, Länge der neutralen Faser d_m mittlerer Durchmesser D Außendurchmesser d Innendurchmesser α Mittelpunktswinkel in ° s Werkstoffdicke U_m mittlerer Umfang	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px;"> $l_m = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ}$ </div> $U_m = \pi \cdot d_m$ $d_m = \frac{D+d}{2}$ $d_m = D - s$ $d_m = d + s$

Lehrsatz des Pythagoras



Beim rechtwinkligen Dreieck ist die Fläche des Hypotenusenquadrates gleich der Summe der Flächen der beiden Kathetenquadrate.

$$A_1 = A_2 + A_3$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

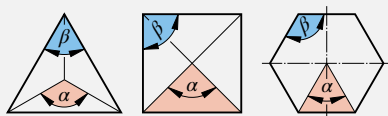
c Hypotenuse
– die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite
 a, b Katheten
– die den rechten Winkel bildenden Seiten
 A_1, A_2, A_3 Flächen

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Regelmäßige Vielecke

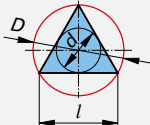
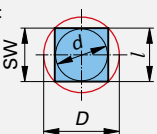
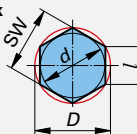
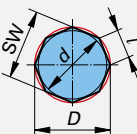
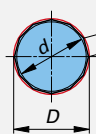


Für regelmäßige Vielecke gilt:

Innenwinkel $\alpha = \frac{360^\circ}{n}$

Außenwinkel $\beta = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$ $\beta = 180^\circ - \alpha$

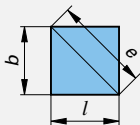
n Anzahl der Ecken

Regelmäßiges Vieleck n Anzahl der Ecken	Umkreis-Ø D Eckenmaß e	Innenkreis-Ø d Schlüsselweite SW	Seitenlänge l Umfang U	Gesamtfläche A
Dreieck $n = 3$	 $D = 1,154 \cdot l$ $D = 2 \cdot d$	$d = 0,578 \cdot l$ $d = 0,5 \cdot D$	$l = 0,866 \cdot D$ $l = 1,730 \cdot d$ $U = l \cdot n$	$A = 0,325 \cdot D^2$ $A = 1,299 \cdot d^2$ $A = 0,433 \cdot l^2$
Quadrat $n = 4$	 $D = 1,414 \cdot l$ $D = 1,414 \cdot d$ $D = e$	$d = l$ $d = 0,707 \cdot D$ $d = SW$	$l = 0,707 \cdot D$ $l = d$ $U = l \cdot n$	$A = 0,5 \cdot D^2$ $A = d^2$ $A = l^2$
Sechseck $n = 6$	 $D = 2 \cdot l$ $D = 1,155 \cdot d$ $D = e$	$d = 1,732 \cdot l$ $d = 0,866 \cdot D$ $d = SW$	$l = 0,5 \cdot D$ $l = 0,577 \cdot d$ $U = l \cdot n$	$A = 0,649 \cdot D^2$ $A = 0,866 \cdot d^2$ $A = 2,598 \cdot l^2$
Achteck $n = 8$	 $D = 2,614 \cdot l$ $D = 1,082 \cdot d$ $D = e$	$d = 2,414 \cdot l$ $d = 0,924 \cdot D$ $d = SW$	$l = 0,383 \cdot D$ $l = 0,414 \cdot d$ $U = l \cdot n$	$A = 0,707 \cdot D^2$ $A = 0,829 \cdot d^2$ $A = 4,828 \cdot l^2$
Zwölfeck $n = 12$	 $D = 3,864 \cdot l$ $D = 1,035 \cdot d$ $D = e$	$d = 3,732 \cdot l$ $d = 0,966 \cdot D$ $d = SW$	$l = 0,259 \cdot D$ $l = 0,268 \cdot d$ $U = l \cdot n$	$A = 0,750 \cdot D^2$ $A = 0,804 \cdot d^2$ $A = 11,196 \cdot l^2$

Geradlinig begrenzte Flächen

Quadrat

$$b = l$$



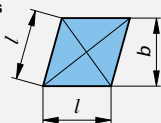
$$l = \sqrt{A}$$

$$b = l$$

$$e = \sqrt{2} \cdot l^2 = 1,414 \cdot l$$

$$l = \frac{e}{1,414} = 0,707 \cdot e \quad U = 4 \cdot l$$

$$A = l^2$$

Rhombus
(Raute)

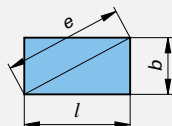
$$l = \frac{A}{b}$$

$$b = \frac{A}{l}$$

$$U = 4 \cdot l$$

$$A = l \cdot b$$

Rechteck



$$b = \frac{A}{l} \quad l = \frac{A}{b}$$

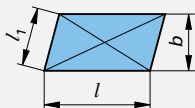
$$l = \frac{U - 2 \cdot b}{2}$$

$$e = \sqrt{l^2 + b^2}$$

$$b = \frac{U - 2 \cdot l}{2}$$

$$U = 2 \cdot l + 2 \cdot b$$

$$A = l \cdot b$$

Rhomboid
(Parallelogramm)

$$l = \frac{A}{b}$$

$$l = \frac{U - 2 \cdot l_1}{2}$$

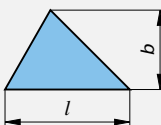
$$b = \frac{A}{l}$$

$$l_1 = \frac{U - 2 \cdot l}{2}$$

$$U = 2 \cdot l + 2 \cdot l_1$$

$$A = l \cdot b$$

Dreieck



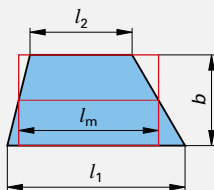
$$l = \frac{2 \cdot A}{b}$$

$$b = \frac{2 \cdot A}{l}$$

$$U = \text{Summe aller Seiten}$$

$$A = \frac{l \cdot b}{2}$$

Trapez



$$l_1 = \frac{2 \cdot A}{b} - l_2$$

$$b = \frac{2 \cdot A}{l_1 + l_2}$$

$$l_2 = \frac{2 \cdot A}{b} - l_1$$

$$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

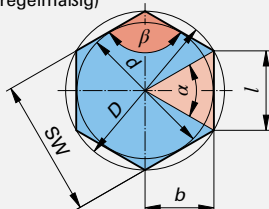
$$l_1 = 2 \cdot l_m - l_2$$

$$l_2 = 2 \cdot l_m - l_1$$

$$U = \text{Summe aller Seiten}$$

$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$$

$$A = l_m \cdot b$$

Vieleck
(regelmäßig)

α Innenwinkel
 β Außenwinkel
 SW Schlüsselweite
 D Umkreisdurchmesser
 d Inkreisdurchmesser

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}$$

$$\beta = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

$$l = D \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

$$l = D \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$d = \sqrt{D^2 - l^2}$$

$$b = \frac{SW}{2} = \frac{d}{2}$$

$$U = l \cdot n$$

$$A = \frac{l \cdot b}{2} \cdot n$$

$$A = \frac{n \cdot l \cdot d}{4}$$

A Gesamtfläche
 d Inkreisdurchmesser
 n Anzahl der Ecken
 l Seitenlänge
 b Breite

A Fläche

l Länge

 l_m mittlere Länge

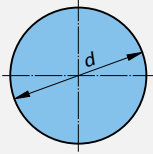
b Breite

U Umfang

e Eckmaß

Kreisförmig oder bogenförmig begrenzte Flächen

Kreis



$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{A}{0,785}}$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

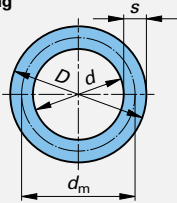
$$U = \pi \cdot d$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$A = 0,785 \cdot d^2$$

$$A = \pi \cdot r^2$$

Kreisring



$$D = \sqrt{d^2 + \frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

$$d = \sqrt{D^2 - \frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

$$A_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

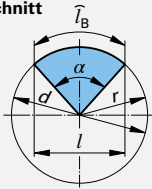
$$A_2 = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

$$A = \pi \cdot d_m \cdot s$$

$$A = A_2 - A_1$$

Kreisausschnitt (Sektor)



$$l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

$$U = l_B + 2 \cdot r$$

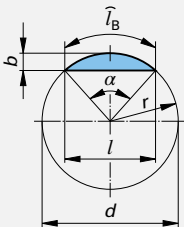
l_B Bogenlänge

α Mittelpunktswinkel

$$A = \frac{l_B \cdot r}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

Kreisabschnitt (Segment)



$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

$$b = r - \sqrt{r^2 - l^2/4}$$

$$b = \frac{l}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{4}$$

$$l = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot b \cdot r - b^2}$$

$$l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$r = \frac{b}{2} + \frac{l^2}{8 \cdot b}$$

$$U = l + l_B$$

l Länge (Sehne)

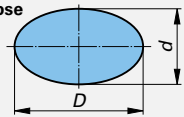
b Breite (Bogenhöhe)

$$A = \frac{l_B \cdot r - l \cdot (r - b)}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{l \cdot (r - b)}{2}$$

$$A \approx \frac{2 \cdot l \cdot b}{3}$$

Ellipse



$$D = \frac{4 \cdot A}{\pi \cdot d}$$

$$d = \frac{4 \cdot A}{\pi \cdot D}$$

$$U \approx \pi \cdot \frac{D + d}{2}$$

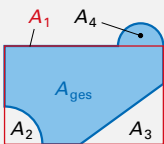
genauer:

$$U \approx \pi \cdot \sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)}$$

$$A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4}$$

D große Achse
 d kleine Achse

Zusammengesetzte Flächen



Zusammengesetzte Flächen werden zur Berechnung ihrer Gesamtfläche in Teilflächen zerlegt.

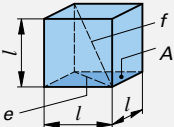
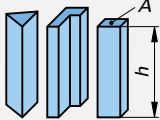
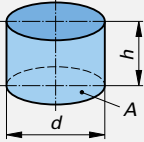
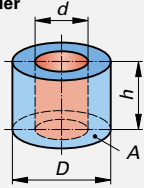
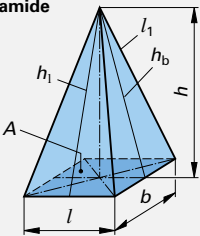
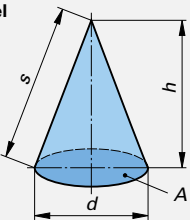
Durch Addition und Subtraktion der Teilflächen erhält man die Gesamtfläche.

$$A_{\text{ges}} = A_1 - A_2 - A_3 + A_4$$

Allgemein gilt:

$$A_{\text{ges}} = A_1 \pm A_2 \pm A_3 \pm \dots$$

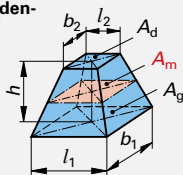
A Fläche D, d Durchmesser l_B Bogenlänge b Breite (Bogenhöhe) α Mittelpunktswinkel
 U Umfang R, r Radius l Länge (Sehne) b Breite d_m mittlerer Durchmesser

Volumen				
Gleichdicke Körper			$V = A \cdot h$	
Würfel 			$l = \sqrt[3]{V}$ $e = 1,414 \cdot l$ $f = 1,732 \cdot l$ $l_{\text{ges}} = 12 \cdot l$ $A_M = 4 \cdot A = 4 \cdot l^2$ $A_O = 6 \cdot A = 6 \cdot l^2$	<div>$V = l \cdot l \cdot l$</div> <div>$V = l^3$</div>
Prisma 			$A = \frac{V}{h}$ $h = \frac{V}{A}$	<div>$V = A \cdot h$</div>
Zylinder 			$d = \sqrt{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$ $A = \frac{V}{h}$ $A_M = \pi \cdot d \cdot h$ $A_O = \pi \cdot d \cdot h + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$	<div>$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$</div> <div>$V = A \cdot h$</div>
Hohlzylinder 			$h = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot (D^2 - d^2)}$ $D = \sqrt{d^2 + \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$ $A_2 = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$ $A_O = \pi \cdot h \cdot (D + d) + 2 \cdot \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4}$	<div>$V = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) \cdot h$</div> <div>$V = (A_2 - A_1) \cdot h$</div> <div>$V = V_2 - V_1$</div>
Spitze Körper			$V = A \cdot b/3$	
Pyramide 			$h = \frac{3 \cdot V}{l \cdot b}$ $A = \frac{3 \cdot V}{h}$ $h_l = \sqrt{h^2 + b^2/4}$ $l_1 = \sqrt{h_b^2 + b^2/4}$ $A_M = h_l \cdot l + h_b \cdot b$ $A_O = A_M + A$	<div>$V = \frac{l \cdot b \cdot h}{3}$</div> <div>$V = \frac{A \cdot h}{3}$</div>
Kegel 			$d = \sqrt{\frac{12 \cdot V}{\pi \cdot h}}$ $A = \frac{3 \cdot V}{h}$ $A_M = \pi \cdot r \cdot \sqrt{h^2 + r^2}$ $A_M = \pi \cdot r \cdot s$ $A_O = A_M + A$	<div>$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$</div> <div>$V = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot h}{12}$</div> <div>$V = \frac{A \cdot h}{3}$</div>
V Volumen	l Länge	h_l Mantelhöhe über l	r Radius	e Eckenmaß
A Fläche	b Breite	h_b Mantelhöhe über b	A_M Mantelfläche	f (Flächendiagonale)
h Höhe	D, d Durchmesser	s Mantelhöhe	A_O Oberfläche	f Raumdiagonale

Volumen

Abgestumpfte Körper

Pyramidenstumpf

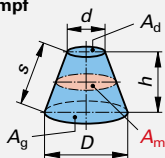


$$A_m = \frac{A_g + A_d}{2}$$

$$V = \frac{h \cdot (A_g + A_d + \sqrt{A_g \cdot A_d})}{3}$$

$$V \approx A_m \cdot h$$

Kegelstumpf



$$A_m = \frac{A_g + A_d}{2}$$

$$A_m = \frac{\pi \cdot (D + d) \cdot s}{2}$$

$$s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{D-d}{2}\right)^2}$$

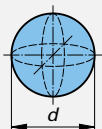
$$V = \frac{\pi \cdot h \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d)}{12}$$

$$V \approx A_m \cdot h$$

$$A_o = A_d + A_m + A_g$$

Kugel

Vollkugel



$$d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{V}{0,524}}$$

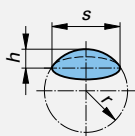
$$d \approx 1,24 \cdot \sqrt[3]{V}$$

$$A_o = \pi \cdot d^2$$

$$d = \sqrt{\frac{A_o}{\pi}}$$

$$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6}$$

$$V = 0,524 \cdot d^3$$

Kugelabschnitt
(Kugelsegment)

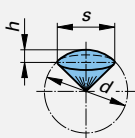
$$A_m = \pi \cdot d \cdot h$$

$$A_m = \frac{\pi \cdot (s^2 + 4 \cdot h^2)}{4}$$

$$A_o = \pi \cdot h \cdot (4 \cdot r - h)$$

$$V = \pi \cdot h^2 \cdot \left(r - \frac{h}{3}\right)$$

$$V = \pi \cdot h \cdot \left(\frac{s^2}{8} + \frac{h^2}{6}\right)$$

Kugelausschnitt
(Kugelsektor)

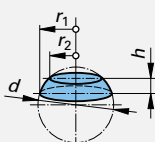
$$A_m = A_o$$

$$A_o = \frac{\pi \cdot d \cdot (4 \cdot h + s)}{4}$$

$$d = \sqrt{\frac{6 \cdot V}{\pi \cdot h}};$$

$$h = \frac{6 \cdot V}{\pi \cdot d^2}$$

$$V = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot h}{6}$$

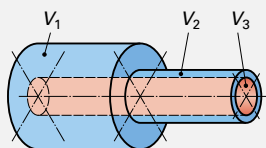
Kugelschicht
(Kugelzone)

$$A_m = \pi \cdot d \cdot h$$

$$A_o = \pi \cdot (d \cdot h + r_1^2 + r_2^2)$$

$$V = \frac{\pi \cdot h \cdot (3 \cdot r_1^2 + 3 \cdot r_2^2 + h^2)}{6}$$

Zusammengesetzte Körper

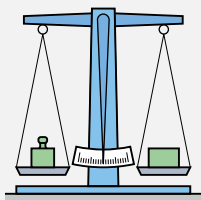


Durch Addition und Subtraktion der Teilkörper erhält man das Gesamtvolumen.

$$V_{\text{ges}} = V_1 \pm V_2 \pm V_3 \pm \dots$$

V	Volumen	A _O	Oberfläche	A	Fläche	b	Breite	d _m	mittlerer Durchmesser
A _m	Mittelfläche	A _d	Deckfläche	h	Höhe	r	Halbmesser	d	Durchmesser
A _g	Grundfläche	A _M	Mantelfläche	l	Länge	D, d	Durchmesser	s	Mantelhöhe, Länge

Dichte, Masse



ρ Dichte in $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ bzw. $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ bzw. $\frac{\text{t}}{\text{m}^3}$
 m Masse in g bzw. kg bzw. t
 V Volumen in cm^3 bzw. dm^3 bzw. m^3

$$\begin{aligned} 1 \text{ g/l} &= 1 \text{ g/dm}^3 = 1 \text{ kg/m}^3 \\ 1 \text{ g/cm}^3 &= 1 \text{ kg/dm}^3 = 1 \text{ t/m}^3 \end{aligned}$$

Die Dichte von Gasen ist abhängig von Druck und Temperatur. Sie wird deshalb für Normalbedingungen (1013 hPa, 1,013 bar, 0 °C) in kg/m^3 angegeben.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$m = V \cdot \rho$$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

Kraft



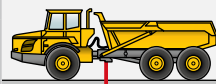
Kraftrichtung: beliebig

F Kraft in N
 m Masse in kg
 a Beschleunigung in m/s^2
 Verzögerung in m/s^2

$$m = \frac{F}{a}$$

$$a = \frac{F}{m}$$

$$F = m \cdot a$$



Kraftrichtung:
Richtung Erdmittelpunkt

Gewichtskraft

G, F_G Gewichtskraft in N
 m Masse in kg
 g Fallbeschleunigung in m/s^2
 $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ bzw. $g \approx 10 \text{ m/s}^2$

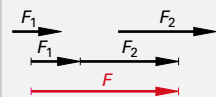
$$\begin{aligned} 1 \text{ N} &= 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2 \\ &= 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

$$G = m \cdot g$$

$$m = \frac{G}{g}$$

Kräftezusammensetzung und Kräftezerlegung

Gleiche Richtung und gleiche Wirkungslinie

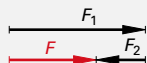


Greifen an einem Punkt mehrere Kräfte (Teilkräfte) an, die die gleiche Wirkungslinie und die gleiche Richtung haben, so können sie zu einer Ersatzkraft (Resultierende) zusammengefasst werden.

F Ersatzkraft in N
 F_1, F_2 Teilkräfte in N

$$F = F_1 + F_2 + \dots$$

Entgegengesetzte Richtung, aber gleiche Wirkungslinie

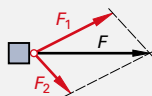


Die Ersatzkraft wird durch Abziehen ermittelt.

F Ersatzkraft in N
 F_1, F_2 Teilkräfte in N

$$F = F_1 - F_2 - \dots$$

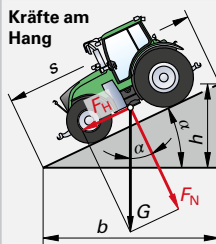
Kraft in Teilkkräfte zerlegt



Die Teilkkräfte werden mithilfe des Kräfteparallelogramms ermittelt. Die Wirkungslinien der Teilkkräfte müssen bekannt sein.

F Kraft in N
 F_1, F_2 Teilkkräfte in N

Kräfte am Hang

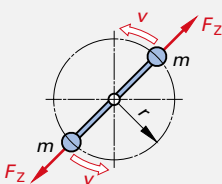
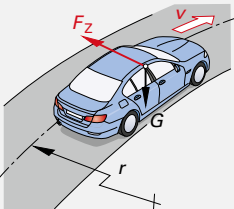
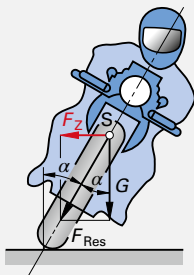
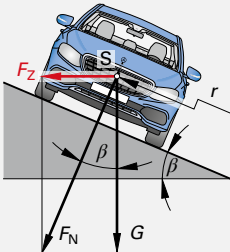


G Gewichtskraft (lotrecht wirkend) in N
 F_N Normalkraft (senkrecht auf die Ebene wirkend) in N
 F_H Hangabtriebskraft in N
 s Länge der schiefen Ebene in m
 b horizontale Länge in m
 h Höhenunterschied in m
 α Steigungswinkel in °
 m Masse (Gewicht) des Körpers in kg
 g Fallbeschleunigung $9,81 \text{ m/s}^2$

$$F_N = \frac{G \cdot b}{s}$$

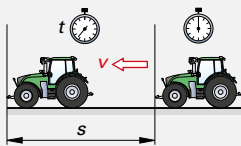
$$F_H = \frac{m \cdot g \cdot b}{s}$$

$$F_H = \frac{G \cdot h}{s}$$

Fliehkraft (Zentrifugalkraft)		
  	<p>F_Z Fliehkraft in N m Masse (Fahrzeuggewicht) in kg v Geschwindigkeit in m/s v_{\max} maximale Fahrgeschwindigkeit in m/s r Radius (Kurvenradius) in m r_{\min} kleinster Kurvenradius in m g Fallbeschleunigung in m/s² G Gesamtgewichtskraft in N μ_H Haftreibungszahl F_H Haftreibungskraft in N F_R Reibungskraft in N $F_{Z\max}$ größte wirksame Fliehkraft in N α Neigungswinkel in Grad zur Senkrechten</p> <p>Schleuderbeginn bei Überschreiten der maximalen Kurvengeschwindigkeit v_{\max}</p> $F_{Z\max} \leq F_R$ $F_{Z\max} \leq m \cdot g \cdot \mu_H$ $r_{\min} \geq \frac{v^2}{12,96 \cdot g \cdot \mu_H}$	<div>$F_Z = \frac{m \cdot v^2}{r}$</div> <div>$v = \sqrt{\frac{F_Z \cdot r}{m}}$</div> <div>$r = m \cdot \frac{v^2}{F_Z}$</div> <div>$v_{\max} = \sqrt{g \cdot r \cdot \mu_H}$</div> <p>v in km/h:</p> <div>$F_Z = \frac{m \cdot v^2}{12,96 \cdot r}$</div> <div>$v = 3,6 \cdot \sqrt{\frac{F_Z \cdot r}{m}}$</div> <div>$G = m \cdot g$</div> <div>$\tan \alpha = \frac{F_Z}{G}$</div> <div>$F_Z = G \cdot \tan \alpha$</div> <div>$\tan \alpha = \frac{v^2}{g \cdot r}$</div> <div>$v = \sqrt{g \cdot r \cdot \tan \alpha}$</div> <p>v in km/h:</p> <div>$\tan \alpha = \frac{v^2}{12,96 \cdot g \cdot r}$</div> <div>$v = 3,6 \cdot \sqrt{g \cdot r \cdot \tan \alpha}$</div>
Zustand		
Zustand	Kräfte	
Haften	$F_Z < F_H$ $F_Z < G \cdot \mu_H$	
Grenzbereich	$F_Z = F_H$ $F_Z = G \cdot \mu_H$	
Rutschen/Schleudern	$F_Z > F_H$ $F_Z > G \cdot \mu_H$	
Fliehkraft bei überhöhter Kurve		
	<p>F_Z Fliehkraft in N G Gewichtskraft in N m Fahrzeugmasse in kg r Kurvenradius in m v Geschwindigkeit in m/s β Kurvenüberhöhung in Grad (Neigungswinkel der Fahrbahn)</p> $\tan \beta = \frac{F_Z}{G}$ <p>Optimaler Neigungswinkel, wenn F_N senkrecht auf die Fahrbahn wirkt.</p>	<div>$F_Z = G \cdot \tan \beta$</div> <div>$\tan \beta = \frac{v^2}{g \cdot r}$</div>

Geschwindigkeit

Gleichförmige Geschwindigkeit, Durchschnittsgeschwindigkeit



v Geschwindigkeit in m/s, km/h
 s Weg in m, km
 t Zeit in s, h

$$1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

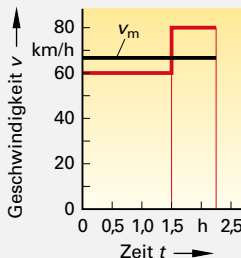
$$1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$$

$$v = \frac{s}{t}$$

$$t = \frac{s}{v}$$

$$s = v \cdot t$$

Durchschnittsgeschwindigkeit aus Einzelgeschwindigkeiten



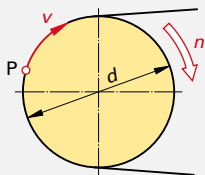
v_m Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h
 v_1, v_2, \dots Einzelgeschwindigkeiten in km/h
 t_1, t_2, \dots Einzelfahrzeiten in h

$$v_m = \frac{v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2 + \dots}{t_1 + t_2 + \dots}$$

bei $t_1 = t_2$ gilt:

$$v_m = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

Umfangsgeschwindigkeit



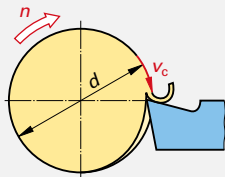
v Umfangsgeschwindigkeit in m/s
 d Kreisdurchmesser in m
 n Drehzahl in 1/min

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60}$$

$$d = \frac{60 \cdot v}{\pi \cdot n}$$

$$n = \frac{60 \cdot v}{\pi \cdot d}$$

Schnittgeschwindigkeit



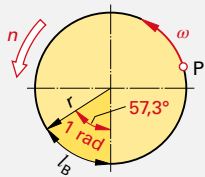
v_c Schnittgeschwindigkeit in m/min
 d Werkstückdurchmesser bzw. Werkzeugdurchmesser in mm
 n Drehzahl der Arbeitsspindel bzw. der Werkzeugspindel in 1/min

$$v_c = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{1000}$$

$$d = \frac{1000 \cdot v_c}{\pi \cdot n}$$

$$n = \frac{1000 \cdot v_c}{\pi \cdot d}$$

Winkelgeschwindigkeit



ω Winkelgeschwindigkeit in 1/s oder rad/s
 $2 \cdot \pi$ Vollwinkel in rad
 n Drehzahl in 1/s
 r Radius, Halbmesser in m
 v Umfangsgeschwindigkeit in m/s

$$1 \text{ rad} = \frac{1 \text{ m (Bogen)}}{1 \text{ m (Radius)}} \approx 57,3^\circ$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

$$n = \frac{\omega}{2 \cdot \pi}$$

$$v = \omega \cdot r$$

Beschleunigung, Verzögerung**Beschleunigung aus dem Stand oder Verzögerung (Bremsung) bis zum Stand**

Beschleunigung a Verzögerung a in m/s^2	$a = \frac{v}{t}$	$a = \frac{v^2}{2 \cdot s}$	$a = \frac{2 \cdot s}{t^2}$
Endgeschwindigkeit v Anfangsgeschwindigkeit v in m/s	$v = a \cdot t$	$v = \frac{2 \cdot s}{t}$	$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$
Beschleunigungszeit t Verzögerungszeit t (Bremszeit) in s	$t = \frac{v}{a}$	$t = \frac{2 \cdot s}{v}$	$t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$
Beschleunigungsweg s Verzögerungsweg s (Bremsweg) in m	$s = \frac{v \cdot t}{2}$	$s = \frac{v^2}{2 \cdot a}$	$s = \frac{a \cdot t^2}{2}$

Anhalteweg, Reaktionsweg, Bremsweg (Geschwindigkeit v in m/s einsetzen)

Anhalteweg s_A in m	$s_A = s_R + s$	$s_A = v \cdot t_R + \frac{v^2}{2 \cdot a}$	$s_A = v \cdot t_R + \frac{a \cdot t^2}{2}$	$s_A = v \cdot \left(t_R + \frac{t}{2} \right)$
Reaktionsweg s_R in m	$s_R = s_A - s$	$s_R = v \cdot t_R$	$s_R = v \cdot (t_A - t)$	$s_R = v \cdot t_A - 2 \cdot s$
Bremsweg s in m	$s = s_A - s_R$	$s = \frac{v^2}{2 \cdot a}$	$s = \frac{a \cdot t^2}{2}$	$s = \frac{v \cdot t}{2}$
Anhaltezeit t_A in s	$t_A = t_R + t$	$t_A = t_R + \frac{v}{a}$	$t_A = t_R + \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$	$t_A = t_R + \frac{2 \cdot s}{v}$
Reaktionszeit t_R in s	$t_R = t_A - t$	$t_R = \frac{s_R}{v}$	$t_R = t_A - \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$	$t_R = t_A - \frac{2 \cdot s}{v}$
Bremszeit t in s	$t = t_A - t_R$	$t = \frac{v}{a}$	$t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$	$t = \frac{2 \cdot s}{v}$

Beschleunigung in der Bewegung oder Verzögerung in der Bewegung

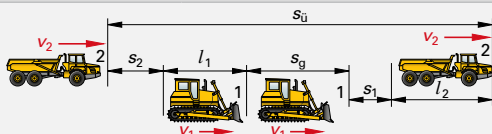
Beschleunigung a Verzögerung a in m/s^2	$a = \frac{v_2 - v_1}{t}$	$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot s}$	$a = \frac{2 \cdot s - 2 \cdot v_1 \cdot t}{t^2}$	$a = \frac{2 \cdot v_2 \cdot t - 2 \cdot s}{t^2}$
Kleinere Geschwindigkeit v_1 in m/s	$v_1 = v_2 - a \cdot t$	$v_1 = \frac{2 \cdot s}{t} - v_2$	$v_1 = \frac{s}{t} - \frac{a \cdot t}{2}$	$v_1 = \sqrt{v_2^2 - 2 \cdot a \cdot s}$
Größere Geschwindigkeit v_2 in m/s	$v_2 = v_1 + a \cdot t$	$v_2 = \frac{2 \cdot s}{t} + v_1$	$v_2 = \frac{s}{t} + \frac{a \cdot t}{2}$	$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2 \cdot a \cdot s}$
Beschleunigungszeit t Verzögerungszeit t (Bremszeit) in s	$t = \frac{v_2 - v_1}{a}$	$t = \frac{2 \cdot s}{v_1 + v_2}$	$t = \sqrt{\frac{v_1^2 + 2 \cdot a \cdot s - v_1^2}{a}}$	$t = \frac{v_2 - \sqrt{v_2^2 - 2 \cdot a \cdot s}}{a}$
Beschleunigungsweg s Verzögerungsweg s (Bremsweg) in m	$s = \frac{(v_1 + v_2)}{2} \cdot t$	$s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot a}$	$s = v_1 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$	$s = v_2 \cdot t - \frac{a \cdot t^2}{2}$

Umrechnung: $1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}};$

$1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Überholen

Überholen mit gleichbleibender Geschwindigkeit



Das überholende Fz 2 hat eine größere Geschwindigkeit als das zu überholende Fz 1. Beide Fahrzeuge ändern ihre Geschwindigkeit während des Überholvorganges nicht.

l_1, l_2 Fahrzeuglängen in m

Sicherheitsabstände

Fz 1 und Fz 2

s_1 in m; s_2 in m

$$s_1 = \frac{|v_1|}{2}$$

$$s_2 = \frac{|v_2|}{2}$$

Der Sicherheitsabstand in m entspricht dem halben Zahlenwert der Tachanzeige.

Grundweg Fz 1

s_g in m

$$s_g = v_1 \cdot t_{\bar{u}}$$

$$s_g = s_{\bar{u}} - s_a$$

$$s_g = v_2 \cdot t_{\bar{u}} - s_a$$

$$s_g = \frac{s_a \cdot v_1}{v_2 - v_1}$$

Aufholweg Fz 2

s_a in m

$$s_a = l_1 + l_2 + s_1 + s_2$$

$$s_a = s_{\bar{u}} - s_g$$

$$s_a = (v_2 - v_1) \cdot t_{\bar{u}}$$

$$s_a = \frac{(v_2 - v_1)}{v_2} \cdot s_{\bar{u}}$$

Überholweg Fz 2

$s_{\bar{u}}$ in m

$$s_{\bar{u}} = s_g + s_a$$

$$s_{\bar{u}} = v_2 \cdot t_{\bar{u}}$$

$$s_{\bar{u}} = s_g \cdot \frac{v_2}{v_1}$$

$$s_{\bar{u}} = \frac{s_a \cdot v_2}{v_2 - v_1}$$

Überholzeit Fz 2

$t_{\bar{u}}$ in s

$$t_{\bar{u}} = \frac{s_{\bar{u}}}{v_2}$$

$$t_{\bar{u}} = \frac{s_g}{v_1}$$

$$t_{\bar{u}} = \frac{s_a}{v_2 - v_1}$$

$$t_{\bar{u}} = \frac{s_{\bar{u}} - s_a}{v_1}$$

Geschwindigkeit Fz 1

v_1 in m/s

$$v_1 = \frac{s_g}{t_{\bar{u}}}$$

$$v_1 = \frac{v_2 - s_a}{t_{\bar{u}}}$$

$$v_1 = \frac{s_{\bar{u}} - s_a}{t_{\bar{u}}}$$

$$v_1 = v_2 - \frac{s_a \cdot v_2}{s_{\bar{u}}}$$

Geschwindigkeit Fz 2

v_2 in m/s

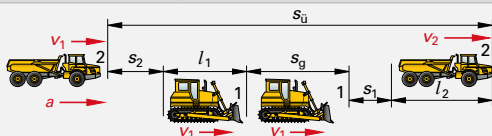
$$v_2 = \frac{s_{\bar{u}}}{t_{\bar{u}}}$$

$$v_2 = v_1 + \frac{s_a}{t_{\bar{u}}}$$

$$v_2 = \frac{s_g + s_a}{t_{\bar{u}}}$$

$$v_2 = \frac{s_a \cdot v_1}{s_g} + v_1$$

Überholen mit gleichbleibender Beschleunigung



Die Geschwindigkeit des zu überholenden Fz 1 beträgt gleichbleibend v_1 ; das überholende Fz 2 beschleunigt während des Überholvorganges gleichmäßig von v_1 auf v_2 .

l_1, l_2 Fahrzeuglängen in m

Sicherheitsabstände

Fz 1 und Fz 2

s_1 in m; s_2 in m

$$s_1 = \frac{|v_1|}{2}$$

Der Sicherheitsabstand in m entspricht dem halben Zahlenwert der Tachanzeige.

Grundweg Fz 1

s_g in m

$$s_g = v_1 \cdot t_{\bar{u}}$$

$$s_g = s_{\bar{u}} - s_a$$

$$s_g = s_{\bar{u}} - \frac{a \cdot t_{\bar{u}}^2}{2}$$

$$s_g = \frac{v_1}{a} \cdot (v_2 - v_1)$$

Aufholweg Fz 2

s_a in m

$$s_a = l_1 + l_2 + s_1 + s_2$$

$$s_a = s_{\bar{u}} - s_g$$

$$s_a = \frac{a \cdot t_{\bar{u}}^2}{2}$$

$$s_a = \frac{v_2 - v_1}{2} \cdot t_{\bar{u}}$$

Überholweg Fz 2

$s_{\bar{u}}$ in m

$$s_{\bar{u}} = s_g + s_a$$

$$s_{\bar{u}} = v_1 \cdot t_{\bar{u}} + s_a$$

$$s_{\bar{u}} = v_1 \cdot t_{\bar{u}} + \frac{a \cdot t_{\bar{u}}^2}{2}$$

$$s_{\bar{u}} = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot t_{\bar{u}}$$

Überholzeit Fz 2

$t_{\bar{u}}$ in s

$$t_{\bar{u}} = \frac{s_g}{v_1}$$

$$t_{\bar{u}} = \sqrt{\frac{2 \cdot s_a}{a}}$$

$$t_{\bar{u}} = \frac{v_2 - v_1}{a}$$

$$t_{\bar{u}} = \frac{2 \cdot s_a}{v_2 - v_1}$$

Geschwindigkeit Fz 1

v_1 in m/s

$$v_1 = \frac{s_g}{t_{\bar{u}}}$$

$$v_1 = v_2 - a \cdot t_{\bar{u}}$$

$$v_1 = \frac{2 \cdot s_{\bar{u}}}{t_{\bar{u}}} - v_2$$

$$v_1 = v_2 - \frac{2 \cdot s_a}{t_{\bar{u}}}$$

Endgeschwindigkeit Fz 2

v_2 in m/s

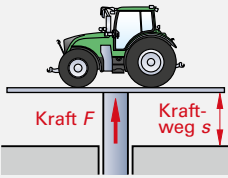
$$v_2 = v_1 + a \cdot t_{\bar{u}}$$

$$v_2 = \frac{2 \cdot s_a}{t_{\bar{u}}} + v_1$$

$$v_2 = \frac{2 \cdot s_{\bar{u}}}{t_{\bar{u}}} - v_1$$

$$v_2 = \frac{s_{\bar{u}} + a \cdot t_{\bar{u}}}{2}$$

Arbeit



W Arbeit in Nm, J, Ws
 F Kraft in N
 s Kraftweg in m

$$1 \text{ Nm} = 1 \text{ J} = 1 \text{ Ws} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

$$1 \text{ kWh} = 3\,600\,000 \text{ Ws} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Ws}$$

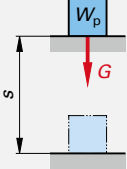
$$W = F \cdot s$$

$$F = \frac{W}{s}$$

$$s = \frac{W}{F}$$

Energie

Lageenergie



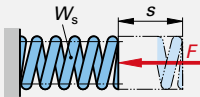
Potenzielle Energie, Energie der Ruhe

W_p Lageenergie in Nm, J, Ws
 G, F_G Gewichtskraft in N
 h Hubhöhe in m

$$W_p = G \cdot h$$

$$G = \frac{W_p}{h} \quad h = \frac{W_p}{G}$$

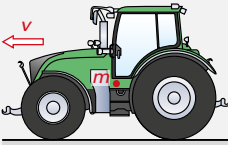
Spannenergie



W_s Spannenergie in Nm, J, Ws
 s Federweg in m
 F Federspannkraft in N

$$W_s = \frac{F \cdot s}{2}$$

$$F = \frac{2 \cdot W_s}{s} \quad s = \frac{2 \cdot W_s}{F}$$



Kinetische Energie, Bewegungsenergie

W_k kinetische Energie in Nm, J, Ws
 m Masse in kg
 v Geschwindigkeit in m/s

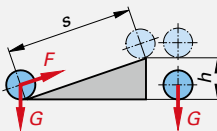
$$W_k = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$m = \frac{2 \cdot W_k}{v^2} \quad v = \sqrt{\frac{2 \cdot W_k}{m}}$$

Goldene Regel der Mechanik: Aufgewendete Arbeit = gewonnene Arbeit

$$W_1 = W_2$$

Schiefe Ebene



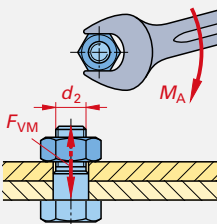
F Kraft in N
 s Kraftweg in m
 G, F_G Gewichtskraft in N
 h Weg der Gewichtskraft in m
 W_1 aufgewendete Arbeit in Nm
 W_2 abgegebene Arbeit in Nm

$$F \cdot s = G \cdot h$$

$$G = \frac{F \cdot s}{h} \quad s = \frac{G \cdot h}{F}$$

$$W_1 = W_2$$

Montagevorspannkraft



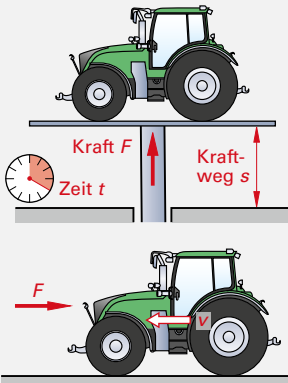
M_A Anzugdrehmoment in Nm
 F_{VM} Montagevorspannkraft in N
 d_2 Flankendurchmesser in m

$$F_{VM} \approx \frac{M_A}{0,2 \cdot d_2}$$

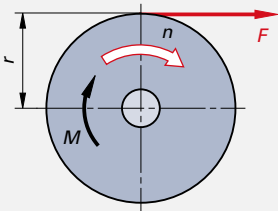
Näherungsformel gilt für metrische Regelgewinde (nicht geschmiedet).
 Durch unterschiedliche Reibverhältnisse können sich Abweichungen ergeben.

$$M_A \approx 0,2 \cdot F_{VM} \cdot d_2$$

Leistung



Motor mit Schwungrad



- P Leistung in W, Nm/s, J/s
 W Arbeit in Ws, Nm, J
 t Zeit in s
 F Kraft in N
 s Kraftweg in m
 v Geschwindigkeit in m/s

$$1 \text{ W} = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

$$1 \text{ kW} = 1000 \text{ W}$$

- P Leistung in kW
 M Drehmoment in Nm
 n Drehzahl in 1/min
 F Kraft in Nm
 r Radius in m

$$P = \frac{W}{t}$$

$$W = P \cdot t \quad t = \frac{W}{P}$$

$$P = \frac{F \cdot s}{t}$$

$$F = \frac{P \cdot t}{s} \quad s = \frac{P \cdot t}{F}$$

$$t = \frac{F \cdot s}{P}$$

$$P = F \cdot v$$

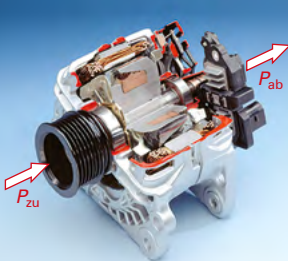
$$F = \frac{P}{v} \quad v = \frac{P}{F}$$

$$P = \frac{M \cdot n}{9550}$$

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n}$$

$$n = \frac{9550 \cdot P}{M}$$

Wirkungsgrad, Gesamtwirkungsgrad



Nutzwirkungsgrade

Elektromotor	0,85
Otto-Motor	0,40
Diesel-Motor	0,48
Wechselgetriebe	0,95

- W_v Energieverlust in Nm, Ws
 η Wirkungsgrad
 η_{ges} Gesamtwirkungsgrad
 η_1, η_2, η_3 Einzelwirkungsgrade
 W_{ab} abgegebene Arbeit in Nm, Ws
 W_{zu} zugeführte Arbeit in Nm, Ws
 P_v Verlustleistung in W, kW
 P_{ab} abgegebene Leistung in W, kW
 P_{zu} zugeführte Leistung in W, kW

$$W_v = W_{\text{zu}} - W_{\text{ab}}$$

$$\eta = \frac{W_{\text{ab}}}{W_{\text{zu}}}$$

$$W_{\text{ab}} = \eta \cdot W_{\text{zu}}$$

$$W_{\text{zu}} = \frac{W_{\text{ab}}}{\eta}$$

$$P_v = P_{\text{zu}} - P_{\text{ab}}$$

$$\eta = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{zu}}}$$

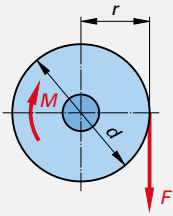
$$P_{\text{ab}} = \eta \cdot P_{\text{zu}}$$

$$P_{\text{zu}} = \frac{P_{\text{ab}}}{\eta}$$

Der Wirkungsgrad ist stets kleiner als 1 oder weniger als 100 %.

$$\eta_{\text{ges}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots$$

Drehmoment



Greift eine Kraft an einem Hebelarm an, so wird ein Drehmoment erzeugt. Der Hebelarm ist der senkrechte Abstand der Wirkungslinie der Kraft vom Drehpunkt.

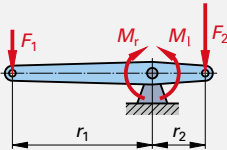
M Drehmoment in Nm
 F Kraft in N
 r Hebelarm in m
 d Durchmesser in m

$$M = F \cdot r$$

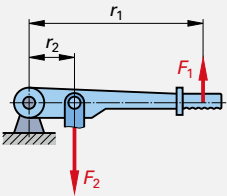
$$F = \frac{M}{r} = \frac{z \cdot M}{d}$$

$$r = \frac{M}{F}$$

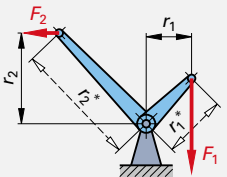
Hebelgesetz



Zweiseitiger Hebel



Einseitiger Hebel



Winkelhebel

Hebelgesetz:
 Summe aller linksdrehenden Momente
 = Summe aller rechtsdrehenden Momente (Momentengleichgewicht).

$$\sum \hat{M}_l = \sum \hat{M}_r$$

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$$

\hat{M}_l linksdrehende Momente in Nm
 \hat{M}_r rechtsdrehende Momente in Nm
 F_1, F_2 Kraft in N
 r_1, r_2 wirksamer Hebelarm in m
 i_F Kraftübersetzung
 i_R Hebelarmübersetzung
 r_1^*, r_2^* Bauteillänge in m

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

$$F_1 = \frac{F_2 \cdot r_2}{r_1}$$

$$r_1 = \frac{F_2 \cdot r_2}{F_1}$$

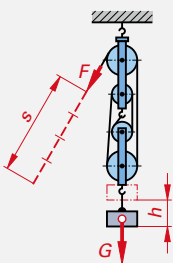
$$F_2 = \frac{F_1 \cdot r_1}{r_2}$$

$$r_2 = \frac{F_1 \cdot r_1}{F_2}$$

$$i_F = \frac{F_1}{F_2}$$

$$i_r = \frac{r_2}{r_1}$$

Flaschenzug



F Kraft in N
 G Gewichtskraft in N
 z Anzahl der Rollen
 s Kraftweg in m
 h Hubhöhe in m

$$F = \frac{G}{z}$$

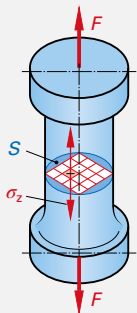
$$G = z \cdot F \quad z = \frac{G}{F}$$

$$s = z \cdot h$$

$$h = \frac{s}{z} \quad z = \frac{s}{h}$$

Festigkeit

Zugbeanspruchung



- σ_z Zugspannung in N/mm²
 σ_{zul} zulässige Zugspannung in N/mm²
 R_m Zugfestigkeit (Bruchfestigkeit) in N/mm²
 F Zugkraft in N
 F_m größte Zugkraft (Bruchkraft) in N
 F_{zul} zulässige Zugkraft in N
 S Querschnitt in mm²
 v Sicherheitszahl (Sicherheit)

*) Abhängig vom Werkstoff wird eingesetzt:

- spröder Werkstoff (EN-GJL) Zugfestigkeit R_m
- zäher Werkstoff ($\sigma_t \leq 600$ N/mm²) Streckgrenze R_e
- zäher Werkstoff ($\sigma_t > 600$ N/mm², Al, Cu) 0,2 % Dehngrenze $R_{p0,2}$

$$\sigma_z = \frac{F}{S}$$

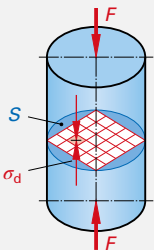
$$R_m = \frac{F_m}{S}$$

$$\sigma_{zul} = \frac{R_m^{*)}}{v}$$

$$F_{zul} = \sigma_{zul} \cdot S$$

$$S = \frac{F_{zul}}{\sigma_{zul}} \quad \sigma_{zul} = \frac{F_{zul}}{S}$$

Druckbeanspruchung



- σ_d Druckspannung in N/mm²
 σ_{dB} Bruchfestigkeit in N/mm² (Bruchgrenze)
 σ_{dzul} zulässige Druckspannung in N/mm²
 F Druckkraft in N
 F_B Druckkraft bei Bruch (Bruchkraft) in N
 F_{zul} zulässige Druckkraft in N
 S Querschnitt in mm²
 v Sicherheitszahl (Sicherheit)
 σ_{dB} für spröde Werkstoffe (Grauguss);
 σ_{dF} (Quetschgrenze) für zähe Werkstoffe bzw. $\sigma_{d0,2}$

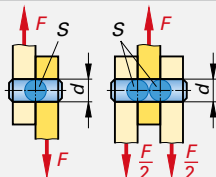
$$\sigma_d = \frac{F}{S}$$

$$\sigma_{dB} = \frac{F_B}{S}$$

$$\sigma_{dzul} = \frac{\sigma_{dB}}{v}$$

$$F_{zul} = \sigma_{dzul} \cdot S$$

Scherbeanspruchung



$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad S = 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

- τ_a Scherspannung in N/mm²
 $\tau_{a,zul}$ zulässige Scherspannung in N/mm²
 $F_{a,zul}$ zulässige Scherkraft in N, bei der der Werkstoff nicht getrennt wird
 S Querschnitt in mm²
 F_a Scherkraft in N
 R_e Streckgrenze in N/mm²
 v Sicherheitszahl

Die Scherbeanspruchung kann einschnittig oder mehrschnittig sein.
Bei zweischnittiger Beanspruchung ist der Querschnitt zu verdoppeln.

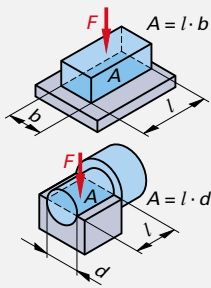
$$\tau_a = \frac{F_a}{S}$$

$$F_a = \tau_a \cdot S \quad S = \frac{F_a}{\tau_a}$$

$$\tau_{a,zul} = \frac{R_e}{v}$$

$$F_{a,zul} = \tau_{a,zul} \cdot S$$

Flächenpressung



- p Flächenpressung in N/mm²
 Lochleibungsdruck bei Nieten und Bolzen
 F Druckkraft in N
 A rechnerische Berührungsfläche in cm²; es wird eine Fläche senkrecht zur Krafrichtung angenommen (Projektionsfläche), z.B. Gleitlager: $A = l \cdot d$;
 l = Lagerlänge; d = Lagerdurchmesser

$$p = \frac{F}{A}$$

$$F = p \cdot A \quad A = \frac{F}{p}$$