



EUROPA-FACHBUCHREIHE  
für elektrotechnische und elektronische Berufe

# **Mathematik für Elektroniker/in für Geräte und Systeme**

**Lehr- und Übungsbuch mit DVD  
der Mathematik und des Fachrechnens  
für Berufe der Informationstechnik, der  
Kommunikationstechnik und der Elektronik**

**16. Auflage**

Bearbeitet von Lehrern und Ingenieuren an beruflichen Schulen  
und Seminaren (siehe Rückseite)

Ihre Meinung zum Buch interessiert uns!

Teilen Sie uns Ihre Verbesserungsvorschläge, Ihre Kritik aber auch Ihre Zustimmung zum  
Buch mit. Schreiben Sie uns an die E-Mail-Adresse [lektorat@europa-lehrmittel.de](mailto:lektorat@europa-lehrmittel.de)

Die Autoren und der Verlag Europa-Lehrmittel

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 33064**

Autoren von „Mathematik für Elektroniker/in für Geräte und Systeme“

Günther Buchholz	Dipl.-Ing. (FH), Oberstudienrat	Stuttgart
Monika Burgmaier	Oberstudiedirektorin	Durbach
Elmar Dehler	Studiendirektor	Ulm
Bernhard Grimm	Oberstudienrat	Sindelfingen, Leonberg
Patricia Burgmaier	Dipl.-Ing. (BA)	Melsungen
Jörg Andreas Oestreich	Dipl.-Ing.	Schwäbisch Hall
Werner Philipp	Dipl.-Ing.	Heilbronn
Bernd Schiemann	Dipl.-Ing.	Durbach

Bildbearbeitung:

Wissenschaftliche PublikationsTechnik Kernstock, 73230 Kirchheim/Teck  
Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel GmbH & Co. KG, Ostfildern

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat:

Dipl.-Ing. Bernd Schiemann, Durbach

ISBN 978-3-8085-3636-0

Diesem Buch wurden die neuesten Ausgaben der DIN-Blätter und der VDE-Bestimmungen zugrunde gelegt. Verbindlich sind jedoch nur die DIN-Blätter und VDE-Bestimmungen selbst.

Die DIN-Blätter können von der Beuth-Verlag GmbH, Burggrafenstraße 4–7, 10787 Berlin, und Kamekestraße 2–8, 50672 Köln, bezogen werden. Die VDE-Bestimmungen sind bei der VDE-Verlag GmbH, Bismarckstraße 33, 10625 Berlin, erhältlich.

16. Auflage 2017, korrigierter Nachdruck 2020

Druck 5 4 3 (keine Änderung seit der 2. Druckquote)

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2017 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten

[www.Europa-Lehrmittel.de](http://www.Europa-Lehrmittel.de)

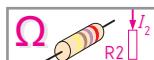
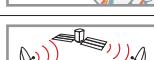
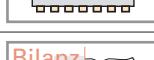
Satz: Wissenschaftliche PublikationsTechnik Kernstock, 73230 Kirchheim/Teck

Umschlag: braunwerbeagentur, Radevormwald

Umschlagidee: Bernd Schiemann

Druck: RCOM Print GmbH, 97222 Rimpar

## Kapitelübersicht

<b>1 Rechnen mit Zahlen</b>	9		<b>1</b>
<b>2 Rechnen mit Größen</b>	19		<b>2</b>
<b>3 Rechnen mit Formeln</b>	22		<b>3</b>
<b>4 Elektrotechnische Grundlagen</b>	27		<b>4</b>
<b>5 Wechselstromtechnik</b>	60		<b>5</b>
<b>6 Elektronische Schaltungen</b>	91		<b>6</b>
<b>7 Digitaltechnik</b>	139		<b>7</b>
<b>8 Sequenzielle Digitaltechnik (Schaltwerke)</b>	161		<b>8</b>
<b>9 Computertechnik</b>	167		<b>9</b>
<b>10 Kommunikationstechnik</b>	183		<b>10</b>
<b>11 Datenübertragung</b>	207		<b>11</b>
<b>12 Netztechnik</b>	223		<b>12</b>
<b>13 Regelungstechnik</b>	233		<b>13</b>
<b>14 Projektaufgaben</b>	240		<b>14</b>
<b>15 Arbeiten mit Datenblättern</b>	248		<b>15</b>
<b>16 Rechnungswesen und Controlling</b>	255		<b>16</b>
<b>17 Markt- und Kundenbeziehungen</b>	264		<b>17</b>
<b>18 Ergänzendes Fachwissen Mathematik</b>	272		<b>18</b>

# Vorwort zur 16. Auflage

Das Buch „Mathematik für Elektroniker/in für Geräte und Systeme“ beinhaltet elektronische Aufgabenstellungen in den Bereichen der Geräte- und Systemtechnik sowie in den angrenzenden Bereichen der Kommunikations- und Informationstechnik.

**Zielgruppen:** Auszubildende der Fachrichtung Elektroniker/-in für Geräte und Systeme, Informations-elektroniker/in der Fachrichtungen Geräte- und Systemtechnik und Bürotechnik, Systeminformatiker/in, IT-Systemelektroniker/in, Industrieelektroniker/in Fachrichtung Geräte und Systeme sowie für Schüler und Schülerinnen an Berufsfachschulen, Berufskollegs (BW) und Technischen Gymnasien und Studenten an Fachschulen für Technik und Fachhochschulen, aber auch Praktiker im Beruf.

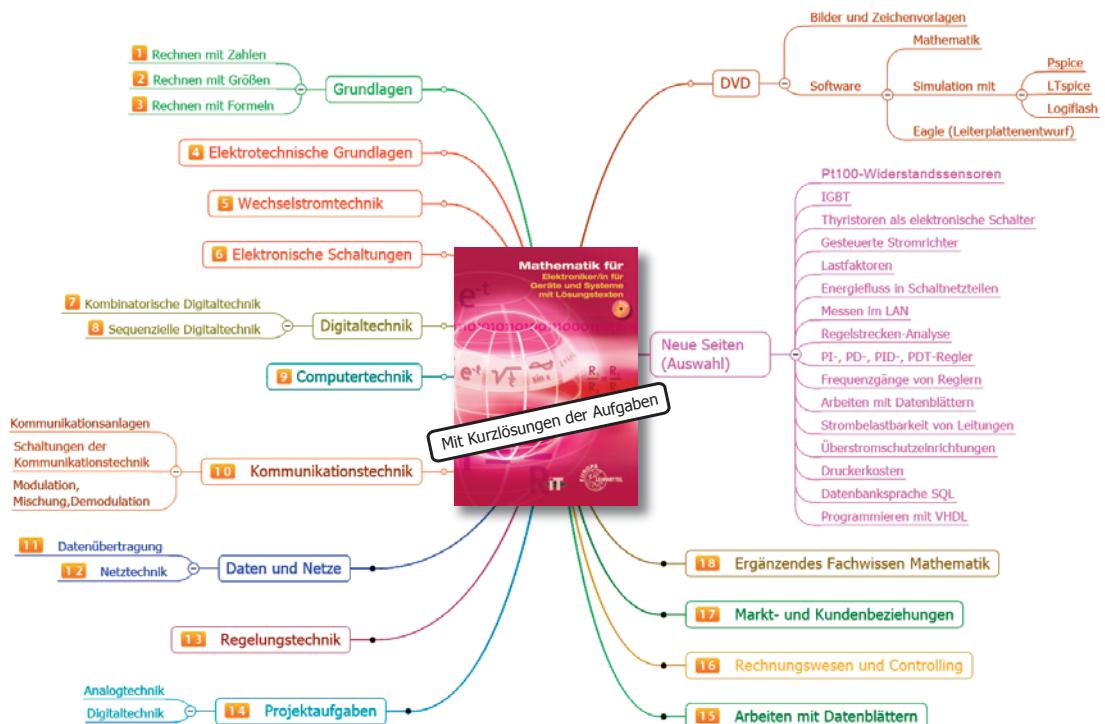
**Methodische Schwerpunkte:** Klare Strukturierung der Inhalte, z. B. der verwendeten Formeln und Bezeichnungen der Formelzeichen, Einführungsbeispiele zu jedem Thema, zahlreiche Schaltungsbeispiele und Grafiken aus Datenblättern, Vertiefung des Gelernten durch eine große Zahl von Übungsaufgaben. Ergänzt wird das Buch durch Angabe der Ergebnisse der Aufgaben in Kurzform am Buchende.

Zum Fördern und Vertiefen weitergehender mathematischer Zusammenhänge dient das Kapitel „Ergänzendes Fachwissen Mathematik“.

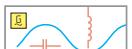
Mathematikprogramme und Programme zur Schaltungssimulation runden das Angebot in der Auflage ab.

Wir danken den Firmen für die Genehmigung zur Veröffentlichung der Software auf der CD.

## Informationen zum Buch im Überblick:

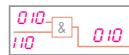


# Inhaltsverzeichnis

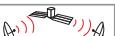
<b>1</b>	<b>Rechnen mit Zahlen</b>	
1.1	Grundgesetze . . . . .	9
1.1.1	Vertauschungsgesetz, Verbindungsgesetz, Verteilungsgesetz . . .	9
1.1.2	Bruchrechnen . . . . .	10
1.2	Potenzen . . . . .	12
1.2.1	Zehnerpotenzen . . . . .	12
1.2.1.1	Werte der Zehnerpotenzen . . . . .	12
1.2.1.2	Rechnen mit Zehnerpotenzen. . . . .	13
1.2.2	Sonstige Potenzen mit ganzen Exponenten	14
1.3	Rechnen mit Wurzeln . . . . .	15
1.4	Logarithmen . . . . .	16
1.4.1	Rechenregeln, natürlicher und binärer Logarithmus . . . . .	16
1.4.2	Zehnerlogarithmen . . . . .	17
1.4.3	Logarithmische Darstellung, Linearisieren	18
1.5	Kehrwert, Prozentrechnen . . . . .	18
4.8.1	Reihenschaltung . . . . .	40
4.8.2	Parallelschaltung. . . . .	41
4.8.3	Gemischte Schaltungen. . . . .	42
4.8.4	Spannungsteiler . . . . .	45
4.9	Brückenschaltungen. . . . .	46
4.10	Erzeuger-Ersatzschaltungen . . . . .	47
4.10.1	Spannungserzeuger . . . . .	47
4.10.2	Spannungserzeugung mit Fotovoltaik. . .	48
4.10.3	Sekundärelmente (der Energieelektronik) aufladen . . . . .	49
4.10.4	Überlagerung bei linearen Netzwerken .	50
4.10.5	Ersatzspannungsquelle . . . . .	51
4.10.6	Ersatzstromquelle . . . . .	52
4.10.7	Anpassungsarten . . . . .	53
4.11	Schaltungen simulieren mit PSpice . . . .	55
4.12	Temperatur und Wärme. . . . .	57
4.12.1	Wärme und Wärmekapazität . . . . .	57
4.12.2	Wärmewiderstand . . . . .	58
4.12.3	Ermittlung von Kühlflächen. . . . .	59
<b>2</b>	<b>Rechnen mit Größen</b>	
2.1	Begriffe beim Rechnen mit Größen . . . .	19
2.2	Umrechnen der Einheiten. . . . .	20
2.3	Addition und Subtraktion . . . . .	20
2.4	Multiplikation und Division . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Rechnen mit Formeln</b>	
3.1	Umstellen von Formeln . . . . .	22
3.2	Formel als Größengleichung . . . . .	24
3.2.1	Längen und Flächen . . . . .	24
3.2.2	Satz des Pythagoras. . . . .	25
3.2.3	Geschwindigkeiten. . . . .	26
<b>5</b>	<b>Wechselstromtechnik</b>	
5.1	Wechselgrößen . . . . .	60
5.1.1	Periode, Frequenz, Kreisfrequenz, Wellenlänge . . . . .	60
5.1.2	Maximalwert, Spitze-Tal-Wert, Effektivwert. . . . .	60
5.1.3	Impulse . . . . .	62
5.2	Kondensator . . . . .	64
5.2.1	Elektrisches Feld . . . . .	64
5.2.2	Ladung und Kapazität . . . . .	64
5.2.3	Kraftwirkung und Energie des elektrischen Feldes . . . . .	65
5.2.4	Elektrische Flussdichte . . . . .	66
5.2.5	Kapazität . . . . .	67
5.2.6	Schaltungen von Kondensatoren. . . . .	67
5.2.7	RC-Schaltung an Gleichspannung und Rechteckspannung. . . . .	68
5.2.8	Kapazitiver Blindwiderstand . . . . .	69
5.3	Spule . . . . .	70
5.3.1	Elektromagnetismus. . . . .	70
5.3.1.1	Magnetische Grundgrößen . . . . .	70
5.3.1.2	Strom im Magnetfeld . . . . .	72
5.3.2	Induktion und Induktivität. . . . .	73
5.3.3	Energie und Energiedichte des magnetischen Feldes . . . . .	74
5.3.4	RL-Schaltungen an Gleichspannung und Rechteckspannung. . . . .	75
5.3.5	Induktiver Blindwiderstand . . . . .	76
5.4	Schaltungen mit Blindwiderständen. . . .	77
5.4.1	RC-Schaltungen und RL-Schaltungen . . . . .	77
5.4.1.1	Reihenschaltung von Wirkwiderstand und Blindwiderstand . . . . .	77
5.4.1.2	Verluste der Spule . . . . .	78
5.4.1.3	Parallelschaltung von Wirkwiderstand und Blindwiderstand . . . . .	79
5.4.1.4	Verluste des Kondensators . . . . .	80
<b>4</b>	<b>Elektrotechnische Grundlagen</b>	
4.1	Stromdichte . . . . .	27
4.2	Widerstände . . . . .	27
4.2.1	Widerstand und Leitwert . . . . .	27
4.2.2	Widerstand und Temperatur . . . . .	28
4.2.3	Leiterwiderstand. . . . .	29
4.3	Das Ohm'sche Gesetz . . . . .	30
4.4	Messen . . . . .	31
4.4.1	Anzeigefehler bei Zeigermessgeräten. .	31
4.4.2	Digitales Messen mit DMM . . . . .	32
4.4.3	Digitales Multimeter DMM . . . . .	33
4.5	Rechnen mit Bezugspfeilen. . . . .	34
4.6	Elektrische Leistung bei Gleichspannung .	35
4.7	Arbeit und Energie. . . . .	37
4.7.1	Elektrische Arbeit . . . . .	37
4.7.2	Mechanische Arbeit und Leistung . . . .	37
4.7.3	Wirkungsgrad und Arbeitsgrad. . . . .	39
4.8	Grundschaltungen . . . . .	40

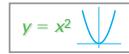
5.4.1.5	Grenzfrequenz . . . . .	81	6.8.1	Eingangsschaltung des Operationsverstärkers . . . . .	118
5.4.1.6	Ersatz-Reihenschaltung und Ersatz-Parallelschaltung . . . . .	82	6.8.2	Verstärkung ohne Gegenkopplung . . . . .	119
5.4.2	Schwingkreise . . . . .	83	6.8.3	Invertierender Verstärker . . . . .	120
5.4.3	Güte und Bandbreite bei Schwingkreisen . . . . .	85	6.8.4	Summierverstärker . . . . .	120
5.4.4	Einfache RC-Siebschaltungen . . . . .	86	6.8.5	Nicht invertierender Verstärker und Impedanzwandler . . . . .	121
5.5	Wechselstromleistungen bei Einphasenwechselstrom . . . . .	87	6.8.6	Subtrahierverstärker . . . . .	121
5.6	Transformator . . . . .	89	6.8.7	Instrumentenverstärker (INV) . . . . .	122
5.6.1	Transformatorhauptgleichung . . . . .	89	6.8.8	Differenzier-Invertierer . . . . .	123
5.6.2	Übersetzung von Spannung, Strom und Widerstand . . . . .	90	6.8.9	Integrier-Invertierer . . . . .	124
<hr/>					
<b>6</b>	<b>Elektronische Schaltungen</b>				
6.1	Schaltungen mit nicht linearen Widerständen . . . . .	91	6.9.5	Schwellwertschalter (Schmitt-Trigger) . . . . .	129
6.1.1	Differenzieller Widerstand . . . . .	91	6.10	Stabilisierungsschaltungen . . . . .	130
6.1.2	Impedanzen im Arbeitspunkt . . . . .	91	6.10.1	Spannung stabilisieren . . . . .	130
6.1.3	Zeichnerische Lösung der Reihenschaltung . . . . .	92	6.10.2	Strom stabilisieren . . . . .	131
6.1.4	Messschaltungen mit Pt100-Widerstandssensoren . . . . .	94	6.10.3	Spannung regeln mit IC . . . . .	132
6.2	Schaltungen mit Dioden . . . . .	95	6.10.4	Schaltnetzteile (SNT) . . . . .	133
6.2.1	Festlegung des Arbeitspunktes . . . . .	95	6.10.4.1	Energiefluss in Schaltnetzteilen . . . . .	133
6.2.1.1	Vorwiderstand von Dioden . . . . .	95	6.10.4.2	Durchflusswandler . . . . .	134
6.2.1.2	Zeichnerische Bestimmung des Arbeitspunktes . . . . .	96	6.10.4.3	Sperrwandler . . . . .	135
6.2.2	Gleichrichterschaltungen . . . . .	97	6.11	Schwingungserzeugung mit Wien-Oszillator . . . . .	136
6.2.2.1	Kenngrößen . . . . .	97	6.11.1	Wien-Oszillator . . . . .	136
6.2.2.2	Glättung und Siebung . . . . .	98	6.11.2	Direkte digitale Synthese DDS . . . . .	138
6.2.2.3	Siebung mit RC und LC . . . . .	99			
6.2.3	Spannungsstabilisierung mit Z-Dioden . . . . .	100			
6.2.3.1	Vorwiderstand für die Spannungsstabilisierung mit Z-Diode . . . . .	100			
6.2.3.2	Eigenschaften von Stabilisierungsschaltungen . . . . .	101			
6.3	Licht . . . . .	102			
6.4	Schaltungen mit fotoelektronischen Bauelementen . . . . .	104			
6.5	Verstärker mit bipolaren Transistoren . . . . .	105			
6.5.1	Arbeitspunkt in der Emitterschaltung . . . . .	105			
6.5.1.1	Gleichstromgrößen in Emitterschaltung . . . . .	105			
6.5.1.2	Basisspannungsteiler und Stabilisierung des Arbeitspunktes . . . . .	106			
6.5.1.3	Arbeitsgerade für Gleichstrom . . . . .	107			
6.5.2	Koppelkondensatoren . . . . .	108			
6.5.3	Gegenkopplung bei Verstärkern . . . . .	109			
6.6	Verstärker mit Feldeffekttransistoren . . . . .	110			
6.6.1	Gleichstromgrößen von FET in Sourceschaltung . . . . .	110			
6.6.2	Wechselstromgrößen von FET in Sourceschaltung . . . . .	111			
6.6.3	Analogschalter mit FET . . . . .	112			
6.6.3.1	Analogschalter mit J-FET . . . . .	112			
6.6.3.2	Analogschalter mit IG-FET . . . . .	113			
6.7	Bauelemente der Energieelektronik . . . . .	114			
6.7.1	IGBT . . . . .	114			
6.7.2	Thyristoren als elektronische Schalter . . . . .	115			
6.7.3	Gesteuerte Stromrichter . . . . .	116			
6.8	Operationsverstärker . . . . .	118			

---

<b>7</b>	<b>Digitaltechnik</b>				
7.1	Aufbau der Zahlensysteme . . . . .	139			
7.2	Dualzahlen . . . . .	140			
7.2.1	Umwandlung von Dualzahlen in Dezimalzahlen . . . . .	140			
7.2.2	Umwandlung von Dezimalzahlen in Dualzahlen . . . . .	141			
7.2.3	Addition und Subtraktion von Dualzahlen . . . . .	142			
7.2.4	Multiplikation und Division von Dualzahlen . . . . .	142			
7.2.5	Subtraktion durch Komplementaddition . . . . .	143			
7.3	BCD-Codes . . . . .	144			
7.4	Hexadezimalzahlen . . . . .	144			
7.4.1	Hexadezimalzahlen und Dualzahlen . . . . .	144			
7.4.2	Addition und Subtraktion von Hexadezimalzahlen . . . . .	145			
7.4.3	Hexadezimalzahlen und Dezimalzahlen . . . . .	146			
7.5	Entscheidungsgehalt und Redundanz von Codes . . . . .	147			
7.6	Kombinatorische Digitaltechnik (Schaltnetze) . . . . .	148			
7.6.1	Schaltalgebraische Begriffe . . . . .	148			
7.6.2	Kommutativgesetz der Schaltalgebra . . . . .	149			
7.6.3	Assoziativgesetz der Schaltalgebra . . . . .	150			
7.6.4	Distributivgesetz der Schaltalgebra . . . . .	151			
7.6.5	Schaltalgebraische Funktionen . . . . .	152			
7.6.5.1	Umkehrgesetze für eine Variable . . . . .	152			
7.6.5.2	Umkehrgesetze für mehrere Variablen . . . . .	152			
7.7	Logische Verknüpfungen von Zahlen . . . . .	154			

# Inhaltsverzeichnis

7.8	Minimieren und Realisieren von Schaltfunktionen . . . . .	155	10.1.8	Grenzwerte bei Mobilfunkanlagen . . . . .	193
7.8.1	Algebraisches Minimieren . . . . .	155	10.1.9	Mechanische Sicherheit der Antennenstandrohre und Ausrichtung der Satellitenantennen . . . . .	194
7.8.2	Realisieren mit NAND-Elementen . . . . .	156	10.2	Schaltungen der Kommunikationstechnik . . . . .	195
7.8.3	Aufstellen des KV-Diagramms . . . . .	157	10.2.1	Leistungsverstärker für Niederfrequenz . . . . .	195
7.8.4	Minimieren mit dem KV-Diagramm . . . . .	158	10.2.1.1	Großsignalverstärker . . . . .	195
7.9	Lastfaktoren . . . . .	160	10.2.1.2	Gegentaktschaltungen . . . . .	195
<b>8</b>	<b>Sequenzielle Digitaltechnik (Schaltwerke)</b>		<b>10.2.1.3</b>	Klasse-D-Verstärker . . . . .	197
8.1	JK-Kippschaltungen . . . . .	161	10.2.2	Akustik . . . . .	198
8.2	Wertetabelle und Zeitablaufdiagramm aus der Schaltung . . . . .	162	10.2.2.1	Pegelrechnung beim Schall . . . . .	198
8.3	Schaltfunktion aus Wertetabelle . . . . .	163	10.2.2.2	Frequenzweichen . . . . .	199
8.4	Schaltung aus Schaltfunktion . . . . .	164	10.2.2.3	100-V-Normausgang . . . . .	201
8.5	Synchrone Zähler mit T-Kippgliedern . . . . .	165	10.3	Modulation, Mischung und Demodulation . . . . .	202
8.6	Frequenzteiler . . . . .	166	10.3.1	Analoge Modulation . . . . .	202
<b>9</b>	<b>Computertechnik</b>		10.3.1.1	Amplitudenmodulation . . . . .	202
9.1	PAL-Schaltkreise anwenden . . . . .	167	10.3.1.2	Frequenzmodulation . . . . .	204
9.1.1	Schaltkreis PAL10H8 . . . . .	168	10.3.2	Mischung und Frequenzumsetzung . . . . .	205
9.1.2	Schaltkreis PAL16RP8 . . . . .	170	10.3.3	Demodulation . . . . .	206
9.1.3	Programmieren mit VHDL . . . . .	171	<b>11</b>	<b>Datenübertragung</b>	
9.2	Berechnung der Speicherkapazität . . . . .	172	11.1	Signalabtastung . . . . .	207
9.3	Bildschirmauflösung und Speicherkapazität . . . . .	173	11.2	Signalumsetzer . . . . .	208
9.4	PC-BIOS einstellen . . . . .	174	11.3	Digitale Modulation . . . . .	209
9.5	C und ARDUINO . . . . .	175	11.3.1	PSK und QAM . . . . .	209
9.5.1	Lineare Programme . . . . .	175	11.3.2	Pulsmodulation . . . . .	210
9.5.2	Programmverzweigungen mit C++ . . . . .	176	11.3.3	Quantisierung und Codierung . . . . .	211
9.5.3	Programmschleifen mit C++ . . . . .	177	11.4	Geschwindigkeit der Datenübertragung . . . . .	212
9.5.4	Felder in C++ . . . . .	178	11.5	Zeitmultiplexübertragung . . . . .	214
9.6	Datenbank anlegen . . . . .	179	11.6	Fehlerhäufigkeit . . . . .	215
9.6.1	Datenbanken mit Access erstellen . . . . .	179	11.7	Fehlererkennung . . . . .	216
9.6.2	Arbeiten mit einer Access-Datenbank . . . . .	180	11.8	Übertragung im Basisband . . . . .	218
9.6.3	Datenbanksprache SQL . . . . .	181	11.9	Pegel und Dämpfung von Datenleitungen . . . . .	219
9.6.3.1	Abfragen mit SQL . . . . .	181	11.10	Wellenwiderstand und Ausbreitungsgeschwindigkeit . . . . .	220
9.6.3.2	SQL-Aggregatfunktionen . . . . .	182	11.11	Verbindungstechnik . . . . .	221
11.11.1	Übertragung mit Glasfasern . . . . .	222	11.11.1.1	Glasfasertechnik . . . . .	221
<b>10</b>	<b>Kommunikationstechnik</b>		12	<b>Netztechnik</b>	
10.1	Kommunikationsanlagen . . . . .	183	12.1	Lokale Netze . . . . .	223
10.1.1	Übertragungsgrößen . . . . .	183	12.1.1	Signalgeschwindigkeit bei Sternverkabelung . . . . .	223
10.1.1.1	Übertragungsfaktor, Verstärkungsfaktor, Übertragungskoeffizient . . . . .	183	12.1.2	Errichten lokaler Netzwerke . . . . .	225
10.1.1.2	Dämpfungsfaktor . . . . .	184	12.1.2.1	Gesamtlänge einer horizontalen Verkabelung . . . . .	225
10.1.1.3	Dämpfungsmaß und Verstärkungsmaß Bel und Dezibel . . . . .	184	12.1.2.2	Längeneinschränkungen von fest verlegten Verkabelungsstrecken . . . . .	226
10.1.2	Kenngrößen von Richtantennen . . . . .	186	12.1.2.3	Gebäudeverkabelung . . . . .	227
10.1.3	Pegelrechnung in HF-Verteilnetzen . . . . .	187	12.2	Messen im LAN . . . . .	228
10.1.4	Rauschabstand in HF-Verteilnetzen . . . . .	189	12.2.1	Grundlagen NEXT, FEXT . . . . .	228
10.1.5	Pegelrechnung in Breitband-Kommunikationsanlagen . . . . .	190	12.2.2	Messen und Fehlersuche . . . . .	229
10.1.6	Trägerrauschen in Satelliten-Empfangsanlagen . . . . .	191	12.3	Adressierung von Netzen . . . . .	230
10.1.7	Pegelrechnung in Satelliten-Empfangsanlagen . . . . .	192	12.3.1	Internetadressierung . . . . .	230
			12.3.2	Subnetze . . . . .	231
			12.3.2.1	Subnetzmasken . . . . .	231
			12.3.2.2	Aufteilung in Subnetze . . . . .	232

<b>13</b>	<b>Regelungstechnik</b>		
13.1	Analyse von Regelstrecken . . . . .	233	
13.2	PI-Regler . . . . .	235	
13.3	PDT <sub>1</sub> -Regler und PD-Regler . . . . .	236	
13.4	PID-Regler . . . . .	237	
13.5	Frequenzgang . . . . .	238	
13.6	Reglerentwurf im Frequenzbereich . . . . .	239	
<b>14</b>	<b>Projektaufgaben</b>		
14.1	Aufgaben der Analogtechnik . . . . .	240	
14.2	Aufgaben der Digitaltechnik . . . . .	242	
14.3	Schaltungen mit monostabilen Kippgliedern . . . . .	245	
14.4	Transportbandsteuerung . . . . .	246	
14.5	Codeprüfung . . . . .	247	
<b>15</b>	<b>Arbeiten mit Datenblättern</b>		
15.1	Einführung in den Datenblattgebrauch .	248	
15.1.1	Allgemeine Angaben . . . . .	248	
15.1.2	Technische Kenngrößen in Datenblättern	249	
15.1.3	Umgang mit Datenblättern von Spannungsreglern und Timer-Bausteinen	251	
15.2	Strombelastbarkeit von Leitungen bei Umgebungstemperatur $\vartheta_u = 30^\circ\text{C}$ . . . . .	252	
15.3	Überstromschutzeinrichtungen . . . . .	253	
15.4	Kleintransformatoren . . . . .	254	
<b>16</b>	<b>Rechnungswesen und Controlling</b>		
16.1	Arbeiten mit EXCEL . . . . .	255	
16.2	Finanzbuchhaltung . . . . .	257	
16.3	Kostenrechnung . . . . .	258	
16.3.1	Fixe und variable Kosten . . . . .	258	
16.3.2	Kostenstellenrechnung . . . . .	259	
16.3.3	Kostenträgerrechnung im produzierenden Gewerbe . . . . .	261	
16.3.4	Kostenträgerrechnung in Handelsbetrieben . . . . .	263	
<b>17</b>	<b>Markt- und Kundenbeziehungen</b>		
17.1	Lieferantenauswahl . . . . .	264	
17.1.1	ABC-Analyse . . . . .	264	
17.1.2	Nutzwertanalyse . . . . .	264	
17.2	Bestellung und Lagerhaltung . . . . .	265	
17.2.1	Bestellpunktverfahren . . . . .	265	
17.2.2	Lagerkennziffern . . . . .	265	
17.2.3	Optimale Bestellmenge . . . . .	266	
17.2.4	Eigenfertigung oder Fremdbezug . . . . .	267	
17.3	Prüfungsaufgaben IT-Technik . . . . .	268	
17.3.1	Unternehmensgründung . . . . .	268	
17.3.2	Beschaffung und Betrieb von Datenprojektoren . . . . .	269	
17.3.3	Kommunikationskosten . . . . .	270	
17.3.4	Druckerkosten . . . . .	271	
<b>18</b>	<b>Ergänzendes Fachwissen Mathematik</b>		
18.1	Gleichungen . . . . .	272	
18.1.1	Lineare Gleichungen mit einer Unbekannten . . . . .	272	
18.1.2	Lineares Gleichungssystem mit zwei Unbekannten . . . . .	273	
18.1.3	Quadratische Gleichungen . . . . .	274	
18.2	Funktionen . . . . .	276	
18.2.1	Beschreibungsformen bei Funktionen . . . . .	276	
18.2.2	Lineare Funktionen . . . . .	277	
18.2.3	Quadratische Funktionen . . . . .	278	
18.2.4	Trigonometrische Funktionen . . . . .	279	
18.2.4.1	Sinusfunktion und Kosinusfunktion . . . . .	279	
18.2.4.2	Graphen der Sinusfunktion und der Kosinusfunktion . . . . .	280	
18.2.4.3	Tangensfunktion . . . . .	281	
18.2.4.4	Sinussatz und Kosinussatz . . . . .	282	
18.2.5	Exponentialfunktionen . . . . .	283	
18.2.6	Umkehrfunktionen . . . . .	284	
18.3	Differenzieren . . . . .	285	
18.3.1	Differenzenquotient und Differenzialquotient . . . . .	285	
18.3.2	Ableitungen von Funktionen . . . . .	286	
18.3.3	Kettenregel . . . . .	287	
18.4	Integrieren . . . . .	288	
18.4.1	Unbestimmtes Integral . . . . .	288	
18.4.2	Bestimmtes Integral . . . . .	290	
18.4.3	Mittelwerte . . . . .	291	
18.5	Funktionen mit komplexen Größen . . . . .	292	
18.5.1	Zahlen in der komplexen Zahlenebene . . . . .	292	
18.5.2	Grundrechenarten mit komplexen Zahlen . . . . .	293	
18.5.3	Widerstand und Leitwert in der komplexen Ebene . . . . .	294	
18.5.4	Komplexe Berechnung von Wechselstromschaltungen . . . . .	295	
18.5.5	Leistungsberechnung in Wechselstromschaltungen . . . . .	296	
18.6	Reihen . . . . .	297	
18.6.1	Arithmetische Reihe . . . . .	297	
18.6.2	Geometrische Reihe . . . . .	297	
18.7	Zuverlässigkeit von Bauelementen und Schaltungen . . . . .	298	
<b>Anhang</b>			
Kurzlösungen zu den Aufgaben im Buch . . . . .			299
Wichtige Größen und Einheiten . . . . .			346
Mathematische Begriffe und Basiseinheiten . . . . .			347
Wichtige Normen . . . . .			348
Formelzeichen und ihre Bedeutung . . . . .			349
Indizes, Zeichen und ihre Bedeutung . . . . .			350
Vorsätze, Größen und Einheiten der IT-Technik . . . . .			351
<b>Sachwortverzeichnis</b> . . . . .			354

# 1 Rechnen mit Zahlen

Zahlen bestehen aus Ziffern. Im dekadischen Zahlsystem (von lat. *decem* = zehn) verwendet man Dezimalzahlen, die aus den Ziffern 0 bis 9 gebildet werden. Reelle Zahlen (Kurzzeichen  $\mathbb{R}$ ) sind Zahlen, die durch Brüche darstellbar sind (rationale Zahlen, Kurzzeichen  $\mathbb{Q}$ ) oder es sind Kommazahlen mit unendlich vielen nicht periodischen Nachkommastellen (irrationale Zahlen). Außer den reellen Zahlen von **Tabelle 1** gibt es komplexe Zahlen (Seite 292).

Die Zahlen gehören meist mehreren Zahlenmengen an. So gehört z.B. die Zahl 5 den Mengen der natürlichen Zahlen, der ungeraden natürlichen Zahlen, der ganzen Zahlen und der rationalen Zahlen an. Die Zahl 5 ist jeweils ein Element (Kurzzeichen  $\in$ , sprich: ist Element von) der angegebenen Zahlenmengen.

## Beispiel 1: Zahlen zuordnen

Zu welchen Zahlenmengen gehören die Zahlen

a) 3      b) 1,8      c)  $\pi$ ?

*Lösung:*

a)  $3 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}$  b)  $1,8 \in \mathbb{R}, \mathbb{Q}$  c)  $\mathbb{R}, \pi$  ist eine irrationale Zahl.

**Tabelle 1: Reelle Zahlen  $\mathbb{R}$**

Rationale Zahlen $\mathbb{Q}$	
Ganze Zahlen $\mathbb{Z}$ z.B. $-2; -1; 0; 11; 12; \dots$	Gebrochene Zahlen (Brüche) z.B. $\frac{3}{4}, \frac{5}{7}, 0,5, 0,3$
Natürliche Zahlen $\mathbb{N}_0$ z.B. $0; 1; 2; 3; 4; \dots$	
Zahlengerade	
Irrationale Zahlen $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$	
Algebraische irrationale Zahlen z.B. $\sqrt{2}, \sqrt[3]{5}$	Transzendent irrationale Zahlen z.B. $e, \pi, \log 7$
Zahlengerade	

## 1.1 Grundgesetze

### 1.1.1 Vertauschungsgesetz, Verbindungsgesetz, Verteilungsgesetz

#### Vertauschungsgesetz (Kommutativgesetz)<sup>1</sup>

Bei der Addition kann man die Glieder eines Terms beliebig vertauschen. Dasselbe gilt für die Multiplikation.

Ein Term (von lat. *terminus* = Ausdruck) besteht aus Zahlen, die mit Rechenzeichen verknüpft sind, z.B.  $-4 + 7$ . Bei der Multiplikation sind die Vorzeichenregeln zu beachten.

#### Verbindungsgesetz (Assoziativgesetz)<sup>2</sup>

Bei der Addition können die Glieder eines Terms beliebig durch Klammern zusammengefasst werden. Dasselbe gilt für die Multiplikation.

Die Klammern werden zuerst ausgerechnet. Das Malzeichen oder Multiplikationszeichen ( $\cdot$ ) kann zwischen Faktoren entfallen, außer bei Zahlen ohne Klammern.

## Vorzeichenregeln

$+ \cdot + = +$	$+ \cdot - = -$
$- \cdot + = -$	$- \cdot - = +$
$+ : + = +$	$+ : - = -$
$- : + = -$	$- : - = +$

<sup>1</sup> lat. *commutare* = ändern, vertauschen, <sup>2</sup> lat. *associare* = verbinden

#### Beispiel 2: Kommutativgesetz anwenden

Wenden Sie auf den Term  $(-3) \cdot 5 \cdot (-6)$  das Kommutativgesetz an und berechnen Sie ihn.

*Lösung:*

$$(-3) \cdot 5 \cdot (-6) = 5 \cdot (-3) \cdot (-6) = (-6) \cdot (-3) \cdot 5 = 90$$

#### Beispiel 3: Assoziativgesetz anwenden

Wenden Sie auf den Produktterm  $3 \cdot 2 \cdot 5$  das Assoziativgesetz an und berechnen Sie.

*Lösung:*

$$3 \cdot 2 \cdot 5 = 3 \cdot (2 \cdot 5) = 3 \cdot 10 = 30$$

## Verteilungsgesetz (Distributivgesetz)<sup>1</sup>

Kommen in einer Rechnung Addition, Multiplikation, Subtraktion und Division gemischt vor, ohne dass Klammern gesetzt sind, so sind zuerst die durch Malzeichen oder durch Teilzeichen verbundenen Terme zu berechnen (Punktrechnung geht vor Strichrechnung), z.B. ist  $5 + 2 \cdot 4 = 5 + 8 = 13$ . Wenn anders gerechnet werden soll, setzt man Klammern, z.B. ist  $(5 + 2) \cdot 4 = 7 \cdot 4 = 28$ .

Bei der Multiplikation von Klammern wird jeder Summand mit dem Faktor multipliziert.

### Beispiel 1: Distributivgesetz anwenden

Berechnen Sie nach dem Distributivgesetz:

$$(-5) \cdot (2 + 7)$$

Lösung:

$$(-5) \cdot (2 + 7) = (-5) \cdot 2 + (-5) \cdot 7 = -10 - 35 = -45$$

## Aufgaben zu 1.1.1

Wenden Sie das Kommutativgesetz an und berechnen Sie die Terme.

1. a) $3 - 5 + 8 - 1$	b) $6 + 12 - 10 - 3$
c) $2 - 4 + 5 - 9$	d) $8 - 7 + 5$
2. a) $7 - 3 - 2 + 8$	b) $5 - 2 + 3 - 1$
c) $9 - 2 + 7$	d) $3 - 1 - 5 + 23$
3. a) $(-3) \cdot 2 \cdot 2$	b) $2 \cdot (-5) \cdot (-3)$
c) $2 \cdot 3 \cdot (-7)$	d) $3 \cdot (-2) \cdot 9$
4. a) $(-8) \cdot 4 \cdot 2$	b) $3 \cdot (-5) \cdot (-3)$
c) $2 \cdot 5 \cdot (-2)$	d) $6 \cdot (-1) \cdot 1$

Wenden Sie das Assoziativgesetz auf Terme an und berechnen Sie diese.

5. a) $6 + 2 + 4$	b) $-3 + 2 - 5$
c) $3 - 8 + 11$	d) $8 + 2 - 4$
6. a) $5 + 4 + 3$	b) $4 + 2 - 3$
c) $3 - 9 + 6$	d) $8 + 2 - 4$
7. a) $3 \cdot 5 \cdot 4$	b) $(-3) \cdot 5 \cdot 2$
8. a) $6 \cdot 4 \cdot 2$	b) $(-2) \cdot 4 \cdot 3$

Berechnen Sie nach dem Distributivgesetz.

9. a) $3(5 + 2)$	b) $5(7 - 4)$
10. a) $4(8 + 3)$	b) $3(5 - 2)$
11. a) $(-2)(7 + 5)$	b) $3(7 - 6 + 1)$
c) $(-6)(8 - 3)$	d) $(-5)(6 - 14)$
12. a) $(-7)(8 - 6)$	b) $5(9 - 5 - 4)$
c) $(-4)(6 - 2)$	d) $(-9)(8 - 12)$

## 1.1.2 Bruchrechnen

Brüche entstehen bei der Division von z.B. ganzen Zahlen. Die Vorzeichenregeln beim Dividieren entsprechen den Vorzeichenregeln beim Multiplizieren. Man unterscheidet verschiedene Arten von Brüchen (**Tabelle 1**).

Tabelle 1: Arten von Brüchen

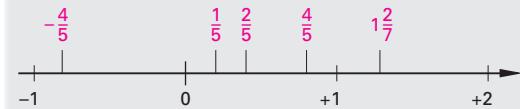
Echter Bruch	Unechter Bruch	Scheinbruch
$\frac{2}{5}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{3}{1}$
Zähler kleiner als Nenner	Zähler größer als Nenner	Nenner gleich 1

Zahlengerade



Gemischte Zahl	Gleichnamige Brüche	Ungleichnamige Brüche
$1\frac{2}{7} = 1 + \frac{2}{7}$	$\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{4}{5}$	$\frac{2}{5}, \frac{1}{7}, \frac{5}{9}$
Ganze Zahl und Bruch	Nenner alle gleich	Nenner alle ungleich

Zahlengerade



### Beispiel 2: Rechnen mit Brüchen

Schreiben Sie  $15 : 6$  als Bruch und berechnen Sie den Dezimalbruch.

Lösung:

$$15 : 6 = \frac{15}{6} = 2\frac{3}{6} = 2\frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} = 2,5$$

Für das Rechnen mit Brüchen gelten besondere Rechenregeln (**Tabelle 1**, folgende Seite).

Brüche werden erweitert oder gekürzt, indem man Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl vervielfacht oder durch die gleiche Zahl teilt.

<sup>1</sup> lat. distribuere = verteilen

## Aufgaben zu 1.1.2

Berechnen Sie.

1. a)  $\frac{+65}{+13}$  b)  $\frac{+144}{+16}$

e)  $\frac{-27}{-9}$  f)  $\frac{+169}{-13}$

2. a)  $\frac{+88}{-11}$  b)  $\frac{+136}{+17}$

e)  $\frac{-81}{-9}$  f)  $\frac{+171}{-19}$

3. a)  $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{5}{6}$

c)  $\frac{7}{24} - \frac{11}{30} - \frac{8}{15} + \frac{3}{8}$

4. a)  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{6}$

c)  $\frac{17}{18} - \frac{7}{9} + \frac{11}{12} - \frac{1}{4}$

5. a)  $\frac{2}{53} \cdot 8$

d)  $\frac{5}{31} : \frac{2}{13}$

6. a)  $\frac{5}{37} \cdot 7$

d)  $\frac{7}{8} \cdot \frac{4}{5}$

7. Wandeln Sie in Dezimalbrüche um.

a)  $\frac{3}{5}$  b)  $\frac{4}{15}$  c)  $\frac{12}{125}$  d)  $\frac{35}{55}$  e)  $\frac{154}{224}$

8. Wandeln Sie in Brüche um.

a) 0,25 b) 0,875 c) 1,23 d) 2,05 e) 0,0075

9. Berechnen Sie.

a)  $\left(\frac{5}{6} - \frac{5}{9}\right) \cdot \left(2\frac{2}{5} - \frac{5}{4}\right)$

b)  $\left(4\frac{4}{5} - 3\frac{1}{4}\right) \cdot \left(2\frac{1}{5} + 1\frac{5}{6}\right)$

10. Berechnen Sie.

a)  $\frac{8\frac{7}{5} - 6\frac{5}{8}}{3\frac{8}{9} + 2\frac{2}{5}}$

b)  $\frac{4\frac{5}{8} - 6\frac{3}{4} + 3\frac{1}{2}}{6\frac{1}{3} - 2\frac{4}{5} - 1\frac{1}{8}}$

Tabelle 1: Rechnen mit Brüchen

Art	Regeln, Beispiele
Addition / Subtraktion	<b>Gleichnamige Brüche:</b> Zähler addieren oder subtrahieren, Nenner bleibt gleich. $\frac{2}{5} - \frac{1}{5} + \frac{4}{5} = \frac{2-1+4}{5} = \frac{5}{5} = 1$ <b>Ungleichnamige Brüche:</b> Nenner gleichnamig machen (Hauptnenner bilden, Bruch erweitern). $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{12}{12} + \frac{3}{4} \cdot \frac{15}{15} - \frac{2}{3} \cdot \frac{20}{20} = \frac{24+45-40}{60} = \frac{29}{60}$
Multiplication	<b>Ganze Zahl mit Bruch:</b> Ganze Zahl mal Zähler, Nenner bleibt gleich. $5 \cdot \frac{3}{7} = \frac{5}{1} \cdot \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 3}{1 \cdot 7} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$ <b>Bruch mit Bruch:</b> Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner. $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 7} = \frac{12}{35}$ <b>Gemischte Zahl mit ganzer Zahl:</b> Gemischte Zahl in Bruch verwandeln. $2\frac{1}{5} \cdot 4 = \frac{11}{5} \cdot 4 = \frac{11}{5} \cdot \frac{4}{1} = \frac{44}{5} = 8\frac{4}{5}$ <b>Gemischte Zahl mit gemischter Zahl:</b> Gemischte Zahlen in Brüche verwandeln. $1\frac{2}{3} \cdot 2\frac{3}{5} = \frac{5}{3} \cdot \frac{13}{5} = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$
Division	<b>Bruch durch ganze Zahl:</b> Ganze Zahl mal Nenner, Zähler bleibt gleich. $\frac{1}{4} : 5 = \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{4 \cdot 5} = \frac{1}{20}$ <b>Ganze Zahl durch Bruch:</b> Ganze Zahl mal Kehrwert des Bruches. $5 : \frac{3}{7} = \frac{5}{1} \cdot \frac{7}{3} = \frac{5 \cdot 7}{3} = \frac{35}{3} = 11\frac{2}{3}$ <b>Bruch durch Bruch:</b> Zählerbruch mal Kehrwert des Nennerbruches. $\frac{3}{4} : \frac{3}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20}$

Ein Bruch wird durch einen Bruch geteilt, indem man mit dem Kehrwert des zweiten Bruchs multipliziert.

## 1.2 Potenzen

In der Mathematik versteht man unter einer Potenz ein Produkt gleicher Zahlen in verkürzter Schreibweise.

### 1.2.1 Zehnerpotenzen

#### 1.2.1.1 Werte der Zehnerpotenzen

Wird die Zahl 10 als Faktor  $n$ -mal verwendet, so bildet man die Potenz, indem man die Grundzahl (Basis) 10 hinschreibt und  $n$  als Hochzahl (Exponent) dazusetzt (**Bild 1**).

**Beispiel 1:** Als Zehnerpotenz schreiben  
Schreiben Sie  $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$  als Zehnerpotenz.  
**Lösung:**  
 $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4$  (sprich: zehn hoch vier).

Umgekehrt berechnet man eine Zehnerpotenz, indem man sie als Faktorenreihe hinschreibt und diese ausrechnet (**Tabelle 1**).

**Beispiel 2:** Potenzwert berechnen  
Berechnen Sie  $10^9$  (sprich: zehn hoch neun).  
**Lösung:**  
 $10^9 = 10 \cdot 10 = 1000000000$

Man berechnet den Kehrwert einer Potenz, indem man das Vorzeichen der Hochzahl ändert.

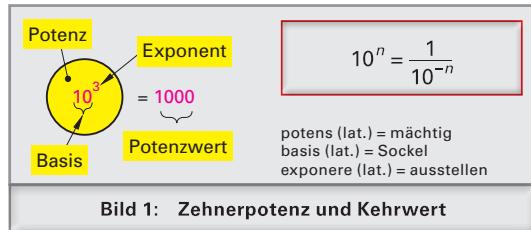
Eine negative Hochzahl bedeutet also, dass der Kehrwert der Potenz mit derselben positiven Hochzahl zu berechnen ist.

**Beispiel 3:** Negativen Potenzwert berechnen  
Berechnen Sie  $10^{-3}$  (sprich: zehn hoch minus drei).  
**Lösung:**  
 $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$

Jede Potenz mit der Hochzahl 0 hat den Wert 1.

Zahlen, insbesondere sehr große oder sehr kleine Zahlen, kann man als Produktterme von übersehbaren Zahlen und Zehnerpotenzen darstellen. Man ermittelt dazu die Zehnerpotenz der Einerstelle des Faktors.

**Beispiel 4:** Kommastellen versetzen  
Die Zahl 0,0000000152 ist so darzustellen, dass 1,52 der Faktor ist.  
**Lösung:**  
Die 1 steht an 9. Nachkommastelle  $\cong 10^{-9}$   
 $\Rightarrow 0,0000000152 = 1,52 \cdot 10^{-9}$



**Tabelle 1: Zehnerpotenzen (Beispiele)**

Potenz	$10^2$	$10^1$	$10^0$	$10^{-1}$	$10^{-2}$
Potenzwert	100	10	1	0,1	0,01

Bei Computern und Taschenrechnern werden große und kleine Zahlen als Produktterme mit Zehnerpotenzen ausgegeben und können auch so eingegeben werden. Für die Basis 10 wird dabei  $E$  oder  $\text{EE}$  ausgegeben oder eingegeben; die nach  $E$  folgende Zahl ist der Exponent zur Basis 10. Vor  $E$  muss ein Faktor stehen, z.B.:  $1E6 \cong 1^6 \cong 1 \cdot 10^6$ .

**Beispiel 5:** Potenzwert als Zahl darstellen  
Als Ergebnis erscheint auf einem Bildschirm  $10.5 \text{ E}+4$ . Welcher Zahlenwert ist das?  
**Lösung:**  
 $10.5 \text{ E}+4 = 10,5 \cdot 10^4 = 105000$

#### Aufgaben zu 1.2.1.1

Schreiben Sie als Faktorenreihe.

1. a)  $10^{+4}$       b)  $10^{-1}$       c)  $10^{+3}$       d)  $10^{-6}$   
2. a)  $10^{-2}$       b)  $10^{+5}$       c)  $10^{-7}$       d)  $10^{+8}$

Berechnen Sie die Werte folgender Potenzen.

3. a)  $10^6$       b)  $10^{-3}$       c)  $10^{-2}$       d)  $10^{-9}$   
4. a)  $10^{-1}$       b)  $10^0$       c)  $10^{-6}$       d)  $10^8$

Bilden Sie die Kehrwerte.

5. a)  $10^{-6}$       b)  $10^7$       c)  $10^9$       d)  $10^{-12}$   
6. a)  $10^{-3}$       b)  $10^0$       c)  $10^3$       d)  $10^1$

Berechnen Sie die Dezimalzahl der Kehrwerte.

7. a)  $10^0$       b)  $10^1$       c)  $10^{-3}$       d)  $10^4$   
8. a)  $10^{-6}$       b)  $10^{-4}$       c)  $10^2$       d)  $10^{-5}$

Schreiben Sie als Produkt mit einer Zehnerpotenz.

9. a) 24000      b) 0,0023      c) 700000  
10. a) 12000      b) 0,00012      c) 340000

### 1.2.1.2 Rechnen mit Zehnerpotenzen

Addition und Subtraktion sind vereinfacht bei gleichen Exponenten.

#### Beispiel 1: Potenzen addieren

Berechnen Sie  $10^6 + 10^3$ .

Lösung:

$$10^6 + 10^3 = 1000 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3 = 1001 \cdot 10^3 = 1001\,000$$

Zehnerpotenzen werden multipliziert, indem man die Hochzahlen addiert.

#### Beispiel 2: Potenzen multiplizieren

Berechnen Sie  $10^6 \cdot 10^3$ .

Lösung:

$$10^6 \cdot 10^3 = 10^{6+3} = 10^9$$

Durch eine Zehnerpotenz wird dividiert, indem man deren Hochzahl subtrahiert.

#### Beispiel 3: Potenzen dividieren

Berechnen Sie  $10^6 / 10^3$ .

Lösung:

$$10^6 / 10^3 = 10^{6-3} = 10^3$$

Zehnerpotenzen werden potenziert, indem man die Hochzahlen multipliziert.

#### Beispiel 4: Potenzen potenzieren

Berechnen Sie  $(10^3)^4$ .

Lösung:

$$(10^3)^4 = 10^{3 \cdot 4} = 10^{12}$$

Oft werden für die Darstellung von Zahlen mit Potenzen Vorsätze verwendet (Tabelle 1).

#### Aufgaben zu 1.2.1.2

Berechnen Sie.

1. a)  $10^6 + 10^2 - 10^0$   
b)  $10^{-3} + 10^1 - 10^2$   
c)  $10^6 + 10^3 + 10^3$

2. a)  $10^2 - 10^1 - 10^{-2}$   
b)  $10^{-6} + 10^{-7} + 10^0$   
c)  $10^{-3} + 10^3 - 10^{-6}$

Stellen Sie als Zehnerpotenz dar.

3. a)  $10^{13} : 10^9$   
b)  $10^6 \cdot 10^5$   
c)  $10^{12} : 10^{-6}$

4. a)  $10^9 : 10^6$   
b)  $10^{27} : 10^{14}$   
c)  $10^{-3} \cdot 10^{-6}$

Berechnen Sie.

5. a)  $10^{-12} \cdot 10^{12}$   
b)  $10^3 \cdot 10^{-6}$   
c)  $10^8 \cdot 10^0 \cdot 10^{-6}$

6. a)  $10^0 : 10^{12}$   
b)  $10^1 \cdot 10^{-6}$   
c)  $10^{-3} \cdot 10^9$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

a, b beliebige Zahlen  
m, n Hochzahlen

Tabelle 1: Vorsätze (anstelle von Zehnerpotenzen)

Zeichen	Vorsatz	Faktor	Zeichen	Vorsatz	Faktor
Y	Yotta	$10^{24}$	d	Dezi	$10^{-1}$
Z	Zetta	$10^{21}$	c	Zenti	$10^{-2}$
E	Exa	$10^{18}$	m	Milli	$10^{-3}$
P	Peta	$10^{15}$	μ	Mikro	$10^{-6}$
T	Tera	$10^{12}$	n	Nano	$10^{-9}$
G	Giga	$10^9$	p	Piko	$10^{-12}$
M	Mega	$10^6$	f	Femto	$10^{-15}$
k	Kilo	$10^3$	a	Atto	$10^{-18}$
h	Hekto	$10^2$	z	Zepto	$10^{-21}$
da	Deka	$10^1$	y	Yokto	$10^{-24}$

Berechnen Sie für folgende Brüche den Wert als Dezimalzahl.

7. a)  $\frac{10 \cdot 10^6}{10^{-3} \cdot 10^6}$       b)  $\frac{1}{10^6 \cdot 10^{-3}}$       c)  $\frac{10^3 \cdot (10^{-6})^2}{10^{-9} \cdot 10^{-2}}$

8. a)  $\frac{10^2 \cdot 10^{-4}}{10^{-12} \cdot 10^9}$       b)  $\frac{10^{-3} \cdot 10^6}{10^{-4} \cdot 10^5}$       c)  $\frac{10^{-2} \cdot (10^6)^2}{10^3 \cdot 10^4}$

Zerlegen Sie in Faktoren mit Zehnerpotenzen und berechnen Sie.

9. a)  $\frac{42000 \cdot 500}{0,06}$       b)  $\frac{46000 \cdot 0,5}{50000}$

c)  $\frac{0,0065 \cdot 0,025}{13000 \cdot 0,0005}$       d)  $\frac{4200 \cdot 0,007}{35000}$

10. a)  $\frac{0,0035 \cdot 620}{310 \cdot 0,07}$       b)  $\frac{0,007 \cdot 630}{0,0009}$

c)  $\frac{28000 \cdot 0,4}{7000 \cdot 400}$       d)  $\frac{22 \cdot 0,0004}{880}$

11.  $\frac{(28 \cdot 10^2 - 2,6 \cdot 10^3) \cdot 4,47 \cdot 7,6 \cdot 10^{-6} \cdot 43 \cdot 10^7}{12,7 \cdot 10^{-3} \cdot 122 \cdot 10^{-3}}$

12.  $\frac{(22,7 \cdot 10^5 - 2,8 \cdot 10^4) \cdot 343 \cdot 10^{-6} \cdot 66 \cdot 10^{-7}}{21,9 \cdot 10^{-2} \cdot 12,2 \cdot 10^{-4}}$

## 1.2.2 Sonstige Potenzen mit ganzen Exponenten

Man kann sämtliche Zahlen als Grundzahlen (Basis) für Potenzen verwenden.

Je nach Basis unterscheidet man außer den Zehnerpotenzen z.B. Zweierpotenzen, Achterpotenzen und Sechzehnerpotenzen.

Bei Speichern in der Datentechnik wird z.B. die Anzahl der Speicherelemente aus der Anzahl der Adressleiter und der Anzahl der Datenleiter mit Zweierpotenzen berechnet (**Bild 1**).

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man ihre Exponenten addiert. Sie werden dividiert, indem man die Exponenten subtrahiert. Sie werden potenziert, indem man die Exponenten multipliziert. Potenzen mit gleichen Exponenten werden multipliziert oder dividiert, indem man auf die Basen das Assoziativgesetz anwendet und das Ergebnis potenziert.

### Beispiel 1: Speicherzellenzahl berechnen

Wie viele Speicherzellen können mit 20 Adressleitern bei 8 Datenleitern adressiert werden (**Bild 1**)?

*Lösung:*

$$z = 2^{20} \cdot 2^3 = 2^{23} = 8388608$$

### Beispiel 2: Potenzen dividieren

Berechnen Sie  $8^4 : 2^4$ .

*Lösung:*

$$8^4 : 2^4 = \left(\frac{8}{2}\right)^4 = 4^4 = 256$$

### Beispiel 3: Potenzwert berechnen

Berechnen Sie die Potenz  $(3^2)^4$ .

*Lösung:*

$$(3^2)^4 = 3^{2 \cdot 4} = 3^8 = 6561$$

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \dots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}} = a^n$$

$$z = 2^n$$

a beliebige Zahl

n ganzer Exponent (Hochzahl), z.B. Adressleiter

z Anzahl der Speicherzellen

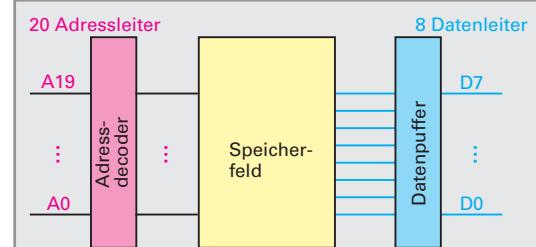


Bild 1: Vereinfachter Speicheraufbau

Berechnen Sie.

3. a)  $8^2 + 6^2$ ; b)  $8^2 \cdot 8^3$ ; c)  $8^2 \cdot 4^2$ ; d)  $\frac{8^4}{2^4}$

4. a)  $\frac{16^2}{8^2}$ ; b)  $4^2 \cdot 4^3$ ; c)  $\frac{4^3}{4^4}$ ; d)  $(4^2)^3$

5. a)  $\frac{3^2 \cdot 6^3}{3^4 \cdot 6^4}$ ; b)  $\frac{10^2 \cdot 6^3}{3^{-1} \cdot 6^4}$ ; c)  $\frac{2^8 \cdot 2^{-5}}{2^{-3} \cdot 2^4}$

6. a)  $\frac{4^2 \cdot 6^3}{3^3 \cdot 8^2}$ ; b)  $\frac{3^4}{1,5^4} + 3^8 \cdot 3^{-6}$ ; c)  $\frac{3^{-2}}{3^{-4}}$

7. a)  $\frac{(8^4)^3}{64^3}$ ; b)  $3^{-6} : (3 \cdot 3 \cdot 3)^{-2}$

8. a)  $\left(\frac{28 \cdot 2^{-3}}{4 \cdot 2^{-4}}\right)^2$ ; b)  $\left(\frac{7^3 - 3,5^2}{7^3 \cdot 2^2}\right)^{-1}$

9. Wie viele Speicherzellen können mit 8 Adressleitern bei 8 Datenleitern adressiert werden?

10. Beim Speicher **Bild 1** ist D7 unterbrochen. Welche Zahlen können mit D0 bis D6 noch dargestellt werden?

11. Die Adressleiter A18 und A19 sind unterbrochen (**Bild 1**). Wie viele Speicherzellen können noch benutzt werden?

## Aufgaben zu 1.2.2

1. Bestimmen Sie die Zweierpotenzen mit folgenden Exponenten.

a) 2      b) 1      c) 0      d) 4

2. Ermitteln Sie die Achterpotenzen mit folgenden Exponenten.

a) 2      b) 1      c) 0      d) 3

## 1.3 Rechnen mit Wurzeln

Beim Wurzelziehen oder Radizieren<sup>1</sup> zerlegt man eine Zahl  $a$  in eine mögliche Anzahl  $n$  gleicher Faktoren. Der Faktor ist die Wurzel  $c$ .

Wurzeln haben bei geradem Exponenten positives Vorzeichen, bei ungeradem Exponenten ist auch ein negatives Vorzeichen möglich.

### Beispiel 1: Quadratwurzel bestimmen

Zerlegen Sie die Zahl  $a = 36$  in  $n = 2$  gleiche Faktoren und geben Sie die Wurzel an.

*Lösung:*

$$36 = 6 \cdot 6 \Rightarrow \sqrt[2]{36} = \sqrt{36} = 6$$

( $\sqrt{36}$  sprich: Wurzel aus 36)

Die 2. Wurzel heißt auch Quadratwurzel. Bei allen Wurzeln außer der Quadratwurzel müssen die Wurzelexponenten angegeben werden.

### Beispiel 2: 3. Wurzel berechnen

Berechnen Sie die 3. Wurzel aus 27.

*Lösung:*

$$27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \Rightarrow \sqrt[3]{27} = 3$$

( $\sqrt[3]{27}$  sprich: Dritte Wurzel aus 27)

Wurzeln können auch als Potenzen geschrieben werden. Der Radikand erhält dabei als Exponent den Kehrwert des Wurzelexponenten. Für die Berechnung von in Potenzen umgewandelten Wurzeln gelten die Potenzrechenregeln.

### Beispiel 3: Potenzwert berechnen

Wandeln Sie  $\sqrt[6]{74}$  in eine Potenz um und berechnen Sie.

*Lösung:*

$$\sqrt[6]{74} = 74^{\frac{1}{6}} = 74^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \left(74^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\sqrt{74}} = 2,049$$

Quadratwurzeln berechnet man mit dem Taschenrechner. Zur Ermittlung der Stellenzahl der Wurzel zerlegt man die Radikanden in einen Faktor und eine Zehnerpotenz mit *geradzahliger* Hochzahl.

Ist der Radikand ein Summenterm, so muss dieser zuerst berechnet und anschließend die Wurzel gezogen werden.

<sup>1</sup> lat. radix = Wurzel

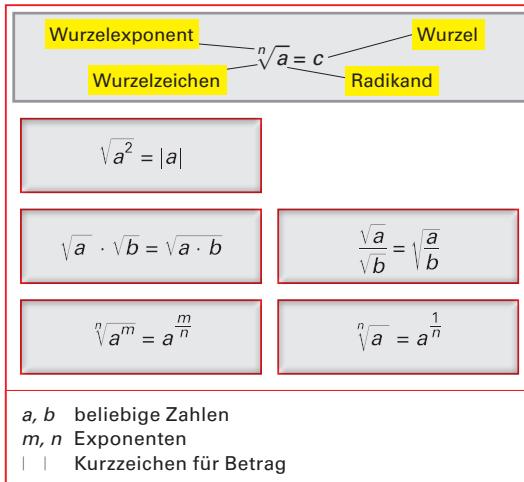


Tabelle 1: Vorzeichen von Wurzeln

Wurzelart	Wurzelvorzeichen	Beispiel
Wurzelexponent geradzahlig, Radikand positiv	+	$\sqrt{36} = +6$
Wurzelexponent ungerade, Radikand positiv	+	$\sqrt[3]{27} = +3$ da $(+3)^3 = +27$
Wurzelexponent ungerade, Radikand negativ	-	$\sqrt[3]{-27} = -3$ da $(-3)^3 = -27$

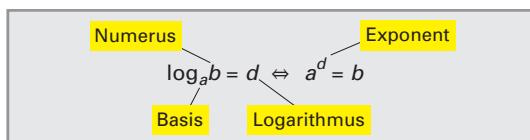
## Aufgaben zu 1.3

Berechnen Sie.

1. a)  $\sqrt{49}$       b)  $\sqrt{2500}$       c)  $\sqrt{144}$       d)  $\sqrt{1600}$
2. a)  $\sqrt{64}$       b)  $\sqrt{3600}$       c)  $\sqrt{81}$       d)  $\sqrt{900}$
3. a)  $\sqrt{4240}$       b)  $\sqrt{68775}$       c)  $\sqrt{455870}$       d)  $\sqrt{30428}$
4. a)  $\sqrt{6540}$       b)  $\sqrt{41433}$       c)  $\sqrt{867654}$       d)  $\sqrt{3422}$
5. a)  $\sqrt[3]{2^3 + 5^2}$       b)  $\sqrt[3]{3,5^2 + 4,2^2}$       c)  $\sqrt[2]{2^2 + 2,5^2}$
6. a)  $\sqrt[5]{2^2 + 2^2}$       b)  $\sqrt[4]{4,2^2 + 5,3^2}$       c)  $\sqrt[2]{2,5^2 + 3^2}$
7. a)  $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[5]{5}$       b)  $\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{17}$       c)  $\sqrt[4]{16} : \sqrt[4]{4}$   
d)  $\sqrt[3]{35} : \sqrt[3]{5}$       e)  $(\sqrt[3]{5})^3$       f)  $\sqrt[3]{64}$
8. a)  $\sqrt[5]{5} \cdot \sqrt[7]{7}$       b)  $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{32}$       c)  $\sqrt[2]{25} : \sqrt[5]{5}$   
d)  $\sqrt[3]{64} : \sqrt[3]{8}$       e)  $(\sqrt[7]{7})^3$       f)  $\sqrt[4]{256}$

## 1.4 Logarithmen

### 1.4.1 Rechenregeln, natürlicher und binärer Logarithmus



Der Logarithmus (von griech. *logos* = Verhältnis und griech. *arithmós* = Zahl) ist der Exponent, mit welcher man die Basis  $a$  potenzieren muss, um den Numerus  $b$  (lat. *numerus* = Zahl) zu erhalten.  $d = \log_a b$  heißt:  $d$  ist der Logarithmus von Numerus  $b$  zur Basis  $a$ .

#### Beispiel 1: Beliebige Basis

Berechnen Sie den Logarithmus zur Basis  $a$  von  $c = a^n$ .

Lösung:

$$\log_a c = \log_a a^n = n$$

( $\log_a c$  sprich: Logarithmus zur Basis  $a$  von  $c$ )

#### Beispiel 2: Logarithmus zur Basis 10

Berechnen Sie  $\log_{10} 0,01$ .

Lösung:

$$0,01 = 10^{-2} \Rightarrow \log_{10} 0,01 = -2$$

Natürliche Logarithmen, z.B.  $\ln 5$ , haben die Basis  $e = 2,718\dots$ . Man kann sie meist direkt dem Taschenrechner entnehmen.

Binäre Logarithmen, z.B.  $\text{lb} 3$ , haben die Basis 2. Man kann alle Logarithmen untereinander umrechnen.

#### Beispiel 3: Logarithmus zur Basis 2

Bestimmen Sie den binären Logarithmus der Zahl 32,6.

Lösung:

Mit dem Taschenrechner ermittelt man  $\lg 32,6 = 1,5132$ ;

$$\Rightarrow \text{lb} 32,6 = 3,3219 \cdot 1,5132 = 5,0268$$

### Aufgaben zu 1.4.1

Ermitteln Sie die natürlichen Logarithmen.

1. a)  $\ln 12$    b)  $\ln 24$    c)  $\ln 47$    d)  $\ln 86$    e)  $\ln 96$
2. a)  $\ln 35$    b)  $\ln 21$    c)  $\ln 56$    d)  $\ln 75$    e)  $\ln 89$

Bestimmen Sie die binären Logarithmen.

3. a)  $\text{lb} 12$    b)  $\text{lb} 35$    c)  $\text{lb} 2$    d)  $\text{lb} 8$    e)  $\text{lb} 65$
4. a)  $\text{lb} 5$    b)  $\text{lb} 33$    c)  $\text{lb} 7$    d)  $\text{lb} 69$    e)  $\text{lb} 6$

### Rechenregeln für Logarithmen

$$\log_a(c \cdot d) = \log_a c + \log_a d$$

$$\log_a \frac{c}{d} = \log_a c - \log_a d$$

$$\log_a(c^m) = m \cdot \log_a c$$

$$\log_a \sqrt[n]{c} = \frac{1}{n} \log_a c$$

Die Rechenregeln gelten für  $a > 1$  und  $c > 0$  und  $d > 0$ .  
 $\log_a 0 = -\infty$ ;  $\log_a 1 = 0$ ;  $\log_a a = 1$

Durch Logarithmieren werden Multiplikationen zu Additionen, Divisionen zu Subtraktionen, Potenzrechnungen und Wurzelrechnungen zu Multiplikationen.

### Umrechnungen

$$\log_{10} x = \lg x$$

$$\log_2 x = \text{lb} x$$

$$\log_e x = \ln x$$

Beispiel für  
 $a = 2$ :

$$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$$

$$\log_a x = \frac{\lg x}{\lg a}$$

$$\text{lb} x = \frac{\ln x}{\ln 2}$$

e Euler'sche Zahl  $\approx 2,718\,281\,282\,459\,045\,235\dots$   
 $\ln$  natürlicher Logarithmus, Basis  $e \approx 2,718$   
 $\lg$  Zehnerlogarithmus, Basis 10  
 $\text{lb}$  binärer Logarithmus, Basis 2

Rechnen Sie die Dezimalzahlen in natürliche Logarithmen um.

5. a) 0,3577   b) 2,4689   c) 1,6643   d) 3,7712
6. a) 0,9934   b) 1,7832   c) 4,2231   d) 0,2121

Rechnen Sie die natürlichen Logarithmen in Zehnerlogarithmen um.

7. a) 3,4012   b) 1,45   c) 4,7274   d) 1,7918
8. a) 0,3478   b) 1,6094   c) 6,0162   d) 3,4012

Rechnen Sie die Zehnerlogarithmen in binäre Logarithmen um.

9. a) 1,6551   b) 2,7681   c) 0,3324   d) 0,7455
10. a) 0,0917   b) 2,6287   c) 1,3424   d) 0,6800

16

### 1.4.2 Zehnerlogarithmen

Die Zehnerlogarithmen, z.B.  $\lg 2$ , haben die Basis 10. Man entnimmt sie dem Taschenrechner mit der Taste **[log]**.

In der Elektronik benötigt man zur Darstellung von Kennlinien oft logarithmische Maßstäbe, um einen großen Zahlenbereich zu umfassen. Der Abstand eines beliebigen Wertes  $x$  vom Anfangspunkt der Achse lässt sich berechnen. Die Zusammenhänge zeigt **Bild 1**.

Logarithmen dienen zur Darstellung großer Zahlenbereiche.

#### Beispiel 1: Logarithmische Einteilung

Teilen Sie eine Strecke von 5cm von 1 bis 10 im logarithmischen Maßstab.

**Lösung:**

Man sucht die Zehnerlogarithmen von 1 bis 10 und multipliziert sie jeweils mit der Länge der gewählten Strecke. Die sich ergebenden Werte trägt man vom Anfang der Strecke aus ab und beschriftet die Punkte mit 1 ... 10 (**Bild 2**).



Durch Einteilen einer Strecke in **3 Teile – 4 Teile – 3 Teile** erhält man eine logarithmische Teilung für die Werte **1, 2, 5** und **10** (**Bild 3**).

$$\lg x = \log_{10} x$$

$$\lg x = 0,4343 \cdot \ln x$$

$$\lg x = \frac{\ln x}{\ln 10}$$

$$l_x = l_{10} \cdot \lg \frac{x}{x_A}$$

$\lg$  Zehnerlogarithmus

$\ln$  natürlicher Logarithmus

$l_x$  Abstand des Wertes  $x$  von  $x_A$

$l_{10}$  Abstand für den Faktor 10

$x$  Zahlenwert an der Achse

$x_A$  Zahlenwert am Anfang der Achse

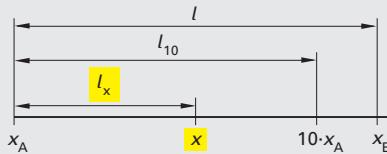


Bild 1: Logarithmische Teilung

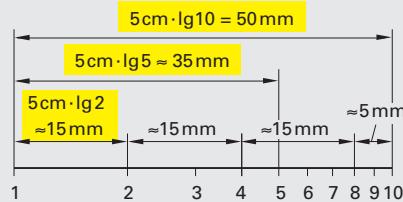


Bild 2: Längeneinteilung bei logarithmischer Teilung



Bild 3: Maßstab zum Zeichnen

#### Aufgaben zu 1.4.2

Berechnen Sie.

1. a)  $\lg 15$    b)  $\lg 23$    c)  $\lg 41$    d)  $\lg 86$    e)  $\lg 87$

2. a)  $\lg 26$    b)  $\lg 68$    c)  $\lg 77$    d)  $\lg 96$    e)  $\lg 240$

3. a)  $\lg 0,5$    b)  $\lg 3,5$    c)  $\lg 6,8$    d)  $\lg 0,043$

4. a)  $\lg 0,7$    b)  $\lg 8,7$    c)  $\lg 5,925$    d)  $\lg 0,0084$

5. Teilen Sie eine Strecke von 16cm im logarithmischen Maßstab von 1 bis 10000.

6. Stellen Sie eine logarithmische Teilung von 1 bis 100000 auf einer Strecke mit der Länge von 15cm her.

7. Welchen Wert  $l_x$  in cm hat der Punkt  $x = 50$ , wenn der Anfangswert  $x_A = 10$ , Endwert  $x_E = 150$  und  $l_{10} = 8\text{cm}$  sind?

8. Welchen Wert  $l_x$  in cm hat der Punkt  $x = 0,04$  einer Achsteilung, wenn der Endwert  $x_E = 0,1$  ist? Anfangswert  $x_A = 0,01$ ,  $l_{10} = 10\text{cm}$ .

9. Der Wert  $x_E$  einer Achsteilung entspricht 0,3. Sein Abstand vom Achsanfang mit  $x_A = 0,01$  beträgt 9,54cm. Wie groß ist  $l_{10}$ ?

10. Bei einer Achsteilung ist  $l_{10} = 8\text{cm}$  und entspricht dem Endwert 0,5. Welchem Wert  $x$  entspricht  $l_x = 6,23\text{cm}$  ( $x_A = 0,05$ )?

### 1.4.3 Logarithmische Darstellung, Linearisieren

Durch logarithmische Teilung der Achsen können mehrere Zehnerpotenzen einer Kennlinie übersichtlich dargestellt werden.

**Bild 1** zeigt die Kennlinie eines lichtabhängigen Widerstandes (LDR) in doppelt logarithmischer Darstellung. **Bild 2** zeigt die Linearisierung durch Logarithmierung, links linearer, rechts doppelt logarithmischer Maßstab.

Logarithmisch geteilte Achsen haben keinen Nullpunkt.

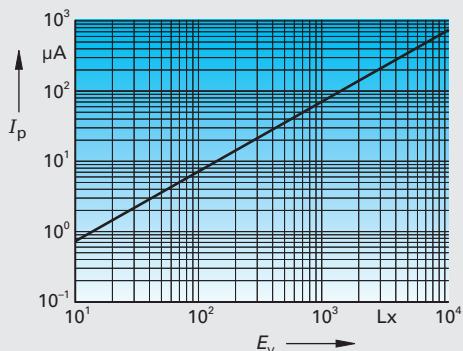


Bild 1: Kennlinie lichtabhängiger Widerstand in doppelt logarithmischer Darstellung

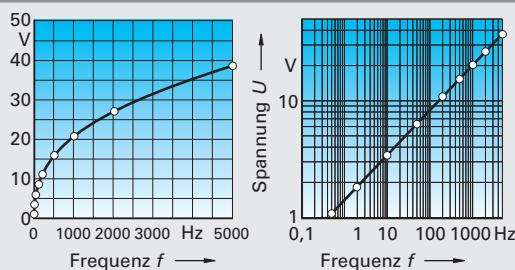


Bild 2: Linearisierung einer Kennlinie

#### Beispiel 1: LDR-Stromstärke ablesen

Welcher Strom  $I_p$  fließt bei einer Beleuchtungsstärke von  $10^3$  lx nach **Bild 1**?

*Lösung:*

Abgelesen aus Kennlinie:  $I_p = 80 \mu\text{A}$

#### Aufgaben zu 1.4.3

1. Lesen Sie die jeweils zugehörige Beleuchtungsstärke nach **Bild 1** ab für a)  $I = 200 \mu\text{A}$ , b)  $I = 5 \mu\text{A}$ .

2. Lesen Sie die jeweils zugehörige Stromstärke nach **Bild 1** ab für a)  $E = 100 \text{ lx}$ , b)  $E = 2000 \text{ lx}$ .
3. Lesen Sie den jeweils zugehörigen Spannungswert nach **Bild 2** ab für a)  $f = 1000 \text{ Hz}$ , b)  $f = 500 \text{ Hz}$ .
4. Lesen Sie die jeweils zugehörige Frequenz nach **Bild 2** ab für a)  $U = 30 \text{ V}$ , b)  $U = 5 \text{ V}$ .

### 1.5 Kehrwert, Prozentrechnen

$$1\% = \frac{1}{100} \cdot G$$

$$\frac{p}{100} = \frac{W}{G}$$

% Prozent

$p$  Prozentsatz

W Prozentwert

$G$  Grundwert

Mit der Kehrwerttaste  $\frac{1}{\text{x}}$  oder  $\text{x}^{-1}$  wird der Kehrwert der zuletzt eingegebenen Zahl bzw. des zuletzt ermittelten Zwischenergebnisses gebildet.

Mit der Tastfolge „Grundwert  $\times$  Prozentsatz  $\%$ “ wird der Prozentwert ermittelt.

#### Aufgaben zu 1.5

Berechnen Sie

1. a)  $13,82 + 1,85 + 1,85 + 1,85 + 1,85$   
b)  $64,8 - 2,45 - 2,45 - 2,45 - 2,45$
2. a)  $35 : 7$       b)  $83 : 7$       c)  $18,3 : 7$   
d)  $65,75 : 7$       e)  $-43,2 : 7$       f)  $0,7732 : 7$
3. Mit der Konstantenautomatik sind die Potenzwerte zu berechnen für  $2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^9$ .
4. Eine Energiesparlampe kostet 1,35 €.  
Wie viel kosten  
a) 3      b) 7      c) 9      d) 13      e) 18      f) 23 Energiesparlampen?
5. Für 1,- € erhält man 1,569 \$. Wie viele Dollar erhält man für  
a) 150,- €      b) 380,- €      c) 25,- €  
d) 420,- €      e) 1250,- €?
6. Ein Pkw verbraucht auf 100km durchschnittlich 9,8l Benzin. Wie viel Benzin braucht er für  
a) 20km      b) 180km      c) 65km  
d) 285km      e) 1480km?

Berechnen Sie

7. a)  $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9}$       b)  $\frac{1}{8} + \frac{1}{7} - \frac{1}{5}$       c)  $\frac{1}{7+4-3}$
8. a)  $\frac{9}{16} \cdot \frac{1}{6}$       b)  $\frac{1}{8} + \frac{1}{20} - \frac{1}{4}$       c)  $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{15}$
9. a) 14% von 458      b) 162% von 384,- €
10. a) 28,5% von 64N      b) 18,5% von 680 m<sup>2</sup>

## 2 Rechnen mit Größen

### 2.1 Begriffe beim Rechnen mit Größen

Physikalische Größen, z.B. Länge, Masse, Energie, Stromstärke, sind messbare Eigenschaften von Gegenständen, physikalischen Zuständen oder Vorgängen. Der spezielle Wert einer Größe wird **Größenwert** und in der Messtechnik **Messwert** genannt.

Der spezielle Wert einer Größe ist das Produkt aus Zahlenwert und Einheit.

Das Malzeichen ( $\cdot$ ) wird weggelassen, wie es beim Rechnen mit Buchstaben meist üblich ist.

**Einheiten** sind oft aus einem Fremdwort entstanden oder auch zu Ehren von Wissenschaftlern benannt, z.B. das Volt<sup>1</sup>.

**Einheitenzeichen** verwendet man zur Abkürzung der Einheit (**Tabelle 1**). Einheitenzeichen sind senkrecht gedruckt (**Bild 1**).

**Formelzeichen** verwendet man zur Abkürzung der Größen, insbesondere bei Berechnungen. Als Formelzeichen verwendet man Großbuchstaben oder Kleinbuchstaben des lateinischen oder des griechischen Alphabets, bei Bedarf mit einem angehängten, tiefgesetzten Zeichen (*Index*), z.B.  $U_1$  für die Spannung am Eingang. Formelzeichen sind *kursiv* (schräg) gedruckt, Indexzeichen aufrecht.

Formelzeichen werden im Buch *kursiv* geschrieben, Einheitenzeichen aufrecht.

Ein Formelzeichen in einer eckigen Klammer bedeutet „Einheit von ...“.  $[l]$  bedeutet „Einheit der Länge“, z.B.  $[l] = \text{m}$ .

Die meisten Formelzeichen, Einheiten und Einheitenzeichen sind genormt (**Tabelle 1**). *Basisgrößen* sind 7 festgelegte Größen, aus denen alle anderen Größen abgeleitet wurden.

#### Aufgaben zu 2.1

1. Geben Sie von folgenden Angaben die physikalischen Größen in Worten an.

a)  $U = 220\text{V}$     b)  $I = 16\text{A}$     c)  $t = 70\text{s}$   
 d)  $l = 80\text{m}$     e)  $R = 80\Omega$

Tabelle 1: Wichtige Größen

Größe	Formelzeichen	Einheit	Einheitenzeichen
Basisgrößen (Auswahl)			
Länge	$l$	Meter	$\text{m}$
Masse	$m$	Kilogramm	$\text{kg}$
Zeit	$t$	Sekunde	$\text{s}$
Stromstärke	$I$	Ampere	$\text{A}$
Temperatur	$T$	Kelvin	$\text{K}$
Stoffmenge	$n$	Mol	$\text{mol}$
Lichtstärke	$I_v$	Candela	$\text{cd}$
Abgeleitete Größen (Beispiele)			
Frequenz	$f$	Hertz	$\text{Hz}$
Kraft	$F$	Newton	$\text{N}$
Leistung	$P$	Watt	$\text{W}$
Spannung	$U$	Volt	$\text{V}$
Widerstand	$R$	Ohm	$\Omega$



Bild 1: Darstellung eines Messwertes

Beim Rechnen mit Größen müssen die Einheiten angegeben werden, auch bei der Zwischenrechnung.

2. Geben Sie von folgenden Angaben die Einheiten in Worten an.

a)  $U = 1500\text{V}$     b)  $I = 0,7\text{A}$     c)  $m = 70\text{kg}$   
 d)  $R = 750\Omega$     e)  $t = 420\text{s}$

3. Schreiben Sie die Sätze a) und b) nach dem folgenden Muster vollständig:

In einer Glühlampe fließt ein Strom von 0,5 A.

a) \_\_\_\_\_ Diode \_\_\_\_\_ Spannung von 1,5 \_\_\_\_\_  
 b) \_\_\_\_\_ Schichtwiderstand \_\_\_\_\_ Strom von 0,6 A.

4. Wie heißen die Sätze a) und b) nach dem folgenden Muster vollständig?

Durch eine Spule fließt ein Strom von 0,3 A.

a) \_\_\_\_\_ Kondensator liegt \_\_\_\_\_ 120V.  
 b) \_\_\_\_\_ Diode \_\_\_\_\_ 0,2A.

<sup>1</sup> nach ALESSANDRO VOLTA, ital. Physiker, 1745 bis 1827

## 2.2 Umrechnen der Einheiten

**Vorsätze.** Ist der Zahlenwert einer Größe sehr klein, z.B. bei  $0,000002\text{ A}$ , oder aber sehr groß, z.B. bei  $20000\text{ V}$ , so verwendet man einen Vorsatz zur Einheit. Dieser gibt eine Zehnerpotenz an, mit welcher der Zahlenwert malzunehmen ist (Tabelle 1).

**Beispiel 1:** Widerstand  
100 kΩ sind in Ω auszudrücken.

*Lösung:*

$$100,000,000 \ldots \text{ k}\Omega = 100\,000\,\Omega$$



**Beispiel 2:** Strom  
50000 µA sind in A auszudrücken.

*Lösung:*

$$50000 \mu\text{A} = 050,0 \text{ mA} = 0,050 \text{ A}$$



Zur Vermeidung von Verwechslungen von Vorsatz m (Milli) mit Einheit m (Meter) wird die Einheit m (Meter) stets an das Ende gesetzt. Am bedeutet also Ampere mal Meter, mA bedeutet Milliampere.

Soll eine aus Einheiten zusammengesetzte Einheit, z.B. km/h (h von lat. hora = Stunde), in eine aus anderen Einheiten zusammengesetzte Einheit umgerechnet werden, so rechnet man die gegebenen Einheiten einzeln nacheinander um. Dabei multipliziert man mit Brüchen vom Wert 1, z.B.  $\frac{1000\text{m}}{1\text{km}}$ , die so gewählt sind, dass die unerwünschte Einheit herausgekürzt wird.

**Beispiel 3:** Geschwindigkeit

Eine Geschwindigkeit beträgt 72 km/h. Drücken Sie diese in m/s aus.

*Lösung:*

$$72 \text{ km/h} = \frac{72 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}$$

### Aufgaben zu 2.2

- Wandeln Sie um.
  - 44200 mV in V
  - 0,002 A in mA
  - 220 µV in V
  - 88000 µV in mV
- Wandeln Sie um.
  - 7,05 kV in V
  - 880 mΩ in Ω
  - 840 µA in mA
  - 825 ns in s
- Der Eingangswiderstand eines Feldeffekttransistors beträgt  $10^{10}\Omega$ . Wie viel MΩ sind das?

Tabelle 1: Vorsätze zu Einheiten, Vorsatzzeichen

Exponent $> 1$	Exa	Peta	Tera	Giga	Mega	Kilo
Exponent $< 1$	E	P	T	G	M	k
	$10^{18}$	$10^{15}$	$10^{12}$	$10^9$	$10^6$	$10^3$
	Milli	Mikro	Nano	Piko	Femto	Atto
	m	µ	n	p	f	a
	$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-9}$	$10^{-12}$	$10^{-15}$	$10^{-18}$

- Ein Isolationswiderstand beträgt 820 Millionen Ω. Wie viel kΩ sind das?
- Bei einem Kurzschluss treten 8020 A auf. Wie viel kA sind das?
- Die Leistung eines Thermoelements berechnet man zu  $18 \cdot 10^{-4}\text{ W}$ . Wie viel mW sind das?

## 2.3 Addition und Subtraktion

Man kann nur Größen mit gleicher Einheit addieren oder subtrahieren. Dabei wandelt man diese Größen so um, dass ihre Einheiten die gleichen Vorsätze haben.

**Beispiel 4:** Addition

$$20\text{mV} + 1,5\text{V} = 0,02\text{V} + 1,5\text{V} = 1,52\text{V}$$

oder

$$20\text{mV} + 1,5\text{V} = 20\text{mV} + 1500\text{mV} = 1520\text{mV}$$

Für die Subtraktion gilt das Kommutativgesetz ebenfalls, man muss aber die Größen zusammen mit ihren Vorzeichen vertauschen.

**Beispiel 5:** Subtraktion

$$12\text{V} - 4\text{V} + 2\text{V} = 12\text{V} + 2\text{V} - 4\text{V} = 10\text{V}$$

### Aufgaben zu 2.3

Addieren Sie.

- a) 233V und 1,1kV      b) 0,38A und 400mA  
c) 144Ω und 0,12kΩ
- a) 2330mA und 1,2A      b) 220mV und 0,3A  
c) 27cm und 1220mm