Ott
Lengersdorf

Abitur 2020 | *Grundkurs GTR/CAS*

Aufgabensammlung zur zentralen Abiturprüfung
Mathematik am Berufskolleg – Berufliches Gymnasium –
Fachbereich Wirtschaft und Verwaltung

Nordrhein-Westfalen

Merkur
Verlag Rinteln

Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis
Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Die Verfasser:

Roland Ott
Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Norbert Lengersdorf
Oberstudienrat am Berufskolleg für Wirtschaft und Verwaltung in Herzogenrath

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu § 52a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

Umschlag: Kreis links: www. adpic.de
Kreis rechts: Robert Kneschke – Fotolia.com

* * * * *

11. Auflage 2019
© 2009 by MERKUR VERLAG RINTELN

Gesamtherstellung:
MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: info@merkur-verlag.de
lehrer-service@merkur-verlag.de
Internet: www.merkur-verlag.de

ISBN 978-3-8120-0478-7

Ablauf der schriftlichen Abiturprüfung ab 2017

Grundkurs

Aufgaben-teil	Aufgabentyp	Aufgaben-zahl	Dauer	Punkte
Teil A	Eine Aufgabe mit drei Teilaufgaben zur Analysis, Linearen Algebra und Stochastik; Mindestens 2 der Teilaufgaben mit Anwendungsbezug.	1	max. 35 Minuten	18
Teil B	Eine Aufgabe zur Analysis, eine Aufgabe zur Linearen Algebra und eine Aufgabe zur Stochastik mit Hilfsmitteln für GTR oder CAS.	3	min. 145 Minuten	72
	Darstellungsleistung Teil A und B			5
Summe			180 Minuten	95

Die Aufgaben sowohl im Teil A als auch im Teil B bestehen jeweils aus Teilaufgaben.

Organisation

Beide Prüfungsteile werden zu Beginn ausgegeben.

Zu Beginn der Klausur wird der Prüfungsteil A (Aufgabe ohne Hilfsmittel) bearbeitet; die Zeit beträgt maximal 35 Minuten. SchülerIn bearbeitet alle Aufgaben.

Wenn der Prüfling die Aufgabe und die Lösungen abgegeben hat, werden ihm die für den Prüfungsteil B zugelassenen Hilfsmittel (GTR oder CAS; Formelsammlung) ausgehändigt. SchülerIn bearbeitet alle Aufgaben.

Die Gesamtbearbeitungszeit für beide Prüfungsteile beträgt im Grundkurs 180 Minuten.

Für Prüflinge, die die Aufgaben und die Lösungen des Prüfungsteils A vorzeitig abgeben, verlängert sich entsprechend die Bearbeitungszeit für den Prüfungsteil B.

Ein Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung ist in beiden Prüfungsteilen der Klausur zugelassen.

Operatoren und Dokumentation von Lösungen

1 **Allgemeine Bemerkungen zu den Aufgabenstellungen**

Der Prüfling wird nicht zur Nutzung einer bestimmten Technologie aufgefordert, da das Erkennen der Sinnhaftigkeit des Einsatzes des Taschenrechners eine selbstständige Leistung ist. Die Vorgehensweise und Darstellung der Lösung muss unabhängig von der gewählten Technik nachvollziehbar dokumentiert werden.
Der Schüler hat zu verdeutlichen, wie er mit welchen Eingaben mit der genutzten Technik zu welchen Ergebnissen gelangt ist. Die Dokumentation erfolgt immer mit mathematischen Regeln unter Nutzung der Fachsprache.

2 **Beispiele zu einigen der häufig genutzten Operatoren**

2.1

Operator	Beschreibung
Angeben, Nennen	Objekte, Sachverhalte, Begriffe, Daten ohne nähere Erläuterungen bzw. Begründungen und ohne Darstellung von Lösungsansätzen oder Lösungswegen aufzählen

Erläuterungen: Der Prozess der Ergebnisermittlung bleibt gegebenenfalls im Dunkeln-somit auch die Wahl des Hilfsmittels. „Angeben /Nennen“ erfordert Einsicht in den Sachzusammenhang oder den mathematischen Zusammenhang.

Beispiel: ...und geben Sie eine mögliche Kostenfunktion an.

(Abitur 2017 LK CAS, Analysis 2.1.3.2)

Erwartungshorizont:

Kostenfunktion z.B. mit c = 12: $K(x) = \frac{1}{400}x^3 - \frac{1}{15}x^2 + 12x + 200$

2.2

Operator	Beschreibung
Erläutern	Strukturen und Zusammenhänge erfassen, in Einzelheiten verdeutlichen und durch zusätzliche Informationen verständlich machen

Erläuterungen: Beispielsweise kann zur Problemlösung ein Sachzusammenhang durch zusätzlich hergeleitete Informationen mit eigenen Worten dargelegt werden oder aber auch ein Vorgehen verständlich beschrieben werden.

Beispiel:

Erläutern Sie anhand der kurzfristigen und der langfristigen Preisuntergrenze, ob die Rasolux GmbH einen Preis von 700 GE/ME unterbieten kann.

(Abitur 2017 GK Analysis 2.2.1.1)

Erwartungshorizont:

kPUG: Minimierung der variablen Stückkosten $k_v(x) = 10x^2 - 240x + 1920$

Notwendige und hinreichende Bedingung bei quadratischen Funktionen mit positivem Leitkoeffizient: $k'_v(x) = 0$ $\quad 20x - 240 = 0 \Leftrightarrow x = 12$ $\quad$ kPUG: $k_v(12) = 480$ (GE/ME)

Hilfsmittelfreier Teil - Analysis **Lösungen Seite 30/31**

Aufgabe 28 **Punkte**

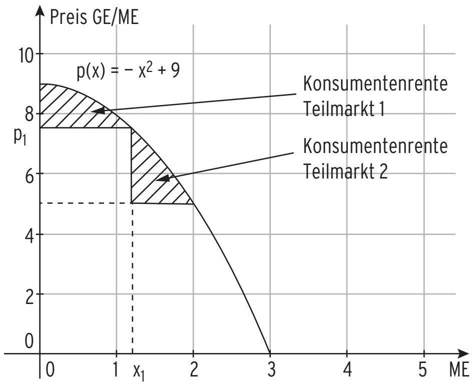
Die Preisentwicklung eines Produkts entspricht der Nachfragefunktion p mit

$p(x) = -x^2 + 9$

x in ME, p(x) in GE/ME.

Das Produkt wird auf dem Teilmarkt 1 für p_1 GE/ME und auf dem Teilmarkt 2 für 5 GE/ME verkauft.

Es werden insgesamt 2 ME abgesetzt (vgl. nebenstehende Abbildung).



1 Beschreiben Sie den Einfluss der Höhe des Preises auf die Konsumentenrente des jeweiligen Teilmarkts. 2

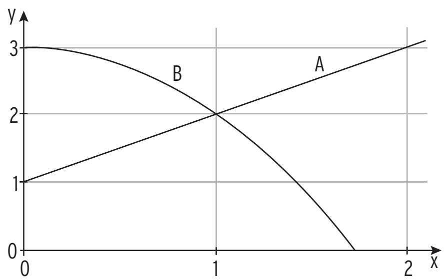
2 Weisen Sie nach, dass die gesamte Konsumentenrente optimal abgeschöpft wird, wenn $x_1 = \sqrt{\frac{4}{3}}$ (ME) ist. 4

Aufgabe 29

Die Abbildung zeigt die Graphen einer Angebots- und einer Nachfragefunktion.

a) Ordnen Sie begründet zu.

b) Berechnen Sie die Konsumentenrente und kennzeichnen Sie diese in der Abbildung.



Aufgabe 30

Für die Angebotsfunktion eines Massengutes gilt die Vorschrift der Form: $p_A(x) = ax^2 + b$.

Für die Angebotsfunktion gelten folgende Bedingungen:

Beträgt der Marktpreis des Gutes 10 GE, so wird das Gut nicht mehr angeboten.

Das Marktgleichgewicht wird bei einer Absatzmenge von 60 ME und einem Marktpreis von 64 GE/ME erreicht. Berechnen Sie die Werte für a und b.

Berechnen Sie die Produzentenrente.

Aufgabe 31

Berechnen Sie den Wert des Integrals $\int_{-1}^{1} (\sqrt{2} \cdot x)^2 \, dx$.

Lösungen – Hilfsmittelfreier Teil der Zentralen Abiturprüfung ab 2017

Hilfsmittelfreier Teil - Analysis Lösungen

Aufgabe 1 **Aufgaben Seite 10**

1.1 Der Graph der Grenzkostenfunktion schneidet den Graphen der variablen Stückkostenfunktion im Betriebsminimum, den der Stückkostenfunktion im Betriebsoptimum. Also gehört f_3 zur Grenzkostenfunktion. Die kurzfristige Preisuntergrenze ist geringer als die langfristige Preisuntergrenze, so dass f_2 der variablen Stückkostenfunktion und f_1 der Stückkostenfunktion zugeordnet werden kann.

1.2 Minimum der variablen Stückkosten:

$k_v(x) = a\,x^2 + bx + c$; $k_v'(x) = 2ax + b$

Notwendig und hinreichend bei ertragsgesetzlicher Kostenfunktion:

$k_v'(x) = 0$ $2ax + b = 0$

$x = -\frac{b}{2a}$

$x = -\frac{b}{2a}$ IST Minimalstelle, da $k_v''(x) = 2a > 0$

Aufgabe 2

2.1 Nullstellenbetrachtung

$f(t) = 0$ $(40 - t)e^{0,05t} = 0$

da $e^{0,05t} \neq 0$ für alle $t \in \mathbb{R}$ $t = 40$

Nach 40 Monaten verschwindet das Produkt vom Markt.

2.2 Extremwertbetrachtung: Notwendige Bedingung $f'(t) = 0$:

$f'(t) = 0,05(40 - t)e^{0,05t} - e^{0,05t} = e^{0,05t}\,(0,05(40 - t) - 1)$

(Produkt- und Kettenregel)

$f'(20) = 0$ $0,05(40 - 20) - 1 = 0$ wahr

Dazu hinreichend für Maximum: $f''(20) = -\frac{1}{400} \cdot 20 \cdot e^1 = -\frac{e}{20} < 0$

Hilfsmittelfreier Teil - Analysis Lösungen

Aufgabe 26 **Aufgaben Seite 18**

Durch $e^{h(x)} = x$ wird die Funktion h definiert (für $x > 0$). Nun wird auf beiden Seiten abgeleitet. Auf der linken Seite wird hierbei die Kettenregel angewendet: $e^{h(x)} \cdot h'(x) = 1$

Umstellen nach $h'(x)$: $h'(x) = \frac{1}{e^{h(x)}}$

Wegen $e^{h(x)} = x$ wird $e^{h(x)}$ durch x ersetzt und man erhält:

$h'(x) = \frac{1}{e^{h(x)}} = \frac{1}{x}$, was zu zeigen war.

Aufgabe 27

a) Der Graph von f ist eine nach unten geöffnete Parabel, die bei $t = 0$ und $t = 4$ die t-Achse schneidet, d. h. es gilt $f(t) > 0$ für $0 < t < 4$.

Hinweis: f(t) ist die Zuflussrate, bei positiver Zuflussrate nimmt das Flüssigkeitsvolumen im Behälter zu

b) $2 + \int_0^t f(x)dx = 7$

Hinweis: Integration über die Zuflussrate ergibt für $f(t) > 0$ die Flüssigkeitzunahme.

Aufgabe 28 **Aufgaben Seite 19**

1 Bei Erhöhung des Preises p_1 wird die Konsumentenrente im Teilmarkt 1 geringer und gleichzeitig die des Teilmarkts 2 höher. Bei Verringerung des Preises verhält es sich umgekehrt.

(Bei einem Preis von 9 GE/ME erlischt der Teilmarkt 1, bei einem Preis von p_1 5 GE/ME erlischt der Teilmarkt 2.)

2 Für $x_1 = \sqrt{\frac{4}{3}}$ wird die Konsumentenrente optimal abgeschöpft

Damit die Konsumentenrente höchstmöglich abgeschöpft wird, muss der Preis p_1 so gewählt werden, dass der Flächeninhalt des Rechtecks unter dem Flächenstück zur Konsumentenrente Teilmarkt 1 möglichst groß wird.

$A(x) = x \cdot p(x) - 5 \cdot x = -x^3 + 9x - 5x = -x^3 + 4x$

Extremwertbetrachtung: $A'(x) = 0$ $\quad -3x^2 + 4 = 0 \quad \Leftrightarrow x_{1|2} = \pm\sqrt{\frac{4}{3}}$

Mit $x > 0$ gilt: $x = -\sqrt{\frac{4}{3}}$ ökonomisch nicht sinnvoll.

Dazu hinreichend: $A''(\sqrt{\frac{4}{3}}) = -6 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}} < 0$

Hilfsmittelfreier Teil - Analysis Lösungen

Aufgabe 29

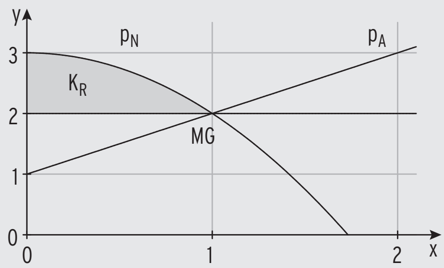
Aufgaben Seite 19

a) A: Monoton wachsend; Angebotsfunktion

$p_A(x) = x + 1$

B: Monoton fallend; Nachfragefunktion

$p_N(x) = -x^2 + 3$



b) $p_A(x) = p_N(x) \qquad -x^2 + 3 = x + 1$

$x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 1\,;\ x_2 = -2$

Marktgleichgewicht MG (1 | 2)

Konsumentenrente: $\int_0^1 p_N(x)\,dx - 2 = \left[-\frac{1}{3}x^3 + 3x\right]_0^1 - 2 = \frac{2}{3}$

Aufgabe 30

Ansatz: $p_A(x) = ax^2 + b$

$p_A(0) = 10$ ergibt $b = 10$; $p_A(x) = ax^2 + 10$

MG(60 | 64): $64 = a \cdot 60^2 + 10 \quad \Rightarrow a = \frac{54}{3600} = \frac{3}{200}$

Angebotsfunktion: $p_A(x) = \frac{3}{200}x^2 + 10$

Produzentenrente $\int_0^{60} (64 - (\frac{3}{200}x^2 + 10))\,dx = \int_0^{60} (54 - \frac{3}{200}x^2)\,dx = \left[54x - \frac{1}{200}x^3\right]_0^{60}$

$= 54 \cdot 60 - \frac{60^3}{200} = 54 \cdot 60 - 18 \cdot 60 = 36 \cdot 60 = 216$

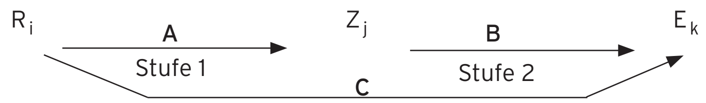
Aufgabe 31

$$\int_{-1}^{1} (\sqrt{2} \cdot x)^2\,dx = \int_{-1}^{1} 2x^2\,dx = \left[\frac{2}{3}x^3\right]_{-1}^{1} = \frac{2}{3} \cdot 1^3 - \frac{2}{3} \cdot (-1)^3 = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

2 Lineare Algebra

Formelsammlung

Lineare Verflechtung



R_i: Rohstoffe; Z_j: Zwischenprodukte; E_k: Endprodukte

Verflechtungsmatrizen

Rohstoff-Zwischenprodukt ; Zwischenprodukt-Endprodukt; Rohstoff-Endprodukt-Matrix

A B C

Es gilt der Zusammenhang: $\boxed{C = A \cdot B}$

Verbrauchs-, Produktionsvektoren

$\vec{r}$: Rohstoffvektor $\vec{z}$: Zwischenproduktvektor $\vec{x}$: Endproduktvektor

Es gilt: $\boxed{A \cdot \vec{z} = \vec{r} \qquad B \cdot \vec{x} = \vec{z} \qquad C \cdot \vec{x} = \vec{r}}$

Kostenvektoren (variable Kosten pro Einheit)

Rohstoffkosten: $\vec{k}_R$ Fertigungskosten in Stufe 1: $\vec{k}_Z$ Fertigungskosten in Stufe 2: $\vec{k}_E$

Kostenvektoren sind Zeilenvektoren.

Die **Gesamtkosten für die Produktion $\vec{x}$** setzen sich zusammen aus
Rohstoffkosten + Fertigungskosten in Stufe 1 + Fertigungskosten in Stufe 2 + fixe Kosten

K_R K_Z K_E K_f

Es gilt: $\boxed{K_R = \vec{k}_R \cdot \vec{r} \qquad K_Z = \vec{k}_Z \cdot \vec{z} \qquad K_E = \vec{k}_E \cdot \vec{x}}$

Variable Herstellungskosten $\vec{k}_v$
pro Einheit eines Endproduktes: $\boxed{\vec{k}_v = \vec{k}_R \cdot C + \vec{k}_Z \cdot B + \vec{k}_E}$

Gesamtkosten K für die Produktion $\vec{x}$
gilt bei Fixkosten K_f:

$$\boxed{\begin{aligned} K &= K_v + K_f = \vec{k}_v \cdot \vec{x} + K_f \\ K &= \vec{k}_R \cdot C \cdot \vec{x} + \vec{k}_Z \cdot B \cdot \vec{x} + \vec{k}_E \cdot \vec{x} + K_f \\ K &= \vec{k}_R \cdot \vec{r} + \vec{k}_Z \cdot \vec{z} + \vec{k}_E \cdot \vec{x} + K_f \end{aligned}}$$

Inverse Matrix

Existenz: Die **quadratische** Matrix A ist **invertierbar** (die Inverse A^{-1} existiert), wenn

$Rg(A) = n$ **oder** das LGS $A \cdot \vec{x} = \vec{b}$ ist **eindeutig lösbar.**

Berechnung: Umformung von $(A \mid E)$ in $(E \mid A^{-1})$

Eigenschaften: $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$ $\qquad (A^{-1})^{-1} = A$
$(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$ $\qquad (r \cdot A)^{-1} = \frac{1}{r} \cdot A^{-1}$

Aufgaben zur Abiturvorbereitung - Lineare Algebra

Aufgabe 1 **Seite 1/2** **Lösung Seite 116/117**

Das Ein-Liter-Auto ist kaum noch ein Thema. Niemand dürfte bereit sein, mehrere 10 000 Euro für ein eigenes Gefährt zu zahlen. Eine mögliche Zwischenlösung wird künftig wohl in einem Zwei- oder Drei-Liter-Auto gesehen.
Insgesamt gilt: ME gleich Mengeneinheiten und GE gleich Geldeinheiten.
Der Autozulieferbetrieb Dynamik baut unter anderem für ein Zwei-Liter-Auto in einem zweistufigen Produktionsprozess aus verschiedenen elektronischen Bauteilen (B1, B2 und B3) Fahrdynamikregelung, Motorsteuergerät und Bordcomputer (E1, E2, E3).
Die folgenden Listen geben Auskunft über die Zusammenhänge zwischen den Bauteilen und den Zwischen- bzw. Endprodukten in ME.

	Z1	Z2	Z3
B1	1	0	3
B2	5	2	12
B3	50	15	95

	E1	E2	E3
Z1	2	3	2
Z2	0	4	3
Z3	1	5	1

Kosten der Bauteile in GE/ME			Fertigungskosten der Zwischenprodukte in GE/ME			Fertigungskosten der Endprodukte in GE/ME		
B1	B2	B3	Z1	Z2	Z3	E1	E2	E3
0,03	0,02	0,01	1,5	2,5	2,5	10	15	20

1.1 Aus den obigen Angaben ergibt sich die folgende Bauteile-Endproduktmatrix:

$$M_{BE} = \begin{pmatrix} 5 & 18 & 5 \\ 22 & 83 & b \\ 195 & a & 240 \end{pmatrix}$$

1.1.1 Berechnen Sie die Werte für a und b. 5

1.1.2 Erläutern Sie die Bedeutung der Elemente a und b im Sachzusammenhang. 5

Im Folgenden sei a = 685 und b = 28.

1.2 Die Fixkosten der Wochenproduktion betragen 7 525 GE. 8
Berechnen Sie die Gesamtkosten für eine Wochenproduktion von 750 ME von E1, 900 ME von E2 und 500 ME von E3.

1.3 Kurz vor den Betriebsferien meldet das Lager einen Bestand an Zwischenprodukten von Z1 mit 4 300 ME, Z2 mit 4 250 ME und Z3 mit 4 950 ME.

1.3.1 Untersuchen Sie, wie viele Endprodukte mit diesem Lagerbestand noch vor den Betriebsferien produziert werden können. 8

1.3.2 Begründen Sie, dass es trotz höheren Rechenaufwands sinnvoll sein kann, zunächst die Inverse der Verflechtungsmatrix M_{ZE} zu bestimmen. 5

Zentrale Abiturprüfung 2018
Grundkursfach Mathematik
Fachbereich Wirtschaft und Verwaltung

Aufgabenteil A: ohne Hilfsmittel Lösungen Seite 189 - 193

Aufgabenstellung **Punkte**

Das Unternehmen Bilster Möbel GmbH produziert Holzmöbel aller Art. Hierzu gehören diverse Schrank und Regalsysteme sowie Tische und Stühle.

Aufgabe 1 (18 Punkte)

1.1 Analysis

Der Absatz des Esstisches Cordoba wird beschrieben durch die Funktion

$f(t) = (-t + 10)\cdot e^{0,5\cdot t}$ mit $t \in [0; 10]$.

Dabei steht t für die Anzahl der Monate seit der Produkteinführung und $f(t)$ für den Absatz in Mengeneinheiten (ME) pro Monat.

1.1.1 Geben Sie den Absatz pro Monat bei Markteinführung an. 1

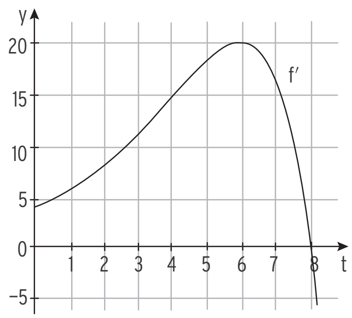
1.1.2 Zeigen Sie, dass die Ableitungsfunktion durch die Funktion f' mit

$$f'(t) = (-0,5 \cdot t + 4)\cdot e^{0,5\cdot t}$$

beschrieben werden kann. 2

1.1.3 Berechnen Sie die Nullstelle der Ableitungsfunktion f' (siehe 1.12) und begründen Sie mit Hilfe des Graphen von f' (Abbildung 1.1), dass die Nullstelle der Ableitungsfunktion den Zeitpunkt mit maximalem Absatz pro Monat angibt.

3



Zentrale Abiturprüfung 2018

Aufgabenteil A: ohne Hilfsmittel

1.2 Lineare Algebra

Punkte

Die Bilster Möbel GmbH stellt aus den Zwischenprodukten Z1 (Tischbein) und Z2 (Tischplatte) zwei verschiedene Tischmodelle E1 und E2 her.
Der jeweilige Bedarf an Zwischenprodukten in Stück zur Fertigung je eines Endproduktes ist der folgenden Matrix M_{ZE} zu entnehmen:

$$M_{ZE} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1.2.1 Im Lager der Bilster Möbel GmbH befinden sich aktuell noch 206 Tischbeine und 57 Tischplatten.
Bestimmen Sie die Anzahl der beiden Tischmodelle E1 und E2, die hieraus hergestellt werden können, wenn das Lager vollständig geräumt werden soll. 4

1.2.2 Geben Sie zwei Lagerbestände an, die unter den gegebenen Voraussetzungen nicht vollständig zu Tischen verarbeitet werden können. 2

1.3 Stochastik

Im Büro der Bilster Möbel GmbH liegt eine Packung mit 5 Kugelschreibern.

3 hiervon sind blau, 2 sind rot. Ein Angestellter zieht aus der Packung mehrmals hintereinander zufällig einen Kugelschreiber heraus, ohne diesen wieder in die Packung zurück zu legen.

1.3.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der zweite gezogene Kugelschreiber blau ist. 3

1.3.2 Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl der Ziehungen an, die benötigt werden, um den ersten roten Kugelschreiber zu ziehen.

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{5}$			$\frac{1}{10}$

Ermitteln Sie die fehlenden Wahrscheinlichkeiten und den Erwartungswert von X.

3

Zentrale Abiturprüfung 2018

Aufgabenteil B: Hilfsmittel GTR/CAS

Aufgabenstellung **Punkte**

Als einer von vielen Anbietern produziert die Bilster Möbel GmbH aller Art.
Hierzu gehören diverse Schrank- und Regalsysteme, Tische und Stühle.
In allen Aufgaben gilt: ME ≙ Mengeneinheiten und GE ≙ Geldeinheiten

Aufgabe 2 – Analysis (24 Punkte)

Die Bilster Möbel GmbH produziert den Computertisch Marseille und bietet diesen zu einem Verkaufspreis von 50 GE/ME an.
Die Kapazitätsgrenze für dieses Produkt liegt bei 10 ME.
Der Kostenverlauf für die Produktion des Computertisches Marseille wird beschrieben durch eine ertragsgesetzliche Kostenfunktion dritten Grades.

2.1 Als Gewinnfunktion wurde $G(x) = -4x^3 + 16x^2 + 12x - 48$ ermittelt.

2.1.1 Berechnen Sie den Gewinn, den das Unternehmen maximal erzielen kann. 3

2.1.2 Ermitteln Sie diejenigen Produktionsmengen, für die das Unternehmen einen Gewinn von mindestens 10 GE erzielt. 2

2.1.3 Leiten Sie die Funktionsgleichung der zugehörigen Kostenfunktion K her. 3

Gehen Sie im Folgenden von der Kostenfunktion $K(x) = 4x^3 - 16x^2 + 38x + 48$ aus.

2.2 Ein Konkurrenzunternehmen bietet ein vergleichbares Modell zu einem Preis von 45 GE/ME an. Daher wird überlegt, den Preis zu senken.

2.2.1 Bestätigen Sie, dass das Betriebsminimum 2 ME beträgt und geben Sie die kurzfristige Preisuntergrenze an. 3

2.2.2 Die Unternehmensleitung entschließt sich, den Preis ebenfalls auf 45 GE/ME zu senken. Bestimmen Sie alle Ausbringungsmengen, für die das Unternehmen einen Gewinn von mindestens 5 % der Gesamtkosten erzielt. 4

2.3 Die Absatzzahlen für das Produkt werden durch die Funktion A mit $A(t) = t^2 \cdot e^{-0{,}3 \cdot t}$ (t in Monaten und A(t) in ME/Monat) beschrieben

2.3.1 Leiten Sie mit geeigneten Ableitungsregeln her, dass gilt:
$A''(t) = (0{,}09\,t^2 - 1{,}2t + 2) \cdot e^{-0{,}3 \cdot t}$ 5

2.3.2 Berechnen Sie den Zeitpunkt des größten Rückgangs der Absatzzahlen.
Gehen Sie davon aus, dass für A''' gilt:
$A'''(t) = (-0{,}027\,t^2 + 0{,}54t - 1{,}8) \cdot e^{-0{,}3 \cdot t}$ 4

Hinweis: 2.3 geändert aufgrund der Abiturvorgaben 2019

Zentrale Abiturprüfung 2018

Aufgabenteil B: Hilfsmittel GTR/CAS

Aufgabe 3 – Lineare Algebra (24 Punkte)

Die Bilster Möbel GmbH stellt aus drei verschiedenen Bauteilen B1, B2, B3 drei Zwischenprodukte Z1, Z2, Z3 und aus diesen wiederum drei Endprodukte (die Schreibtische E1. E2. E3) her. Die Materialverflechtung ist den folgenden Matritzen zu entnehmen:

$$A_{BZ} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad C_{BE} = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 2 \\ 16 & 18 & 12 \\ 16 & 11 & 4 \end{pmatrix}$$

3.1 Die Kosten und die Verkaufspreise ergeben sich aus den folgenden Tabellen:

Kosten der Bauteile in GE je ME

B1	B2	B3
1	2	3

Fertigungskosten der Zwischenprodukte in GE je ME

Z1	Z2	Z3
2,5	3,3	2

Fertigungskosten der Endprodukte in GE je ME

E1	E2	E3
17	23	19

Verkaufspreise der Endprodukte in GE je ME

E1	E2	E3
150	145	90

3.1.1 Interpretieren Sie die Bedeutung des Elements c_{32} in der Matrix C_{BE} im Sachzusammenhang. 2

3.1.2 Ein Kunde bestellt jeweils 100 ME von E1, E2 und E3.
Berechnen Sie den Deckungsbeitrag für diesen Auftrag. 7

3.2 Es sollen 40 ME von E1 hergestellt werden und von E2 doppelt so viele ME wie von E3. Im Lager stehen noch 1000 ME von B1, 2000 ME von B2 und 1500 ME von B3 zur Verfügung.

3.2.1 Ermitteln Sie, wie viele ME von E3 höchstens hergestellt werden können. 6

3.2.2 Gehen Sie nun für E3 von einer Produktionsmenge von 28 ME aus.
Berechnen Sie die Mengen von B1, B2 und B3, die als Restbestandan Bauteilen im Lager verbleiben. 3

3.3 Produktionsbedingt muss die Materialverflechtung zwischen den Bauteilen und Zwischenprodukten geändert werden, so dass die neue Materialverflechtung folgendermaßen aussieht:

Zentrale Abiturprüfung 2018

Aufgabenteil B: Hilfsmittel GTR/CAS

Aufgabe 3 – Lineare Algebra (24 Punkte)

3.3 $A_{BZ}^{neu} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & t \end{pmatrix}$; $t \in \mathbb{R}$; $t \geq 0$

Momentan befinden sich noch 152 ME von B1, 16 ME von B2 und 132 ME von B3 im Lager. Das Lager soll vollständig geräumt werden.

Hierzu wurde der folgende Lösungsweg skizziert:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 152 \\ 0 & 3 & 4 & 16 \\ 4 & 2 & t & 132 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 152 \\ 0 & 3 & 4 & 16 \\ 0 & 0 & t-4 & -172 \end{array}\right)$$

3.3.1 Erläutern Sie den dargestellten Lösungsansatz und beschreiben Sie, durch welche Umformung der rechte Koeffizientenmatrix aus der linken hervorgeht. 3

3.3.2 Begründen Sie dass sich für $t \geq 4$ keine herstellbaren Produktionsmengen der Zwischenprodukte ergeben. 3

Aufgabe 4 – Stochastik (24 Punkte)

Die Bilster Möbel GmbH stellt verschiedene hochwertige Schrankwände her.

4.1 Zur Ermittlung der Beliebtheit der beiden neuen Schrankwand-Modelle Granada und Kosta sind die Kunden verschiedener Fachgeschäfte befragt worden.
Hierbei konnten Sie zu den beiden Modellen jeweils angeben, ob diese ihnen gefallen oder nicht.
58 % der Kunden gefiel das Modell Granada (Ereignis G), 46 % gefiel das Modell Kosta (Ereignis K), 20 % gefiel keines der beiden Modelle.

4.1.1 Stellen Sie die Zusammenhänge in einer Vierfeldertafel oder einem vollständigen Baumdiagramm mit allen Pfad- und Pfadendwahrscheinlichkeiten dar. 4

4.1.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der einem zufällig ausgewählten Kunden nur eines dieser beiden Modelle gefällt. 2

4.1.3 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der einem Kunden, welchem das Modell Granada nicht gefällt, das Modell Kosta gefällt. 3

Zentrale Abiturprüfung 2018

Aufgabenteil B: Hilfsmittel GTR/CAS

Aufgabe 4 – Stochastik (24 Punkte)

4.2 Die nächste Lieferung umfasst 200 Bretter, die diesmal vollständig überprüft werden. Gehen Sie davon aus, dass die Anzahl fehlerhafter Holzbretter in der Lieferung binomialverteilt ist.

4.2.1 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit mit der die Anzahl der fehlerhaften Bretter um höchstens eine Standardabweichung vom Erwartungswert abweicht. 5

4.2.2 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 10, höchstens jedoch 20 Bretter fehlerhaft sind. 3

4.2.3 Für bereits vorliegende Kundenaufträge werden mindestens 185 fehlerfreie Bretter benötigt.
Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Lieferung genügend fehlerfreie Bretter enthält. 3

4.3 Die Produktionsleiterin geht davoh aus, dass insgesamt 400 fehlerfreie Holzbretter benötigt werden.
Gehen Sie davon aus, dass die Anzahl fehlerhafter Holzbretter in allen Lieferungen binomialverteilt ist.
Ermitteln Sie, wie viele Bretter mindestens bestellt werden müssen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von über 95 % mindestens 400 fehlerfreie Bretter im Rahmen der Lieferung eintreffen. 4

Zentrale Abiturprüfung 2018 Lösungen

Aufgabenteil A: ohne Hilfsmittel Lösungen

1.1 Analysis

1.1.1 Absatz pro Monat bei Markteinführung: $f(0) = 10$ ($e^{0,5\cdot 0} = 1$)

1.1.2 Ableitung mit Produkt- und Kettenregel

$f'(t) = -1 \cdot e^{0,5\cdot t} + (-t + 10)\cdot e^{0,5\cdot t} \cdot 0,5 = (-0,5 \cdot t + 4)\cdot e^{0,5\cdot t}$

1.1.3 Nullstelle der Ableitung: $f'(t) = 0$ $-0,5 \cdot t + 4 = 0$ $e^{0,5\cdot t} \neq 0$

$t = 8$

Am Graphen von f′ sieht man an der Stelle x = 8 einen Vorzeichenwechsel von + nach −. Daher hat f in x = 8 eine Maximalstelle. Da es keine weiteren Extremstellen gibt, wird dort der maximale monatliche Absatz erzielt.

1.2 Lineare Algebra

1.2.1 x_1; x_2 : Anzahl der Tischmodelle E1 und E2

Bedingung: $M_{ZE} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 206 \\ 57 \end{pmatrix}$

Lösung als LGS:

$$\begin{aligned} 4x_1 + 2x_2 &= 206 \\ x_1 + x_2 &= 57 \quad \cdot (-4) \\ -2\cdot x_2 &= -22 \Rightarrow x_2 = 11 \end{aligned}$$

Einsetzen in $x_1 + x_2 = 57$ ergibt $x_1 = 46$

Es können 46 Stücke von Tischmodell E1 und 11 Stücke von Tischmodell E2 hergestellt werden.

Hinweis: Lösung mithilfe der Inversen: $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = M_{ZE}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 206 \\ 57 \end{pmatrix}$; $M_{ZE}^{-1} = \begin{pmatrix} 0,5 & -1 \\ -0,5 & 2 \end{pmatrix}$

1.2.2 Es wird immer eine gerade Anzahl von Tischbeinen benötigt.

(Entweder 4 oder 2 Tischbeine und jeweils eine Platte, dies besagt die M_{ZE} -Matrix.)

Jeder Lagerbestand aus einer ungeraden Anzahl von Tischbeinen, kann nicht vollständig verarbeitet werden.

Hinweis: vgl. Sie 0,5 in der Inversen

Beispiel 1: 207 Tischbeine und 57 Tischplatten

Beispiel 2: 1 Tischbein und 0 Tischplatten

1.3 Stochastik

Ziehen ohne Zurücklegen

1.3.1 $P(BB) + P(RB) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$

1.3.2 $P(X = 2) = P(BR) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$

$P(X = 3) = P(BBR) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{5}$ oder $P(X = 3) = 1 - \frac{2}{5} - \frac{3}{10} - \frac{1}{10} = \frac{1}{5}$

$E(X) = 1 \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{3}{10} + 3 \cdot \frac{1}{5} + 4 \cdot \frac{1}{10} = 2$