Tabelle 6.2 Differenziationsregeln (s. S. 450)

Regel	**Formel für die Ableitung**
Konstantenregel	$c' = 0 \quad (c \text{ const})$
Faktorregel	$(cu)' = cu' \quad (c \text{ const})$
Summenregel	$(u \pm v)' = u' \pm v'$
Produktregel für zwei Funktionen	$(uv)' = u'v + uv'$
Produktregel für n Funktionen	$(u_1 u_2 \cdots u_n)' = \sum\limits_{i=1}^{n} u_1 \cdots u_i' \cdots u_n$
Quotientenregel	$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{vu' - uv'}{v^2} \quad (v \neq 0)$
Kettenregel für zwei Funktionen	$y = u(v(x)): \quad y' = \dfrac{du}{dv}\dfrac{dv}{dx}$
Kettenregel für drei Funktionen	$y = u(v(w(x))): \quad y' = \dfrac{du}{dv}\dfrac{dv}{dw}\dfrac{dw}{dx}$
Potenzregel	$(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} u' \qquad (\alpha \in \mathbb{R},\ \alpha \neq 0)$ speziell : $\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2} \qquad (u \neq 0)$
Logarithmische Differenziation	$\dfrac{d(\ln y(x))}{dx} = \dfrac{1}{y} y' \Longrightarrow y' = y \dfrac{d(\ln y)}{dx}$ speziell : $(u^v)' = u^v \left(v' \ln u + \dfrac{vu'}{u}\right) \quad (u > 0)$
Differenziation der Umkehrfunktion	φ inverse Funktion zu f , d. h. $y = f(x) \Longleftrightarrow x = \varphi(y)$: $f'(x) = \dfrac{1}{\varphi'(y)}$ oder $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{\frac{dx}{dy}}$
Implizite Differenziation	$F(x,y) = 0: \quad F_x + F_y\, y' = 0$ oder $y' = -\dfrac{F_x}{F_y} \qquad \left(F_x = \dfrac{\partial F}{\partial x},\ F_y = \dfrac{\partial F}{\partial y};\ F_y \neq 0\right)$
Ableitung in Parameterdarstellung	$x = x(t)$, $y = y(t)$ (t Parameter): $y' = \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\dot y}{\dot x} \qquad \left(\dot x = \dfrac{dx}{dt},\ \dot y = \dfrac{dy}{dt}\right)$
Ableitung in Polarkoordinaten	$\rho = \rho(\varphi): \quad \begin{matrix} x = \rho(\varphi)\cos\varphi \\ y = \rho(\varphi)\sin\varphi \end{matrix}$ (Winkel φ als Parameter) $y' = \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\dot\rho \sin\varphi + \rho\cos\varphi}{\dot\rho\cos\varphi - \rho\sin\varphi} \qquad \left(\dot\rho = \dfrac{dx}{d\varphi}\right)$

EUROPA LEHRMITTEL

Edition Harri Deutsch

Taschenbuch der Mathematik

von

I. N. Bronstein
K. A. Semendjajew
G. Musiol
H. Mühlig

10., überarbeitete Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 56726 (Mit Multiplattform-CD-ROM DeskTop Bronstein)
Europa-Nr.: 56702 (Ohne Multiplattform-CD-ROM DeskTop Bronstein)

Im Auftrag des Verlages Harri Deutsch erarbeitete und erweiterte Lizenzausgabe der bis 1977 erschienenen russischen Orginalausgabe:
I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew: Taschenbuch der Mathematik für Ingenieure und Studenten

10., überarbeitete Auflage 2016, 2018

Druck 5 4 3 2

ISBN 978-3-8085-5790-7 (Mit Multiplattform-CD-ROM DeskTop Bronstein)
ISBN 978-3-8085-5789-1 (Ohne Multiplattform-CD-ROM DeskTop Bronstein)

http://www.europa-lehrmittel.de
Satz: Prof. Dr. G. Musiol, 01127 Dresden
Umschlaggestaltung: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald
Druck: CPI | Ebner & Spiegel, 89075 Ulm

Vorwort zur zehnten deutschen Auflage

Auch im Internetzeitalter bleibt der BRONSTEIN das Nachschlagewerk der Mathematik.

In die zehnte Auflage sind wieder kleine Verbesserungen und Ergänzungen eingeflossen, die sich nicht zuletzt durch die Korrespondenz mit den Lesern der deutschen und der zahlreichen fremdsprachigen Ausgaben des BRONSTEIN ergaben. Dafür möchten wir uns bei allen Lesern herzlich bedanken.

Ebenso gilt unser Dank dem Verlag Europa-Lehrmittel, insbesondere Herrn Dipl.-Phys. Klaus Horn, für die seit vielen Auflagen bewährte gute Zusammenarbeit.

Dresden, im November 2015

Prof. Dr. Gerhard Musiol   Prof. Dr. Heiner Mühlig

Vorwort zur neunten deutschen Auflage

Die Übernahme des Titels „Taschenbuch der Mathematik“ von I.N. Bronstein, K.A. Semendjajew, G. Musiol und H. Mühlig (bisher erschienen im Verlag Harri Deutsch) vom Verlag EUROPA-Lehrmittel ermöglichte die Herausgabe einer neuen, der 9. Auflage, bereits im zweiten Jahr nach dem Erscheinen der 8. deutschen Auflage.

Neben wenigen Korrekturen sind eine Reihe Verbesserungen und Ergänzungen vorgenommen worden, die sich zwischenzeitlich bei der Bearbeitung der 5. zur 6. englischen Auflage des Springer Verlages ergeben haben.

Dem Verlag Europa Lehrmittel, Edition Harri Deutsch, insbesondere Herrn Dipl.-Phys. Klaus Horn, danken wir für die fortwährend bestehende fruchtbare Zusammenarbeit.

Dresden, im August 2013

Prof. Dr. Gerhard Musiol   Prof. Dr. Heiner Mühlig

Vorwort zur achten deutschen Auflage

Ein Nachschlagewerk und Taschenbuch der Mathematik, wie es der „BRONSTEIN“ darstellt, lebt insbesondere auch dadurch, dass die Autoren von Auflage zu Auflage den sich wandelnden Anforderungen eines breiten Nutzerkreises gerecht werden und immer wieder den praxisnahen zeitgerechten Bezug sicherstellen. So ist die 8. deutsche Auflage eine bearbeitete und ergänzte Version der 7. deutschen Auflage.

Das Taschenbuch enthält einen Querschnitt der Mathematik, wie er sowohl für Studenten als auch für praktisch tätige Ingenieure, Naturwissenschaftler und Mathematiker sowie für die einschlägigen Hochschullehrer erforderlich ist. Dem traditionellen Anliegen des Buches – vorgegegeben von den Erstautoren I. N. Bronstein und K. A. Semendjajew (1937) – folgend, stehen Anschaulichkeit und leichte Verständlichkeit für den Ingenieur und Naturwissenschaftler im Vordergrund. So sind für diesen Nutzerkreis Grenzen der Anwendbarkeit und Hinweise auf Besonderheiten bei Anwendungen wichtiger als möglichst allgemeine Formulierungen und strenge mathematische Beweise. Für weitergehende Fragen wird jeweils auf die Fachliteratur verwiesen.

Ein Anliegen bei der Vorbereitung der 8. deutschen Auflage war auch darauf gerichtet, neueren Ansprüchen gerecht zu werden, die sich insbesondere aus der Korrespondenz mit Lesern, Fachkollegen und Koautoren ergeben hatten. Im Gefolge sind eine Reihe kleinerer Änderungen und Ergänzungen entstanden, darunter neue, instruktive Beispiele.

Daneben galt das Augenmerk der weiteren Verbesserung der Verständlichkeit und der Anschaulichkeit.

Auch für die 8. deutsche Auflage steht wieder eine aktuelle elektronische Version zur Verfügung, die den kompletten Inhalt des Buches als vernetzte HTML–Struktur mit farbigen Abbildungen und einer integrierten Suchfunktion enthält. Diese auf einem erweiterten Index basierende Suchmöglichkeit, die einen schnellen Zugriff auf alle Inhalte zu einem vorgegebenen Stichwort erlaubt, hat sich als ausgesprochen nützlich erwiesen; desgleichen die Tatsache, dass der elektronische BRONSTEIN auf allen gängigen Plattformen ohne Installation direkt von der CD-ROM läuft. So bietet der BRONSTEIN mit seinem hohen Informationsgehalt einen schnellen Zugriff auf ein breites mathematisches Wissen.

Wie bereits in der 7. Auflage praktiziert, enthält die CD–ROM auch diesmal nicht nur den Inhalt des gesamten Buches, sondern zusätzlich die beiden seit der 7. Auflage eingebrachten Kapitel „Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik“ und „Quantencomputer“. Das Unterkapitel „Lie–Gruppen und Lie–Algebren“ im Buch ist vorwiegend für Ingenieure gedacht, die in der CD–ROM enthaltene Variante für Physiker. In Ergänzung zum Buch werden im Unterkapitel „Partielle Differenzialgleichungen“ der CD–ROM auch weiterführende Methoden für partielle Differenzialgleichungen behandelt.

Allen Lesern, Fachkollegen und Koautoren, die mit ihren Stellungnahmen, Bemerkungen, Anregungen und Zuarbeiten zu den vorangegangenen Auflagen des Buches die Überarbeitung erleichtert haben, möchten wir an dieser Stelle unseren herzlichen Dank zum Ausdruck bringen. Besonderer Dank gilt Herrn Dipl.-Math. Walter Heß für zahlreiche kritische Hinweise.

Dem Verlag Harri Deutsch, insbesondere Herrn Dipl.-Phys. Klaus Horn, danken wir für die seit vielen Jahren bestehende fruchtbare Zusammenarbeit.

Dresden, im März 2012

Prof. Dr. Gerhard Musiol — Prof. Dr. Heiner Mühlig

Aus dem Vorwort zur siebten Auflage

Für die Neubearbeitung des BRONSTEIN (1992) hatten sich der Verlag Harri Deutsch und die neuen Herausgeber und Autoren G. Musiol und H. Mühlig im Vergleich zur ursprünglich zugrunde liegenden 3. russischen Auflage die Aufgabe gestellt, diejenigen Gebiete der Mathematik stärker zu betonen bzw. neu einzubringen, die im Hinblick auf die zunehmende mathematische Modellierung und mathematische Durchdringung technischer und naturwissenschaftlicher Prozesse sowie die Nutzung von Computern an Bedeutung gewonnen hatten. Dementsprechend wurden in die ersten Auflagen u. a. die folgenden Kapitel bzw. Abschnitte aufgenommen:

„Computeralgebrasysteme“, „Nutzung von Computern in der Numerischen Mathematik“, „Dynamische Systeme und Chaos“, „Funktionalanalysis“, „Integralgleichungen“, „Variationsrechnung“, „Integraltransformationen“, „Optimierung“ und „Numerische Mathematik“. Das frühere Kapitel „Algebra“ wurde zu „Algebra und Diskrete Mathematik“ erweitert und enthält jetzt auch die Unterkapitel „Elementare Zahlentheorie“, „Kryptologie“, „Algorithmen der Graphentheorie“ und „Fuzzy-Logik“.

Auch klassische Gebiete erfuhren Ergänzungen:
Das Kapitel „Geometrie“ z. B. wurde durch „Geodätische Anwendungen“ der Trigonometrie und durch ein ausführliches Unterkapitel „Sphärische Trigonometrie“ ergänzt; in das Kapitel „Funktionentheorie“

wurden die „Elliptischen Funktionen“ aufgenommen, im neu gestalteten Kapitel „Wahrscheinlichkeitsrechnung und Mathematische Statistik“ die Abschnitte „Monte–Carlo–Methode“, „Stochastische Prozesse“ und „Stochastische Ketten“ und im Kapitel „Numerische Mathematik“ die „Methode der finiten Elemente“ und die „Schnelle Fourier–Analyse“.

In einzelnen Kapiteln wurden Formelübersichten in tabellarischer Form aufgenommen (besonders zur Geometrie, zur Differenzial- und Integralrechnung und zur Vektoranalysis und Feldtheorie), die das praktische Arbeiten erleichtern.

In die 7., überarbeitete und ergänzte Auflage sind alle Ergänzungen und Verbesserungen, die in die 5. englischsprachige Auflage (Springer-Verlag 2005) eingeflossen sind, berücksichtigt worden. Außerdem erhielt die 7. Auflage im Hinblick auf Anwendungen in der Bildverarbeitung und Robotik eine zusammenfassende Darstellung von geometrischen Transformationen und Koordinatentransformationen, wie sie z. B. bei der Beschreibung von Bewegungsabläufen gebraucht werden. Unter dem gleichen Gesichtspunkt wird eine Einführung zu Lie–Gruppen und Lie–Algebren sowie zu Quaternionen gegeben, die Anwendung in der Computergrafik und in der Satellitennavigation finden.

Der Abschnitt „Evolutionsstrategien in der nichtlinearen Optimierung“ wurde erweitert und unterstreicht damit die allgemeine Bedeutung dieser Optimierungsstrategie.

Das Kapitel „Numerische Mathematik“ ergänzt die wichtigsten numerischen Aufgaben durch ihre Beschreibung und Lösung in den Computeralgebrasystemen Matlab, Mathematica und Maple.

Allen Lesern und Fachkollegen, die mit ihren Stellungnahmen, Bemerkungen und Anregungen zu den vorangegangenen Auflagen des Buches die Überarbeitung erleichtert haben, möchten wir an dieser Stelle unseren herzlichen Dank sagen. Dem Verlag Harri Deutsch danken wir für die nunmehr schon traditionell gewordene effektive Zusammenarbeit.

Dresden, im März 2008

Prof. Dr. Gerhard Musiol — Prof. Dr. Heiner Mühlig

Aus dem Vorwort zur Neubearbeitung des „Bronstein“

Der „Bronstein“ ist im deutschsprachigen Raum für Generationen von Ingenieuren und Naturwissenschaftlern und darüber hinaus für viele, die in Ausbildung und Beruf mit Anwendungen der Mathematik befasst sind, zu einem festen Begriff geworden. Warum also eine Neubearbeitung auf der Basis der letzten russischen Ausgabe*, die bis 1977 erschien?

Abgesehen von verlagsrechtlichen Gründen wird mit der vorliegenden Neubearbeitung vor allem das Ziel verfolgt, dem „Bronstein“ einen zeitgerechten praxisnahen Bezug zu geben, wie ihn zahlreiche befragte Nutzer sich wünschen.

Besonderer Dank gilt dem russischen Originalverlag FIZMATLIT und den Rechtsnachfolgern der Originalautoren dafür, dass sie die Zustimmung zur notwendigen Anpassung an die heutigen Ansprüche des Nutzerkreises und der damit verbundenen freien Überarbeitung gaben.

Dresden, im Juni 1993

Prof. Dr. Gerhard Musiol — Prof. Dr. Heiner Mühlig

*Der Neuübersetzung des russischsprachigen Originals liegt die 3. Auflage (Moskau 1953) zu Grunde.

Koautoren

Einige Kapitel und Abschnitte sind in Zusammenarbeit mit Koautoren entstanden.

Kapitel bzw. Abschnitt	**Koautor**
Sphärische Trigonometrie (3.4.1 bis 3.4.3.3)	Dr. H. Nickel †, Dresden
Sphärische Kurven (3.4.3.4)	Prof. L. Marsolek, Berlin
Geometrische Transformationen, Koordinatentransformationen, Planare Projektionen (3.5.4, 3.5.5)	Dr. I. Steinert, Düsseldorf
Quaternionen und Anwendungen (4.4),	PD Dr. S. Bernstein, Freiberg (Sachsen)
Logik (5.1), Mengenlehre (5.2), Klassische Algebraische Strukturen (5.3), Anwendungen von Gruppen (außer 5.3.4, 5.3.5.4 bis 5.3.5.6), Ringe und Körper (5.3.7), Vektorräume (5.3.8), Boolesche Algebra und Schaltalgebra (5.7), Universelle Algebra (5.6),	Dr. J. Brunner, Dresden
Darstellung von Gruppen (5.3.4), weitere Anwendungen von Gruppen (5.3.5.4 bis 5.3.5.6)	Prof. Dr. R. Reif, Dresden
Lie–Gruppen und Lie–Algebren (5.3.6)	PD Dr. S. Bernstein, Freiberg (Sachsen)
Zahlentheorie, Kryptologie, Graphen (5.4, 5.5, 5.8)	Prof. Dr. U. Baumann, Dresden
Fuzzy–Logik (5.9)	Prof. Dr. A. Grauel, Soest
Wichtige Formeln für die Sphärischen Bessel–Funktionen (9.1.2.5,**2**,5)	Prof. Dr. P. Ziesche, Dresden
Statistische Interpretation der Wellenfunktion (9.2.4.4)	Prof. Dr. R. Reif, Dresden
Nichtlineare partielle Differenzialgleichungen: Solitonen, periodische Muster und Chaos (9.2.5)	Prof. Dr. P. Ziesche, Dresden
Nichtlineare Schrödinger–Gleichung, Lösungen (9.2.5.3,**2**)	Dr. J. Brand, Dresden
Integralgleichungen (11)	Dr. I. Steinert, Düsseldorf
Funktionalanalysis (12)	Prof. Dr. M. Weber, Dresden
Elliptische Funktionen (14.6)	Dr. N. M. Fleischer †, Moskau
Dynamische Systeme und Chaos (17)	Prof. Dr. V. Reitmann, St. Petersburg
Optimierung (18)	Dr. I. Steinert, Düsseldorf
Nutzung von Computern: (19.8.1, 19.8.2), Interaktive Systeme: Mathematica (19.8.4.2), Maple (19.8.4.3), Computeralgebrasysteme – Beispiel Mathematica (20)	Prof. Dr. G. Flach, Dresden
Interaktive Systeme: Matlab (19.8.4.1)	PD Dr. B. Mulansky, Clausthal
Computeralgebrasysteme – Beispiel Mathematica (20): Anpassung an Mathematica 10	Dr. J. Tóth, Budapest

Zusätzliche Kapitel mit Koautoren in der CD–ROM.

Lie–Gruppen (5.3.5), Lie–Algebren (5.3.6)	Prof. Dr. R. Reif, Dresden
Nichtlineare Partielle Differenzialgleichungen: Inverse Streutheorie (Methoden in Analogie zur Fourier–Methode) (9.2.6)	Dr. B. Rumpf, Dresden
Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik (21)	Prof. Dr. A. Buchleitner, PD Dr. M. Tiersch, Dr. Th. Wellens, Freiburg
Quantencomputer (22)	Prof. Dr. A. Buchleitner, PD Dr. M. Tiersch, Dr. Th. Wellens, Freiburg

Inhaltsverzeichnis