

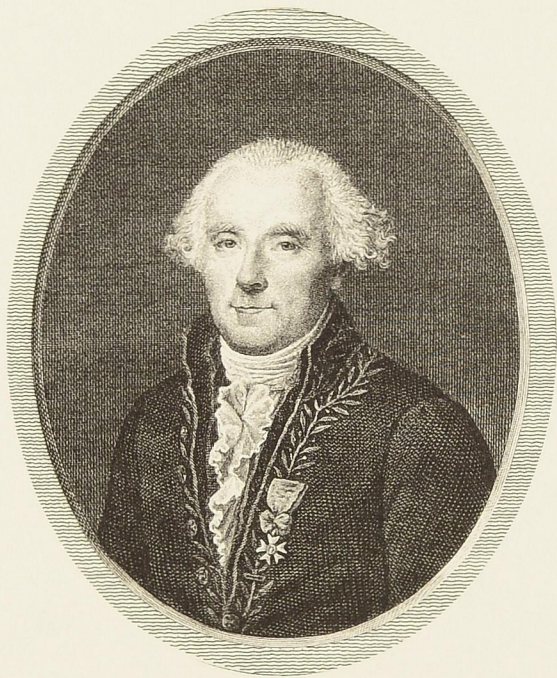
**OSTWALDS KLASSIKER
DER EXAKTEN WISSENSCHAFTEN
Band 302**

**Darstellung des Weltsystems
Band II**

**von
Pierre Simon de Laplace**

Verlag Harri Deutsch

OSTWALDS KLASSIKER
DER EXAKTEN WISSENSCHAFTEN
Band 302



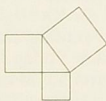
Pierre Simon de Laplace
28.3.1749–5.3.1827

**OSTWALDS KLASSIKER
DER EXAKTEN WISSENSCHAFTEN
Band 302**

**Darstellung des Weltsystems
Band II**

von
Pierre Simon de Laplace

**Herausgegeben und
aus dem Französischen übersetzt
von
Manfred Jacobi und Franz Kerschbaum**



Verlag Harri Deutsch

Frontispiz aus:
Exposition du Système du Monde;
Par M. Le Comte Laplace,
Quatrième, Édition, Paris 1813.

Fachbereichsbibliothek Astronomie, Universitätsbibliothek Wien

Bibliografische Information Der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische
Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

ISBN 978-3-8171-3302-4

Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne
Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für
Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeiche-
rung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Der Inhalt des Werkes wurde sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Auto-
ren, Herausgeber und Verlag für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und
Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler keine Haftung.

© Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch GmbH,
Frankfurt am Main, 2008
1. Auflage 2008

Druck: Rosch-Buch Druckerei GmbH, Scheßlitz
Printed in Germany

Inhalt

Vorwort	3
----------------------	---

Viertes Buch

Von der Theorie der universellen Schwerkraft	5
---	---

Kapitel I.

Vom Prinzip der universellen Schwerkraft	7
--	---

Kapitel II.

Von den Massen der Planeten und der Schwerkraft auf ihrer Oberfläche.	21
---	----

Kapitel III.

Von den Störungen der elliptischen Planetenbewegungen	27
--	----

Kapitel IV.

Von den Störungen der elliptischen Bewegung der Kometen	40
--	----

Kapitel V.

Von den Störungen der Mondbewegung.	45
--	----

Kapitel VI.

Von den Störungen der Jupitersatelliten	61
---	----

Kapitel VII.

Von der Gestalt der Erde und der Planeten und vom Gesetz der Schwerkraft auf ihrer Oberfläche.	71
--	----

Kapitel VIII.

Von der Gestalt der Saturnringe	85
---------------------------------------	----

Kapitel IX.

Von der Atmosphäre der Himmelskörper	88
--	----

Kapitel X.

Von Ebbe und Flut des Meeres	91
------------------------------------	----

Kapitel XI.	
Von der Stabilität des Gleichgewichts der Meere	113
Kapitel XII.	
Von den Oszillationen der Atmosphäre	115
Kapitel XIII.	
Von der Präzession der Äquinoktien und der Nutation der Erdachse	117
Kapitel XIV.	
Von der Libration des Mondes	129
Kapitel XV.	
Betrachtungen über das Gesetz der universellen Schwerkraft	133
Fünftes Buch	
Abriss der Geschichte der Astronomie	141
Kapitel I.	
Von der alten Astronomie bis zur Zeit der Gründung der Schule von Alexandria	143
Kapitel II.	
Von der Astronomie von der Gründung der Schule von Alexandria bis zu den Arabern	155
Kapitel III.	
Von der Astronomie der Araber, Chinesen und Perser	171
Kapitel IV.	
Von der Astronomie im modernen Europa	178
Kapitel V.	
Von der Entdeckung der universellen Schwerkraft	199
Kapitel VI.	
Betrachtungen über das Weltsystem und die künftigen Fortschritte der Astronomie	212
Fachbegriffe.	227

Darstellung des Weltsystems

Vorwort¹

Ich werde in diesem Werk die dezimale Einteilung des rechten Winkels und des Tages verwenden². Ich werde die linearen Maße auf die Länge des Meters, festgelegt durch die Bogenlänge des Erdmeridians zwischen Dünkirchen und Barcelona, beziehen und die Temperaturen auf das Quecksilberthermometer, eingeteilt in hundert Grad, von der Temperatur des schmelzenden Eises bis zu der des kochenden Wassers bei einem Luftdruck, entsprechend dem Gewicht einer Quecksilbersäule mit einer Höhe von 76 cm.

-
1. Dieses Vorwort ist dem ersten Band entnommen, gilt aber sinngemäß auch für die letzten beiden Bücher.
 2. Diese heute unüblichen Darstellungen bedeuten für den Vollwinkel 400 Grad, unterteilt in 100 Minuten zu 100 Sekunden. Der Tag teilt sich dementsprechend in 10 Stunden zu 100 Minuten von je 100 Sekunden. Alle entsprechenden Angaben sind in Folge also mit den heute üblichen nicht direkt zu vergleichen! Die dezimale Winkelunterteilung hat sich im technischen Vermessungswesen als Neugrad oder Gon erhalten.

Viertes Buch

Von der Theorie der universellen Schwerkraft

Nachdem wir in den vorhergehenden Büchern die Gesetze der Himmelsbewegungen und die der Wirkung der bewegenden Ursachen dargestellt haben, bleibt uns [noch], diese zu vergleichen, um die Kräfte zu erkennen, die die Körper des Sonnensystems bewegen, und uns ohne Hypothese und durch geometrische Beweisführung zum allgemeinen Prinzip der Schwerkraft zu erheben, woraus sie sich herleiten.

Im Himmelsraum lassen sich die Gesetze der Mechanik mit der größten Genauigkeit beobachten; auf der Erde verkomplizieren so viele Umstände die Resultate, dass es schwierig ist, sie zu entwirren, und noch schwieriger, sie der Berechnung zu unterwerfen. Aber die Körper des Sonnensystems, durch unermessliche Entfernungen voneinander getrennt und der Wirkung einer dominierenden Kraft unterworfen, deren Effekte man leicht berechnen kann, werden in ihren jeweiligen Bewegungen nur durch so kleine Kräfte gestört, dass man alle Veränderungen, die der Lauf der Zeit hervorgerufen hat und diesem System noch zufügen muss, in die allgemeinen Formeln einbeziehen konnte. [Weiters] handelt es sich dabei nicht um unklare Ursachen, unmöglich der Analyse zu unterwerfen, und die die Vorstellungskraft nach Belieben modifiziert, um die Phänomene zu erklären. Das Gesetz der universellen Schwerkraft hat den wertvollen Vorteil, auf die Berechnung zurückgeführt werden zu können und im Ver-

gleich seiner Ergebnisse mit den Beobachtungen das sicherste Mittel anzubieten, um dessen Existenz zu bestätigen.

Wir werden sehen, dass dieses große Gesetz der Natur alle Himmelsphänomene bis in ihre kleinsten Details darstellt; dass es nicht eine einzige ihrer Ungleichheiten gibt, die sich nicht daraus mit bewunderungswürdiger Genauigkeit ergäbe; und dass es die Ursache für mehrere einzigartige, von den Astronomen bemerkte Bewegungen geliefert hat, die aber, [da] zu kompliziert oder zu langsam, erst nach einer großen Zahl von Jahrhunderten durch die Beobachtung bestimmt hätten werden können. Weit davon entfernt, zu fürchten, noch neu zu entdeckende Phänomene würden es [das Gesetz] zerstören, kann man im Voraus versichert sein, dass sie es nur immer mehr bestätigen werden, und man muss es als eine Quelle so sicherer Entdeckungen betrachten, als wären sie unmittelbar beobachtet worden.

Tiefgründigste Geometrie war unverzichtbar, um diese verschiedenen Theorien aufzustellen: Ich habe sie in meiner Abhandlung über die Himmelsmechanik zusammengestellt: Ich werde mich hier darauf beschränken, die wichtigsten Resultate dieses Werkes zu präsentieren, indem ich den Weg aufzeige, den die Geometer verfolgt haben, um [zum Ziel] zu gelangen, und indem ich versuche, die Begründungen errathen zu lassen, soweit dies ohne die Hilfe der Analysis möglich ist.

Kapitel I.

Vom Prinzip der universellen Schwerkraft

Unter den Phänomenen des Sonnensystems scheint die elliptische Bewegung der Planeten und Kometen uns am geeignetsten zum allgemeinen Gesetz der Kräfte zu führen, von denen es bewegt wird. Die Beobachtung ließ erkennen, dass die von den Radiusvektoren der Planeten und Kometen um die Sonne herum überstrichenen Flächen proportional zur Zeit sind; nun sahen wir im zweiten Kapitel des vorigen Buches, dass dafür die Kraft, die jeden dieser Körper ununterbrochen von der geraden Linie abbringt, ständig zum Ursprung der Radiusvektoren gerichtet sein muss; die Tendenz der Planeten und Kometen zur Sonne hin ist also eine notwendige Folge der Proportionalität der von den Radiusvektoren beschriebenen Flächen zu der für ihre Beschreibung benötigten Zeit.

Um das Gesetz dieses Verhaltens zu bestimmen, nehmen wir die Planeten als auf Kreisbahnen bewegt an, was ein wenig von der Wahrheit abweicht. Die Quadrate ihrer wahren Geschwindigkeiten sind also proportional zu den Quadraten der Radien dieser Kreise, dividiert durch die Quadrate ihrer Umlaufzeiten; aber nach den Keplerschen Gesetzen verhalten sich die Quadrate dieser Zeiten zueinander wie die Kuben derselben Radien; die Quadrate der Geschwindigkeiten sind also reziprok zu diesen Radien. Wir haben oben gesehen, dass die Zentralkräfte mehrerer, kreisförmig bewegter Körper sich wie die Quadrate der Geschwindigkeiten verhalten, geteilt durch die Radien der beschriebenen Kreise; die Tendenzen der Planeten zur Sonne hin sind also reziprok zu den Quadraten der Radien ihrer als kreisförmig angenommenen Umlaufbahnen. Diese Hypothese ist in der Tat nicht streng; aber da das konstante Verhältniss der Quadrate der Umlaufzeiten der Planeten

zu den Kuben der großen Achsen ihrer Umlaufbahnen unabhängig von den Exzentrizitäten ist, ist es natürlich, anzunehmen, dass es noch in dem Fall weiterbestehen würde, wenn die Bahnen kreisförmig wären.

Folglich ist das Gesetz der Schwerkraft zur Sonne hin, reziprok zum Quadrat der Entfernungen, klar von diesem Verhältnis bestimmt.

Die Analogie führt uns dahin, zu glauben, dass dieses Gesetz, das für verschiedene Planeten gilt, ebenfalls für denselben Planeten in seinen unterschiedlichen Entfernungen von der Sonne zutrifft: Seine elliptische Bewegung lässt also in dieser Hinsicht keinen Zweifel übrig. Um sie deutlich zu machen, folgen wir dieser Bewegung, indem wir den Planeten vom Perihel ausgehen lassen. Seine Geschwindigkeit ist also auf ihrem Maximum, und da seine Tendenz, sich von der Sonne zu entfernen, seine Schwere gegenüber diesem Gestirn übertrifft, nimmt sein Radiusvektor zu und bildet stumpfe Winkel mit der Richtung seiner Bewegung; die Schwere gegen die Sonne, nach dieser Richtung zerlegt, vermindert also die Geschwindigkeit immer mehr, bis der Planet sein Aphel erreicht hat. An diesem Punkt wird der Radiusvektor wieder senkrecht zur Kurve; die Geschwindigkeit ist auf ihrem Minimum, und da die Tendenz, sich von der Sonne zu entfernen, kleiner als die Schwerkraft der Sonne ist, nähert sich der Planet ihr wieder an, indem er den zweiten Teil seiner Ellipse beschreibt. Auf diesem Teilstück vergrößert seine Schwere gegenüber der Sonne seine Geschwindigkeit, wie sie sie zuvor verringert hatte; der Planet findet sich wieder im Perihel mit seiner ursprünglichen Geschwindigkeit und beginnt einen neuen Umlauf ähnlich dem vorigen. Da nun die Krümmung der Ellipse im Perihel und im Aphel dieselbe ist, sind die Schmiegekreisradien dort dieselben, und folglich verhalten sich die Zentrifugalkräfte an diesen beiden Punkten zueinan-

der wie die Quadrate der Geschwindigkeiten. Da die während gleicher Zeiten beschriebenen Sektoren gleich sind, sind die Perihel- und Aphelgeschwindigkeiten reziprok zueinander wie die entsprechenden Entfernungen des Planeten von der Sonne; die Quadrate dieser Geschwindigkeiten sind also reziprok zu den Quadraten derselben Entfernungen; folglich sind die Zentrifugalkräfte in den Schmiegekreisen im Perihel und Aphel offensichtlich gleich zur Schwere des Planeten gegen die Sonne [hin]; die Schwere steht also im umgekehrten Verhältnis zum Quadrat der Entfernung von diesem Gestirn.

So genügten die Huygens'schen Theoreme über die Zentrifugalkraft, um das Gesetz der Tendenz der Planeten zur Sonne zu erkennen; denn es ist sehr wahrscheinlich, dass ein Gesetz, das von einem Planeten zum anderen gilt und das sich für jeden Planeten im Perihel und im Aphel bestätigt, sich auf alle Punkte der Planetenbahnen und allgemein auf alle Entfernungen von der Sonne erstreckt.

Um dies aber auf unbestreitbare Art festzustellen, brauchte man ein allgemeines Gesetz für die Kraft, die ein Projektil eine Ellipse beschreiben lässt, zu deren Brennpunkt sie gerichtet ist.

Newton fand, dass diese Kraft tatsächlich reziprok zum Quadrat des Radiusvektors ist. Er musste noch streng beweisen, dass die Schwere gegen die Sonne von einem Planeten zum anderen nur aufgrund der Entfernung von diesem Gestirn variiert. Dieser große Geometer ließ erkennen, dass dies aus dem Gesetz der Quadrate der Umlaufzeiten folgt, die proportional zu den Kuben der großen Achsen der Umlaufbahnen sind. Wenn man also alle Planeten in gleicher Entfernung von der Sonne in Ruhe und ihrer Schwere gegen deren Mittelpunkt ausgesetzt annimmt, würden sie aus derselben Höhe in derselben Zeit herabfallen; ein Resultat, das man auf die Kometen erweitern muss, wenngleich die großen Achsen ihrer

Umlaufbahnen unbekannt sind; denn wir haben im zweiten Buch gesehen, dass die Größe der von den Radiusvektoren beschriebenen Flächen das Gesetz der Quadrate ihrer Umlaufzeiten, proportional zu den Kuben dieser Achsen, voraussetzt.

Die Analysis, die in ihrer Allgemeinheit alles umfasst, was aus einem gegebenen Gesetz folgen kann, zeigt uns, dass nicht nur die Ellipse, sondern jeder Kegelschnitt aufgrund der Kraft beschrieben werden kann, die die Planeten auf ihren Bahnen hält; ein Komet kann sich also auf einer Hyperbel bewegen; aber er wäre dann nur einmal sichtbar, und nach seiner Erscheinung würde er sich über die Grenzen des Sonnensystems hinaus entfernen und sich anderen Sonnen nähern, um sich wieder von ihnen zu entfernen, wobei er so die verschiedenen in der Unermesslichkeit des Himmels verstreuten Systeme durchliefe. Es ist, angesichts der unendlichen Vielfalt der Natur wahrscheinlich, dass es derartige Körper gibt. Ihre Erscheinungen müssen sehr selten sein, und wir dürfen sie nicht öfter beobachten als Kometen, die auf geschlossenen Bahnen in kürzeren oder längeren Intervallen in die der Sonne benachbarten Gegenden des Weltraums wiederkehren.

Die Satelliten tendieren ebenfalls zu diesem Gestirn [der Sonne] hin. Wenn der Mond nicht ihrer Wirkung unterworfen wäre, würde er, anstatt eine beinahe kreisförmige Bahn um die Erde zu beschreiben, bald damit endigen, sie zu verlassen; und wenn dieser Satellit und die des Jupiters nicht nach demselben Gesetz wie die Planeten gegen die Sonne gezogen würden, würden in ihren Bewegungen deutliche Ungleichheiten auftauchen, die die Beobachtung nicht zeigt.

Die Kometen, Planeten und Satelliten sind also demselben Gesetz der Schwere gegen dieses Gestirn unterworfen. In derselben Zeit, in der die Satelliten sich um ihren Planeten bewegen, wird das gesamte System des Planeten und seiner Satelliten von einer gemeinsamen Bewegung durch den Raum

getragen und von derselben Kraft um die Sonne herum festgehalten: Also ist die Relativbewegung des Planeten und seiner Satelliten ungefähr dieselbe, als wenn der Planet in Ruhe wäre und keine äußere Wirkung erführe.

Wir werden also ohne jegliche Hypothese und durch eine notwendige Folge aus den Gesetzen der Himmelsbewegung dazu geführt, den Mittelpunkt der Sonne als den Brennpunkt einer Kraft zu betrachten, die sich, im Verhältnis zum Quadrat der Entfernungen abnehmend, unendlich in den Weltraum erstreckt und alle Körper innerhalb ihrer Wirkungssphäre anzieht. Jedes der Keplerschen Gesetze enthüllt uns eine Eigenschaft dieser Anziehungskraft; das Gesetz der zur Zeit proportionalen Flächen zeigt uns, dass sie ständig zum Mittelpunkt der Sonne gerichtet ist; die elliptische Gestalt der Planetenbahnen zeigt uns, dass diese Kraft abnimmt, wie das Quadrat der Entfernung zunimmt; schließlich lehrt uns das Gesetz der zu den Kuben der großen Achsen der Umlaufbahnen proportionalen Quadrate der Umlaufzeiten, dass die Schwere aller Körper gegen die Sonne bei gleichen Entfernungen dieselbe ist. Wir werden diese Schwere *Anziehung der Sonne* nennen, wenn wir sie bezüglich des Mittelpunkts der Sonne betrachten, gegen den sie gerichtet ist; denn ohne die Ursache dafür zu kennen, können wir durch eines dieser Konzepte, die die Geometer oft benutzen, diese Kraft als von einem anziehenden Vermögen erzeugt annehmen, das in der Sonne seinen Sitz hat.

Da die Beobachtungsfehler und die kleinen Veränderungen der elliptischen Bewegung der Planeten noch ein wenig Unsicherheit hinsichtlich der Resultate lassen, die wir gerade aus den Gesetzen dieser Bewegung gezogen haben, kann man daran zweifeln, dass die Schwere der Sonne genau im umgekehrten Verhältnis zum Quadrat der Entfernungen abnimmt. Aber wie wenig sie auch von diesem Gesetz abweiche, wäre

der Unterschied in den Perihelbewegungen der Planetenbahnen sehr deutlich: Das Perihel der Erdbahn besäße eine jährliche Bewegung von 200 Winkelsekunden, wenn man die Potenz der Entfernung, zu der die Schwere der Sonne umgekehrt proportional ist, nur um ein Zehntausendstel vergrößern würde: Diese Bewegung beträgt entsprechend den Beobachtungen nur 36,4 Sekunden, und wir werden die Ursache dafür weiter unten sehen; das Gesetz der zum Quadrat der Entfernungen reziproken Schwere ist also wenigstens näherungsweise sehr genau gültig, und seine große Einfachheit muss es gelten lassen, solange die Beobachtungen nicht dazu zwingen, es aufzugeben.

Zweifellos darf man nicht die Einfachheit der Naturgesetze an unserer Leichtigkeit, sie zu erkennen, messen; aber wenn die, die uns am einfachsten erscheinen, vollkommen mit allen Phänomenen übereinstimmen, haben wir guten Grund dazu, sie als streng gültig zu betrachten.

Die Schwere der Satelliten gegen den Mittelpunkt ihres Planeten ist ein notwendiges Resultat der Proportionalität der von den Radiusvektoren beschriebenen Flächen zur Zeit; und das Gesetz der Abnahme dieser Kraft im Verhältnis zum Quadrat der Entfernungen ist durch die Elliptizität ihrer Umlaufbahnen angezeigt. Diese Elliptizität ist in den Umlaufbahnen der Satelliten von Jupiter, Saturn und Uranus wenig merklich, was das Gesetz der Abnahme der Schwerkraft durch die Bewegung jedes Satelliten schwierig festzustellen macht: Aber das konstante Verhältnis der Quadrate ihrer Umlaufzeiten zu den Kuben der großen Achsen ihrer Umlaufbahnen zeigt es mit Beweiskraft an, indem es uns zeigt, dass von einem Satelliten zum anderen die Schwere gegen den Planeten reziprok zum Quadrat der Entfernungen von seinem Mittelpunkt ist.

Dieser Beweis fehlt uns für die Erde, die nur einen Satelliten hat: Man kann ihn [aber] durch die folgenden Betrachtungen

ersetzen. Die Schwere erstreckt sich bis zum Gipfel der höchsten Berge, und die geringfügige Abnahme, die sie dort erfährt, erlaubt es nicht, [daran] zu zweifeln, dass ihre Wirkung in viel größeren Höhen noch merklich wäre. Ist es nicht natürlich, sie bis zum Mond auszudehnen und anzunehmen, dass die Kraft, die dieses Gestirn auf seiner Bahn hält, seine Schwere gegenüber der Erde ist, ebenso wie die Schwerkraft der Sonne die Planeten auf ihren jeweiligen Bahnen hält? Tatsächlich scheinen diese beiden Kräfte von derselben Natur zu sein. Sie durchdringen, die eine wie die andere, die innersten Teile der Materie und bewegen sie mit derselben Geschwindigkeit; denn wir haben gesehen, dass die Schwerkraft der Sonne in gleicher Weise auf alle Körper wirkt, die sich in derselben Entfernung von der Sonne befinden, wie die terrestrische Schwerkraft sie im Vakuum aus derselben Höhe in gleicher Zeit fallen lässt.

Ein von einer Kraft aus großer Höhe horizontal geworfenes Projektil, fällt in der Ferne wieder auf die Erde zurück, indem es eine deutlich parabolische Kurve beschreibt. Es würde noch weiter entfernt zurückfallen, wenn seine Abwurfgeschwindigkeit höher wäre, und wenn man sie zu ungefähr 7000 m pro Sekunde annimmt, würde das Projektil ohne den Widerstand der Atmosphäre nicht wieder zurückfallen und wie ein Satellit um die Erde kreisen.

Um aus diesem Projektil den Mond zu machen, braucht man es nur auf die gleiche Höhe wie dieses Gestirn zu heben und ihm dieselbe Wurfbewegung zu erteilen. Aber was die Identität der Tendenz des Mondes gegenüber der Erde mit der Schwere vollends zeigt, ist, dass es, um diese Tendenz zu erhalten, genügt, die terrestrische Schwerkraft entsprechend dem allgemeinen Gesetz der Veränderung der Anziehungskraft der Himmelskörper zu verringern. Betrachten wir nun die zur Bedeutung dieses Gegenstands passenden Details.

Die Kraft, die den Mond zu jedem Zeitpunkt von der Tangente seiner Umlaufbahn ablenkt, lässt ihn in einer Sekunde eine Strecke gleich dem Sinus versus³ des Bogens, den er in derselben Zeit beschreibt, durchlaufen; denn dieser Sinus ist die Größe, um die der Mond am Ende der Sekunde sich von der Richtung entfernt hat, die er zu Beginn besaß. Man kann ihn durch die Entfernung des Mondes von der Erde bestimmen, die die Mondparallaxe in Teilen des Erdradius liefert; aber um ein von den Ungleichheiten der Mondbewegung unabhängiges Resultat zu erhalten, muss man für seine mittlere Parallaxe den Teil dieser Parallaxe nehmen, der unabhängig von diesen Ungleichheiten ist.

Dieser Teil ist, bezüglich des Radius vom Schwerpunkt der Erde zu ihrer Oberfläche auf dem Breitenkreis, dessen Quadrat des Sinus der Breite $1/3$ ist, nach den Beobachtungen gleich 10541 Sekunden. Wir wählen diesen Breitenkreis, weil die Anziehung der Erde auf den entsprechenden Punkten ihrer Oberfläche ziemlich genau wie bei der Entfernung des Mondes der Masse der Erde, geteilt durch das Quadrat der Entfernung von ihrem Schwerpunkt, gleich ist. Der Radius von einem Punkt dieses Breitenkreises zum Schwerpunkt der Erde beträgt 6369374 m; es ist leicht, daraus zu schließen, dass die Kraft, die den Mond zur Erde zieht, ihn in pro Sekunde um 0,00101727 m fallen lässt.

Wir werden später sehen, dass die Wirkung der Sonne die Schwere des Mondes um deren 358. Teil verringert; man muss also die vorige Höhe um $1/358$ vergrößern, um sie unabhängig von der Wirkung der Sonne zu machen, und so beträgt sie 0,00102011 m. Aber der Mond ist bei seiner Relativbewegung um die Erde einer Kraft, gleich der Summe der Massen der Erde und des Mondes, geteilt durch das Quadrat ihres gegenseitigen Abstands, ausgesetzt: Also muss man, um die

3. Der heute weniger gebräuchliche Sinus versus (x) entspricht $1 - \cos(x)$.

Höhe zu erhalten, die der Mond allein durch die Wirkung der Erde in einer Sekunde fallen würde, die vorige Strecke im Verhältnis der Erdmasse zur Summe der Massen von Erde und Mond verringern; nun lieferten mir die Phänomene der Gezeiten des Meeres die Masse des Mondes zu $1/58,7$ von jener der Erde; wenn man also diese Strecke mit $58,7/59,7$ multipliziert, erhält man $0,00100300$ m für die Höhe, um die die Anziehung der Erde den Mond pro Sekunde fallen lässt.

Vergleichen wir diese Höhe mit der, die aus den Beobachtungen des Pendels resultiert. Auf dem Breitenkreis, den wir betrachten, ist die Höhe, um die die Schwerkraft die Körper in der ersten Sekunde fallen lässt, nach Kapitel XII des ersten Buches, gleich $3,65706$ m: Aber auf diesem Breitenkreis ist die Anziehung der Erde aufgrund der Rotationsbewegung am Äquator um zwei Drittel der Zentrifugalkraft kleiner als die Schwerkraft, und diese Kraft beträgt $1/288$ der Schwerkraft; man muss also die vorige Strecke um ihren 432. Teil vergrößern, um die allein aufgrund der Wirkung der Erde durchfallene Strecke zu erhalten, die auf diesem Breitenkreis gleich ihrer Masse geteilt durch das Quadrat des Erdradius ist; man erhält also $3,66553$ m für diese Strecke. Für die Entfernung des Mondes muss sie im Verhältnis des Quadrats des Radius des terrestrischen Sphäroids zum Quadrat der Entfernung von diesem Gestirn vermindert werden; es ist offensichtlich, dass es dafür genügt, es mit dem Quadrat des Sinus der Mondparallaxe oder mit 10541 Sekunden zu multiplizieren; man erhält also $0,00100483$ m für die Höhe, um die der Mond pro Sekunde durch die Anziehung der Erde fallen muss.

Diese von den Pendelexperimenten gelieferte Höhe weicht ein wenig von jener ab, die aus der direkten Beobachtung der Parallaxe resultiert; und um sie in Übereinstimmung zu bringen, genügt es, die Mondparallaxe um 6 Winkelsekunden zu verringern und sie auf 10535 Sekunden zu reduzieren.

Dies ist also die Parallaxe, die aus der Theorie der Schwerkraft resultiert und die nicht einmal um $1/1600$ von der beobachteten Parallaxe abweicht, an die ich bevorzugt glaube angesichts der Genauigkeit der Elemente, die dazu dienen, sie zu bestimmen. Es würde also genügen, die Masse des Mondes ein wenig zu verringern, um nach der Theorie der Schwerkraft dieselbe Parallaxe zu erhalten wie aus den Beobachtungen; aber alle Phänomene der Gezeiten konvergieren dahingehend, dieser Masse den Wert zu geben, von dem wir gerade Gebrauch gemacht haben. Wie dem auch sei, der kleine Unterschied der beiden Parallaxen liegt innerhalb der Fehlergrenzen der Beobachtung und der bei der Berechnung verwendeten Elemente; es ist also gewiss, dass die Hauptkraft, die den Mond auf seiner Bahn hält, die terrestrische Schwerkraft ist, vermindert im Verhältnis des Quadrats der Entfernung. Also ist das Gesetz der Abnahme der Schwere, das für die von mehreren Satelliten begleiteten Planeten durch den Vergleich der Dauer ihrer Umläufe und ihrer Entfernungen bewiesen ist, für den Mond durch den Vergleich seiner Bewegung mit der von Projektilen auf der Erdoberfläche bewiesen. Bereits die Beobachtungen des Pendels auf Berggipfeln zeigten diese Abnahme der terrestrischen Schwere an; aber sie waren wegen der zu geringen Höhe der höchsten Berge im Verhältnis zum Erdradius nicht hinreichend, um deren Gesetz zu entdecken; es brauchte ein Gestirn weit weg von uns wie der Mond, um dieses Gesetz sehr deutlich zu machen, und um uns [davon] zu überzeugen, dass die Schwerkraft auf der Erde nur ein besonderer Fall einer im ganzen Universum verbreiteten Kraft ist.

Jedes Phänomen erhellt mit einem neuen Licht die Gesetze der Natur und bestätigt sie: So zeigt uns der Vergleich der Experimente über die Schwerkraft mit der Mondbewegung ganz klar, dass man bei der Berechnung ihrer Anziehungskräfte