1 Einleitung

Mit dem Schulfach Mathematik verbinden die meisten Menschen gemischte Erinnerungen – theoretisch, abstrakt, Formelkauderwelsch und kein bzw. kaum praktischer Bezug zum Alltag. Dabei finden sich im (Feuerwehr-)Alltag eine Menge Beispiele dafür, dass Mathematik an vielen Stellen als Selbstverständlichkeit vorkommt und daher ohne besondere Beachtung – selbst von denjenigen, die zu Schulzeiten mit Mathematik auf Kriegsfuß standen – angewendet wird. Im Rahmen der Feuerwehrausbildung kommt kein Feuerwehrangehöriger – egal ob haupt- oder ehrenamtlich – an naturwissenschaftlichen Grundlagen und den zugehörigen mathematischen Zusammenhängen vorbei, da sich diese in nahezu allen Bereichen des Feuerwehrwesens wiederfinden:

- **Brandbekämpfung:** Durchflussmengen von Strahlrohren, Förderleistung von Pumpen, Löschwasserförderung über lange Wegstrecken, Schaumeinsatz (Zumischung, Verschäumungszahl)
- **Technische Hilfeleistung:** Bewegen von Lasten, Reibung, Hebelgesetz, Maschinelle Zugeinrichtung, Mehrzweckzug, feste und lose Rolle, Flaschenzug
- **Verwaltung:** Personal- und Einsatzstatistik, Finanzwesen

Für die in diesem Buch behandelten Berechnungen genügen Kenntnisse der Schulmathematik: Grundrechenarten, Bruchrechnung, Prozentrechnung, Dreisatz, sowie Potenzen/Wurzeln/Logarithmen. Die wichtigsten Grundlagen sind in Kapitel 2 zusammengestellt.

Wissenschaftlich betriebene Berechnungen mit Höherer Mathematik, Fehlerrechnung und Spezialsoftware sind nicht Gegenstand dieses Buches, da aufwändige theoretische Verfahren der Feuerwehrpraxis entgegenstehen und damit auch nicht »einsatztauglich« sind.

Bei allen Berechnungen ist der Rechenweg dargestellt und erläutert, so dass die Zusammenhänge nachvollziehbar sind und die Formeln umgestellt werden können, falls eine andere Größe gesucht wird oder sich die Anforderung anders darstellt. Wer ein naturwissenschaftliches Studium absolviert hat und mit den Zusammenhängen vertraut ist, dem mögen die Ausführlichkeit der Darstellung und der Rechenschritte mitunter langatmig und umständlich vorkommen. Für die Zielgruppe »Feuerwehr«, bei der das Studium der Mathematik, Natur- oder Ingenieurwissenschaften nicht als Standard vorausgesetzt werden kann, soll die Vorgehensweise jedoch nachvollziehbar und verständlich sein, damit nicht nur stumpfes Einsetzen von Zahlenwerten in die Formeln erfolgt, sondern auch das Verständnis für die Zusammenhänge gegeben ist, um schlussendlich zu korrekten Ergebnissen zu kommen.

Um die in diesem Buch dargestellten Berechnungen ausführen und nachvollziehen zu können, ist folgendes erforderlich (und sollte auch auf einem ELW mitgeführt werden):

- Wissenschaftlicher Taschenrechner
- Schreibzeug
- Periodensystem der Elemente
- Nuklidkarte
- Gefahrstoff-Nachschlagewerk (z. B. »Hommel. Handbuch der gefährlichen Güter« oder die Datenbank Memplex) als gedruckte Ausgabe oder Software, um Grenzwerte und andere Stoffdaten nachschlagen zu können.

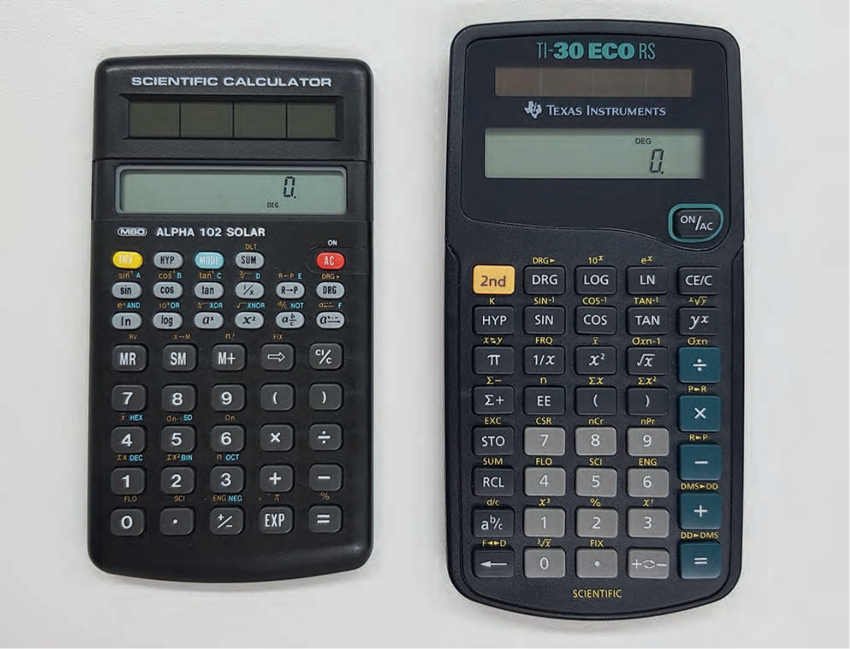

Bild 1: ***Wissenschaftliche Taschenrechner***

Bei den A-Gefahren (Strahlenschutz) ist es aufgrund der physikalischen Gesetzmäßigkeiten einfach, diverse Berechnungen anzustellen. Für den Feuerwehreinsatz lassen sich viele Größen aus anderen herleiten. Im Bereich der B-Gefahren fällt der Abschnitt in diesem Buch vergleichsweise dünn aus. Es gibt zwar inzwischen Schnelltests, um bestimmte Mikroorganismen detektieren zu können, ob sich diese Verfahren durchsetzen und für die Anwendung bei der Feuerwehr »massentauglich« werden, bleibt jedoch abzuwarten. Die in diesem Abschnitt angeführten Berechnungsbeispiele beschränken sich daher auf die Verdünnung am Beispiel von Desinfektionsmitteln. Bei den C-Gefahren bilden wiederum physikalisch-chemische Gesetzmäßigkeiten die Grundlage für die mathematischen Zusammenhänge, so dass hier im Bereich der Feuerwehr zahlreiche Berechnungen und Abschätzungen vorgenommen werden, die ohne wissenschaftlich betriebene Verfahren handhabbar sind.

Warum benötige ich Berechnungen im ABC-Einsatz?

- **Validierung von Messergebnissen**
  Kann der Zahlenwert stimmen? Liegt evtl. ein Mess-, Ablese- oder Übermittlungsfehler vor?
- **Verarbeitung und Auswertung von Messergebnissen**
- **Einsatzplanung, Prognosen**
  Zeitdauer von Maßnahmen, damit einhergehend Ablösung des Personals, Nachschub an Verbrauchsmaterial und Kraftstoff
- **Eigensicherung**
  z. B. Abschätzung einer Personendosis, bevor ein Dosiswarner anschlägt bzw. amtliche Dosimeter ausgewertet worden sind.
- **Bestimmung von Größen, für die keine Messtechnik zur Verfügung steht**
- **Anwendung von Grenzwerten**,
  z. B. bei der Entscheidungsfindung zu Räumungen und Evakuierungen

Auskunftserteilung über Zahlenwerte

Die Umweltinformationsgesetze der Länder haben das Ziel, freien Zugang zu Umweltinformationen für die Bürger zu schaffen. Dies gilt auch für Einsätze der Feuerwehr und des Katastrophenschutzes bei ABC-Einsätzen, da eine behördliche Zuständigkeit vorliegt und Erkenntnisse zu ABC-Gefahrstoffen gewonnen werden (Messung, Probenahme, Berechnung, Ausbreitungssimulation usw.). Es besteht jedoch kein Anspruch auf eine sofortige Auskunft an der Einsatzstelle!

Die Katastrophenschutz-Dienstvorschrift 510 »Gefahrstoffnachweis und Notfallprobenahme im Katastrophenschutzschutz des Landes Hessen (KatSDV 510 HE)« führt hierzu unter 126.3 aus:

»Das Hessische Umweltinformationsgesetz (HUIG) regelt den freien Zugang zu Umweltinformationen bei informationspflichtigen Stellen. Informationen über Ergebnisse von Gefahrstoffnachweisen und Proben sind Personen auf Antrag zu erteilen. Der Antrag ist bei der Gebietskörperschaft (Kommune oder Kreis) einzureichen, die die Einsatzleitung stellt. Innerhalb eines Monats und nach rechtlicher Prüfung auf Zulässigkeit des Antrags hat die antragstellende Person Anspruch auf die Informationen. Dabei ist der Schutz öffentlicher und privater Belange zu berücksichtigen.
Es besteht somit für die Einsatzleitung keine Verpflichtung, unverzüglich einem (mündlichen) Antrag auf Informationen über Ergebnisse nachzukommen. Auch besteht generell kein Anspruch auf eine ungeprüfte Herausgabe von Rohdaten.
Der nach § 10 Abs. 5 HUIG geforderten unverzüglichen Unterrichtung der betroffenen Öffentlichkeit im Fall einer unmittelbaren Bedrohung der menschlichen Gesundheit oder der Umwelt kommt die Einsatzleitung durch die Warnung über Rundfunkdurchsagen, Sirenen und ggf. zusätzlichen Warnung mit Lautsprecherfahrzeugen ausreichend nach.
Hinweis: Es ist sinnvoll, im Rahmen der Einsatzplanung mit allen informationspflichtigen Stellen der Behörden und Unternehmen sowie den Verantwortlichen für die Presse- und Öffentlichkeit vorab eine standardisierte Verfahrensweise abzustimmen.«

Es ist daher zu empfehlen, innerhalb der eigenen Gebietskörperschaft eine entsprechende Dienst- bzw. Handlungsanweisung zu erstellen, damit die Verfahrensweise und Zuständigkeit bei entsprechenden Anfragen geklärt und Rechtssicherheit gegeben ist.

2 Mathematische Grundlagen

In diesem Kapitel werden zunächst einige Grundlagen zu Größen und Einheiten und deren Umrechnung erläutert, da in den folgenden Abschnitten hierauf Bezug genommen wird. Rechnungen mit falschen Einheiten oder falschen Zehnerpotenzen sind häufig gemachte Flüchtigkeitsfehler, die es im Sinne einer sorgfältigen und gewissenhaften Arbeitsweise unbedingt zu vermeiden gilt.

2.1 Dezimale Präfixe und Zehnerpotenzen

Sehr große und sehr kleine Zahlenwerte lassen sich durch eine Vielzahl an Ziffern vor und nach dem Komma darstellen. Sobald jedoch mehrere Nullen vor oder nach dem Komma stehen, kann es schnell unübersichtlich und damit fehleranfällig werden. Um Vielfache und Teile einer Größe darzustellen, werden daher dezimale Präfixe und Zehnerpotenzen verwendet; die dezimalen Präfixe eher zur Darstellung in Texten oder als Endergebnis, die Zehnerpotenzen zur Berechnung in Formelschreibweise und bei der Verwendung von Taschenrechnern und Tabellenkalkulationsprogrammen (z. B. Excel).

Die Zehnerpotenz ermöglicht die übersichtliche Handhabung sehr großer bzw. sehr kleiner Zahlenwerte, ohne dass die Übersichtlichkeit durch zu viele Nullen hierunter leidet. Zehn hoch drei (= Tausend) bedeutet, dass die Zahl Zehn zweimal mit sich selbst multipliziert wird und daher dreimal in der Rechnung auftaucht:

$$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1.000$$

Ebenso ergibt sich eine Million, indem die Zahl Zehn fünfmal mit sich selbst multipliziert wird und demnach sechsmal in der Rechnung auftaucht:

$$10^6 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1.000.000$$

Für Teile kleiner Null erhält der Exponent (Hochzahl) ein negatives Vorzeichen, z. B. folgende Darstellung für ein Tausendstel:

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1.000} = 0{,}001$$

bzw. für ein Millionstel:

$$10^{-6} = \frac{1}{10^6} = \frac{1}{1.000.000} = 0{,}000.0001$$

Statt der Basis 10 mit hochgestelltem Exponenten wird in Texten der Exponent durch ein Dach (^) angefügt, sofern der Zeichensatz keine hochgestellten Zahlen ermöglicht. Alternativ wird auch ein »E« geschrieben, d. h. sind folgende Schreibweisen gleichbedeutend:

10^3 = 10^3 = E+3
10^{-6} = 10^–6 = E–6

Auch bei Microsoft Excel und ähnlichen Tabellenkalkulationsprogrammen wird eine Zehnerpotenz durch ein E eingegeben, d. h.

$5 \cdot 10^6$ bzw. $3 \cdot 10^{-8}$ werden als
5E6 bzw. 3E–8 eingegeben.

Excel macht aus der Eingabe »5E6« automatisch »5E+6«, so dass der positive Exponent hervorgehoben wird. Bei einem negativen Exponenten darf das Minus als Vorzeichen nach dem E nicht vergessen werden.

Die dezimalen Präfixe und die Zehnerpotenzen sind in folgender Tabelle 1 zusammengefasst; die am häufigsten verwendeten dezimalen Präfixe sind fett gedruckt:

Tabelle 1

Name	Kürzel	Bezeichnung	Zehnerpotenz	Wert
Yotta	Y	Quadrillion	10^{24}	1.000.000.000.000.000.000.000.000
Zetta	Z	Trilliarde	10^{21}	1.000.000.000.000.000.000.000
Exa	E	Trillion	10^{18}	1.000.000.000.000.000.000
Peta	P	Billiarde	10^{15}	1.000.000.000.000.000
Tera	**T**	**Billion**	10^{12}	**1.000.000.000.000**
Giga	**G**	**Milliarde**	10^{9}	**1.000.000.000**
Mega	**M**	**Million**	10^{6}	**1.000.000**
Kilo	**k**	**Tausend**	10^{3}	**1.000**
		Eins	10^{0}	**1**
Milli	**m**	**Tausendstel**	10^{-3}	**0,001**
Mikro	**µ**	**Millionstel**	10^{-6}	**0,000.001**

Tabelle 1 ***– Fortsetzung***

Name	Kürzel	Bezeichnung	Zehnerpotenz	Wert
Nano	**n**	**Milliardstel**	**10^{-9}**	**0,000.000.001**
Pico	**p**	**Billionstel**	**10^{-12}**	**0,000.000.000.001**
Femto	f	Billiardstel	10^{-15}	0,000.000.000.000.001
Atto	a	Trillionstel	10^{-18}	0,000.000.000.000.000.001
Zepto	z	Trilliardstel	10^{-21}	0,000.000.000.000.000.000.001
Yocto	y	Quadrillionstel	10^{-24}	0,000.000.000.000.000.000.000.001

Die Kürzel für Vielfache sind Großbuchstuben (Ausnahme Kilo, kleines k), die Kürzel für Teile sind durchweg Kleinbuchstaben.

Es ist mathematisch korrekt, die Angabe der gefahrenen Strecke von 17 km in Fahrtenbuch folgendermaßen auszudrücken:

17.000 m
17.000.0000 mm
0,017 Mm (Megameter)
$1{,}7 \cdot 10^4$ m

Im Sinne der Übersichtlichkeit und Verständlichkeit sollten derartige »Spielereien« jedoch unterbleiben, dies gilt nicht nur Fahrtenbucheinträge, sondern auch für alle anderen Maßangaben. Der Ausdruck $1{,}7 \cdot 10^4$ m ist in einer Berechnung zweckmäßig, in einem Fahrtenbuch, einem Einsatzbericht, einer Pressemitteilung o. ä. hat er jedoch nichts verloren.

2.2 SI-Einheiten

Im Internationalen Einheitensystem (Système International, SI) sind grundlegende physikalische Größen (Basisgrößen) definiert:

Tabelle 2

Basisgröße	Einheit	Kürzel
Länge	Meter	m
Masse	Kilogramm	kg

Tabelle 2 ***– Fortsetzung***

Basisgröße	Einheit	Kürzel
Zeit	Sekunde	s
Stromstärke	Ampere	A
Temperatur	Candela	Cd
Lichtstärke	Kelvin	K
Stoffmenge	Mol	mol

Aus diesen Basisgrößen leiten sich alle anderen physikalischen Größen ab.

Der radioaktive Zerfall wird in der Einheit **Becquerel (Bq)** angegeben. Ein Becquerel ist ein Zerfall pro Sekunde, d. h. hier wird der Kehrwert aus der SI-Einheit Sekunde gebildet.

$$1\ \mathrm{Bq} = \frac{1}{\mathrm{s}} = \mathrm{s}^{-1}$$

Der Kehrwert der Einheit Sekunde wird auch für die Einheit der **Frequenz (Hertz)** genutzt, da hier ebenfalls Ereignisse (in diesem Fall: Schwingungen) pro Sekunde ausgedrückt werden. Dennoch dürfen Becquerel und Hertz nicht gleichgesetzt werden, was zwar mathematisch korrekt wäre, aber zu erheblichen Missverständnissen führen würde.

Um Missverständnissen vorzubeugen, dürfen Becquerel und Hertz nicht gleichgesetzt werden.

Die Geschwindigkeit wird in zurückgelegter Strecke (Länge) pro Zeit angegeben, die Einheit hierzu ist Meter pro Sekunde (m/s). D. h. die Einheit der Geschwindigkeit setzt sich direkt aus den beiden SI-Einheiten Meter und Sekunde zusammen.

Die Darstellung einer Kraft mit den SI-Einheiten Kilogramm, Meter und Sekunde

$$\frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

ist unübersichtlich, daher wird für diesen Ausdruck die Einheit **Newton (N)** verwendet.

$$\mathrm{N} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

»Newton« ist bei der Feuerwehr durch die Zugkraftangaben von Maschinellen Zugeinrichtungen, Mehrzweckzügen und der Belastbarkeit von Anschlagmitteln bekannt. Viele weitere physikalische Einheiten basieren auf mehr oder weniger komplizierten Verknüpfungen der SI-Einheiten, z. B. Joule (Energie bzw. Arbeit), Volt (elektrische Spannung), Coulomb (Ladungsmenge) und Watt (Leistung).

2.3 Masse, Volumen und Stoffmenge

Bei chemischen und physikalischen Berechnungen spielen Mengenangaben eine zentrale Rolle, dies gilt nicht nur im Labor, sondern auch im Feuerwehreinsatz.

2.3.1 Masse

Die Masse eines Stoffes ist eine Eigenschaft der Materie, sie gehört zu den Basisgrößen (s. o.), die Einheit ist Kilogramm (kg). Umgangssprachlich wird statt »Masse« der Ausdruck »Gewicht« gebraucht, was im physikalischen Sinne jedoch nicht korrekt ist, da »Gewicht« die Gewichtskraft (Einheit Newton) darstellt. Bei Kraftfahrzeugen wird daher korrekterweise von der zulässigen Gesamtmasse (zGM) gesprochen, nicht von einem »Gesamtgewicht«.

Neben der Einheit Kilogramm sind auch Vielfache und Teile dieser Einheit gebräuchlich:

Tabelle 3

Name	Kürzel	Zehnerpotenz	Wert
Kilotonne	kt	10^6 kg	1.000.000 kg
Tonne	t	10^3 kg	1.000 kg
Kilogramm	kg	10^0 kg	1 kg
Gramm	g	10^{-3} kg	0,001 kg
Milligramm	mg	10^{-6} kg	0,000.001 kg
Mikrogramm	µg	10^{-9} kg	0,000.000.001 kg

Hinzu kommen weitere Einheiten, die in verschiedenen Fachgebieten bzw. außerhalb des metrischen Systems gebräuchlich sind:

- 1 metrisches Karat = 0,2 g
- 1 Unze (oz.) = 28,35 g

- 1 Apotheker-Unze (oz. ap.) = 31,1 g
- 1 Pfund/pound (lb.) = 453,59 g = 0,453 kg
- 1 Zentner = 50 kg
- 1 short ton (Amerikanische Tonne) = 907,18 kg = 0,907 t
- 1 long ton (Britische Tonne) = 1016,05 kg = 1,016 t

Massenangaben, z. B. in Gramm, Kilogramm oder Tonnen, sind bei festen Stoffen und Gegenständen geläufig.

2.3.2 Länge und Fläche

Längenangaben in Millimeter (mm), Zentimeter (cm), Meter (m) und Kilometer (km) sind aus dem Alltag bekannt und bedürfen an dieser Stelle keiner weiteren Erläuterung. Durch Multiplikation zweier Längenangaben (Breite und Länge) ergibt sich eine Flächenangabe (z. B. m^2 oder km^2); die Multiplikation dreier Längenangaben (Breite, Tiefe und Höhe eines Raumes) ergibt sich das Volumen, s. u.

Tabelle 4

Name	Kürzel	Wert
Kilometer	km	1.000 m
Meter	m	1 m = 100 cm = 1.000 mm
Zentimeter	cm	1 cm = 10 mm = 0,01 m
Millimeter	mm	1 mm = 0,1 cm = 10^{-3} m
Mikrometer	µm	1 µm = 10^{-3} mm = 10^{-6} m

Neben der SI-Einheit Meter sind auch weitere Längenmaße gebräuchlich:

- 1 Ångström = 10^{-7} mm = 10^{-10} m
- 1 inch (in.)/Zoll (") = 2,54 cm
- 1 Fuß/foot (ft.) = 12 in. = 30,48 cm = 0,348 m
- 1 yard (yd.) = 3 ft. = 91,44 cm = 0,914 m
- 1 Landmeile/mile (mi.) = 1,609 km
- 1 Nautische Meile (NM, nm)/Seemeile (sm) = 1,852 km
- 1 Lichtjahr (Lj) = $9{,}461 \cdot 10^{15}$ m