



EUROPA-FACHBUCHREIHE

für elektrotechnische und elektronische Berufe

Mathematik für Elektroniker/in für Geräte und Systeme

**Lehr- und Übungsbuch mit DVD
der Mathematik und des Fachrechnens
für Berufe der Informationstechnik, der
Kommunikationstechnik und der Elektronik**

16. Auflage

Bearbeitet von Lehrern und Ingenieuren an beruflichen Schulen
und Seminaren (siehe Rückseite)

Ihre Meinung zum Buch interessiert uns!

Teilen Sie uns Ihre Verbesserungsvorschläge, Ihre Kritik aber auch Ihre Zustimmung zum Buch mit. Schreiben Sie uns an die E-Mail-Adresse lektorat@europa-lehrmittel.de

Die Autoren und der Verlag Europa-Lehrmittel

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorfer Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 33064

Autoren von „Mathematik für Elektroniker/in für Geräte und Systeme“

Günther Buchholz	Dipl.-Ing. (FH), Oberstudienrat	Stuttgart
Monika Burgmaier	Oberstudiendirektorin	Durbach
Elmar Dehler	Studiendirektor	Ulm
Bernhard Grimm	Oberstudienrat	Sindelfingen, Leonberg
Patricia Burgmaier	Dipl.-Ing. (BA)	Melsungen
Jörg Andreas Oestreich	Dipl.-Ing.	Schwäbisch Hall
Werner Philipp	Dipl.-Ing.	Heilbronn
Bernd Schiemann	Dipl.-Ing.	Durbach

Bildbearbeitung:

Wissenschaftliche PublikationsTechnik Kernstock, 73230 Kirchheim/Teck
Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel GmbH & Co. KG, Ostfildern

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat:

Dipl.-Ing. Bernd Schiemann, Durbach

ISBN 978-3-8085-3636-0

Diesem Buch wurden die neuesten Ausgaben der DIN-Blätter und der VDE-Bestimmungen zugrunde gelegt. Verbindlich sind jedoch nur die DIN-Blätter und VDE-Bestimmungen selbst.

Die DIN-Blätter können von der Beuth-Verlag GmbH, Burggrafenstraße 4–7, 10787 Berlin, und Kamekestraße 2–8, 50672 Köln, bezogen werden. Die VDE-Bestimmungen sind bei der VDE-Verlag GmbH, Bismarckstraße 33, 10625 Berlin, erhältlich.

16. Auflage 2017, korrigierter Nachdruck 2020

Druck 5 4 3 (keine Änderung seit der 2. Druckquote)

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2017 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.Europa-Lehrmittel.de

Satz: Wissenschaftliche PublikationsTechnik Kernstock, 73230 Kirchheim/Teck

Umschlag: braunwerbeagentur, Radevormwald

Umschlagidee: Bernd Schiemann

Druck: RCOM Print GmbH, 97222 Rimpar

Kapitelübersicht

1 Rechnen mit Zahlen	9		1
2 Rechnen mit Größen	19		2
3 Rechnen mit Formeln	22		3
4 Elektrotechnische Grundlagen	27		4
5 Wechselstromtechnik	60		5
6 Elektronische Schaltungen	91		6
7 Digitaltechnik	139		7
8 Sequenzielle Digitaltechnik (Schaltwerke)	161		8
9 Computertechnik	167		9
10 Kommunikationstechnik	183		10
11 Datenübertragung	207		11
12 Netztechnik	223		12
13 Regelungstechnik	233		13
14 Projektaufgaben	240		14
15 Arbeiten mit Datenblättern	248		15
16 Rechnungswesen und Controlling	255		16
17 Markt- und Kundenbeziehungen	264		17
18 Ergänzendes Fachwissen Mathematik	272		18

Vorwort zur 16. Auflage

Das Buch „Mathematik für Elektroniker/in für Geräte und Systeme“ beinhaltet elektronische Aufgabenstellungen in den Bereichen der Geräte- und Systemtechnik sowie in den angrenzenden Bereichen der Kommunikations- und Informationstechnik.

Zielgruppen: Auszubildende der Fachrichtung Elektroniker/-in für Geräte und Systeme, Informations-elektroniker/in der Fachrichtungen Geräte- und Systemtechnik und Bürotechnik, Systeminformatiker/in, IT-Systemelektroniker/in, Industrieelektroniker/in Fachrichtung Geräte und Systeme sowie für Schüler und Schülerinnen an Berufsfachschulen, Berufskollegs (BW) und Technischen Gymnasien und Studenten an Fachschulen für Technik und Fachhochschulen, aber auch Praktiker im Beruf.

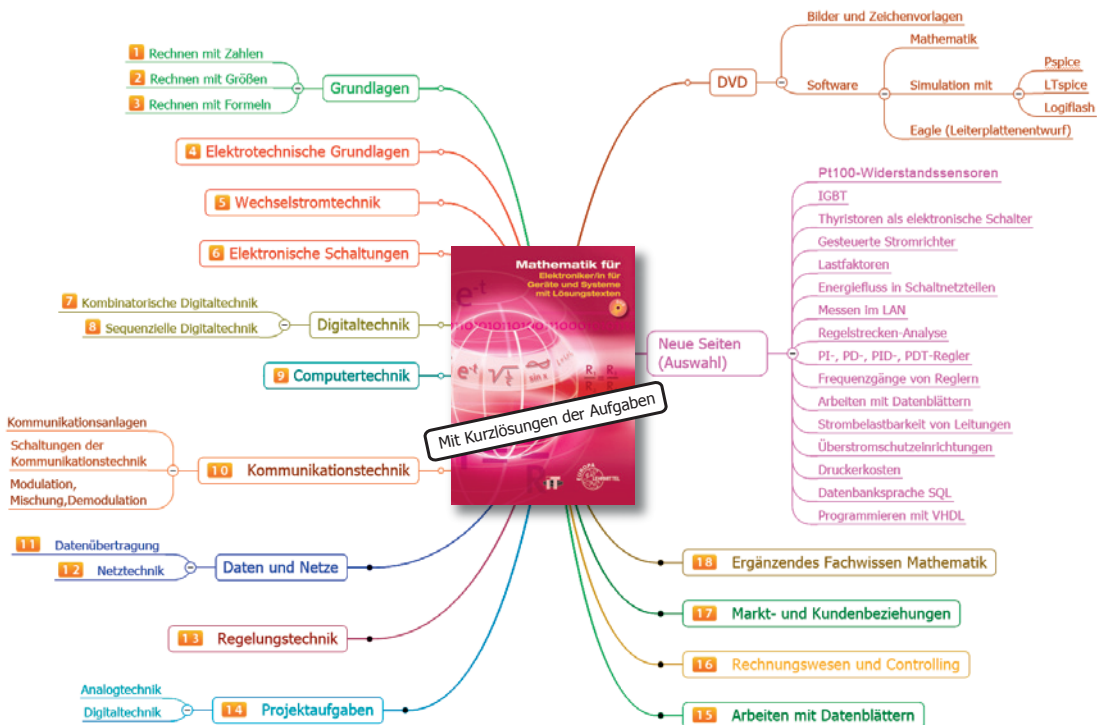
Methodische Schwerpunkte: Klare Strukturierung der Inhalte, z.B. der verwendeten Formeln und Benennung der Formelzeichen, Einführungsbeispiele zu jedem Thema, zahlreiche Schaltungsbeispiele und Grafiken aus Datenblättern, Vertiefung des Gelernten durch eine große Zahl von Übungsaufgaben. Ergänzt wird das Buch durch Angabe der Ergebnisse der Aufgaben in Kurzform am Buchende.

Zum Fördern und Vertiefen weitergehender mathematischer Zusammenhänge dient das Kapitel „Ergänzendes Fachwissen Mathematik“.

Mathematikprogramme und Programme zur Schaltungssimulation runden das Angebot in der Auflage ab.

Wir danken den Firmen für die Genehmigung zur Veröffentlichung der Software auf der CD.






Informationen zum Buch im Überblick:



Sommer 2017

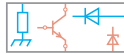
Die Autoren und der Verlag Europa-Lehrmittel

Inhaltsverzeichnis

1	Rechnen mit Zahlen		4.8.1	Reihenschaltung	40
1.1	Grundgesetze.		4.8.2	Parallelschaltung.	41
1.1.1	Vertauschungsgesetz, Verbindungsgesetz, Verteilungsgesetz . . .		4.8.3	Gemischte Schaltungen.	42
1.1.2	Bruchrechnen		4.8.4	Spannungsteiler	45
1.2	Potenzen		4.9	Brückenschaltungen	46
1.2.1	Zehnerpotenzen		4.10	Erzeuger-Ersatzschaltungen	47
1.2.1.1	Werte der Zehnerpotenzen		4.10.1	Spannungserzeuger	47
1.2.1.2	Rechnen mit Zehnerpotenzen.		4.10.2	Spannungserzeugung mit Fotovoltaik. . .	48
1.2.2	Sonstige Potenzen mit ganzen Exponenten		4.10.3	Sekundärelemente (der Energieelektronik) aufladen	49
1.3	Rechnen mit Wurzeln		4.10.4	Überlagerung bei linearen Netzwerken . .	50
1.4	Logarithmen		4.10.5	Ersatzspannungsquelle	51
1.4.1	Rechenregeln, natürlicher und binärer Logarithmus		4.10.6	Ersatzstromquelle	52
1.4.2	Zehnerlogarithmen		4.10.7	Anpassungsarten	53
1.4.3	Logarithmische Darstellung, Linearisieren		4.11	Schaltungen simulieren mit PSpice	55
1.5	Kehrwert, Prozentrechnen		4.12	Temperatur und Wärme	57
			4.12.1	Wärme und Wärmekapazität	57
			4.12.2	Wärmewiderstand	58
			4.12.3	Ermittlung von Kühlflächen.	59
2	Rechnen mit Größen		5	Wechselstromtechnik	
2.1	Begriffe beim Rechnen mit Größen		5.1	Wechselgrößen	60
2.2	Umrechnen der Einheiten		5.1.1	Periode, Frequenz, Kreisfrequenz, Wellenlänge	60
2.3	Addition und Subtraktion		5.1.2	Maximalwert, Spitze-Tal-Wert, Effektivwert.	60
2.4	Multiplikation und Division		5.1.3	Impulse	62
3	Rechnen mit Formeln		5.2	Kondensator	64
3.1	Umstellen von Formeln		5.2.1	Elektrisches Feld	64
3.2	Formel als Größengleichung		5.2.2	Ladung und Kapazität	64
3.2.1	Längen und Flächen		5.2.3	Kraftwirkung und Energie des elektrischen Feldes	65
3.2.2	Satz des Pythagoras		5.2.4	Elektrische Flussdichte	66
3.2.3	Geschwindigkeiten.		5.2.5	Kapazität	67
4	Elektrotechnische Grundlagen		5.2.6	Schaltungen von Kondensatoren.	67
4.1	Stromdichte		5.2.7	RC-Schaltung an Gleichspannung und Rechteckspannung.	68
4.2	Widerstände		5.2.8	Kapazitiver Blindwiderstand	69
4.2.1	Widerstand und Leitwert		5.3	Spule	70
4.2.2	Widerstand und Temperatur		5.3.1	Elektromagnetismus.	70
4.2.3	Leiterwiderstand.		5.3.1.1	Magnetische Grundgrößen	70
4.3	Das Ohm'sche Gesetz		5.3.1.2	Strom im Magnetfeld	72
4.4	Messen		5.3.2	Induktion und Induktivität.	73
4.4.1	Anzeigefehler bei Zeigermessgeräten . .		5.3.3	Energie und Energiedichte des magnetischen Feldes	74
4.4.2	Digitales Messen mit DMM		5.3.4	RL-Schaltungen an Gleichspannung und Rechteckspannung.	75
4.4.3	Digitales Multimeter DMM		5.3.5	Induktiver Blindwiderstand	76
4.5	Rechnen mit Bezugspfeilen		5.4	Schaltungen mit Blindwiderständen. . .	77
4.6	Elektrische Leistung bei Gleichspannung		5.4.1	RC-Schaltungen und RL-Schaltungen	77
4.7	Arbeit und Energie.		5.4.1.1	Reihenschaltung von Wirkwiderstand und Blindwiderstand	77
4.7.1	Elektrische Arbeit		5.4.1.2	Verluste der Spule	78
4.7.2	Mechanische Arbeit und Leistung		5.4.1.3	Parallelschaltung von Wirkwiderstand und Blindwiderstand	79
4.7.3	Wirkungsgrad und Arbeitsgrad.		5.4.1.4	Verluste des Kondensators	80
4.8	Grundschaltungen				

5.4.1.5	Grenzfrequenz	81
5.4.1.6	Ersatz-Reihenschaltung und Ersatz-Parallelschaltung.	82
5.4.2	Schwingkreise	83
5.4.3	Güte und Bandbreite bei Schwingkreisen.	85
5.4.4	Einfache RC-Siebschaltungen	86
5.5	Wechselstromleistungen bei Einphasenwechselstrom	87
5.6	Transformator	89
5.6.1	Transformatorhauptgleichung	89
5.6.2	Übersetzung von Spannung, Strom und Widerstand	90

6 Elektronische Schaltungen



6.1	Schaltungen mit nicht linearen Widerständen	91
6.1.1	Differenzieller Widerstand	91
6.1.2	Impedanzen im Arbeitspunkt.	91
6.1.3	Zeichnerische Lösung der Reihenschaltung	92
6.1.4	Messschaltungen mit Pt100-Widerstandssensoren	94
6.2	Schaltungen mit Dioden.	95
6.2.1	Festlegung des Arbeitspunktes.	95
6.2.1.1	Vorwiderstand von Dioden	95
6.2.1.2	Zeichnerische Bestimmung des Arbeitspunktes	96
6.2.2	Gleichrichterschaltungen	97
6.2.2.1	Kenngößen	97
6.2.2.2	Glättung und Siebung	98
6.2.2.3	Siebung mit RC und LC	99
6.2.3	Spannungsstabilisierung mit Z-Dioden	100
6.2.3.1	Vorwiderstand für die Spannungsstabilisierung mit Z-Diode	100
6.2.3.2	Eigenschaften von Stabilisierungsschaltungen	101
6.3	Licht	102
6.4	Schaltungen mit fotoelektronischen Bauelementen	104
6.5	Verstärker mit bipolaren Transistoren	105
6.5.1	Arbeitspunkt in der Emitterschaltung	105
6.5.1.1	Gleichstromgrößen in Emitterschaltung	105
6.5.1.2	Basisspannungsteiler und Stabilisierung des Arbeitspunktes	106
6.5.1.3	Arbeitsgerade für Gleichstrom	107
6.5.2	Koppelkondensatoren	108
6.5.3	Gegenkopplung bei Verstärkern	109
6.6	Verstärker mit Feldeffekttransistoren	110
6.6.1	Gleichstromgrößen von FET in Sourceschaltung	110
6.6.2	Wechselstromgrößen von FET in Sourceschaltung	111
6.6.3	Analogschalter mit FET	112
6.6.3.1	Analogschalter mit J-FET	112
6.6.3.2	Analogschalter mit IG-FET	113
6.7	Bauelemente der Energieelektronik	114
6.7.1	IGBT	114
6.7.2	Thyristoren als elektronische Schalter.	115
6.7.3	Gesteuerte Stromrichter	116
6.8	Operationsverstärker	118


6.8.1	Eingangsschaltung des Operationsverstärkers.	118
6.8.2	Verstärkung ohne Gegenkopplung.	119
6.8.3	Invertierender Verstärker	120
6.8.4	Summiervverstärker	120
6.8.5	Nicht invertierender Verstärker und Impedanzwandler	121
6.8.6	Subtrahierverstärker.	121
6.8.7	Instrumentenverstärker (INV).	122
6.8.8	Differenzier-Invertierer	123
6.8.9	Integrier-Invertierer	124
6.9	Kippschaltungen	125
6.9.1	Transistoren als elektronische Schalter	125
6.9.2	Schalten bei Ohm'scher, induktiver und kapazitiver Last.	126
6.9.3	Astabile Kippschaltung	127
6.9.4	Monostabile Kippschaltung.	128
6.9.5	Schwellwertschalter (Schmitt-Trigger).	129
6.10	Stabilisierungsschaltungen.	130
6.10.1	Spannung stabilisieren	130
6.10.2	Strom stabilisieren.	131
6.10.3	Spannung regeln mit IC	132
6.10.4	Schaltnetzteile (SNT)	133
6.10.4.1	Energiefluss in Schaltnetzteilen	133
6.10.4.2	Durchflusswandler.	134
6.10.4.3	Sperrwandler.	135
6.11	Schwingungserzeugung mit Wien-Oszillator.	136
6.11.1	Wien-Oszillator.	136
6.11.2	Direkte digitale Synthese DDS	138


7 Digitaltechnik



7.1	Aufbau der Zahlensysteme	139
7.2	Dualzahlen	140
7.2.1	Umwandlung von Dualzahlen in Dezimalzahlen	140
7.2.2	Umwandlung von Dezimalzahlen in Dualzahlen	141
7.2.3	Addition und Subtraktion von Dualzahlen	142
7.2.4	Multiplikation und Division von Dualzahlen	142
7.2.5	Subtraktion durch Komplementaddition	143
7.3	BCD-Codes	144
7.4	Hexadezimalzahlen	144
7.4.1	Hexadezimalzahlen und Dualzahlen	144
7.4.2	Addition und Subtraktion von Hexadezimalzahlen	145
7.4.3	Hexadezimalzahlen und Dezimalzahlen	146
7.5	Entscheidungsgehalt und Redundanz von Codes.	147
7.6	Kombinatorische Digitaltechnik (Schaltnetze)	148
7.6.1	Schaltalgebraische Begriffe	148
7.6.2	Kommutativgesetz der Schaltalgebra	149
7.6.3	Assoziativgesetz der Schaltalgebra	150
7.6.4	Distributivgesetze der Schaltalgebra	151
7.6.5	Schaltalgebraische Funktionen.	152
7.6.5.1	Umkehrgesetze für eine Variable.	152
7.6.5.2	Umkehrgesetze für mehrere Variablen	152
7.7	Logische Verknüpfungen von Zahlen	154


7.8	Minimieren und Realisieren von Schaltfunktionen	155
7.8.1	Algebraisches Minimieren	155
7.8.2	Realisieren mit NAND-Elementen	156
7.8.3	Aufstellen des KV-Diagramms	157
7.8.4	Minimieren mit dem KV-Diagramm	158
7.9	Lastfaktoren	160

8	Sequenzielle Digitaltechnik (Schaltwerke)	
8.1	JK-Kippschaltungen	161
8.2	Wertetabelle und Zeitablaufdiagramm aus der Schaltung	162
8.3	Schaltfunktion aus Wertetabelle	163
8.4	Schaltung aus Schaltfunktion	164
8.5	Synchrone Zähler mit T-Kippgliedern	165
8.6	Frequenzteiler	166

9	Computertechnik	
9.1	PAL-Schaltkreise anwenden	167
9.1.1	Schaltkreis PAL 10H8	168
9.1.2	Schaltkreis PAL 16RP8	170
9.1.3	Programmieren mit VHDL	171
9.2	Berechnung der Speicherkapazität	172
9.3	Bildschirmauflösung und Speicherkapazität	173
9.4	PC-BIOS einstellen	174
9.5	C und ARDUINO	175
9.5.1	Lineare Programme	175
9.5.2	Programmverzweigungen mit C++.	176
9.5.3	Programmschleifen mit C++	177
9.5.4	Felder in C++	178
9.6	Datenbank anlegen	179
9.6.1	Datenbanken mit Access erstellen	179
9.6.2	Arbeiten mit einer Access-Datenbank	180
9.6.3	Datenbanksprache SQL	181
9.6.3.1	Abfragen mit SQL	181
9.6.3.2	SQL-Aggregatfunktionen	182

10	Kommunikationstechnik	
10.1	Kommunikationsanlagen	183
10.1.1	Übertragungsgrößen	183
10.1.1.1	Übertragungsfaktor, Verstärkungsfaktor, Übertragungskoeffizient	183
10.1.1.2	Dämpfungsfaktor	184
10.1.1.3	Dämpfungsmaß und Verstärkungsmaß Bel und Dezibel	184
10.1.2	Kenngrößen von Richtantennen	186
10.1.3	Pegelrechnung in HF-Verteilnetzen	187
10.1.4	Rauschabstand in HF-Verteilnetzen	189
10.1.5	Pegelrechnung in Breitband-Kommunikationsanlagen	190
10.1.6	Trägerrauschabstand in Satelliten-Empfangsanlagen	191
10.1.7	Pegelrechnung in Satelliten-Empfangsanlagen	192

10.1.8	Grenzwerte bei Mobilfunkanlagen	193
10.1.9	Mechanische Sicherheit der Antennenstandrohre und Ausrichtung der Satellitenantennen	194
10.2	Schaltungen der Kommunikationstechnik	195
10.2.1	Leistungsverstärker für Niederfrequenz	195
10.2.1.1	Großsignalverstärker	195
10.2.1.2	Gegentaktschaltungen	195
10.2.1.3	Klasse-D-Verstärker	197
10.2.2	Akustik	198
10.2.2.1	Pegelrechnung beim Schall	198
10.2.2.2	Frequenzweichen	199
10.2.2.3	100-V-Normausgang	201
10.3	Modulation, Mischung und Demodulation	202
10.3.1	Analoge Modulation	202
10.3.1.1	Amplitudenmodulation	202
10.3.1.2	Frequenzmodulation	204
10.3.2	Mischung und Frequenzumsetzung	205
10.3.3	Demodulation	206

11	Datenübertragung	
11.1	Signalabtastung	207
11.2	Signalumsetzer	208
11.3	Digitale Modulation	209
11.3.1	PSK und QAM	209
11.3.2	Pulsmodulation	210
11.3.3	Quantisierung und Codierung	211
11.4	Geschwindigkeit der Datenübertragung	212
11.5	Zeitmultiplexübertragung	214
11.6	Fehlerhäufigkeit	215
11.7	Fehlererkennung	216
11.8	Übertragung im Basisband	218
11.9	Pegel und Dämpfung von Datenleitungen	219
11.10	Wellenwiderstand und Ausbreitungsgeschwindigkeit	220
11.11	Verbindungstechnik	221
11.11.1	Glasfasertechnik	221
11.11.2	Übertragung mit Glasfasern	222

12	Netztechnik	
12.1	Lokale Netze	223
12.1.1	Signalgeschwindigkeit bei Sternverkabelung	223
12.1.2	Errichten lokaler Netzwerke	225
12.1.2.1	Gesamtlänge einer horizontalen Verkabelung	225
12.1.2.2	Längeneinschränkungen von fest verlegten Verkabelungsstrecken	226
12.1.2.3	Gebäudeverkabelung	227
12.2	Messen im LAN	228
12.2.1	Grundlagen NEXT, FEXT	228
12.2.2	Messen und Fehlersuche	229
12.3	Adressierung von Netzen	230
12.3.1	Internetadressierung	230
12.3.2	Subnetze	231
12.3.2.1	Subnetzmasken	231
12.3.2.2	Aufteilung in Subnetze	232

13 Regelungstechnik



13.1	Analyse von Regelstrecken	233
13.2	PI-Regler	235
13.3	PDT ₁ -Regler und PD-Regler	236
13.4	PID-Regler	237
13.5	Frequenzgang	238
13.6	Reglerentwurf im Frequenzbereich	239

14 Projektaufgaben



14.1	Aufgaben der Analogtechnik	240
14.2	Aufgaben der Digitaltechnik	242
14.3	Schaltungen mit monostabilen Kippgliedern	245
14.4	Transportbandsteuerung	246
14.5	Codeprüfung	247

15 Arbeiten mit Datenblättern



15.1	Einführung in den Datenblattgebrauch	248
15.1.1	Allgemeine Angaben	248
15.1.2	Technische Kenngrößen in Datenblättern	249
15.1.3	Umgang mit Datenblättern von Spannungsreglern und Timer-Bausteinen	251
15.2	Strombelastbarkeit von Leitungen bei Umgebungstemperatur $\vartheta_u = 30^\circ\text{C}$	252
15.3	Überstromschutzeinrichtungen	253
15.4	Kleintransformatoren	254

16 Rechnungswesen und Controlling



16.1	Arbeiten mit EXCEL	255
16.2	Finanzbuchhaltung	257
16.3	Kostenrechnung	258
16.3.1	Fixe und variable Kosten	258
16.3.2	Kostenstellenrechnung	259
16.3.3	Kostenträgerrechnung im produzierenden Gewerbe	261
16.3.4	Kostenträgerrechnung in Handelsbetrieben	263

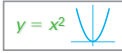
17 Markt- und Kundenbeziehungen



17.1	Lieferantenauswahl	264
17.1.1	ABC-Analyse	264
17.1.2	Nutzwertanalyse	264
17.2	Bestellung und Lagerhaltung	265
17.2.1	Bestellpunktverfahren	265
17.2.2	Lagerkennziffern	265
17.2.3	Optimale Bestellmenge	266
17.2.4	Eigenfertigung oder Fremdbezug	267
17.3	Prüfungsaufgaben IT-Technik	268
17.3.1	Unternehmensgründung	268

17.3.2	Beschaffung und Betrieb von Datenprojektoren	269
17.3.3	Kommunikationskosten	270
17.3.4	Druckerkosten	271

18 Ergänzendes Fachwissen Mathematik



18.1	Gleichungen	272
18.1.1	Lineare Gleichungen mit einer Unbekannten	272
18.1.2	Lineares Gleichungssystem mit zwei Unbekannten	273
18.1.3	Quadratische Gleichungen	274
18.2	Funktionen	276
18.2.1	Beschreibungsformen bei Funktionen	276
18.2.2	Lineare Funktionen	277
18.2.3	Quadratische Funktionen	278
18.2.4	Trigonometrische Funktionen	279
18.2.4.1	Sinusfunktion und Kosinusfunktion	279
18.2.4.2	Graphen der Sinusfunktion und der Kosinusfunktion	280
18.2.4.3	Tangensfunktion	281
18.2.4.4	Sinussatz und Kosinussatz	282
18.2.5	Exponentialfunktionen	283
18.2.6	Umkehrfunktionen	284
18.3	Differenzieren	285
18.3.1	Differenzenquotient und Differenzialquotient	285
18.3.2	Ableitungen von Funktionen	286
18.3.3	Kettenregel	287
18.4	Integrieren	288
18.4.1	Unbestimmtes Integral	288
18.4.2	Bestimmtes Integral	290
18.4.3	Mittelwerte	291
18.5	Funktionen mit komplexen Größen	292
18.5.1	Zahlen in der komplexen Zahlenebene	292
18.5.2	Grundrechenarten mit komplexen Zahlen	293
18.5.3	Widerstand und Leitwert in der komplexen Ebene	294
18.5.4	Komplexe Berechnung von Wechselstromschaltungen	295
18.5.5	Leistungsberechnung in Wechselstromschaltungen	296
18.6	Reihen	297
18.6.1	Arithmetische Reihe	297
18.6.2	Geometrische Reihe	297
18.7	Zuverlässigkeit von Bauelementen und Schaltungen	298

Anhang

Kurzlösungen zu den Aufgaben im Buch	299
Wichtige Größen und Einheiten	346
Mathematische Begriffe und Basiseinheiten	347
Wichtige Normen	348
Formelzeichen und ihre Bedeutung	349
Indizes, Zeichen und ihre Bedeutung	350
Vorsätze, Größen und Einheiten der IT-Technik	351
Sachwortverzeichnis	354

1 Rechnen mit Zahlen

Zahlen bestehen aus Ziffern. Im dekadischen Zahlensystem (von lat. decem = zehn) verwendet man Dezimalzahlen, die aus den Ziffern 0 bis 9 gebildet werden. Reelle Zahlen (Kurzzeichen \mathbb{R}) sind Zahlen, die durch Brüche darstellbar sind (rationale Zahlen, Kurzzeichen \mathbb{Q}) oder es sind Kommazahlen mit unendlich vielen nicht periodischen Nachkommastellen (irrationale Zahlen). Außer den reellen Zahlen von **Tabelle 1** gibt es komplexe Zahlen (Seite 292).

Die Zahlen gehören meist mehreren Zahlenmengen an. So gehört z.B. die Zahl 5 den Mengen der natürlichen Zahlen, der ungeraden natürlichen Zahlen, der ganzen Zahlen und der rationalen Zahlen an. Die Zahl 5 ist jeweils ein Element (Kurzzeichen \in , sprich: ist Element von) der angegebenen Zahlenmengen.

Beispiel 1: Zahlen zuordnen

Zu welchen Zahlenmengen gehören die Zahlen

- a) 3 b) 1,8 c) π ?

Lösung:

a) $3 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}$ b) $1,8 \in \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ c) \mathbb{R}, π ist eine irrationale Zahl.

1.1 Grundgesetze

1.1.1 Vertauschungsgesetz, Verbindungsgesetz, Verteilungsgesetz

Vertauschungsgesetz (Kommutativgesetz)¹

Bei der Addition kann man die Glieder eines Terms beliebig vertauschen. Dasselbe gilt für die Multiplikation.

Ein Term (von lat. terminus = Ausdruck) besteht aus Zahlen, die mit Rechenzeichen verknüpft sind, z.B. $-4 + 7$. Bei der Multiplikation sind die Vorzeichenregeln zu beachten.

Verbindungsgesetz (Assoziativgesetz)²

Bei der Addition können die Glieder eines Terms beliebig durch Klammern zusammengefasst werden. Dasselbe gilt für die Multiplikation.

Die Klammern werden zuerst ausgerechnet. Das Malzeichen oder Multiplikationszeichen (\cdot) kann zwischen Faktoren entfallen, außer bei Zahlen ohne Klammern.

Tabelle 1: Reelle Zahlen \mathbb{R}

Rationale Zahlen \mathbb{Q}	
Ganze Zahlen \mathbb{Z} z.B. $-2; -1; 0; 11; 12; \dots$	Gebrochene Zahlen (Brüche) z.B. $\frac{3}{4}; \frac{5}{7}; 0,5; 0,3$
Natürliche Zahlen \mathbb{N}_0 z.B. $0; 1; 2; 3; 4; \dots$	
Zahlengerade	
Irrationale Zahlen $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$	
Algebraische irrationale Zahlen z.B. $\sqrt{2}, \sqrt[3]{5}$	Transzendente irrationale Zahlen z.B. $e, \pi, \log 7$
Zahlengerade	

Vorzeichenregeln

$$+ \cdot + = +$$

$$+ \cdot - = -$$

$$- \cdot + = -$$

$$- \cdot - = +$$

$$+ : + = +$$

$$+ : - = -$$

$$- : + = -$$

$$- : - = +$$

Beispiel 2: Kommutativgesetz anwenden

Wenden Sie auf den Term $(-3) \cdot 5 \cdot (-6)$ das Kommutativgesetz an und berechnen Sie ihn.

Lösung:

$$(-3) \cdot 5 \cdot (-6) = 5 \cdot (-3) \cdot (-6) = (-6) \cdot (-3) \cdot 5 = 90$$

Beispiel 3: Assoziativgesetz anwenden

Wenden Sie auf den Produktterm $3 \cdot 2 \cdot 5$ das Assoziativgesetz an und berechnen Sie.

Lösung:

$$3 \cdot 2 \cdot 5 = 3 \cdot (2 \cdot 5) = 3 \cdot (2 \cdot 5) = 3 \cdot 10 = 30$$

¹ lat. commutare = ändern, vertauschen, ² lat. associare = verbinden

Verteilungsgesetz (Distributivgesetz)¹

Kommen in einer Rechnung Addition, Multiplikation, Subtraktion und Division gemischt vor, ohne dass Klammern gesetzt sind, so sind zuerst die durch Malzeichen oder durch Teilzeichen verbundenen Terme zu berechnen (Punktrechnung geht vor Strichrechnung), z. B. ist $5 + 2 \cdot 4 = 5 + 8 = 13$. Wenn anders gerechnet werden soll, setzt man Klammern, z. B. ist $(5 + 2) \cdot 4 = 7 \cdot 4 = 28$.

Bei der Multiplikation von Klammern wird jeder Summand mit dem Faktor multipliziert.

Beispiel 1: Distributivgesetz anwenden

Berechnen Sie nach dem Distributivgesetz: $(-5) \cdot (2 + 7)$.

Lösung:

$$(-5) \cdot (2 + 7) = (-5) \cdot 2 + (-5) \cdot 7 = -10 - 35 = -45$$

Aufgaben zu 1.1.1

Wenden Sie das Kommutativgesetz an und berechnen Sie die Terme.

1. a) $3 - 5 + 8 - 1$
c) $2 - 4 + 5 - 9$
2. a) $7 - 3 - 2 + 8$
c) $9 - 2 + 7$
3. a) $(-3) \cdot 2 \cdot 2$
c) $2 \cdot 3 \cdot (-7)$
4. a) $(-8) \cdot 4 \cdot 2$
c) $2 \cdot 5 \cdot (-2)$
- b) $6 + 12 - 10 - 3$
d) $8 - 7 + 5$
- b) $5 - 2 + 3 - 1$
d) $3 - 1 - 5 + 23$
- b) $2 \cdot (-5) \cdot (-3)$
d) $3 \cdot (-2) \cdot 9$
- b) $3 \cdot (-5) \cdot (-3)$
d) $6 \cdot (-1) \cdot 1$

Wenden Sie das Assoziativgesetz auf Terme an und berechnen Sie diese.

5. a) $6 + 2 + 4$
c) $3 - 8 + 11$
6. a) $5 + 4 + 3$
c) $3 - 9 + 6$
7. a) $3 \cdot 5 \cdot 4$
8. a) $6 \cdot 4 \cdot 2$
- b) $-3 + 2 - 5$
d) $8 + 2 - 4$
- b) $4 + 2 - 3$
d) $8 + 2 - 4$
- b) $(-3) \cdot 5 \cdot 2$
- b) $(-2) \cdot 4 \cdot 3$

Berechnen Sie nach dem Distributivgesetz.

9. a) $3(5 + 2)$
10. a) $4(8 + 3)$
11. a) $(-2)(7 + 5)$
c) $(-6)(8 - 3)$
12. a) $(-7)(8 - 6)$
c) $(-4)(6 - 2)$
- b) $5(7 - 4)$
- b) $3(5 - 2)$
- b) $3(7 - 6 + 1)$
d) $(-5)(6 - 14)$
- b) $5(9 - 5 - 4)$
d) $(-9)(8 - 12)$

1.1.2 Bruchrechnen

Brüche entstehen bei der Division von z. B. ganzen Zahlen. Die Vorzeichenregeln beim Dividieren entsprechen den Vorzeichenregeln beim Multiplizieren. Man unterscheidet verschiedene Arten von Brüchen (Tabelle 1).

Tabelle 1: Arten von Brüchen

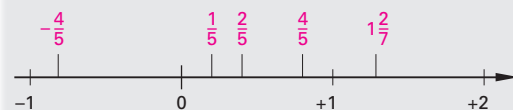
Echter Bruch	Unechter Bruch	Scheinbruch
$\frac{2}{5}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{3}{1}$
Zähler kleiner als Nenner	Zähler größer als Nenner	Nenner gleich 1

Zahlengerade



Gemischte Zahl	Gleichnamige Brüche	Ungleichnamige Brüche
$1\frac{2}{7} = 1 + \frac{2}{7}$	$\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{4}{5}$	$\frac{2}{5}, \frac{1}{7}, \frac{5}{9}$
Ganze Zahl und Bruch	Nenner alle gleich	Nenner alle ungleich

Zahlengerade



Beispiel 2: Rechnen mit Brüchen

Schreiben Sie $15 : 6$ als Bruch und berechnen Sie den Dezimalbruch.

Lösung:

$$15 : 6 = \frac{15}{6} = 2\frac{3}{6} = 2\frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} = 2,5$$

Für das Rechnen mit Brüchen gelten besondere Rechenregeln (Tabelle 1, folgende Seite).

Brüche werden erweitert oder gekürzt, indem man Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl vervielfacht oder durch die gleiche Zahl teilt.

¹ lat. distribuere = verteilen

Aufgaben zu 1.1.2

Berechnen Sie.

1. a) $\frac{+65}{+13}$ b) $\frac{+144}{+16}$ c) $\frac{-96}{+4}$ d) $\frac{+48}{-3}$
 e) $\frac{-27}{-9}$ f) $\frac{+169}{-13}$ g) $\frac{-144}{-12}$ h) $\frac{-27}{+9}$
2. a) $\frac{+88}{-11}$ b) $\frac{+136}{+17}$ c) $\frac{+64}{-16}$ d) $\frac{+156}{-12}$
 e) $\frac{-81}{-9}$ f) $\frac{+171}{-19}$ g) $\frac{-232}{-8}$ h) $\frac{-36}{-6}$
3. a) $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{5}{6}$ b) $\frac{3}{5} - \frac{2}{15} + \frac{7}{30}$
 c) $\frac{7}{24} - \frac{11}{30} - \frac{8}{15} + \frac{3}{8}$ d) $\frac{2}{8} + \frac{4}{7} - \frac{8}{6}$
4. a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{6}$ b) $\frac{5}{8} - \frac{5}{24} + \frac{5}{48}$
 c) $\frac{17}{18} - \frac{7}{9} + \frac{11}{12} - \frac{1}{4}$ d) $\frac{3}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$
5. a) $\frac{2}{53} \cdot 8$ b) $\frac{5}{7} : \frac{3}{4}$ c) $\frac{8}{21} \cdot 1\frac{2}{5}$
 d) $\frac{5}{31} : \frac{2}{13}$ e) $8\frac{5}{7} : 3\frac{3}{5}$ f) $\frac{3}{9} : \frac{4}{8}$
6. a) $\frac{5}{37} \cdot 7$ b) $\frac{3}{27} \cdot 4\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{15} \cdot 2\frac{3}{7}$
 d) $\frac{7}{75} \cdot \frac{8}{5}$ e) $\frac{4}{9} : \frac{7}{5}$ f) $\frac{3}{11} : \frac{5}{9}$
7. Wandeln Sie in Dezimalbrüche um.
 a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{4}{15}$ c) $\frac{12}{125}$ d) $\frac{35}{55}$ e) $\frac{154}{224}$
8. Wandeln Sie in Brüche um.
 a) 0,25 b) 0,875 c) 1,23 d) 2,05 e) 0,0075
9. Berechnen Sie.
 a) $\left(\frac{5}{6} - \frac{5}{9}\right) \cdot \left(2\frac{2}{5} - \frac{5}{4}\right)$
 b) $\left(4\frac{4}{5} - 3\frac{1}{4}\right) \cdot \left(2\frac{1}{5} + 1\frac{5}{6}\right)$
10. Berechnen Sie.
 a) $\frac{8\frac{7}{5} - 6\frac{5}{8}}{3\frac{8}{9} + 2\frac{2}{5}}$ b) $\frac{4\frac{5}{8} - 6\frac{3}{4} + 3\frac{1}{2}}{6\frac{1}{3} - 2\frac{4}{5} - 1\frac{1}{8}}$

Tabelle 1: Rechnen mit Brüchen

Art	Regeln, Beispiele
Addition / Subtraktion	Gleichnamige Brüche: Zähler addieren oder subtrahieren, Nenner bleibt gleich. $\frac{2}{5} - \frac{1}{5} + \frac{4}{5} = \frac{2-1+4}{5} = \frac{5}{5} = 1$
	Ungleichnamige Brüche: Nenner gleichnamig machen (Hauptnenner bilden, Bruch erweitern). $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 12}{5 \cdot 12} + \frac{3 \cdot 15}{4 \cdot 15} - \frac{2 \cdot 20}{3 \cdot 20} = \frac{24+45-40}{60} = \frac{29}{60}$
Multiplikation	Ganze Zahl mit Bruch: Ganze Zahl mal Zähler, Nenner bleibt gleich. $5 \cdot \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 3}{7} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$
	Bruch mit Bruch: Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner. $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 7} = \frac{12}{35}$
	Gemischte Zahl mit ganzer Zahl: Gemischte Zahl in Bruch verwandeln. $2\frac{1}{5} \cdot 4 = \frac{11}{5} \cdot 4 = \frac{11 \cdot 4}{5 \cdot 1} = \frac{44}{5} = 8\frac{4}{5}$ oder $2\frac{1}{5} \cdot 4 = \left(2 + \frac{1}{5}\right) \cdot 4 = 8 + \frac{4}{5} = 8\frac{4}{5}$
	Gemischte Zahl mit gemischter Zahl: Gemischte Zahlen in Brüche verwandeln. $1\frac{2}{3} \cdot 2\frac{3}{5} = \frac{5 \cdot 13}{3 \cdot 5} = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$
Division	Bruch durch ganze Zahl: Ganze Zahl mal Nenner, Zähler bleibt gleich. $\frac{1}{4} : 5 = \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 1} = \frac{1 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{1}{4 \cdot 5} = \frac{1}{20}$
	Ganze Zahl durch Bruch: Ganze Zahl mal Kehrwert des Bruches. $5 : \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 7}{1 \cdot 3} = \frac{5 \cdot 7}{3} = \frac{35}{3} = 11\frac{2}{3}$
	Bruch durch Bruch: Zählerbruch mal Kehrwert des Nennerbruches. $\frac{3}{4} : \frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 5} = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20}$

Ein Bruch wird durch einen Bruch geteilt, indem man mit dem Kehrwert des zweiten Bruchs multipliziert.

1.2 Potenzen

In der Mathematik versteht man unter einer Potenz ein Produkt gleicher Zahlen in verkürzter Schreibweise.

1.2.1 Zehnerpotenzen

1.2.1.1 Werte der Zehnerpotenzen

Wird die Zahl 10 als Faktor n-mal verwendet, so bildet man die Potenz, indem man die Grundzahl (Basis) 10 hinschreibt und n als Hochzahl (Exponent) dazusetzt (**Bild 1**).

Beispiel 1: Als Zehnerpotenz schreiben
Schreiben Sie $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ als Zehnerpotenz.

Lösung:
 $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4$ (sprich: zehn hoch vier).

Umgekehrt berechnet man eine Zehnerpotenz, indem man sie als Faktorenreihe hinschreibt und diese ausrechnet (**Tabelle 1**).

Beispiel 2: Potenzwert berechnen
Berechnen Sie 10^9 (sprich: zehn hoch neun).

Lösung:
 $10^9 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000\,000\,000$

Man berechnet den Kehrwert einer Potenz, indem man das Vorzeichen der Hochzahl ändert.

Eine negative Hochzahl bedeutet also, dass der Kehrwert der Potenz mit derselben positiven Hochzahl zu berechnen ist.

Beispiel 3: Negativen Potenzwert berechnen
Berechnen Sie 10^{-3} (sprich: zehn hoch minus drei).

Lösung:
 $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$

Jede Potenz mit der Hochzahl 0 hat den Wert 1.

Zahlen, insbesondere sehr große oder sehr kleine Zahlen, kann man als Produktterme von übersehbaren Zahlen und Zehnerpotenzen darstellen. Man ermittelt dazu die Zehnerpotenz der Einerstelle des Faktors.

Beispiel 4: Kommastellen versetzen
Die Zahl 0,00000000152 ist so darzustellen, dass 1,52 der Faktor ist.

Lösung:
Die 1 steht an 9. Nachkommastelle $\hat{=} 10^{-9}$
 $\Rightarrow 0,00000000152 = 1,52 \cdot 10^{-9}$

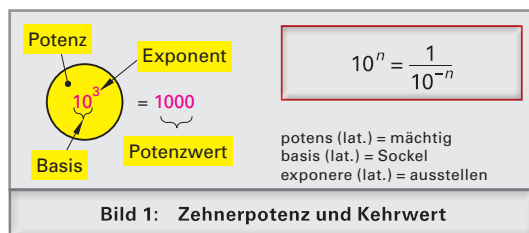


Tabelle 1: Zehnerpotenzen (Beispiele)

Potenz	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}
Potenzwert	100	10	1	0,1	0,01

Bei Computern und Taschenrechnern werden große und kleine Zahlen als Produktterme mit Zehnerpotenzen ausgegeben und können auch so eingegeben werden. Für die Basis 10 wird dabei E oder EE ausgegeben oder eingegeben; die nach E folgende Zahl ist der Exponent zur Basis 10. Vor E muss ein Faktor stehen, z. B.: $1\,EE\,6 \hat{=} 1 \cdot 10^6$.

Beispiel 5: Potenzwert als Zahl darstellen
Als Ergebnis erscheint auf einem Bildschirm $10,5\,E+4$. Welcher Zahlenwert ist das?

Lösung:
 $10,5\,E+4 = 10,5 \cdot 10^4 = 105\,000$

Aufgaben zu 1.2.1.1

Schreiben Sie als Faktorenreihe.

- a) 10^{+4} b) 10^{-1} c) 10^{+3} d) 10^{-6}
- a) 10^{-2} b) 10^{+5} c) 10^{-7} d) 10^{+8}

Berechnen Sie die Werte folgender Potenzen.

- a) 10^6 b) 10^{-3} c) 10^{-2} d) 10^{-9}
- a) 10^{-1} b) 10^0 c) 10^{-6} d) 10^8

Bilden Sie die Kehrwerte.

- a) 10^{-6} b) 10^7 c) 10^9 d) 10^{-12}
- a) 10^{-3} b) 10^0 c) 10^3 d) 10^1

Berechnen Sie die Dezimalzahl der Kehrwerte.

- a) 10^0 b) 10^1 c) 10^{-3} d) 10^4
- a) 10^{-6} b) 10^{-4} c) 10^2 d) 10^{-5}

Schreiben Sie als Produkt mit einer Zehnerpotenz.

- a) 24000 b) 0,0023 c) 700000
- a) 12000 b) 0,00012 c) 340000

1.2.1.2 Rechnen mit Zehnerpotenzen

Addition und Subtraktion sind vereinfacht bei gleichen Exponenten.

Beispiel 1: Potenzen addieren

Berechnen Sie $10^6 + 10^3$.

Lösung:

$$10^6 + 10^3 = 1000 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3 = 1001 \cdot 10^3 = \mathbf{1001000}$$

Zehnerpotenzen werden multipliziert, indem man die Hochzahlen addiert.

Beispiel 2: Potenzen multiplizieren

Berechnen Sie $10^6 \cdot 10^3$.

Lösung:

$$10^6 \cdot 10^3 = 10^{6+3} = \mathbf{10^9}$$

Durch eine Zehnerpotenz wird dividiert, indem man deren Hochzahl subtrahiert.

Beispiel 3: Potenzen dividieren

Berechnen Sie $10^6 / 10^3$.

Lösung:

$$10^6 / 10^3 = 10^{6-3} = \mathbf{10^3}$$

Zehnerpotenzen werden potenziert, indem man die Hochzahlen multipliziert.

Beispiel 4: Potenzen potenzieren

Berechnen Sie $(10^3)^4$.

Lösung:

$$(10^3)^4 = 10^{3 \cdot 4} = \mathbf{10^{12}}$$

Oft werden für die Darstellung von Zahlen mit Potenzen Vorsätze verwendet (**Tabelle 1**).

Aufgaben zu 1.2.1.2

Berechnen Sie.

1. a) $10^6 + 10^2 - 10^0$ b) $10^{-3} + 10^1 - 10^2$
 c) $10^6 + 10^3 + 10^3$

2. a) $10^2 - 10^1 - 10^{-2}$ b) $10^{-6} + 10^{-7} + 10^0$
 c) $10^{-3} + 10^3 - 10^{-6}$

Stellen Sie als Zehnerpotenz dar.

3. a) $10^{13} : 10^9$ b) $10^6 \cdot 10^5$ c) $10^{12} : 10^{-6}$
 4. a) $10^9 : 10^6$ b) $10^{27} : 10^{14}$ c) $10^{-3} \cdot 10^{-6}$

Berechnen Sie.

5. a) $10^{-12} \cdot 10^{12}$ b) $10^3 \cdot 10^{-6}$ c) $10^8 \cdot 10^0 \cdot 10^{-6}$
 6. a) $10^0 : 10^{12}$ b) $10^1 \cdot 10^{-6}$ c) $10^{-3} \cdot 10^9$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

a, b beliebige Zahlen
 m, n Hochzahlen

Tabelle 1: Vorsätze (anstelle von Zehnerpotenzen)

Zeichen	Vorsatz	Faktor	Zeichen	Vorsatz	Faktor
Y	Yotta	10^{24}	d	Dezi	10^{-1}
Z	Zetta	10^{21}	c	Zenti	10^{-2}
E	Exa	10^{18}	m	Milli	10^{-3}
P	Peta	10^{15}	μ	Mikro	10^{-6}
T	Tera	10^{12}	n	Nano	10^{-9}
G	Giga	10^9	p	Piko	10^{-12}
M	Mega	10^6	f	Femto	10^{-15}
k	Kilo	10^3	a	Atto	10^{-18}
h	Hekto	10^2	z	Zepto	10^{-21}
da	Deka	10^1	y	Yokto	10^{-24}

Berechnen Sie für folgende Brüche den Wert als Dezimalzahl.

7. a) $\frac{10 \cdot 10^6}{10^{-3} \cdot 10^6}$ b) $\frac{1}{10^6 \cdot 10^{-3}}$ c) $\frac{10^3 \cdot (10^{-6})^2}{10^{-9} \cdot 10^{-2}}$
 8. a) $\frac{10^2 \cdot 10^{-4}}{10^{-12} \cdot 10^9}$ b) $\frac{10^{-3} \cdot 10^6}{10^{-4} \cdot 10^5}$ c) $\frac{10^{-2} \cdot (10^6)^2}{10^3 \cdot 10^4}$

Zerlegen Sie in Faktoren mit Zehnerpotenzen und berechnen Sie.

9. a) $\frac{42000 \cdot 500}{0,06}$ b) $\frac{46000 \cdot 0,5}{50000}$
 c) $\frac{0,0065 \cdot 0,025}{13000 \cdot 0,0005}$ d) $\frac{4200 \cdot 0,007}{35000}$
 10. a) $\frac{0,0035 \cdot 620}{310 \cdot 0,07}$ b) $\frac{0,007 \cdot 630}{0,0009}$
 c) $\frac{28000 \cdot 0,4}{7000 \cdot 400}$ d) $\frac{22 \cdot 0,0004}{880}$

11.
$$\frac{(28 \cdot 10^2 - 2,6 \cdot 10^3) \cdot 4,47 \cdot 7,6 \cdot 10^{-6} \cdot 43 \cdot 10^7}{12,7 \cdot 10^{-3} \cdot 122 \cdot 10^{-3}}$$

12.
$$\frac{(22,7 \cdot 10^5 - 2,8 \cdot 10^4) \cdot 343 \cdot 10^{-6} \cdot 66 \cdot 10^{-7}}{21,9 \cdot 10^{-2} \cdot 12,2 \cdot 10^{-4}}$$

1.2.2 Sonstige Potenzen mit ganzen Exponenten

Man kann sämtliche Zahlen als Grundzahlen (Basis) für Potenzen verwenden.

Je nach Basis unterscheidet man außer den Zehnerpotenzen z.B. Zweierpotenzen, Achterpotenzen und Sechzehnerpotenzen.

Bei Speichern in der Datentechnik wird z.B. die Anzahl der Speicherelemente aus der Anzahl der Adressleiter und der Anzahl der Datenleiter mit Zweierpotenzen berechnet (**Bild 1**).

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man ihre Exponenten addiert. Sie werden dividiert, indem man die Exponenten subtrahiert. Sie werden potenziert, indem man die Exponenten multipliziert. Potenzen mit gleichen Exponenten werden multipliziert oder dividiert, indem man auf die Basen das Assoziativgesetz anwendet und das Ergebnis potenziert.

Beispiel 1: Speicherzellenzahl berechnen

Wie viele Speicherzellen können mit 20 Adressleitern bei 8 Datenleitern adressiert werden (**Bild 1**)?

Lösung:

$$z = 2^{20} \cdot 2^3 = 2^{23} = 8388608$$

Beispiel 2: Potenzen dividieren

Berechnen Sie $8^4 : 2^4$.

Lösung:

$$8^4 : 2^4 = \left(\frac{8}{2}\right)^4 = 4^4 = 256$$

Beispiel 3: Potenzwert berechnen

Berechnen Sie die Potenz $(3^2)^4$.

Lösung:

$$(3^2)^4 = 3^{2 \cdot 4} = 3^8 = 6561$$

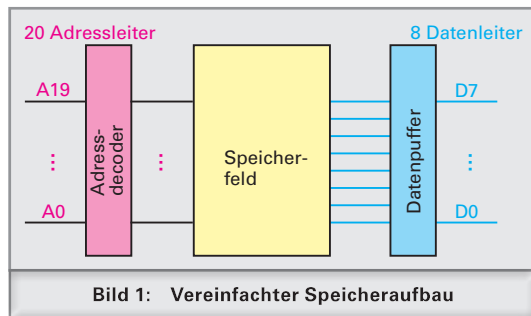
$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ Faktoren}} = a^n$$

$$z = 2^n$$

a beliebige Zahl

n ganzer Exponent (Hochzahl), z.B. Adressleiter

z Anzahl der Speicherzellen



Berechnen Sie.

3. a) $8^2 + 6^2$; b) $8^2 \cdot 8^3$; c) $8^2 \cdot 4^2$; d) $\frac{8^4}{2^4}$

4. a) $\frac{16^2}{8^2}$; b) $4^2 \cdot 4^3$; c) $\frac{4^3}{4^4}$; d) $(4^2)^3$

5. a) $\frac{3^2 \cdot 6^3}{3^4 \cdot 6^4}$; b) $\frac{10^2 \cdot 6^3}{3^{-1} \cdot 6^4}$; c) $\frac{2^8 \cdot 2^{-5}}{2^{-3} \cdot 2^4}$

6. a) $\frac{4^2 \cdot 6^3}{3^3 \cdot 8^2}$; b) $\frac{3^4}{1,5^4} + 3^8 \cdot 3^{-6}$; c) $\frac{3^{-2}}{3^{-4}}$

7. a) $\frac{(8^4)^3}{64^3}$; b) $3^{-6} : (3 \cdot 3 \cdot 3)^{-2}$

8. a) $\left(\frac{28 \cdot 2^{-3}}{4 \cdot 2^{-4}}\right)^2$; b) $\left(\frac{7^3 - 3,5^2}{7^3 \cdot 2^2}\right)^{-1}$

9. Wie viele Speicherzellen können mit 8 Adressleitern bei 8 Datenleitern adressiert werden?

10. Beim Speicher **Bild 1** ist D7 unterbrochen. Welche Zahlen können mit D0 bis D6 noch dargestellt werden?

11. Die Adressleiter A18 und A19 sind unterbrochen (**Bild 1**). Wie viele Speicherzellen können noch benutzt werden?

Aufgaben zu 1.2.2

1. Bestimmen Sie die Zweierpotenzen mit folgenden Exponenten.

- a) 2 b) 1 c) 0 d) 4

2. Ermitteln Sie die Achterpotenzen mit folgenden Exponenten.

- a) 2 b) 1 c) 0 d) 3

1.3 Rechnen mit Wurzeln

Beim Wurzelziehen oder Radizieren¹ zerlegt man eine Zahl a in eine mögliche Anzahl n gleicher Faktoren. Der Faktor ist die Wurzel c .

Wurzeln haben bei geradem Exponenten positives Vorzeichen, bei ungeradem Exponenten ist auch ein negatives Vorzeichen möglich.

Beispiel 1: Quadratwurzel bestimmen

Zerlegen Sie die Zahl $a = 36$ in $n = 2$ gleiche Faktoren und geben Sie die Wurzel an.

Lösung:

$$36 = 6 \cdot 6 \Rightarrow \sqrt[2]{36} = \sqrt{36} = 6$$

($\sqrt{36}$ spricht: Wurzel aus 36)

Die 2. Wurzel heißt auch Quadratwurzel. Bei allen Wurzeln außer der Quadratwurzel müssen die Wurzelexponenten angegeben werden.

Beispiel 2: 3. Wurzel berechnen

Berechnen Sie die 3. Wurzel aus 27.

Lösung:

$$27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \Rightarrow \sqrt[3]{27} = 3$$

($\sqrt[3]{27}$ spricht: Dritte Wurzel aus 27)

Wurzeln können auch als Potenzen geschrieben werden. Der Radikand erhält dabei als Exponent den Kehrwert des Wurzelexponenten. Für die Berechnung von in Potenzen umgewandelten Wurzeln gelten die Potenzrechenregeln.

Beispiel 3: Potenzwert berechnen

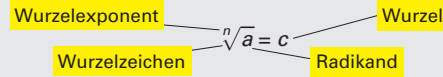
Wandeln Sie $\sqrt[6]{74}$ in eine Potenz um und berechnen Sie.

Lösung:

$$\sqrt[6]{74} = 74^{\frac{1}{6}} = 74^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = (74^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{74}} = 2,049$$

Quadratwurzeln berechnet man mit dem Taschenrechner. Zur Ermittlung der Stellenzahl der Wurzel zerlegt man die Radikanden in einen Faktor und eine Zehnerpotenz mit *geradzahlig*er Hochzahl.

Ist der Radikand ein Summenterm, so muss dieser zuerst berechnet und anschließend die Wurzel gezogen werden.



$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

a, b beliebige Zahlen

m, n Exponenten

| | Kurzzeichen für Betrag

Tabelle 1: Vorzeichen von Wurzeln

Wurzelart	Wurzelvorzeichen	Beispiel
Wurzelexponent geradzahlig, Radikand positiv	+	$\sqrt{36} = +6$
Wurzelexponent ungerade, Radikand positiv	+	$\sqrt[3]{27} = +3$ da $(+3)^3 = +27$
Wurzelexponent ungerade, Radikand negativ	-	$\sqrt[3]{-27} = -3$ da $(-3)^3 = -27$

Aufgaben zu 1.3

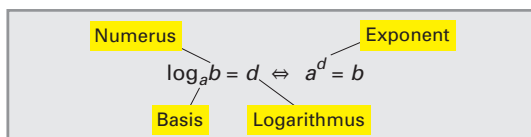
Berechnen Sie.

- a) $\sqrt{49}$ b) $\sqrt{2500}$ c) $\sqrt{144}$ d) $\sqrt{1600}$
- a) $\sqrt{64}$ b) $\sqrt{3600}$ c) $\sqrt{81}$ d) $\sqrt{900}$
- a) $\sqrt{4240}$ b) $\sqrt{68775}$ c) $\sqrt{455870}$ d) $\sqrt{30428}$
- a) $\sqrt{6540}$ b) $\sqrt{41433}$ c) $\sqrt{867654}$ d) $\sqrt{3422}$
- a) $\sqrt{3^2 + 5^2}$ b) $\sqrt{3,5^2 + 4,2^2}$ c) $\sqrt{2^2 + 2,5^2}$
- a) $\sqrt{5^2 + 2^2}$ b) $\sqrt{4,2^2 + 5,3^2}$ c) $\sqrt{2,5^2 + 3^2}$
- a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$ b) $\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{17}$ c) $\sqrt{16} : \sqrt{4}$
 d) $\sqrt[3]{35} : \sqrt[3]{5}$ e) $(\sqrt{5})^3$ f) $\sqrt[3]{64}$
- a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{7}$ b) $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{32}$ c) $\sqrt{25} : \sqrt{5}$
 d) $\sqrt[3]{64} : \sqrt[3]{8}$ e) $(\sqrt{7})^3$ f) $\sqrt[4]{256}$

¹ lat. radix = Wurzel

1.4 Logarithmen

1.4.1 Rechenregeln, natürlicher und binärer Logarithmus



Der Logarithmus (von griech. logos = Verhältnis und griech. arithmós = Zahl) ist der Exponent, mit welcher man die Basis a potenzieren muss, um den Numerus b (lat. numerus = Zahl) zu erhalten. $d = \log_a b$ heißt: d ist der Logarithmus von Numerus b zur Basis a .

Beispiel 1: Beliebige Basis

Berechnen Sie den Logarithmus zur Basis a von $c = a^n$.

Lösung:

$$\log_a c = \log_a a^n = n$$

($\log_a c$ spricht: Logarithmus zur Basis a von c)

Beispiel 2: Logarithmus zur Basis 10

Berechnen Sie $\log_{10} 0,01$.

Lösung:

$$0,01 = 10^{-2} \Rightarrow \log_{10} 0,01 = -2$$

Natürliche Logarithmen, z.B. $\ln 5$, haben die Basis $e = 2,718...$. Man kann sie meist direkt dem Taschenrechner entnehmen.

Binäre Logarithmen, z.B. $\lg 3$, haben die Basis 2. Man kann alle Logarithmen untereinander umrechnen.

Beispiel 3: Logarithmus zur Basis 2

Bestimmen Sie den binären Logarithmus der Zahl 32,6.

Lösung:

Mit dem Taschenrechner ermittelt man $\lg 32,6 = 1,5132$;

$$\Rightarrow \lg 32,6 = 3,3219 \cdot 1,5132 = 5,0268$$

Aufgaben zu 1.4.1

Ermitteln Sie die natürlichen Logarithmen.

1. a) $\ln 12$ b) $\ln 24$ c) $\ln 47$ d) $\ln 86$ e) $\ln 96$
2. a) $\ln 35$ b) $\ln 21$ c) $\ln 56$ d) $\ln 75$ e) $\ln 89$

Bestimmen Sie die binären Logarithmen.

3. a) $\lg 12$ b) $\lg 35$ c) $\lg 2$ d) $\lg 8$ e) $\lg 65$
4. a) $\lg 5$ b) $\lg 33$ c) $\lg 7$ d) $\lg 69$ e) $\lg 6$

Rechenregeln für Logarithmen

$$\log_a (c \cdot d) = \log_a c + \log_a d$$

$$\log_a \frac{c}{d} = \log_a c - \log_a d$$

$$\log_a (c^m) = m \cdot \log_a c$$

$$\log_a \sqrt[n]{c} = \frac{1}{n} \log_a c$$

Die Rechenregeln gelten für $a > 1$ und $c > 0$ und $d > 0$.
 $\log_a 0 = -\infty$; $\log_a 1 = 0$; $\log_a a = 1$

Durch Logarithmieren werden Multiplikationen zu Additionen, Divisionen zu Subtraktionen, Potenzrechnungen und Wurzelrechnungen zu Multiplikationen.

Umrechnungen

$$\log_{10} x = \lg x$$

$$\log_2 x = \lg x$$

$$\log_e x = \ln x$$

Beispiel für
 $a = 2$:

$$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$$

$$\log_a x = \frac{\lg x}{\lg a}$$

$$\lg x = \frac{\ln x}{\ln 2}$$

e Euler'sche Zahl $\approx 2,718\ 281\ 828\ 459\ 045\ 235...$
 ln natürlicher Logarithmus, Basis $e \approx 2,718$
 lg Zehnerlogarithmus, Basis 10
 lg binärer Logarithmus, Basis 2

Rechnen Sie die Dezimalzahlen in natürliche Logarithmen um.

5. a) 0,3577 b) 2,4689 c) 1,6643 d) 3,7712
6. a) 0,9934 b) 1,7832 c) 4,2231 d) 0,2121

Rechnen Sie die natürlichen Logarithmen in Zehnerlogarithmen um.

7. a) 3,4012 b) 1,45 c) 4,7274 d) 1,7918
8. a) 0,3478 b) 1,6094 c) 6,0162 d) 3,4012

Rechnen Sie die Zehnerlogarithmen in binäre Logarithmen um.

9. a) 1,6551 b) 2,7681 c) 0,3324 d) 0,7455
10. a) 0,0917 b) 2,6287 c) 1,3424 d) 0,6800

1.4.2 Zehnerlogarithmen

Die Zehnerlogarithmen, z.B. $\lg 2$, haben die Basis 10. Man entnimmt sie dem Taschenrechner mit der Taste \log .

In der Elektronik benötigt man zur Darstellung von Kennlinien oft logarithmische Maßstäbe, um einen großen Zahlenbereich zu umfassen. Der Abstand eines beliebigen Wertes x vom Anfangspunkt der Achse lässt sich berechnen. Die Zusammenhänge zeigt **Bild 1**.

Logarithmen dienen zur Darstellung großer Zahlenbereiche.

Beispiel 1: Logarithmische Einteilung

Teilen Sie eine Strecke von 5cm von 1 bis 10 im logarithmischen Maßstab.

Lösung:

Man sucht die Zehnerlogarithmen von 1 bis 10 und multipliziert sie jeweils mit der Länge der gewählten Strecke. Die sich ergebenden Werte trägt man vom Anfang der Strecke aus ab und beschriftet die Punkte mit 1 ... 10 (**Bild 2**).



Durch Einteilen einer Strecke in **3 Teile – 4 Teile – 3 Teile** erhält man eine logarithmische Teilung für die Werte **1, 2, 5 und 10 (Bild 3)**.

$$\lg x = \log_{10} x$$

$$\lg x = 0,4343 \cdot \ln x$$

$$\lg x = \frac{\ln x}{\ln 10}$$

$$l_x = l_{10} \cdot \lg \frac{x}{x_A}$$

\lg Zehnerlogarithmus
 \ln natürlicher Logarithmus
 l_x Abstand des Wertes x von x_A
 l_{10} Abstand für den Faktor 10
 x Zahlenwert an der Achse
 x_A Zahlenwert am Anfang der Achse

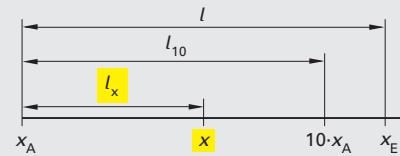


Bild 1: Logarithmische Teilung

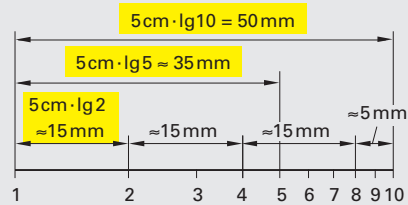


Bild 2: Längeneinteilung bei logarithmischer Teilung

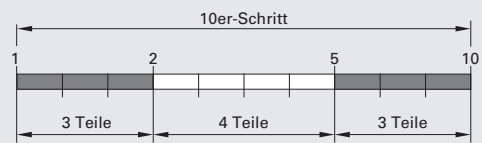


Bild 3: Maßstab zum Zeichnen

Aufgaben zu 1.4.2

Berechnen Sie.

1. a) $\lg 15$ b) $\lg 23$ c) $\lg 41$ d) $\lg 86$ e) $\lg 87$
2. a) $\lg 26$ b) $\lg 68$ c) $\lg 77$ d) $\lg 96$ e) $\lg 240$
3. a) $\lg 0,5$ b) $\lg 3,5$ c) $\lg 6,8$ d) $\lg 0,043$
4. a) $\lg 0,7$ b) $\lg 8,7$ c) $\lg 5,925$ d) $\lg 0,0084$
5. Teilen Sie eine Strecke von 16cm im logarithmischen Maßstab von 1 bis 10000.
6. Stellen Sie eine logarithmische Teilung von 1 bis 100000 auf einer Strecke mit der Länge von 15cm her.
7. Welchen Wert l_x in cm hat der Punkt $x = 50$, wenn der Anfangswert $x_A = 10$, Endwert $x_E = 150$ und $l_{10} = 8$ cm sind?

8. Welchen Wert l_x in cm hat der Punkt $x = 0,04$ einer Achsteilung, wenn der Endwert $x_E = 0,1$ ist? Anfangswert $x_A = 0,01$, $l_{10} = 10$ cm.
9. Der Wert x_E einer Achsteilung entspricht 0,3. Sein Abstand vom Achsanfang mit $x_A = 0,01$ beträgt 9,54cm. Wie groß ist l_{10} ?
10. Bei einer Achsteilung ist $l_{10} = 8$ cm und entspricht dem Endwert 0,5. Welchem Wert x entspricht $l_x = 6,23$ cm ($x_A = 0,05$)?

1.4.3 Logarithmische Darstellung, Linearisieren

Durch logarithmische Teilung der Achsen können mehrere Zehnerpotenzen einer Kennlinie übersichtlich dargestellt werden.

Bild 1 zeigt die Kennlinie eines lichtabhängigen Widerstandes (LDR) in doppelt logarithmischer Darstellung. **Bild 2** zeigt die Linearisierung durch Logarithmierung, links linearer, rechts doppelt logarithmischer Maßstab.

Logarithmisch geteilte Achsen haben keinen Nullpunkt.

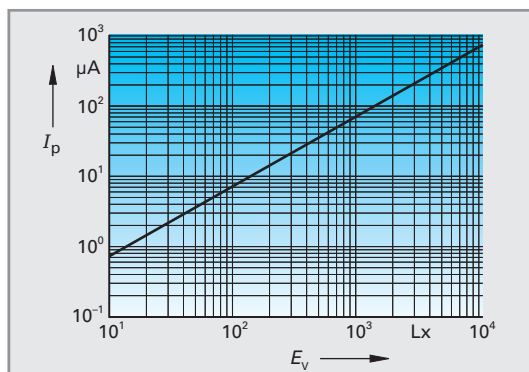


Bild 1: Kennlinie lichtabhängiger Widerstand in doppelt logarithmischer Darstellung

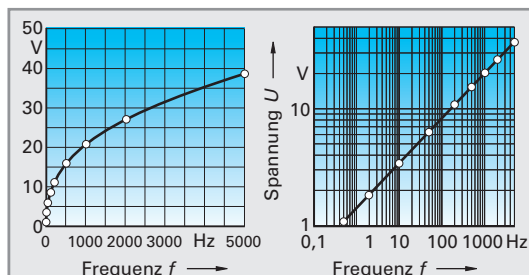


Bild 2: Linearisierung einer Kennlinie

Beispiel 1: LDR–Stromstärke ablesen

Welcher Strom I_p fließt bei einer Beleuchtungsstärke von 10^3 lx nach **Bild 1**?

Lösung:

Abgelesen aus Kennlinie: $I_p = 80 \mu\text{A}$

Aufgaben zu 1.4.3

- Lesen Sie die jeweils zugehörige Beleuchtungsstärke nach **Bild 1** ab für a) $I = 200 \mu\text{A}$, b) $I = 5 \mu\text{A}$.

- Lesen Sie die jeweils zugehörige Stromstärke nach **Bild 1** ab für a) $E = 100 \text{ lx}$, b) $E = 2000 \text{ lx}$.
- Lesen Sie den jeweils zugehörigen Spannungswert nach **Bild 2** ab für a) $f = 1000 \text{ Hz}$, b) $f = 500 \text{ Hz}$.
- Lesen Sie die jeweils zugehörige Frequenz nach **Bild 2** ab für a) $U = 30 \text{ V}$, b) $U = 5 \text{ V}$.

1.5 Kehrwert, Prozentrechnen

$$1\% = \frac{1}{100} \cdot G$$

$$\frac{p}{100} = \frac{W}{G}$$

% Prozent
p Prozentsatz

W Prozentwert
G Grundwert

Mit der Kehrwerttaste $\frac{1}{x}$ oder x^{-1} wird der Kehrwert der zuletzt eingegebenen Zahl bzw. des zuletzt ermittelten Zwischenergebnisses gebildet.

Mit der Tastfolge „Grundwert \square Prozentsatz $\%$ “ wird der Prozentwert ermittelt.

Aufgaben zu 1.5

Berechnen Sie

- a) $13,82 + 1,85 + 1,85 + 1,85 + 1,85 + 1,85$
b) $64,8 - 2,45 - 2,45 - 2,45 - 2,45$
- a) $35 : 7$ b) $83 : 7$ c) $18,3 : 7$
d) $65,75 : 7$ e) $-43,2 : 7$ f) $0,7732 : 7$
- Mit der Konstantenautomatik sind die Potenzwerte zu berechnen für $2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^9$.
- Eine Energiesparlampe kostet 1,35 €. Wie viel kosten
a) 3 b) 7 c) 9 d) 13 e) 18 f) 23 Energiesparlampen?
- Für 1,- € erhält man 1,569 \$. Wie viele Dollar erhält man für
a) 150,- € b) 380,- € c) 25,- €
d) 420,- € e) 1250,- €?
- Ein Pkw verbraucht auf 100 km durchschnittlich 9,8 l Benzin. Wie viel Benzin braucht er für
a) 20 km b) 180 km c) 65 km
d) 285 km e) 1480 km?

Berechnen Sie

- a) $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9}$ b) $\frac{1}{8} + \frac{1}{7} - \frac{1}{5}$ c) $\frac{1}{7+4-3}$
- a) $\frac{9}{16} \cdot \frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{8} + \frac{1}{20} - \frac{1}{4}$ c) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{15}$
- a) 14% von 458 b) 162% von 384,- €
- a) 28,5% von 64 N b) 18,5% von 680 m²

2 Rechnen mit Größen

2.1 Begriffe beim Rechnen mit Größen

Physikalische Größen, z.B. Länge, Masse, Energie, Stromstärke, sind messbare Eigenschaften von Gegenständen, physikalischen Zuständen oder Vorgängen. Der spezielle Wert einer Größe wird *Größenwert* und in der Messtechnik *Messwert* genannt.

Der spezielle Wert einer Größe ist das Produkt aus Zahlenwert und Einheit.

Das Malzeichen (\cdot) wird weggelassen, wie es beim Rechnen mit Buchstaben meist üblich ist.

Einheiten sind oft aus einem Fremdwort entstanden oder auch zu Ehren von Wissenschaftlern benannt, z.B. das Volt¹.

Einheitenzeichen verwendet man zur Abkürzung der Einheit (**Tabelle 1**). Einheitenzeichen sind senkrecht gedruckt (**Bild 1**).

Formelzeichen verwendet man zur Abkürzung der Größen, insbesondere bei Berechnungen. Als Formelzeichen verwendet man Großbuchstaben oder Kleinbuchstaben des lateinischen oder des griechischen Alphabets, bei Bedarf mit einem angehängten, tiefgesetzten Zeichen (*Index*), z.B. U_1 für die Spannung am Eingang. Formelzeichen sind *kursiv* (schräg) gedruckt, Indexzeichen aufrecht.

Formelzeichen werden im Buch *kursiv* geschrieben, Einheitenzeichen aufrecht.

Ein Formelzeichen in einer eckigen Klammer bedeutet „Einheit von ...“. $[I]$ bedeutet „Einheit der Länge“, z.B. $[I] = \text{m}$.

Die meisten Formelzeichen, Einheiten und Einheitenzeichen sind genormt (**Tabelle 1**). *Basisgrößen* sind 7 festgelegte Größen, aus denen alle anderen Größen abgeleitet wurden.

Aufgaben zu 2.1

1. Geben Sie von folgenden Angaben die physikalischen Größen in Worten an.

- a) $U = 220 \text{ V}$ b) $I = 16 \text{ A}$ c) $t = 70 \text{ s}$
d) $l = 80 \text{ m}$ e) $R = 80 \Omega$

¹ nach ALESSANDRO VOLTA, ital. Physiker, 1745 bis 1827

Tabelle 1: Wichtige Größen

Größe	Formelzeichen	Einheit	Einheitenzeichen
Basisgrößen (Auswahl)			
Länge	l	Meter	m
Masse	m	Kilogramm	kg
Zeit	t	Sekunde	s
Stromstärke	I	Ampere	A
Temperatur	T	Kelvin	K
Stoffmenge	n	Mol	mol
Lichtstärke	I_v	Candela	cd
Abgeleitete Größen (Beispiele)			
Frequenz	f	Hertz	Hz
Kraft	F	Newton	N
Leistung	P	Watt	W
Spannung	U	Volt	V
Widerstand	R	Ohm	Ω



Bild 1: Darstellung eines Messwertes

Beim Rechnen mit Größen müssen die Einheiten angegeben werden, auch bei der Zwischenrechnung.

2. Geben Sie von folgenden Angaben die Einheiten in Worten an.

- a) $U = 1500 \text{ V}$ b) $I = 0,7 \text{ A}$ c) $m = 70 \text{ kg}$
d) $R = 750 \Omega$ e) $t = 420 \text{ s}$

3. Schreiben Sie die Sätze a) und b) nach dem folgenden Muster vollständig:

In einer Glühlampe fließt ein Strom von 0,5 A.

- a) _____ Diode _____ Spannung von 1,5 _____
b) _____ Schichtwiderstand _____ Strom von 0,6 A.

4. Wie heißen die Sätze a) und b) nach dem folgenden Muster vollständig?

Durch eine Spule fließt ein Strom von 0,3 A.

- a) _____ Kondensator liegt _____ 120 V.
b) _____ Diode _____ 0,2 A.

2.2 Umrechnen der Einheiten

Vorsätze. Ist der Zahlenwert einer Größe sehr klein, z.B. bei 0,000002 A, oder aber sehr groß, z.B. bei 20000 V, so verwendet man einen Vorsatz zur Einheit. Dieser gibt eine Zehnerpotenz an, mit welcher der Zahlenwert malzunehmen ist (**Tabelle 1**).

Beispiel 1: Widerstand

100 kΩ sind in Ω auszudrücken.

Lösung:

$$100,00000... \text{ k}\Omega = 100000 \Omega$$

Beispiel 2: Strom

50 000 μA sind in A auszudrücken.

Lösung:

$$50\,000 \mu\text{A} = 0,050 \text{ A} = \mathbf{0,050 \text{ A}}$$

Zur Vermeidung von Verwechslungen von Vorsatz m (Milli) mit Einheit m (Meter) wird die Einheit m (Meter) stets an das Ende gesetzt. Am bedeutet also Ampere mal Meter, mA bedeutet Milliampere.

Soll eine aus Einheiten zusammengesetzte Einheit, z.B. km/h (h von lat. hora = Stunde), in eine aus anderen Einheiten zusammengesetzte Einheit umgerechnet werden, so rechnet man die gegebenen Einheiten einzeln nacheinander um. Dabei multipliziert man mit Brüchen vom Wert 1, z.B. $\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}$, die so gewählt sind, dass die unerwünschte Einheit herausgekürzt wird.

Beispiel 3: Geschwindigkeit

Eine Geschwindigkeit beträgt 72 km/h. Drücken Sie diese in m/s aus.

Lösung:

$$72 \text{ km/h} = \frac{72 \text{ km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = \mathbf{20 \text{ m/s}}$$

Aufgaben zu 2.2

- Wandeln Sie um.
 - 44 200 mV in V
 - 0,002 A in mA
 - 220 μV in V
 - 88 000 μV in mV
- Wandeln Sie um.
 - 7,05 kV in V
 - 880 mΩ in Ω
 - 840 μA in mA
 - 825 ns in s
- Der Eingangswiderstand eines Feldeffekttransistors beträgt $10^{10} \Omega$. Wie viel MΩ sind das?

Tabelle 1: Vorsätze zu Einheiten, Vorsatzzeichen

Exponent	Exa	Peta	Tera	Giga	Mega	Kilo
> 1	E	P	T	G	M	k
	10^{18}	10^{15}	10^{12}	10^9	10^6	10^3
< 1	Milli	Mikro	Nano	Piko	Femto	Atto
	m	μ	n	p	f	a
	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}	10^{-15}	10^{-18}

- Ein Isolationswiderstand beträgt 820 Millionen Ω. Wie viel kΩ sind das?
- Bei einem Kurzschluss treten 8020 A auf. Wie viel kA sind das?
- Die Leistung eines Thermoelements berechnet man zu $18 \cdot 10^{-4} \text{ W}$. Wie viel mW sind das?

2.3 Addition und Subtraktion

Man kann nur Größen mit gleicher Einheit addieren oder subtrahieren. Dabei wandelt man diese Größen so um, dass ihre Einheiten die gleichen Vorsätze haben.

Beispiel 4: Addition

$$20 \text{ mV} + 1,5 \text{ V} = 0,02 \text{ V} + 1,5 \text{ V} = \mathbf{1,52 \text{ V}}$$

oder

$$20 \text{ mV} + 1,5 \text{ V} = 20 \text{ mV} + 1500 \text{ mV} = \mathbf{1520 \text{ mV}}$$

Für die Subtraktion gilt das Kommutativgesetz ebenfalls, man muss aber die Größen zusammen mit ihren Vorzeichen vertauschen.

Beispiel 5: Subtraktion

$$12 \text{ V} - 4 \text{ V} + 2 \text{ V} = 12 \text{ V} + 2 \text{ V} - 4 \text{ V} = \mathbf{10 \text{ V}}$$

Aufgaben zu 2.3

Addieren Sie.

- 233 V und 1,1 kV
 - 0,38 A und 400 mA
 - 144 Ω und 0,12 kΩ
- 2330 mA und 1,2 A
 - 220 mV und 0,3 A
 - 27 cm und 1220 mm