

## Naturkonstanten in SI-Einheiten

Die numerischen Werte basieren auf den Empfehlungen der CODATA 2014.

Größe	Symbol	Wert	Fehler
Vakuumlichtgeschwindigkeit	$c$	$2.997\,924\,58 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	exakt
Gravitationskonstante	$G$	$6.674\,08 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$	$0.000\,31 \cdot 10^{-11}$
Elementarladung	$e, e_0$	$1.602\,176\,620\,8 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	$0.000\,000\,009\,8 \cdot 10^{-19}$
Plancksche Konstante	$h$	$6.626\,070\,040 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	$0.000\,000\,081 \cdot 10^{-34}$
	$\hbar = (2\pi)^{-1}h$	$1.054\,571\,800 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	$0.000\,000\,013 \cdot 10^{-34}$
Avogadro-Konstante	$N_A$	$6.022\,140\,857 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	$0.000\,000\,074 \cdot 10^{23}$
Faraday-Konstante	$F = N_A e_0$	$9.648\,533\,289 \cdot 10^4 \text{ C/mol}$	0.000 59
Elektronenmasse	$m_e$	$9.109\,383\,56 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	$0.000\,000\,11 \cdot 10^{-31}$
		$0.510\,998\,946\,1 \text{ MeV}$	$0.000\,000\,003\,1$
Rydberg-Konstante	$R_\infty = (2h)^{-1}m_e c \alpha^2$	$1.097\,373\,156\,850\,8 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$	0.000 065
Feinstrukturkonstante	$\alpha = e_0^2(2\epsilon_0 \hbar c)^{-1}$	$7.297\,352\,566\,4 \cdot 10^{-3}$	$0.000\,000\,001\,7 \cdot 10^{-3}$
	$\alpha^{-1}$	137.035 999 139	0.000 000 031
Elektronenradius	$r_e = \hbar(m_e c)^{-1} \alpha$	$2.817\,940\,322\,7 \cdot 10^{-15} \text{ m}$	$0.000\,000\,001\,9 \cdot 10^{-15}$
$e^-$ -Compton-Wellenlänge	$\lambda_C = h(m_e c)^{-1}$	$2.426\,310\,236\,7 \cdot 10^{-12} \text{ m}$	$0.000\,000\,001\,1 \cdot 10^{-12}$
Bohrscher Radius	$a_0 = r_e \alpha^{-2}$	$0.529\,177\,210\,67 \cdot 10^{-10} \text{ m}$	$0.000\,000\,000\,12 \cdot 10^{-10}$
Atomare Masseneinheit	$u = \frac{1}{12}m(^{12}\text{C})$	$1.660\,539\,040 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$0.000\,000\,020 \cdot 10^{-27}$
Protonenmasse	$m_p$	$1.672\,621\,898 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$0.000\,000\,021 \cdot 10^{-27}$
		$938.272\,081\,3 \text{ MeV}$	0.000 005 8
Neutronenmasse	$m_n$	$1.674\,927\,471 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$0.000\,000\,021 \cdot 10^{-27}$
		$939.565\,413\,3 \text{ MeV}$	0.000 005 8
Magnetisches Flussquantum	$\Phi_0 = h(2e_0)^{-1}$	$2.067\,833\,831 \cdot 10^{-15} \text{ Wb}$	$0.000\,000\,013 \cdot 10^{-15}$
Spez. Elektronenladung	$-e_0 m_e^{-1}$	$-1.758\,820\,024 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$	$0.000\,000\,011 \cdot 10^{11}$
Bohrsches Magneton	$\mu_B = e_0 \hbar(2m_e)^{-1}$	$9.274\,009\,994 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$	$0.000\,005\,7 \cdot 10^{-26}$
Magn. Moment des Elektrons	$\mu_e$	$-9.284\,764\,620 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$	$0.000\,005\,7 \cdot 10^{-26}$
Kern-Magneton	$\mu_N = e_0 \hbar(2m_p)^{-1}$	$5.050\,783\,699 \cdot 10^{-27} \text{ J/T}$	$0.000\,000\,031 \cdot 10^{-27}$
Magn. Moment des Protons	$\mu_p$	$1.410\,606\,787\,3 \cdot 10^{-26} \text{ J/T}$	$0.000\,000\,009\,7 \cdot 10^{-26}$
Gyromagnetisches Verhältnis	$\gamma_p$	$2.675\,221\,900 \cdot 10^8 \text{ rad/s} \cdot \text{T}$	$0.000\,000\,018 \cdot 10^8$
Quanten-Hallwiderstand	$R_H$	$2.581\,280\,745\,55 \cdot 10^4 \Omega$	0.000 005 9
Molare Gaskonstante	$R$	$8.314\,459\,8 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$	0.000 004 8
Boltzmann-Konstante	$k, k_B = RN_A^{-1}$	$1.380\,648\,52 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$	$0.000\,000\,79 \cdot 10^{-23}$
Stefan-Boltzmann-Konstante	$\sigma = \pi^2 k_B^4 (60 \hbar^3 c^2)^{-1}$	$5.670\,367 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)$	$0.000\,013 \cdot 10^{-8}$
Wiensche Konstante	$b = \lambda_{\max} T$	$2.897\,772\,9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$	$0.000\,001\,7 \cdot 10^{-3}$
Magnetische Feldkonstante	$\mu_0$	$1.256\,637\,0614 \dots \cdot 10^{-6} \text{ N/A}^2$	exakt
Elektrische Feldkonstante	$\epsilon_0 = (\mu_0 c^2)^{-1}$	$8.854\,187\,817 \dots \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$	exakt

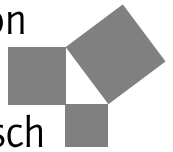
	<b>Inhaltsverzeichnis .....</b>	<b>I</b>	⇒
	<b>Tabellenverzeichnis.....</b>	<b>XXI</b>	⇒
<b>1</b>	<b>Kinematik .....</b>	<b>1</b>	⇒
<b>2</b>	<b>Dynamik.....</b>	<b>32</b>	⇒
<b>3</b>	<b>Starre Körper.....</b>	<b>83</b>	⇒
<b>4</b>	<b>Mikromechanik .....</b>	<b>117</b>	⇒
<b>5</b>	<b>Gravitation und Relativitätstheorie .....</b>	<b>123</b>	⇒
<b>6</b>	<b>Mechanik der deformierbaren Körper .....</b>	<b>144</b>	⇒
<b>7</b>	<b>Nichtlineare Dynamik, Chaos und Fraktale.....</b>	<b>197</b>	⇒
	<b>Formelzeichen Mechanik .....</b>	<b>213</b>	⇒
<b>8</b>	<b>Tabellen zur Mechanik .....</b>	<b>214</b>	⇒
<b>9</b>	<b>Schwingungen .....</b>	<b>235</b>	⇒
<b>10</b>	<b>Wellen .....</b>	<b>265</b>	⇒
<b>11</b>	<b>Akustik.....</b>	<b>287</b>	⇒
<b>12</b>	<b>Optik.....</b>	<b>309</b>	⇒
	<b>Formelzeichen Schwingungen, Wellen, Akustik und Optik .....</b>	<b>379</b>	⇒
<b>13</b>	<b>Tabellen zu Schwingungen, Akustik und Optik .....</b>	<b>381</b>	⇒
<b>14</b>	<b>Ladungen und Ströme.....</b>	<b>389</b>	⇒
<b>15</b>	<b>Elektrisches und magnetisches Feld .....</b>	<b>405</b>	⇒
<b>16</b>	<b>Anwendungen in der Elektrotechnik .....</b>	<b>461</b>	⇒
<b>17</b>	<b>Stromleitung in Flüssigkeiten, in Gasen und im Vakuum .....</b>	<b>505</b>	⇒
<b>18</b>	<b>Plasmaphysik .....</b>	<b>526</b>	⇒
	<b>Formelzeichen Elektrizitätslehre.....</b>	<b>544</b>	⇒
<b>19</b>	<b>Tabellen zur Elektrizitätslehre .....</b>	<b>546</b>	⇒
<b>20</b>	<b>Gleichgewicht und Zustandsgrößen .....</b>	<b>565</b>	⇒
<b>21</b>	<b>Wärme, Energieumwandlung und Zustandsänderungen .....</b>	<b>612</b>	⇒
<b>22</b>	<b>Phasenumwandlungen, Reaktionen und Wärmeausgleich .....</b>	<b>651</b>	⇒
	<b>Formelzeichen Wärmelehre .....</b>	<b>699</b>	⇒
<b>23</b>	<b>Tabellen zur Thermodynamik .....</b>	<b>702</b>	⇒
<b>24</b>	<b>Photonen – Elektromagnetische Strahlung und Lichtquanten ....</b>	<b>733</b>	⇒
<b>25</b>	<b>Materiewellen – Wellenmechanik der Teilchen.....</b>	<b>739</b>	⇒
<b>26</b>	<b>Atom- und Molekülphysik .....</b>	<b>762</b>	⇒
<b>27</b>	<b>Elementarteilchenphysik – das Standard-Modell .....</b>	<b>791</b>	⇒
<b>28</b>	<b>Kernphysik .....</b>	<b>813</b>	⇒
<b>29</b>	<b>Festkörperphysik .....</b>	<b>869</b>	⇒
	<b>Formelzeichentabelle Mikrophysik.....</b>	<b>967</b>	⇒
<b>30</b>	<b>Tabellen zur Quantenphysik .....</b>	<b>972</b>	⇒
<b>31</b>	<b>Messungen und Messfehler .....</b>	<b>991</b>	⇒
<b>32</b>	<b>Vektorrechnung.....</b>	<b>1006</b>	⇒
<b>33</b>	<b>Differenzial- und Integralrechnung .....</b>	<b>1011</b>	⇒
<b>34</b>	<b>Tabellen zum SI-System .....</b>	<b>1015</b>	⇒
	<b>Nobelpreisträger für Physik .....</b>	<b>1021</b>	⇒
	<b>Sachwortverzeichnis .....</b>	<b>1031</b>	⇒

**Taschenbuch  
der  
Physik**





Edition  
Harri  
Deutsch



# Taschenbuch der Physik

## Formeln, Tabellen, Übersichten

Herausgegeben von  
Prof. Dr. Dr. h. c. Horst Stöcker

**8. Auflage**

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 56740**

**Herausgeber:**

Professor Dr. Dr.  $\hbar c$  Horst Stöcker

Judah M. Eisenberg Professor Laureatus an der Goethe-Universität Frankfurt am Main,  
Gründungsvorstandsvorsitzender und Senior Fellow des FIAS (Frankfurt Institute for Advanced Studies),  
Gründungsdirektor der FIGSS (Frankfurt International Graduate School of Sciences),  
Wissenschaftlicher Geschäftsführer des GSI Helmholtzzentrums für Schwerionenforschung (2007 – 2015).

8. Auflage

Druck 5 4 3 2 1

ISBN 978-3-8085-5875-1

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwendung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2018 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten

<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: Satzherstellung Dr. Naake, 09618 Brand-Erbisdorf

Umschlaggestaltung: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Druck: Media-Print Informationstechnologie GmbH, 33100 Paderborn

## **Autoren:**

Dr. **Christoph Best**, von Neumann Institute of Computing, NIC, Forschungsanlage Jülich (Mechanik) mit  
Dipl.-Ing. Helmut Kutz, Mauserwerke AG, Oberndorf,  
Prof. Dr. Rudolf Pitka, FH Frankfurt

Dr. **Kordt Griepenkerl**, Uni Frankfurt, (Schwingungen und Wellen, Akustik, Optik) mit  
Prof. Dr. Steffen Bohrmann, Hochschule Mannheim,  
Dipl.-Phys. Klaus Horn, FH Frankfurt

Dr. **Christian Hofmann**, Deutsche Bank, (Elektrizität, Magnetismus) mit  
Dr. Klaus-Jürgen Lutz, Uni Frankfurt,  
Prof. Dr. Rudolf Taute, FH der Telekom, Berlin,  
Prof. Dr. Georg Terlecki, FH Rheinland-Pfalz, Abt. Kaiserslautern

Prof. Dr. **Christoph Hartnack**, Ecole de Mines et Subatech, Nantes (Thermodynamik) mit  
Dipl.-Betriebswirt (BA) Jochen Gerber, FH Frankfurt und Arthur D. Little, Schwalbach,  
Dr. Ludwig Neise, Uni Frankfurt

Prof. Dr. **Alexander Andreeff**, ehem. TU Dresden, (Quantenphysik) mit  
Dr. Markus Hofmann, Uni Frankfurt und SUN Microsystems,  
Dr. Christian Spieles, Uni Frankfurt und Kreditanstalt für Wiederaufbau

## **Mit Beiträgen von**

Prof. Dr. Hans Babovsky, TU Ilmenau,  
Dr. Heiner Heng, Freudenberg & Co., Weinheim,  
Dipl.-Phys. Frank Heyder, Physikalisches Institut, Frankfurt,  
Dr. André Jahns, Uni Frankfurt,  
Prof. Dr. Peter Junglas, FHWT Vechta/Diepholz/Oldenburg  
Prof. Dr. Karl-Heinz Kampert, Technische Uni und Forschungszentrum Karlsruhe,  
Prof. Dr. Ralf Rüdiger Kories, Hochschule für Telekommunikation, Leipzig,  
Dipl.-Ing. chem. Imke Krüger-Wiedorn, Naturwissenschaftl.-Techn. Akademie Isny und Byk-Gülden,  
St.R. Dipl.-Phys. Christiane Lesny, Uni Frankfurt,  
Prof. Dr.-Ing. Holger Lutz, FH Gießen-Friedberg,  
Prof. Dr.-Ing. Monika Lutz, FH Gießen-Friedberg,  
Dr. Raffaele Mattiello, Uni Frankfurt,  
Dr. Jörg Müller, University of Tennessee, Knoxville,  
Dr. Jürgen Müller, Denton Vacuum, Inc., und APD Cryogenics, Inc., Frankfurt,  
Prof. Dr. Gottfried Münzenberg, Uni Gießen und GSI Darmstadt,  
Akad. Oberrat Dr. habil. Helmut Oeschler, TH Darmstadt,  
Prof. Dr. Roland Reif, ehem. TU Dresden,  
Akad. Oberrat Dr. Joachim Reinhardt, Uni Frankfurt,  
Dr. Hans-Georg Reusch, Uni Münster und IBM Wissenschaftliches Zentrum Heidelberg,  
Dr. Matthias Rosenstock, Nova Data,  
Dr. Wolfgang Schäfer, Bosch-Telekom, Paris,  
Prof. Dr. Alwin Schempp, Inst. für Angewandte Physik, Uni Frankfurt,  
Prof. Dr.-Ing. Heinz Schmidt-Walter, Hochschule Darmstadt,  
Prof. Dr. Bernd Schürmann, Siemens AG, München,  
Phys.-Techn. Ass. Astrid Steidl, NTA Isny,  
Dr. Jürgen Theis, Infracerv,  
Prof. Dr. Thomas Weis, Uni Dortmund,  
Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Wendt, Hochschule Esslingen,  
Dr. Michael Wiedorn, Gesamthochschule Essen und PSI Bern,  
Dr. Bernd Wolf, Physikalisches Institut, Uni Frankfurt,  
Dr.-Ing. Dieter Zetsche, Vorstandsvorsitzender der Daimler AG, Stuttgart.

Mit zahlreichen Beiträgen aus den Physik-Lehrbuchreihen von

Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Walter Greiner, Uni Frankfurt, und

Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Werner Martienssen, Physikalisches Institut, Frankfurt

# Vorwort

Die vielfältigen **Anwendungen der Physik** bestimmen heute weite Bereiche der Ingenieur- und Naturwissenschaften. In Ausbildung und Praxis wird es daher immer wichtiger, die **Grundlagen der Physik** und **aktueller Messmethoden** griffbereit zu haben.

Das **Taschenbuch der Physik** wurde von einem Team erfahrener Hochschuldozenten, Wissenschaftler und in der Praxis stehender Ingenieure unter dem Gesichtspunkt „**Physik griffbereit**“ erstellt: Alle wichtigen Formeln, Tabellen und **Anwendungen** sind hier kompakt zusammengestellt.

Das **Taschenbuch der Physik** vereint

- **Basiswissen** für Abiturienten, Fachoberschüler und Studenten im **Grundstudium**,
- **Aufbauwissen** für **fortgeschrittene** Studenten und
- den physikalischen **Background** für den **berufstätigen** Ingenieur und Wissenschaftler.

Das **Taschenbuch der Physik** ist hervorragend geeignet als

- rasch verfügbare Informationsquelle für Klausuren und Prüfungen,
- sicheres Hilfsmittel beim Lösen von Problemen und Übungsaufgaben,
- aktuelles **Nachschlagewerk** für den Berufspraktiker.

Jedes Kapitel ist für sich eine selbstständige Einheit und enthält alle wichtigen

▲ **Begriffe, Formeln, Regeln und Sätze,**

■ **Beispiele** und praktische **Anwendungen,**

➤ Hinweise auf wichtige **Fehlerquellen**, Tips und Querverweise,

■ wichtige **Messverfahren** für die Praxis sowie

zahlreiche **Tabellen** von Naturkonstanten und Materialeigenschaften.

Hervorzuheben ist die einheitliche Behandlung und Darstellung der physikalischen Begriffe und Formeln: Zu jeder Größe sind alle Eigenschaften wie Messverfahren, wichtige Gesetze, verwandte Größen, Materialkonstanten, SI-Einheiten, Dimensionen, Umwandlungen und Anwendungshinweise zusammengetragen und kompakt dargestellt.

Begriffsboxen erleichtern den schnellen Überblick:

Begriff / Gesetz				SI-Einheit
Formeln	Symbol	Einheit	Benennung	
	...	...	...	

Das **Taschenbuch der Physik** ist – wie das **Taschenbuch mathematischer Formeln und moderner Verfahren** von H. Stöcker (Hrsg.) – geeignet als **Nachschlagewerk** zum Lehr- und Lernbuch **Physik – Der Grundkurs** von R. Pitka, St. Bohrmann, H. Stöcker, G. Terlecki und H. Zetsche.



# Vorwort zur achten Auflage

Wert und Nutzen des *Taschenbuch der Physik* für alle Nutzer in der Lehre, in Schule und Studium und nicht zuletzt in der beruflichen Anwendung sind international anerkannt: Sowohl die französische Ausgabe mit dem wunderbar aussagekräftigen Titel *Toute la Physique* als auch die amerikanisch/englische Ausgabe *Handbook of Physics* finden in den jeweiligen großen Sprachräumen beachtliche, Herausgeber und Verlag erfreuende Resonanz.

In der deutschen Ausgabe wird erstmals eine zweite Farbe eingesetzt, um die Orientierung in dem umfassenden Referenzwerk noch einmal zu verbessern.

Das besondere Angebot neben der Buchausgabe ist die Online-Version in der Europathek <https://www.europathek.de>, dem Medienregal des Verlages Europa-Lehrmittel. Die Online-Version bietet den kompletten Text, eine komfortable Suchfunktion, farbige Grafiken und alle Tabellen als pdf-Dateien.

Herausgeber, Autoren und Verlag wünschen ausdrücklich Ihre kritischen und lobenden Hinweise.

Herausgeber und Verlag Europa-Lehrmittel  
Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselderger Str. 23  
42781 Haan-Gruiten  
[lektorat@europa-lehrmittel.de](mailto:lektorat@europa-lehrmittel.de)  
<http://www.europa-lehrmittel.de>



# Inhaltsverzeichnis

## Tabellenverzeichnis

XXI

## I Mechanik

<b>1</b>	<b>Kinematik</b>	<b>1</b>
1.1	Beschreibung von Bewegungen	1
1.1.1	Bezugssysteme	1
1.1.2	Zeit	5
1.1.3	Länge, Fläche, Volumen	7
1.1.4	Winkel	8
1.1.5	Mechanische Systeme	10
1.2	Bewegung in einer Dimension	11
1.2.1	Geschwindigkeit	11
1.2.1.1	Durchschnittsgeschwindigkeit	12
1.2.1.2	Momentangeschwindigkeit	13
1.2.2	Beschleunigung	14
1.2.3	Einfache Bewegungen in einer Dimension	16
1.3	Bewegung in mehreren Dimensionen	19
1.3.1	Geschwindigkeitsvektor	20
1.3.2	Beschleunigungsvektor	22
1.3.3	Freier Fall und Wurf	25
1.4	Drehbewegung	27
1.4.1	Winkelgeschwindigkeit	27
1.4.2	Winkelbeschleunigung	29
1.4.3	Bahngeschwindigkeit	30
<b>2</b>	<b>Dynamik</b>	<b>32</b>
2.1	Grundgesetze der Dynamik	32
2.1.1	Masse und Impuls	32
2.1.1.1	Masse	32
2.1.1.2	Impuls	34
2.1.2	Newtonsche Gesetze	34
2.1.2.1	Trägheit (Erstes Newtonsches Gesetz)	34
2.1.2.2	Grundgesetz der Dynamik (Zweites Newtonsches Gesetz)	35
2.1.2.3	Kraft	36
2.1.2.4	Reaktionsprinzip (Drittes Newtonsches Gesetz)	37
2.1.2.5	Trägheitskräfte	38
2.1.2.6	D'Alembertsches Prinzip	39
2.1.2.7	Zusammensetzung von Kräften	39
2.1.2.8	Zerlegung von Kräften	40
2.1.3	Bahndrehimpuls	43
2.1.4	Drehmoment	44
2.1.5	Dynamisches Grundgesetz für Drehbewegungen	46
2.2	Kräfte	47
2.2.1	Gewichtskraft	47
2.2.2	Federkräfte und Torsionskräfte	48
2.2.3	Reibungskräfte	50
2.2.3.1	Haftreibung	50
2.2.3.2	Gleitreibung	51

	2.2.3.3	Rollreibung	51
	2.2.3.4	Seilreibung	52
2.3		Trägheitskräfte in rotierenden Bezugssystemen	53
	2.3.1	Zentripetalkraft und Zentrifugalkraft	53
	2.3.2	Corioliskraft	55
2.4		Arbeit und Energie	57
	2.4.1	Arbeit	57
	2.4.2	Energie	59
	2.4.3	Kinetische Energie	60
	2.4.4	Potenzielle Energie	60
	2.4.4.1	Hubarbeit gegen Gravitationskraft	61
	2.4.4.2	Verformungsarbeit und Spannungsenergie einer Feder	62
	2.4.5	Reibungsarbeit	63
2.5		Leistung	64
	2.5.1	Wirkungsgrad	64
2.6		Stoßprozesse	65
	2.6.1	Elastische, gerade, zentrale Stöße	67
	2.6.2	Elastische, schiefe, zentrale Stöße	68
	2.6.3	Elastischer, schiefer Stoß mit einem ruhenden Körper	69
	2.6.4	Unelastische Stöße	71
	2.6.4.1	Teilunelastische Stöße	71
	2.6.4.2	Total unelastischer Stoß	71
2.7		Raketen	71
	2.7.1	Schubkraft	72
	2.7.2	Raketengleichung	73
2.8		Massenpunktsysteme	74
	2.8.1	Bewegungsgleichungen	74
	2.8.2	Impulserhaltungssatz	76
	2.8.3	Drehimpulserhaltungssatz	77
	2.8.4	Energieerhaltungssatz	77
2.9		Lagrange- und Hamilton-Gleichungen	78
	2.9.1	Lagrange-Gleichungen und Hamiltonsches Prinzip	78
	2.9.2	Hamilton-Gleichungen	81
3		Starre Körper	83
3.1		Kinematik	83
	3.1.1	Dichte	83
	3.1.2	Schwerpunkt	83
	3.1.3	Kinematische Grundgrößen	85
3.2		Statik	87
	3.2.1	Kraftvektoren	87
	3.2.2	Drehmoment	89
	3.2.3	Kräftepaar	91
	3.2.4	Gleichgewichtsbedingungen der Statik	92
	3.2.5	Technische Mechanik	94
	3.2.5.1	Lagerreaktionen	94
	3.2.5.2	Fachwerke	94
	3.2.6	Maschinen	95
	3.2.6.1	Hebel	95
	3.2.6.2	Keile und Schrauben	96
	3.2.6.3	Rollen	97

3.3	Dynamik	100
3.4	Trägheitsmoment und Drehimpuls	100
3.4.1	Massenträgheitsmoment	100
3.4.1.1	Satz von Steiner	102
3.4.1.2	Trägheitsmomente geometrischer Körper	103
3.4.2	Drehimpuls	105
3.4.2.1	Gleichgewicht bei Drehbewegungen	106
3.5	Arbeit, Energie und Leistung	106
3.5.1	Kinetische Energie	107
3.5.2	Potenzielle Energie der Torsion	109
3.6	Kreiselttheorie	109
3.6.1	Trägheitstensor	110
3.6.2	Nutation und Präzession	112
3.6.2.1	Nutation	112
3.6.2.2	Präzession	113
3.6.2.3	Kreiselmomente	115
3.6.3	Anwendungen von Kreiseln	115
4	Mikromechanik	117
4.1	Dünnschichttechnik	117
4.2	Belichtungs- und Ätzverfahren	118
4.3	Anwendungen	119
4.3.1	Sensoren	119
4.3.2	Aktoren	121
4.3.3	Technische Anwendungen	121
5	Gravitation und Relativitätstheorie	123
5.1	Gravitationsfeld	123
5.1.1	Gravitationsgesetz	123
5.1.2	Planetenbewegung	125
5.1.3	Planetensystem	126
5.1.3.1	Sonne und Planeten	126
5.1.3.2	Satelliten	129
5.2	Spezielle Relativitätstheorie	130
5.2.1	Relativitätsprinzip	130
5.2.2	Lorentz-Transformation	132
5.2.2.1	Addition der Geschwindigkeit	135
5.2.3	Relativistische Effekte	136
5.2.3.1	Längenkontraktion	136
5.2.3.2	Zeitdilatation	137
5.2.4	Relativistische Dynamik	137
5.2.4.1	Relativistische Massenzunahme	137
5.2.4.2	Relativistische kinetische Energie	139
5.3	Allgemeine Relativitätstheorie und Kosmologie	140
5.3.1	Sterne und Galaxien	141
5.3.1.1	Sternentwicklung	142
6	Mechanik der deformierbaren Körper	144
6.1	Elastizitätslehre	144
6.1.1	Spannung	144
6.1.1.1	Zug, Biegung, Scherung, Torsion	145

6.1.2	Elastische Verformung	146
6.1.2.1	Dehnung	147
6.1.2.2	Querdehnung	148
6.1.2.3	Allseitige Kompression	149
6.1.2.4	Biegung eines Stabes (Balkens)	150
6.1.2.5	Scherung	154
6.1.2.6	Torsion	154
6.1.2.7	Energie und Arbeit bei Verformungen	156
6.1.3	Plastische Verformung	156
6.1.3.1	Bereiche bei Zugbelastung	157
6.1.3.2	Knickung	158
6.1.3.3	Härte	159
6.2	Hydrostatik, Aerostatik	161
6.2.1	Flüssigkeiten und Gase	161
6.2.2	Druck	161
6.2.2.1	Kolbendruck	162
6.2.2.2	Schweredruck in Flüssigkeiten	163
6.2.2.3	Kompressibilität	165
6.2.2.4	Schweredruck in Gasen	165
6.2.2.5	Pumpen	167
6.2.3	Auftrieb	169
6.2.4	Kohäsion, Adhäsion, Oberflächenspannung	171
6.2.4.1	Kapillarität	172
6.3	Hydrodynamik, Aerodynamik	174
6.3.1	Strömungsfeld	174
6.3.2	Grundgleichungen idealer Strömungen	175
6.3.2.1	Kontinuitätsgleichung	176
6.3.2.2	Eulersche Gleichung	178
6.3.2.3	Gesetz von Bernoulli	179
6.3.2.4	Torricellisches Ausflussgesetz	181
6.3.2.5	Saugeffekte	183
6.3.2.6	Auftrieb an umströmten Körpern	183
6.3.3	Reale Strömungen	185
6.3.3.1	Innere Reibung	185
6.3.3.2	Navier-Stokes-Gleichung	187
6.3.3.3	Laminare Strömung in einem Rohr	187
6.3.3.4	Umströmung einer Kugel	189
6.3.3.5	Bernoulli-Gleichung	190
6.3.4	Turbulente Strömungen	190
6.3.4.1	Widerstandsbeiwert	191
6.3.5	Ähnlichkeitsgesetze	192
6.3.5.1	Rohrreibung	194
6.3.6	Strömungen mit Dichteänderungen	195
7	Nichtlineare Dynamik, Chaos und Fraktale	197
7.1	Dynamische Systeme und Chaos	197
7.1.1	Dynamische Systeme	198
7.1.1.1	Zustandsraum und Phasenraum	199
7.1.2	Konservative Systeme	203
7.1.2.1	Satz von Liouville	203
7.1.2.2	Integrabilität	204

7.1.3	Dissipative Systeme	205
7.1.3.1	Seltsame Attraktoren, deterministisches Chaos	205
7.2	Bifurkationen	207
7.2.1	Logistische Abbildung	207
7.2.2	Universalität	210
7.3	Fraktale	210
<b>Formelzeichen Mechanik</b>		<b>213</b>
<b>8</b>	<b>Tabellen zur Mechanik</b>	<b>214</b>
8.1	Dichte	214
8.1.1	Festkörper	214
8.1.1.1	Metallische Legierungen	215
8.1.1.2	Nichtmetalle	216
8.1.2	Flüssigkeiten	219
8.1.3	Gase	220
8.2	Elastische Eigenschaften	221
8.3	Dynamische Eigenschaften	224
8.3.1	Reibungszahlen	224
8.3.2	Kompressibilität	226
8.3.2.1	Gase	226
8.3.2.2	Flüssigkeiten und Festkörper	228
8.3.3	Viskosität	229
8.3.4	Strömungswiderstand	232
8.3.5	Oberflächenspannung	233
<b>II</b>	<b>Schwingungen, Wellen, Akustik und Optik</b>	
<b>9</b>	<b>Schwingungen</b>	<b>235</b>
9.1	Freie ungedämpfte Schwingungen	239
9.1.1	Federpendel	239
9.1.2	Fadenpendel	241
9.1.3	Physisches Pendel	243
9.1.4	Torsionsschwingung	245
9.1.5	Flüssigkeitspendel	246
9.1.6	Elektrischer Schwingkreis	247
9.2	Gedämpfte Schwingungen	248
9.2.1	Reibung	249
9.2.1.1	Gleitreibung und Rollreibung	249
9.2.1.2	Viskose Reibung	250
9.2.1.3	Newtonsche Reibung	252
9.2.2	Gedämpfter elektrischer Schwingkreis	253
9.3	Erzwungene Schwingungen	254
9.4	Überlagerung von Schwingungen	256
9.4.1	Überlagerung von Schwingungen gleicher Frequenz	256
9.4.2	Überlagerung von Schwingungen ungleicher Frequenz	258
9.4.3	Überlagerung von Schwingungen in ungleicher Richtung und mit verschiedener Frequenz	259
9.4.4	Fourier-Analyse, Zerlegung nach Schwingungen	261
9.5	Gekoppelte Schwingungen	262

<b>10</b>	<b>Wellen</b>	<b>265</b>
10.1	Grundlegende Eigenschaften von Wellen	265
10.2	Polarisation	271
10.3	Interferenz	271
10.3.1	Kohärenz	271
10.3.2	Interferenz	272
10.3.3	Stehende Wellen	273
10.3.3.1	Stehende Wellen in einseitig eingespannten Stäben	274
10.3.3.2	Stehende Wellen auf Saiten	275
10.3.3.3	Stehende Wellen im Kundtschen Rohr	275
10.3.4	Wellen mit unterschiedlichen Frequenzen	276
10.4	Doppler-Effekt	277
10.4.1	Mach-Wellen und Mach-Stoßwellen	278
10.5	Brechung	279
10.6	Reflexion	280
10.6.1	Phasenbeziehungen	280
10.7	Dispersion	281
10.8	Beugung	281
10.8.1	Beugung am Spalt	282
10.8.2	Beugung am Gitter	283
10.9	Modulation von Wellen	284
10.10	Oberflächenwellen und Schwerewellen	285
<b>11</b>	<b>Akustik</b>	<b>287</b>
11.1	Schallwellen	287
11.1.1	Schallgeschwindigkeit	287
11.1.2	Schallkenngrößen	288
11.1.2.1	Schallausschlag	290
11.1.2.2	Schallschnelle und Wellenwiderstand	290
11.1.2.3	Energiedichte	291
11.1.2.4	Schallintensität und Schallleistung	291
11.1.3	Verhältnisgrößen	292
11.2	Schallquellen und Schallempfänger	294
11.2.1	Mechanische Schallsender	294
11.2.1.1	Schwingende Luftsäulen	295
11.2.2	Elektroakustische Schallwandler	296
11.2.2.1	Schallempfänger oder Mikrophone	297
11.2.3	Schallabsorption	299
11.2.4	Schalldämmung	301
11.2.4.1	Nachhall	302
11.2.5	Strömungsgeräusch	302
11.3	Ultraschall	302
11.4	Physiologische Akustik und das Gehör	303
11.4.1	Schallempfindung	304
11.4.2	Bewertete Schallpegel	305
11.5	Musikalische Akustik	305
<b>12</b>	<b>Optik</b>	<b>309</b>
12.1	Geometrische Optik	310
12.1.1	Optische Abbildung – Grundbegriffe	312



12.1.2	Reflexion	315
12.1.2.1	Ebener Spiegel	315
12.1.2.2	Konkavspiegel oder Hohlspiegel	316
12.1.2.3	Konvexspiegel oder Wölbspiegel	319
12.1.3	Brechung	319
12.1.3.1	Brechungsindex	319
12.1.3.2	Negativer Brechungsindex	320
12.1.3.3	Brechungsgesetz	321
12.1.3.4	Fresnelsche Formeln	322
12.1.3.5	Regenbogen	323
12.1.3.6	Totalreflexion	323
12.1.3.7	Lichtwellenleiter	325
12.1.3.8	Brechung am Prisma	329
12.1.3.9	Brechung an planparallelen Platten	331
12.1.3.10	Brechung an Kugeloberflächen	332
12.2	Linsen	332
12.2.1	Dicke Linsen	333
12.2.2	Dünne Linsen	338
12.3	Linsensysteme	339
12.3.1	Linsen mit Blenden	340
12.3.2	Abbildungsfehler	340
12.3.2.1	Gradientenindex-Linsen	342
12.4	Optische Instrumente	343
12.4.1	Lochkamera	343
12.4.2	Fotokamera	344
12.4.3	Auge	344
12.4.4	Auge und optische Instrumente	346
12.4.4.1	Lupe	346
12.4.4.2	Mikroskop	346
12.4.4.3	Fernrohr	348
12.5	Wellenoptik	350
12.5.1	Streuung	350
12.5.2	Beugung und Auflösungsbegrenzung	351
12.5.3	Brechung im Wellenbild	353
12.5.4	Interferenz	354
12.5.5	Diffraktive optische Elemente	358
12.5.5.1	Beugungsgitter	358
12.5.5.2	Fresnel-Zonenplatte	358
12.5.5.3	Fresnel-Zonenlinse	359
12.5.5.4	Hologramme	360
12.5.5.5	Computergenerierte Hologramme	361
12.5.6	Dispersion	362
12.5.7	Spektralapparate	364
12.5.8	Polarisation des Lichts	364
12.5.8.1	Polarisation durch Reflexion	366
12.5.8.2	Polarisation durch Brechung	366
12.6	Photometrie	369
12.6.1	Photometrische Größen	369
12.6.1.1	Strahler	371

12.6.1.2	Spektrale Größen	373
12.6.1.3	Reflexion, Absorption, Transmission	373
12.6.2	Lichttechnische Größen	375
<b>Formelzeichen Schwingungen, Wellen, Akustik und Optik</b>		<b>379</b>
<b>13</b>	<b>Tabellen zu Schwingungen, Akustik und Optik</b>	<b>381</b>
13.1	Tabellen zu Schwingungen und Akustik	381
13.2	Tabellen zur Optik	385
<b>III Elektrizitätslehre</b>		
<b>14</b>	<b>Ladungen und Ströme</b>	<b>389</b>
14.1	Elektrische Ladung	389
14.1.1	Coulombsches Gesetz	391
14.2	Elektrische Ladungsdichte	392
14.3	Elektrischer Strom	394
14.3.1	Ampèresches Gesetz	395
14.4	Elektrische Stromdichte	396
14.4.1	Elektrisches Strömungsfeld	397
14.5	Elektrischer Widerstand und elektrischer Leitwert	398
14.5.1	Elektrischer Widerstand	398
14.5.2	Elektrischer Leitwert	399
14.5.3	Spezifischer Widerstand und elektrische Leitfähigkeit	399
14.5.4	Beweglichkeit von Ladungsträgern	400
14.5.5	Temperaturabhängigkeit des Widerstandes	401
14.5.6	Veränderliche Widerstände	402
14.5.7	Schaltung von Widerständen	403
<b>15</b>	<b>Elektrisches und magnetisches Feld</b>	<b>405</b>
15.1	Elektrisches Feld	405
15.2	Influenz	406
15.2.1	Elektrische Feldlinien	406
15.2.2	Elektrische Feldstärke von Punktladungen	410
15.3	Kraft	410
15.4	Elektrische Spannung	411
15.5	Elektrisches Potenzial	412
15.5.1	Äquipotenzialflächen	413
15.5.2	Feldstärke und Potenzial einiger Ladungsverteilungen	413
15.5.3	Elektrischer Fluss	416
15.5.4	Verschiebungsdichte im Vakuum	418
15.6	Elektrische Polarisierung	419
15.6.1	Dielektrikum	420
15.7	Kapazität	422
15.7.1	Plattenkondensator	422
15.7.2	Parallelschaltung von Kondensatoren	423
15.7.3	Reihenschaltung von Kondensatoren	423
15.7.4	Kapazitäten einfacher Leiteranordnungen	424
15.8	Energie und Energiedichte des elektrischen Feldes	425
15.9	Elektrisches Feld an Grenzflächen	426
15.10	Magnetisches Feld	427
15.11	Magnetismus	427
15.11.1	Magnetische Feldlinien	428

15.12	Magnetische Flussdichte .....	429
15.13	Magnetischer Fluss .....	431
15.14	Magnetische Feldstärke .....	433
15.15	Magnetische Spannung und magnetischer Kreis .....	434
15.15.1	Durchflutungssatz .....	436
15.15.2	Biot-Savartsches Gesetz .....	437
15.15.3	Magnetfeld eines geraden Leiters .....	439
15.15.4	Magnetische Felder einiger Stromverteilungen .....	440
15.16	Materie im Magnetfeld .....	441
15.16.1	Diamagnetismus .....	442
15.16.2	Paramagnetismus .....	443
15.16.3	Ferromagnetismus .....	443
15.16.4	Antiferromagnetismus .....	446
15.16.5	Ferrimagnetismus .....	447
15.17	Magnetische Felder an Grenzflächen .....	447
15.18	Induktion .....	448
15.18.1	Bewegungsinduktion .....	448
15.18.2	Transformatorische Induktion .....	449
15.19	Selbstinduktion .....	450
15.19.1	Induktivitäten geometrischer Leiteranordnungen .....	451
15.19.2	Magnetischer Leitwert .....	452
15.20	Gegeninduktion .....	453
15.20.1	Transformator .....	454
15.21	Energie und Energiedichte des Magnetfeldes .....	455
15.22	Maxwellsche Gleichungen .....	457
15.22.1	Verschiebungsstrom .....	457
15.22.2	Elektromagnetische Wellen .....	458
15.22.3	Poynting-Vektor .....	460
<b>16</b>	<b>Anwendungen in der Elektrotechnik</b>	<b>461</b>
16.1	Gleichstromkreis .....	462
16.1.1	Kirchhoffsche Gesetze im Gleichstromkreis .....	463
16.1.2	Widerstände im Gleichstromkreis .....	463
16.1.3	Reale Spannungsquelle .....	465
16.1.4	Leistung und Energie im Gleichstromkreis .....	466
16.1.5	Leistungsanpassung .....	468
16.1.6	Strom- und Spannungsmessung .....	468
16.1.6.1	Strommessung .....	468
16.1.6.2	Spannungsmessung .....	468
16.1.6.3	Leistungsmessung .....	469
16.1.7	Widerstandsbestimmung mittels Kompensationsmethode .....	469
16.1.8	Auf- und Entladung von Kondensatoren .....	470
16.1.9	Ein- und Ausschalten des Stroms im $RL$ -Kreis .....	472
16.2	Wechselstromkreis .....	473
16.2.1	Wechselgrößen .....	473
16.2.1.1	Zeitlicher Mittelwert periodischer Funktionen .....	474
16.2.2	Darstellung von Sinusgrößen im Zeigerdiagramm .....	475
16.2.3	Rechenregeln für Zeigergrößen .....	477
16.2.4	Grundbegriffe der Wechselstromtechnik .....	480
16.2.4.1	Komplexer Widerstand .....	480

16.2.4.2	Ohmsches Gesetz im Komplexen	481
16.2.4.3	Komplexer Leitwert	481
16.2.4.4	Leistung im Wechselstromkreis	483
16.2.4.5	Komplexe Leistung	484
16.2.4.6	Kirchhoffsche Gesetze für Wechselstromkreise	485
16.2.4.7	Reihenschaltung komplexer Widerstände	485
16.2.4.8	Parallelschaltung komplexer Widerstände	485
16.2.5	Grundbauelemente im Wechselstromkreis	486
16.2.5.1	Ohmscher Widerstand	486
16.2.5.2	Kapazität	487
16.2.5.3	Induktivität	488
16.2.5.4	Komplexe Widerstände der einfachsten Zweipole	489
16.2.6	Reihenschaltung von Widerstand und Kapazität	489
16.2.7	Parallelschaltung von Widerstand und Kapazität	490
16.2.8	Parallelschaltung von Widerstand und Induktivität	491
16.2.9	Reihenschaltung von Widerstand und Induktivität	492
16.2.10	Reihenschwingkreis	493
16.2.11	Parallelschwingkreis	494
16.2.12	Äquivalenz von Reihenschaltung und Parallelschaltung	496
16.2.13	Radiowellen	497
16.3	<b>Elektrische Maschinen</b>	498
16.3.1	Prinzipielle Funktionsweise	499
16.3.2	Gleichstrommaschine	500
16.3.3	Drehstrommaschine	502
16.3.3.1	Synchronmaschine	502
16.3.3.2	Asynchronmaschine	503
17	<b>Stromleitung in Flüssigkeiten, in Gasen und im Vakuum</b>	505
17.1	<b>Elektrolyse</b>	505
17.1.1	Stoffmenge	505
17.1.2	Ionen	505
17.1.3	Elektroden	506
17.1.4	Elektrolyte	506
17.1.4.1	Elektrische Leitfähigkeit eines Elektrolyten	506
17.1.4.2	Faradaysche Gesetze	508
17.1.4.3	Elektrische Doppelschicht	509
17.1.4.4	Nernst-Gleichung	510
17.1.5	Galvanische Elemente	510
17.1.5.1	Elektrolytische Polarisation	511
17.1.5.2	Brennstoffelemente	512
17.1.5.3	Akkumulatoren	512
17.1.5.4	Schaltung galvanischer Elemente	513
17.1.6	Elektrokinetische Effekte	513
17.1.6.1	Elektrophorese	513
17.1.6.2	Elektroosmose	514
17.1.6.3	Strömungselektrizität	514
17.2	<b>Stromleitung in Gasen</b>	514
17.2.1	Unselbstständige Gasentladung	514
17.2.1.1	Driftgeschwindigkeit von Ionen in Gasen	514
17.2.1.2	Elektrische Leitfähigkeit von Gasen	515

17.2.1.3	Rekombination	515
17.2.1.4	Strom-Spannungskennlinie eines Gases	516
17.2.2	Selbstständige Gasentladung	517
17.2.2.1	Entladungstypen selbstständiger Gasentladungen	517
17.2.2.2	Strom-Spannungs-Charakteristik einer Gasentladung	518
17.3	<b>Elektronenemission</b>	518
17.3.1	Glühemission	518
17.3.2	Photoemission	519
17.3.3	Feldemission	520
17.3.4	Sekundärelektronenemission	520
17.4	<b>Elektronenröhren</b>	520
17.4.1	Röhrendiode	521
17.4.2	Röhrentriode	522
17.4.2.1	Röhrenkenngrößen	522
17.4.3	Tetrode	524
17.4.4	Kathodenstrahlen	524
17.4.5	Kanalstrahlen	524
18	<b>Plasmaphysik</b>	526
18.1	<b>Eigenschaften eines Plasmas</b>	526
18.1.1	Plasmakenngrößen	526
18.1.1.1	Ionisationsgrad	526
18.1.1.2	Verteilungsfunktionen des Plasmas	527
18.1.1.3	Energieinhalt des Plasmas	529
18.1.1.4	Elektrische Leitfähigkeit von Plasmen	529
18.1.1.5	Wärmeleitfähigkeit eines Plasmas	530
18.1.1.6	Abschirmung und Debye-Länge	530
18.1.1.7	Plasmaschwingungsfrequenz	531
18.1.2	Plasmastrahlung	532
18.1.3	Plasmen in Magnetfeldern	532
18.1.3.1	Bewegung geladener Teilchen in äußeren Feldern	532
18.1.3.2	Ladungsträgerbewegung im Magnetfeld mit Stößen	534
18.1.3.3	Driftbewegung im äußeren elektrischen Feld	534
18.1.3.4	Kontinuumstheorien	534
18.1.4	Plasmawellen	535
18.1.4.1	Plasmaakustische Wellen in Plasmen	535
18.1.4.2	Magnetohydrodynamische Wellen	536
18.1.4.3	Elektromagnetische Wellen in Plasmen	536
18.1.4.4	Landau-Dämpfung	537
18.2	<b>Erzeugung von Plasmen</b>	537
18.2.1	Thermische Plasmaerzeugung	537
18.2.2	Plasmaerzeugung durch Kompression	538
18.2.2.1	Pinch-Effekt	538
18.3	<b>Energieerzeugung mit Plasmen</b>	539
18.3.1	MHD-Generator	540
18.3.2	Kernfusionsreaktoren	540
18.3.3	Fusion unter magnetischer Halterung	542
18.3.4	Fusion unter Trägheitseinschluss	542

<b>19</b>	<b>Tabellen zur Elektrizitätslehre</b>	<b>546</b>
19.1	Metalle und Legierungen	546
19.1.1	Spezifischer elektrischer Widerstand	546
19.1.2	Spannungsreihen	548
19.2	Dielektrika	550
19.3	Praktische Tabellen der Elektrotechnik	556
19.4	Magnetische Eigenschaften	558
19.5	Ferromagnetische Eigenschaften	560
19.5.1	Magnetische Anisotropie	562
19.6	Ferrite	563
19.7	Antiferromagnete	564
19.8	Ionenbeweglichkeit	564
<b>IV</b>	<b>Wärmelehre</b>	
<b>20</b>	<b>Gleichgewicht und Zustandsgrößen</b>	<b>565</b>
20.1	Systeme, Phasen und Gleichgewicht	565
20.1.1	Systeme	565
20.1.1.1	Isolierte oder abgeschlossene Systeme	565
20.1.1.2	Geschlossene Systeme	565
20.1.1.3	Offene Systeme	566
20.1.2	Phasen	566
20.1.3	Gleichgewicht	567
20.2	Zustandsgrößen	569
20.2.1	Begriffsbestimmung	569
20.2.1.1	Extensive Zustandsgrößen	569
20.2.1.2	Intensive Zustandsgrößen	569
20.2.1.3	Spezifische und molare Größen	570
20.2.2	Temperatur	570
20.2.2.1	Temperatureinheiten	571
20.2.2.2	Eichpunkte	572
20.2.2.3	Temperaturmessung	572
20.2.2.4	Kelvin-Skala und absoluter Nullpunkt	574
20.2.3	Druck	575
20.2.3.1	Druckeinheiten	576
20.2.3.2	Druckmessung	577
20.2.4	Teilchenzahl, Stoffmenge und Avogadrozahl	579
20.2.5	Entropie	581
20.3	Thermodynamische Potenziale	583
20.3.1	Prinzip der maximalen Entropie – Prinzip der minimalen Energie	583
20.3.2	Innere Energie als Potenzial	583
20.3.2.1	Innere Energie des idealen Gases	583
20.3.3	Entropie als thermodynamisches Potenzial	584
20.3.3.1	Entropie des idealen Gases	584
20.3.4	Freie Energie	585
20.3.5	Enthalpie	585
20.3.5.1	Enthalpie des idealen Gases	587
20.3.5.2	Enthalpie und Phasenübergänge	587
20.3.5.3	Reaktionsenthalpie und Satz von Hess	587

20.3.6	Freie Enthalpie	588
20.3.6.1	Chemische Reaktionen	588
20.3.6.2	Prinzip von Le Chatelier	589
20.3.7	Maxwell-Relationen	589
20.4	Ideales Gas	590
20.4.1	Boyle-Mariottesches Gesetz	590
20.4.2	Gesetz von Gay-Lussac	591
20.4.3	Zustandsgleichung	592
20.5	Kinetische Theorie des idealen Gases	592
20.5.1	Druck und Temperatur	592
20.5.1.1	Mittlere quadratische Geschwindigkeit	593
20.5.2	Maxwell-Boltzmann-Verteilung	594
20.5.3	Freiheitsgrade	596
20.5.4	Gleichverteilungssatz	596
20.5.5	Transportvorgänge	597
20.6	Zustandsgleichungen	599
20.6.1	Zustandsgleichung des idealen Gases	599
20.6.1.1	Gaskonstanten	600
20.6.1.2	Gasgemische	601
20.6.1.3	Berechnung von Größen aus dem Gasgesetz	602
20.6.1.4	Barometrische Höhenformel	603
20.6.2	Zustandsgleichung realer Gase	603
20.6.2.1	Virialentwicklung des realen Gases	603
20.6.2.2	Van-der-Waals-Gleichung	604
20.6.2.3	Phasenkoexistenzgebiet	606
20.6.2.4	Kritischer Punkt	606
20.6.2.5	Satz der übereinstimmenden Zustände	607
20.6.2.6	Van-der-Waals-Gleichung als Virialentwicklung	607
20.6.3	Zustandsgleichungen für Flüssigkeiten und Festkörper	608
20.6.3.1	Anomalie des Wassers	610
21	Wärme, Energieumwandlung und Zustandsänderungen	612
21.1	Energieformen	612
21.1.1	Energieeinheiten	612
21.1.1.1	Einheiten außerhalb der SI-Norm	612
21.1.2	Arbeit	613
21.1.3	Chemisches Potenzial	614
21.1.4	Wärme	614
21.1.4.1	Spezifische Wärme	615
21.2	Energieumwandlung	615
21.2.1	Umwandlung von äquivalenten Energien in Wärme	616
21.2.1.1	Elektrische Energie	616
21.2.1.2	Mechanische Energie	617
21.2.1.3	Verbrennungsenergie	617
21.2.1.4	Sonnenenergie	618
21.2.2	Umwandlung von Wärme in andere Energieformen	619
21.2.3	Exergie und Anergie	619
21.3	Wärmekapazität	620
21.3.1	Totale Wärmekapazität	620
21.3.1.1	Wärmekapazität von Gemischen von Stoffen	621
21.3.1.2	Wasserwert	621



21.3.2	Molare Wärmekapazität	621
21.3.3	Spezifische Wärmekapazität	623
21.3.3.1	Weitere Eigenschaften der spezifischen Wärmekapazität	623
21.3.3.2	Spezifische Wärmekapazität von Gemischen von Stoffen	624
21.3.3.3	Spezifische Wärmekapazität von Gasen	624
21.3.3.4	Spezifische Wärmekapazität im idealen Gas	625
21.3.3.5	Adiabatenkoeffizient	626
21.3.3.6	Spezifische Wärmekapazität von Flüssigkeiten und Festkörpern	626
21.4	<b>Zustandsänderungen</b>	627
21.4.1	Reversible und irreversible Prozesse	627
21.4.2	Isothermer Prozess	628
21.4.3	Isobarer Prozess	629
21.4.4	Isochorer Prozess	629
21.4.5	Adiabatischer (isentrop) Prozess	630
21.4.6	Polytropher Prozess	631
21.5	<b>Thermodynamische Hauptsätze</b>	632
21.5.1	Nullter Hauptsatz	632
21.5.2	Erster Hauptsatz	633
21.5.2.1	Äquivalente Formulierungen des ersten Hauptsatzes	634
21.5.2.2	Mikroskopische Aspekte des ersten Hauptsatzes	634
21.5.3	Zweiter Hauptsatz	635
21.5.4	Dritter Hauptsatz	636
21.6	<b>Carnotscher Kreisprozess</b>	636
21.6.1	Prinzip und Anwendung	636
21.6.1.1	Teilschritte des Carnot-Prozesses	637
21.6.1.2	Energiebilanz und Wirkungsgrad des Carnot-Prozesses	639
21.6.2	Reduzierte Wärme	639
21.7	<b>Thermodynamische Maschinen</b>	640
21.7.1	Rechts- und linkslaufende Prozesse	640
21.7.2	Wärmepumpe und Kältemaschine	640
21.7.3	Stirling-Prozess	641
21.7.4	Dampfmaschine	643
21.7.5	Offene Systeme	644
21.7.6	Otto- und Diesel-Motor	645
21.7.6.1	Otto-Prozess	645
21.7.6.2	Diesel-Prozess	646
21.7.7	Gasturbinen	647
21.8	<b>Gasverflüssigung</b>	648
21.8.1	Herstellung tiefer Temperaturen	648
21.8.1.1	Kältemischungen	648
21.8.1.2	Lösungswärme	648
21.8.1.3	Wärmepumpe	648
21.8.2	Joule-Thomson-Effekt	648
21.8.2.1	Linde-Verfahren	650
21.8.2.2	Claude-Verfahren	650
22	<b>Phasenumwandlungen, Reaktionen und Wärmeausgleich</b>	651
22.1	<b>Phase und Aggregatzustand</b>	651
22.1.1	Phase	651
22.1.2	Aggregatzustände	651



22.1.3	Aggregatumwandlungen	652
22.1.4	Dampf	653
22.2	Ordnung von Phasenübergängen	654
22.2.1	Phasenübergang erster Ordnung	654
22.2.2	Phasenübergang zweiter Ordnung	655
22.2.3	Lambda-Übergänge	655
22.2.4	Phasenkoexistenzgebiet	656
22.2.5	Kritische Indizes	657
22.3	Phasenübergang und Van-der-Waals-Gas	657
22.3.1	Phasengleichgewicht	657
22.3.2	Maxwell-Konstruktion	658
22.3.3	Siedeverzug und Kondensationsverzug	660
22.3.4	Gesetz der übereinstimmenden Zustände	661
22.4	Beispiele für Phasenübergänge	661
22.4.1	Magnetische Phasenumwandlungen	661
22.4.2	Ordnungs-Unordnungs-Phasenübergänge	662
22.4.3	Umwandlungen der Kristallstruktur	662
22.4.4	Flüssige Kristalle	663
22.4.5	Supraleitung	664
22.4.6	Suprafluidität	664
22.5	Mehrkomponentige Gase	665
22.5.1	Partialdruck und Daltonsches Gesetz	665
22.5.2	Euler-Gleichung und Gibbs-Duhem-Relation	666
22.6	Mehrphasensysteme	667
22.6.1	Phasengleichgewicht	667
22.6.2	Gibbssche Phasenregel	667
22.6.3	Clausius-Clapeyron-Gleichung	668
22.7	Dampfdruck von Lösungen	669
22.7.1	Raoultssches Gesetz	669
22.7.2	Siedepunktserhöhung und Gefrierpunktserniedrigung	669
22.7.3	Henry-Dalton-Gesetz	670
22.7.4	Dampf-Luft-Gemische (feuchte Luft)	671
22.8	Chemische Reaktionen	675
22.8.1	Stöchiometrie	675
22.8.2	Phasenregel bei chemischen Reaktionen	676
22.8.3	Massenwirkungsgesetz	677
22.8.4	pH-Wert und Löslichkeitsprodukt	678
22.9	Temperaturausgleich	679
22.9.1	Mischungstemperatur zweier Systeme	679
22.9.2	Reversible und irreversible Prozessführung	680
22.10	Wärmeübertragung	681
22.10.1	Wärmestrom	681
22.10.2	Wärmeübergang	682
22.10.3	Wärmeleitung	684
22.10.4	Wärmewiderstand	687
22.10.5	Wärmedurchgang	689
22.10.6	Wärmestrahlung	693
22.10.7	Strahlungsaufnahme	693
22.11	Wärme- und Massentransport	695
22.11.1	Fouriersches Gesetz	695

22.11.2	Kontinuitätsgleichung	695
22.11.3	Wärmeleitungsgleichung	696
22.11.4	Ficksches Gesetz und Diffusionsgleichung	697
22.11.5	Lösung von Wärmeleitungs- und Diffusionsgleichung	698
<b>Formelzeichen Wärmelehre</b>		<b>699</b>
<b>23</b>	<b>Tabellen zur Thermodynamik</b>	<b>702</b>
23.1	Charakteristische Temperaturen	702
23.1.1	Einheiten und Eichpunkte	702
23.1.2	Schmelz- und Siedepunkte	703
23.1.3	Curie- und Néel-Temperaturen	711
23.2	Kenngrößen realer Gase	712
23.3	Thermische Eigenschaften der Stoffe	713
23.3.1	Viskosität	713
23.3.2	Ausdehnung, Wärmekapazität und thermische Leitfähigkeit	713
23.4	Wärmeübertragung	719
23.5	Praktische Korrekturdaten	721
23.5.1	Druckmessung	721
23.5.1.1	Umrechnung auf Meeresniveau	722
23.5.1.2	Quecksilberbarometer-Messungen (Temperaturkorrektur)	724
23.5.2	Volumenmessungen – Umrechnung auf Standardtemperatur	725
23.5.2.1	Glas-Volumenometermessungen	725
23.6	Erzeugung flüssiger Tieftemperaturbäder	726
23.7	Trockenmittel	726
23.8	Dampfdruck	727
23.8.1	Lösungen	727
23.8.2	Relative Feuchte	727
23.8.3	Dampfdruck von Wasser	728
23.9	Spezifische Enthalpien	730
<b>V</b>	<b>Quantenphysik</b>	
<b>24</b>	<b>Photonen – Elektromagnetische Strahlung und Lichtquanten</b>	<b>733</b>
24.1	Plancksches Strahlungsgesetz	733
24.2	Photoelektrischer Effekt	736
24.3	Compton-Effekt	737
<b>25</b>	<b>Materiewellen – Wellenmechanik der Teilchen</b>	<b>739</b>
25.1	Wellennatur der Teilchen	739
25.1.1	Grundannahmen der Quantenmechanik	739
25.1.2	Welle-Teilchen-Dualismus	740
25.2	Heisenbergsche Unschärferelation	740
25.3	Wellenfunktion und Observable	741
25.4	Schrödingergleichung	748
25.4.1	Stückweise konstante Potenziale	749
25.4.2	Harmonischer Oszillator	753
25.4.3	Pauli-Prinzip	756
25.5	Spin und magnetische Momente	756
25.5.1	Spin	756
25.5.2	Magnetische Momente	759

<b>26</b>	<b>Atom- und Molekülphysik</b>	<b>762</b>
26.1	Grundbegriffe der Spektroskopie	763
26.2	Wasserstoffatom	765
26.2.1	Bohrsche Postulate	765
26.3	Stationäre Zustände und Quantenzahlen im Zentralfeld	770
26.4	Vielelektronenatome	774
26.5	Röntgenstrahlen	778
26.5.1	Anwendung von Röntgenstrahlen	780
26.6	Molekülspektren	781
26.7	Atome in äußeren Feldern	784
26.8	Periodensystem der Elemente	786
26.9	Wechselwirkung von Photonen mit Atomen und Molekülen	788
26.9.1	Spontane und induzierte Emission	788
<b>27</b>	<b>Elementarteilchenphysik – das Standard-Modell</b>	<b>791</b>
27.1	Vereinheitlichung der Wechselwirkungen	791
27.1.1	Standard-Modell	791
27.1.1.1	Gravitations-Wechselwirkung	792
27.1.1.2	Elektromagnetische Wechselwirkung	792
27.1.1.3	Schwache Wechselwirkung	793
27.1.1.4	Starke Wechselwirkung	794
27.1.2	Feldquanten oder Eichbosonen	794
27.1.3	Fermionen und Bosonen	796
27.2	Leptonen, Quarks und Vektorbosonen	798
27.2.1	Leptonen	798
27.2.2	Quarks	799
27.2.3	Hadronen	801
27.2.4	Beschleuniger und Detektoren	805
27.3	Symmetrien und Erhaltungssätze	806
27.3.1	Paritätserhaltung und schwache Wechselwirkung	807
27.3.2	Ladungserhaltung und Paarbildung	808
27.3.3	Ladungskonjugation und Antiteilchen	809
27.3.4	Zeitumkehr-Invarianz und Umkehrreaktionen	809
27.3.5	Erhaltungssätze	810
27.3.6	Jenseits des Standard-Modells	811
<b>28</b>	<b>Kernphysik</b>	<b>813</b>
28.1	Bausteine des Atomkerns	813
28.2	Grundgrößen des Atomkerns	815
28.3	Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung	818
28.3.1	Phänomenologische Nukleon-Nukleon-Potenziale	818
28.3.2	Mesonenaustauschpotenziale	819
28.4	Kernmodelle	820
28.4.1	Fermigas-Modell	820
28.4.2	Kernmaterie	820
28.4.3	Tröpfchen-Modell	821
28.4.4	Schalenmodell	822
28.4.5	Kollektivmodell	825
28.5	Kernreaktionen	827
28.5.1	Reaktionskanäle und Wirkungsquerschnitte	827

28.5.2	Erhaltungssätze in Kernreaktionen	830
28.5.2.1	Energie- und Impulserhaltung	830
28.5.2.2	Drehimpulserhaltung	831
28.5.3	Elastische Streuung	832
28.5.4	Compoundkernreaktion	833
28.5.5	Optisches Modell	835
28.5.6	Direkte Reaktion	836
28.5.7	Schwerionenreaktionen	837
28.5.8	Kernspaltung	840
28.6	Kernzerfall	842
28.6.1	Zerfallsgesetz	842
28.6.2	$\alpha$ -Zerfall	846
28.6.3	$\beta$ -Zerfall	847
28.6.4	$\gamma$ -Zerfall	849
28.6.5	Emission von Nukleonen und Nukleonenclustern	850
28.7	Kernreaktor	851
28.7.1	Reaktortypen	852
28.8	Kernfusion	854
28.9	Wechselwirkung von Strahlung mit Materie	857
28.9.1	Ionisierende Teilchen	857
28.9.2	$\gamma$ -Strahlung	860
28.10	Dosimetrie	862
28.10.1	Dosismessverfahren	865
28.10.2	Umweltradioaktivität	866
29	<b>Festkörperphysik</b>	<b>869</b>
29.1	Struktur fester Körper	869
29.1.1	Einige Grundbegriffe der Festkörperphysik	869
29.1.2	Struktur der Kristalle	870
29.1.3	Bravais-Gitter	872
29.1.3.1	Einfache Kristallstrukturen	875
29.1.4	Methoden der Strukturuntersuchung	876
29.1.5	Bindungsverhältnisse in Kristallen	878
29.2	Gitterfehler	881
29.2.1	Punktfehler	881
29.2.2	Eindimensionale Defekte	882
29.2.3	Zweidimensionale Gitterfehler	884
29.2.4	Amorphe Festkörper	885
29.3	Mechanische Eigenschaften von Werkstoffen	886
29.3.1	Makromolekulare Festkörper	887
29.3.1.1	Polymere	887
29.3.1.2	Thermoplaste	889
29.3.1.3	Elastomere	889
29.3.1.4	Duromere	889
29.3.2	Verbundwerkstoffe	889
29.3.3	Legierungen	890
29.3.4	Flüssigkristalle	892
29.4	Phononen und Gitterschwingungen	894
29.4.1	Elastische Wellen	894
29.4.2	Phononen und spezifische Wärmekapazität	897

29.4.3	Einstein-Modell . . . . .	898
29.4.4	Debye-Modell . . . . .	899
29.4.5	Wärmeleitung . . . . .	901
29.5	<b>Elektronen im Festkörper</b> . . . . .	903
29.5.1	Freies Elektronengas . . . . .	903
29.5.2	Bändermodell . . . . .	908
29.6	<b>Halbleiter</b> . . . . .	912
29.6.1	Störstellenleitung . . . . .	915
29.6.2	Halbleiterdiode . . . . .	917
29.6.3	Transistor . . . . .	925
29.6.3.1	Bipolare Transistoren . . . . .	925
29.6.3.2	Grundsaltungen . . . . .	927
29.6.3.3	Darlington-Transistor . . . . .	931
29.6.4	Unipolare (Feldeffekt-)Transistoren . . . . .	932
29.6.4.1	Sperrschicht-FET (Junction-FET) . . . . .	932
29.6.4.2	Insulated Gate FET (IGFET, MOSFET) . . . . .	933
29.6.5	Thyristor . . . . .	934
29.6.5.1	Triac . . . . .	936
29.6.5.2	Abschaltthyristor (GTO) . . . . .	936
29.6.5.3	Insulated-Gate-Bipolar-Thyristor (IGBT) . . . . .	937
29.6.6	Integrierte Schaltkreise (IC) . . . . .	937
29.6.6.1	Herstellung von ICs . . . . .	937
29.6.6.2	Erzeugung von Schaltungsstrukturen . . . . .	937
29.6.7	Operationsverstärker . . . . .	939
29.6.7.1	Gegengekoppelter Operationsverstärker . . . . .	941
29.6.7.2	Invertierender Verstärker . . . . .	941
29.6.7.3	Summationsverstärker . . . . .	942
29.6.7.4	Integrator . . . . .	943
29.6.7.5	Differenzierer . . . . .	943
29.6.7.6	Spannungsfolger . . . . .	944
29.6.7.7	Mitgekoppelter Operationsverstärker . . . . .	944
29.6.7.8	Schmitt-Trigger . . . . .	944
29.7	<b>Supraleitung</b> . . . . .	945
29.7.1	Grundlegende Eigenschaften der Supraleitung . . . . .	945
29.7.2	Hochtemperatur-Supraleiter . . . . .	950
29.8	<b>Magnetische Eigenschaften</b> . . . . .	951
29.8.1	Ferromagnetismus . . . . .	953
29.8.2	Antiferromagnetismus und Ferrimagnetismus . . . . .	956
29.9	<b>Dielektrische Eigenschaften</b> . . . . .	957
29.9.1	Paraelektrika . . . . .	960
29.9.2	Ferroelektrika . . . . .	961
29.10	<b>Optische Eigenschaften von Kristallen</b> . . . . .	962
29.10.1	Exzitonen und ihre Eigenschaften . . . . .	962
29.10.2	Photoleitfähigkeit . . . . .	964
29.10.3	Lumineszenz . . . . .	965
29.10.4	Optoelektronische Eigenschaften . . . . .	965
	<b>Formelzeichentabelle Mikrophysik</b>	<b>967</b>
30	<b>Tabellen zur Quantenphysik</b>	<b>972</b>
30.1	<b>Ionisationspotenziale</b> . . . . .	972

30.2	Atom- und Ionenradien der Elemente .....	977
30.3	Elektronenemission .....	979
30.4	Röntgenstrahlung .....	983
30.5	Kernreaktionen .....	983
30.6	Wechselwirkung der Strahlung mit Materie .....	984
30.7	Halleffekt .....	985
30.8	Supraleiter .....	986
30.9	Halbleiter – thermische, magnetische und elektrische Eigenschaften .....	988

## **VI Anhang**

<b>31</b>	<b>Messungen und Messfehler</b>	<b>991</b>
31.1	Beschreibung von Messungen .....	991
31.1.1	Größen und SI-Einheiten .....	991
31.2	Fehlerrechnung und Statistik .....	994
31.2.1	Fehlerarten .....	994
31.2.1.1	Messergebnis .....	994
31.2.1.2	Messfehler .....	994
31.2.1.3	Fehlerfortpflanzung .....	995
31.2.2	Mittelwerte von Messreihen .....	995
31.2.3	Streuung .....	997
31.2.4	Korrelation .....	998
31.2.5	Ausgleichsrechnung, Regression .....	998
31.2.6	Häufigkeitsverteilungen .....	999
31.2.6.1	Spezielle diskrete Verteilungen .....	1001
31.2.6.2	Spezielle stetige Verteilungen .....	1002
31.2.7	Zuverlässigkeit .....	1004
<b>32</b>	<b>Vektorrechnung</b>	<b>1006</b>
32.1	Vektoren .....	1006
32.2	Multiplikation mit einem Skalar .....	1007
32.3	Addition und Subtraktion von Vektoren .....	1007
32.4	Multiplikation von Vektoren .....	1008
<b>33</b>	<b>Differenzial- und Integralrechnung</b>	<b>1011</b>
33.1	Differenzialrechnung .....	1011
33.1.1	Differenziationsregeln .....	1011
33.2	Integralrechnung .....	1012
33.2.1	Integrationsregeln .....	1013
33.3	Ableitungen und Integrale elementarer Funktionen .....	1014
<b>34</b>	<b>Tabellen zum SI-System</b>	<b>1015</b>
	<b>Sachwortverzeichnis</b>	<b>1031</b>

# Tabellenverzeichnis

8.1/1	Einfache Metalle . . . . .	214
8.1/2	Konstruktionswerkstoffe . . . . .	215
8.1/3	Elektrische Funktionswerkstoffe . . . . .	215
8.1/4	Magnetische Funktionswerkstoffe . . . . .	216
8.1/5	Ferrite . . . . .	216
8.1/6	Glas . . . . .	216
8.1/7	Keramik . . . . .	216
8.1/8	Kunststoffe . . . . .	217
8.1/9	Halbleiter . . . . .	218
8.1/10	Baustoffe . . . . .	218
8.1/11	Schüttgüter . . . . .	219
8.1/12	Flüssigkeiten unter Normalbedingungen . . . . .	219
8.1/13	Dichte einiger Metalle im flüssigen Zustand . . . . .	220
8.2/1	Elastische Eigenschaften . . . . .	221
8.2/2	Kritische Spannungen . . . . .	222
8.2/3	Drähte . . . . .	222
8.2/4	Whisker . . . . .	222
8.2/5	Stahl . . . . .	223
8.2/6	Keramische Werkstoffe . . . . .	223
8.2/7	Kunststoffe . . . . .	224
8.2/8	Faser . . . . .	224
8.3/1	Rollreibung . . . . .	224
8.3/2	Gleitreibungszahl . . . . .	225
8.3/3	Haftreibung . . . . .	225
8.3/4	Helium . . . . .	226
8.3/5	Stickstoff . . . . .	226
8.3/6	Wasserstoff . . . . .	227
8.3/7	Methan . . . . .	227
8.3/8	Stickstoffmonoxid . . . . .	228
8.3/9	Kohlendioxid . . . . .	228
8.3/10	Temperaturabhängigkeit der Kompressibilität . . . . .	228
8.3/11	Kompressibilität von Flüssigkeiten . . . . .	229
8.3/12	Kompressibilität von Festkörpern . . . . .	229
8.3/13	Viskosität von Flüssigkeiten . . . . .	229
8.3/14	Viskosität kryogener Flüssigkeiten . . . . .	229
8.3/15	Viskosität wässriger Lösungen . . . . .	229
8.3/16	Viskosität von Wasser . . . . .	230
8.3/17	Viskosität als Funktion der Temperatur . . . . .	230
8.3/18	Viskosität von Gasen . . . . .	230
8.3/19	Viskosität von Gasen . . . . .	231
8.3/20	Temperaturkorrekturfaktor . . . . .	231
8.3/21	Widerstandsbeiwerte . . . . .	232
8.3/22	Oberflächenspannung von Flüssigkeiten und Lösungen . . . . .	233
13.1/1	Korrekturfaktoren harmonische Schwingung . . . . .	381
13.1/2	Schallgeschwindigkeit in Gasen . . . . .	381
13.1/3	Schallgeschwindigkeit in Luft . . . . .	381
13.1/4	Schalldämpfungskoeffizient in Gasen . . . . .	381
13.1/5	Schallfeldgrößen in Luft . . . . .	381



13.1/6	Schallgeschwindigkeiten in Erdölprodukten . . . . .	382
13.1/7	Schallgeschwindigkeiten in Flüssigkeiten . . . . .	382
13.1/8	Schalldämpfungskoeffizienten in Flüssigkeiten . . . . .	382
13.1/9	Schallgeschwindigkeit in Metallen . . . . .	383
13.1/10	Schallgeschwindigkeit in Kunststoffen und Gläsern . . . . .	383
13.1/11	Schallgeschwindigkeit in Baustoffen . . . . .	383
13.1/12	Dämmzahlen für Baustoffe . . . . .	383
13.1/13	Schallschwächung in Luft . . . . .	384
13.1/14	Lautstärken . . . . .	384
13.1/15	Gesundheitsschädlicher Lärm . . . . .	384
13.1/16	Schallabsorptionsgrade . . . . .	385
13.2/1	Fasertypen der optischen Signalübertragung . . . . .	385
13.2/2	Brechzahlen . . . . .	386
13.2/3	Wichtige Lasertypen . . . . .	386
13.2/4	Kohärenzlängen einiger Lichtquellen . . . . .	387
13.2/5	Beleuchtungsstärken . . . . .	387
13.2/6	Lichtströme . . . . .	387
13.2/7	Hellempfindlichkeitsgrad . . . . .	387
13.2/8	Ultraviolette Spektralgebiet . . . . .	388
13.2/9	Fraunhofer-Linien . . . . .	388
19.1/1	Metalle . . . . .	546
19.1/2	Druckabhängigkeit . . . . .	546
19.1/3	Relative Änderung am Schmelzpunkt . . . . .	547
19.1/4	Legierungen . . . . .	547
19.1/5	Elektrochemische Spannungsreihe . . . . .	548
19.1/6	Thermoelektrische Spannungsreihe . . . . .	548
19.1/7	Thermospannung gebräuchlicher Thermoelemente . . . . .	549
19.1/8	Gebräuchliche Thermopaare . . . . .	549
19.1/9	Peltier-Koeffizient für verschiedene Metalle . . . . .	550
19.2/1	Dielektrizitätszahl . . . . .	550
19.2/2	Keramiken . . . . .	552
19.2/3	Gläser . . . . .	552
19.2/4	Elektrische Eigenschaften von Polymeren . . . . .	552
19.2/5	Spezifischer Widerstand von Isolierstoffen . . . . .	553
19.2/6	Elektrische Eigenschaften von Isolierstoffen . . . . .	553
19.2/7	Elektrische Eigenschaften von Transformatoröl . . . . .	555
19.2/8	Einige Eigenschaften von Elektreten . . . . .	555
19.2/9	Ferroelektrika mit Sauerstoff-Oktaederstruktur . . . . .	555
19.3/1	Widerstandslegierungen . . . . .	556
19.3/2	Spannung Weston-Normalelemente . . . . .	556
19.3/3	Kontaktwerkstoffe . . . . .	556
19.3/4	Spannungsbereiche in der Elektrotechnik . . . . .	556
19.3/5	Richtwerte einiger Spannungen . . . . .	557
19.3/6	Gasdurchlässigkeit einiger Quarzgläser . . . . .	557
19.3/7	Wirkung des elektrischen Stromes . . . . .	557
19.4/1	Molare magnetische Suszeptibilität . . . . .	558
19.4/2	Molare magnetische Suszeptibilität anorganischer Verbindungen . . . . .	558
19.4/3	Technisch relevante magnetische Legierungen . . . . .	560
19.5/1	Ferromagnetische Elemente . . . . .	560



19.5/2	Binäre Eisenlegierungen . . . . .	561
19.5/3	Binäre Nickellegierungen . . . . .	561
19.5/4	Anisotropie-Koeffizienten . . . . .	562
19.5/5	Magnetisierungsrichtungen in kubischen Kristallen . . . . .	563
19.6/1	Magnetische Eigenschaften . . . . .	563
19.7/1	Eigenschaften einiger Antiferromagnete . . . . .	564
19.8/1	Ionenbeweglichkeit $\mu$ in Luft bei 18 °C und Normaldruck . . . . .	564
20.1	ITS-90-Fixpunkte . . . . .	572
23.1/1	Eichpunkte . . . . .	702
23.1/2	Schmelz- und Siedepunkte – Elemente . . . . .	703
23.1/3	Schmelz- und Siedepunkte – anorg. Verbindungen . . . . .	705
23.1/4	Schmelz- und Siedepunkte – organische Verbindungen . . . . .	707
23.1/5	Schmelzpunkte – Öle . . . . .	709
23.1/6	Schmelzpunkte – Hochtemperaturkeramiken . . . . .	710
23.1/7	Schmelz- und Siedepunkte – Legierungen . . . . .	710
23.1/8	Curie-Temperatur ferromagnetischer und antiferromagnetischer Stoffe . . . . .	711
23.1/9	Néel-Temperaturen antiferromagnetischer Stoffe . . . . .	711
23.1/10	Curie-Temperatur ferroelektrischer Stoffe . . . . .	711
23.2/1	Temperatur, Druck und Dichte am kritischen Punkt . . . . .	712
23.2/2	Molmasse, spezifische Gaskonstante und Dichte von Gasen . . . . .	712
23.2/3	Van-der-Waals-Konstanten . . . . .	712
23.2/4	Druck und Temperatur am Tripelpunkt . . . . .	713
23.3/1	Dynamische Viskosität von Gasen . . . . .	713
23.3/2	Dynamische Viskosität von Flüssigkeiten . . . . .	713
23.3/3	Thermische Eigenschaften reiner Metalle . . . . .	714
23.3/4	Thermische Eigenschaften von Baustoffen . . . . .	715
23.3/5	Thermische Eigenschaften von Gasen . . . . .	716
23.3/6	Thermische Eigenschaften von Flüssigkeiten . . . . .	717
23.3/7	Thermische Eigenschaften von Kunststoffen . . . . .	717
23.3/8	Thermische Eigenschaften anderer fester Stoffe . . . . .	718
23.3/9	Wärmeleitfähigkeit von Wärmedämmstoffen . . . . .	718
23.3/10	Wärmeleitung bei verschiedenen Temperaturen . . . . .	718
23.3/11	Ausdehnung von Wasser bei verschiedenen Temperaturen . . . . .	719
23.3/12	Volumenausdehnung von Flüssigkeiten . . . . .	719
23.4/1	Wärmedurchgangskoeffizient verschiedener Materialien . . . . .	719
23.4/2	Wärmedurchgangskoeffizient verschiedener Bausteinarten . . . . .	720
23.5/1	Normatmosphäre in relativen Einheiten . . . . .	721
23.5/2	Luftdruck in absoluten Einheiten . . . . .	722
23.5/3	Druckmessung: Temperatur-Höhen-Korrektur . . . . .	722
23.5/4	Druckmessung: Additiver Korrekturfaktor . . . . .	723
23.5/5	Druckmessung: Materialausdehnung Messingskala . . . . .	724
23.5/6	Druckmessung: Materialausdehnung Glasskala . . . . .	724
23.5/7	Volumenmessung: Temperaturkorrektur . . . . .	725
23.5/8	Volumenmessung: Ausdehnung eines Glasbehälters . . . . .	725
23.6/1	Tiefentemperaturbäder . . . . .	726
23.7/1	Trockenmittel: chemische Trocknung . . . . .	726
23.7/2	Trockenmittel: physikalische Trocknung . . . . .	726
23.8/1	Sättigungsdampfdruck bei 20 °C . . . . .	727
23.8/2	Kryoskopische (K) und ebullioskopische (E) Konstanten . . . . .	727

23.8/3	Psychrometrie . . . . .	727
23.8/4	Dampfdruck von Wasser bei niedrigen Temperaturen . . . . .	728
23.8/5	Dampfdruck und spez. Enthalpie von Wasser . . . . .	728
23.8/6	Spezifisches Volumen und spezifische Enthalpie von Wasserdampf . . . . .	729
23.9/1	Spezifischer Heizwert . . . . .	730
23.9/2	Spezifische Schmelz- und Verdampfungsenthalpien reiner Metalle . . . . .	730
23.9/3	Relative Volumenänderung beim Schmelzen . . . . .	731
23.9/4	Temperaturabhängigkeit der Verdampfungswärme . . . . .	731
23.9/5	Spezifische Schmelz- und Verdampfungsenthalpien anderer Stoffe . . . . .	732
30.1/1	Ionisationsenergien der Elemente . . . . .	972
30.1/2	Ionisationsenergie von Stickstoffverbindungen . . . . .	974
30.1/3	Ionisationsenergien von Kohlenwasserstoffverbindungen . . . . .	974
30.1/4	Ionisationsenergien von Halogenverbindungen . . . . .	975
30.1/5	Ionisationsenergien von Sauerstoffverbindungen . . . . .	975
30.1/6	Dissoziationsenergie zweiatomiger Moleküle . . . . .	976
30.2/1	Atom- und Ionenradien der Elemente . . . . .	977
30.3/1	Austrittsarbeit der Elektronen aus den reinen Elementen . . . . .	979
30.3/2	Austrittsarbeit für adsorbierte Oberflächen . . . . .	981
30.3/3	Thermoemissionseigenschaften einer Wolframkathode . . . . .	981
30.3/4	Photokathoden aus Alkaliantimoniden . . . . .	982
30.3/5	Grundlegende Eigenschaften der Sekundär-Elektronen-Emission . . . . .	982
30.4/1	Hauptlinien des charakteristischen Röntgenspektrums einiger Elemente . . . . .	983
30.5/1	Wirkungsquerschnitt für die Streuung von Neutronen an verschiedenen Elementen . . . . .	983
30.5/2	Kernfusionsreaktionen . . . . .	984
30.6/1	Massenschwächungskoeffizient für Röntgenstrahlung . . . . .	984
30.6/2	Massenschwächungskoeffizient für Elektronen in Aluminium . . . . .	984
30.6/3	Reichweite von $\alpha$ -Teilchen in Luft, biologischem Gewebe und Aluminium . . . . .	984
30.7/1	Hallkoeffizient für Metalle . . . . .	985
30.8/1	Supraleitende Elemente . . . . .	986
30.8/2	Supraleitende Verbindungen und Legierungen . . . . .	987
30.9/1	Elementhalbleiter . . . . .	988
30.9/2	Verbindungshalbleiter . . . . .	988
30.9/3	Dotierungen von Si . . . . .	988
30.9/4	Dotierungen in Ge . . . . .	989
30.9/5	Wirkung ionisierender Strahlung auf Halbleiter . . . . .	989
34.0/1	Basisgrößen des SI . . . . .	1015
34.0/2	Dezimalvorsätze . . . . .	1015
34.0/3	Abgeleitete SI-Einheiten . . . . .	1016
34.0/4	SI-fremde gesetzliche Einheiten . . . . .	1018
34.0/5	Umrechnungstabelle von Energieeinheiten . . . . .	1019
34.0/6	Windstärken . . . . .	1019
34.0/7	Anglo-amerikanische Einheiten . . . . .	1020

# Teil I Mechanik

## 1 Kinematik

**Kinematik**, die Lehre von den Bewegungen der Körper. Die Kinematik beschäftigt sich mit der mathematischen Beschreibung von Bewegungen, ohne die wirkenden Kräfte zu betrachten. Dabei spielen die Größen Ort, Weg, Zeit, Geschwindigkeit und Beschleunigung die zentrale Rolle.

### 1.1 Beschreibung von Bewegungen

**Bewegung**, die Änderung des Ortes eines Körpers während eines Zeitraums. Zu ihrer Beschreibung werden dem **Ort** des Körpers in einem **Koordinatensystem** Zahlenwerte (**Koordinaten**) zugeordnet, deren Änderung in der **Zeit** die Bewegung charakterisiert.

**Gleichförmige Bewegung**, besteht, wenn der Körper in gleichen Zeiten gleiche Strecken zurücklegt. Gegensatz: **ungleichförmige Bewegung**.

#### 1.1.1 Bezugssysteme

##### 1. Dimension von Räumen

**Dimension** eines **Raumes**, die Anzahl der Zahlenwerte, die nötig sind, um den Ort eines Körpers in diesem Raum zu bestimmen.

- Eine Gerade ist eindimensional, da **ein** Zahlenwert zur Ortsbestimmung nötig ist; eine Fläche ist zweidimensional mit **zwei** Zahlenwerten, und der Raum ist dreidimensional, da **drei** Zahlenwerte zur Ortsbestimmung nötig sind.
- Jeder Punkt auf der Erde kann durch die Angabe seiner geographischen Länge und Breite bestimmt werden. Die Dimension der Erdoberfläche ist 2.
- Der Raum, in dem wir uns bewegen, ist dreidimensional. Eine Bewegung in der Ebene ist zweidimensional, eine Bewegung auf einer Schiene ist eindimensional. Als weitere Generalisierung findet man den nulldimensionalen Punkt und das vierdimensionale Raum-Zeit-Kontinuum (Minkowski-Raum), dessen Koordinaten drei Raumkoordinaten und eine Zeitkoordinate sind.
- Bei Zwangsbedingungen (z. B. geführte Bewegung längs Schiene oder auf Fläche) wird die Raumdimension eingeschränkt.

##### 2. Koordinatensysteme

Koordinatensysteme dienen zur mathematischen Beschreibung von Bewegungen. Sie ordnen den Orten, an denen sich ein Körper befindet, Zahlenwerte zu. Dadurch kann eine Bewegung als mathematische Funktion beschrieben werden, die dem Körper zu jeder gegebenen Zeit die Ortskoordinaten zuordnet.

Es gibt verschiedene Arten von Koordinatensystemen ( $\vec{e}_i$ : Einheitsvektor in  $i$ -Richtung):

**a) Affines Koordinatensystem**, im zweidimensionalen Fall sind zwei durch einen Punkt  $O$  gehende Geraden (eingeschlossener Winkel beliebig) die Koordinatenachsen (**Abb. 1.1**), im dreidimensionalen Fall sind die Koordinatenachsen drei verschiedene Geraden, die nicht in einer Ebene liegen und durch den Koordinatenursprung  $O$  gehen. Die Koordinaten  $\xi, \eta, \zeta$  eines Raumpunktes ergeben sich als Projektionen parallel zu den drei Koordinatenebenen, die von je zwei Koordinatenachsen aufgespannt werden, auf die Koordinatenachsen.

**b) Kartesisches Koordinatensystem**, Spezialfall des affinen Koordinatensystems, besteht aus jeweils senkrecht aufeinander stehenden geradlinigen Koordinatenachsen. Die Koordinaten  $x, y, z$  eines Raumpunktes  $P$  sind die senkrechten Projektionen des Ortes von  $P$  auf diese Achsen (**Abb. 1.2**).

Linielement:  $d\vec{r} = dx \vec{e}_x + dy \vec{e}_y + dz \vec{e}_z$ .

Flächenelement in der  $x, y$ -Ebene:  $dA = dx dy$ .

Volumenelement:  $dV = dx dy dz$ .

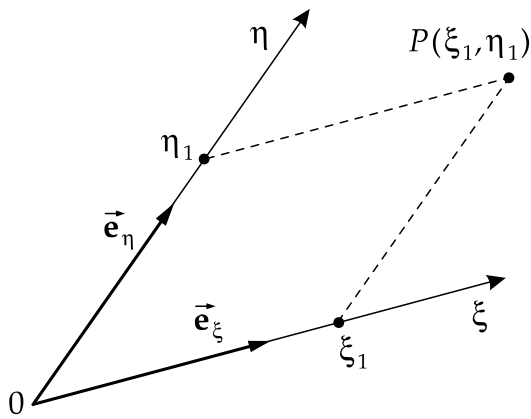


Abbildung 1.1: Affine Koordinaten in der Ebene. Koordinaten des Punktes  $P$ :  $\xi_1, \eta_1$

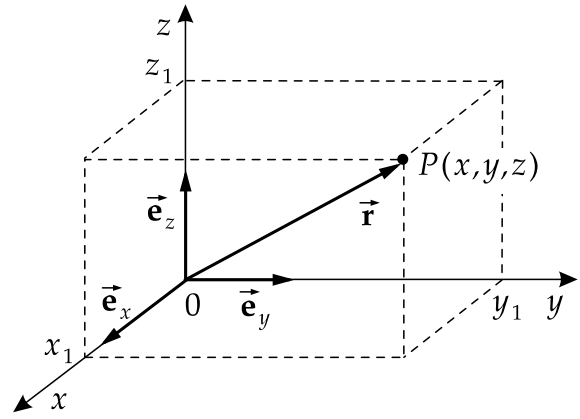


Abbildung 1.2: Kartesische Koordinaten im dreidimensionalen Raum. Koordinaten des Punktes  $P$ :  $x, y, z$

**Rechtssystem**, im dreidimensionalen Raum spezielle Anordnung der Koordinatenachsen eines kartesischen Koordinatensystems: Die  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Achsen zeigen in dieser Reihenfolge wie Daumen, Zeigefinger und Mittelfinger der rechten Hand (**Abb. 1.3**).

**c) Polarkoordinatensystem in der Ebene**, Polarkoordinaten sind der Abstand  $r$  vom Ursprung und der Winkel  $\varphi$ , den der Ortsvektor mit einer Bezugsrichtung (positive  $x$ -Achse) bildet (**Abb. 1.4**).

Linienelement:  $d\vec{r} = dr \vec{e}_r + r d\varphi \vec{e}_\varphi$ .

Flächenelement:  $dA = r dr d\varphi$ .

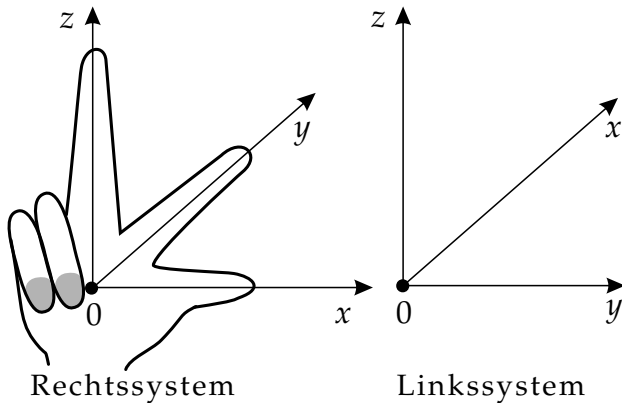


Abbildung 1.3: Rechts- und Linkssystem

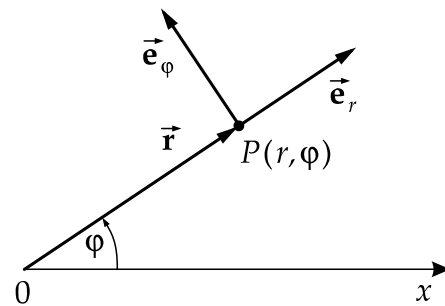


Abbildung 1.4: Polarkoordinaten in der Ebene. Koordinaten des Punktes  $P$ :  $r, \varphi$

**d) Kugelkoordinatensystem**, Verallgemeinerung der Polarkoordinaten auf den dreidimensionalen Raum. Kugelkoordinaten sind der Abstand  $r$  vom Ursprung, der Winkel  $\vartheta$  des Ortsvektors gegen die  $z$ -Achse und der Winkel  $\varphi$ , den die Projektion des Ortsvektors auf die  $x$ - $y$ -Ebene mit der positiven  $x$ -Achse bildet (**Abb. 1.5**).

Linienelement:  $d\vec{r} = dr \vec{e}_r + r d\vartheta \vec{e}_\vartheta + r \sin \vartheta d\varphi \vec{e}_\varphi$ .

Volumenelement:  $dV = r^2 \sin \vartheta dr d\vartheta d\varphi$ .

Raumwinkelement:  $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$ .

**e) Zylinderkoordinatensystem**, Mischung aus kartesischen und Polarkoordinaten im dreidimensionalen Raum. Zylinderkoordinaten sind die Projektion des Ortsvektors  $\vec{r}$  auf die  $z$ -Achse und die Polarkoordinaten  $(\rho, \varphi)$  in der zur  $z$ -Achse senkrechten Ebene, also die Länge  $\rho$  des Lotes auf die  $z$ -Achse und der Winkel, den dieses Lot mit der positiven  $x$ -Achse bildet (**Abb. 1.6**).

Linienelement:  $d\vec{r} = d\rho \vec{e}_\rho + \rho d\varphi \vec{e}_\varphi + dz \vec{e}_z$ .

Volumenelement:  $dV = \rho d\rho d\varphi dz$ .

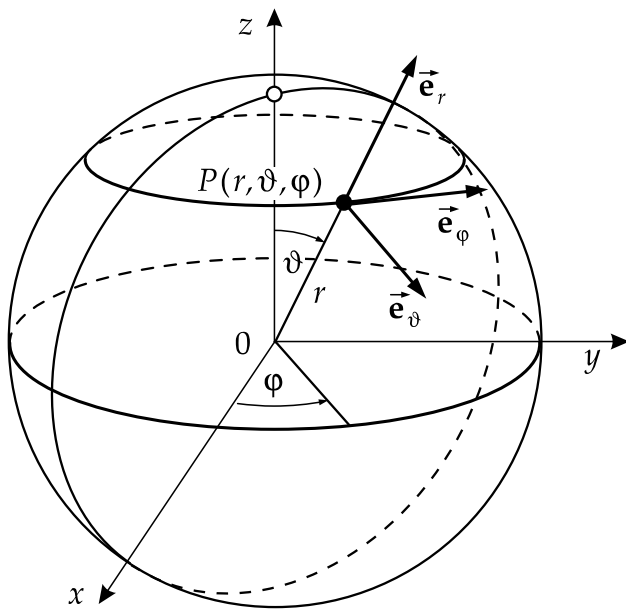


Abbildung 1.5: Kugelkoordinaten

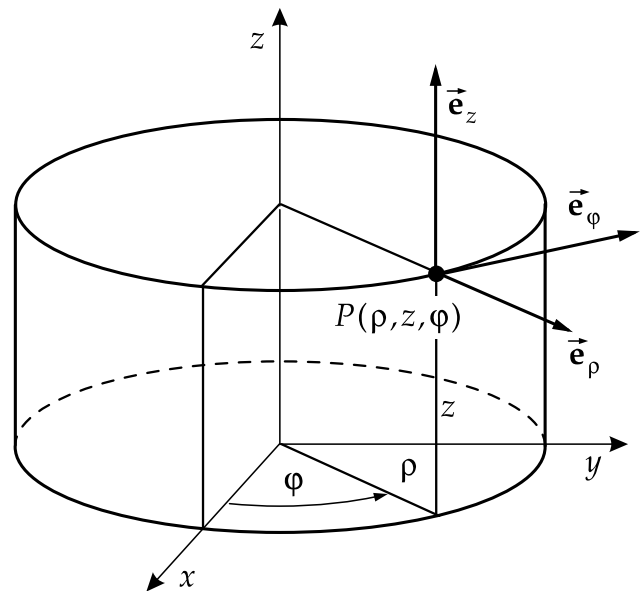


Abbildung 1.6: Zylinderkoordinaten

### 3. Bezugssystem

Ein Bezugssystem besteht aus einem Satz von **Koordinaten**, relativ zu dem die Lage des mechanischen Systems angegeben wird, und einer **Uhr** zur Zeitanzeige. Die Verbindung zwischen dem Bezugssystem und physikalischen Vorgängen geschieht durch **Aufweisung**, d. h. durch die Angabe von Bezugspunkten und/oder Bezugsrichtungen.

- Beim kartesischen Koordinatensystem in zwei Dimensionen ist der Ursprung und die Richtung der  $x$ -Achse anzugeben, in drei Dimensionen auch die Richtung der  $y$ -Achse. Alternativ können zwei bzw. drei Bezugspunkte angegeben werden.
- ▲ Es gibt kein absolutes Bezugssystem. Jede Bewegung ist eine Relativbewegung, d. h., sie hängt von dem gewählten Bezugssystem ab. Die Definition einer **absoluten** Bewegung ohne Angabe des Bezugssystems ist physikalisch sinnlos. Die Angabe des Bezugssystems ist für die Beschreibung jeder Bewegung **unbedingt notwendig**.
- Ein und dieselbe Bewegung kann in unterschiedlichen Bezugssystemen beschrieben werden. Die geschickte Wahl des Bezugssystems ist oft Voraussetzung für eine einfache Behandlung der Bewegung.

### 4. Ortsvektor und Ortsfunktion

Ortsvektor,  $\vec{r}$ , Vektor vom Koordinatenursprung zum Raumpunkt  $(x, y, z)$ . Man schreibt den Ortsvektor als einen Spaltenvektor, dessen Komponenten die Koordinaten sind (s. S.1006):

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

**Ortsfunktion**,  $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$ , gibt den Ort eines Körpers zu jedem Zeitpunkt  $t$  an. Durch die Ortsfunktion wird die Bewegung eindeutig und vollständig beschrieben.

### 5. Bahn,

die Menge aller Raumpunkte (Orte), die der Körper bei seiner Bewegung durchläuft.

- Die Bahn einer Punktmasse, die auf einem sich drehenden Rad mit dem Radius  $R$  im Abstand  $a < R$  von der Drehachse befestigt ist, ist ein Kreis. Rollt das Rad auf einer geraden Schiene ab, dann bewegt sich der Punkt auf einer verkürzten Zykloide (**Abb. 1.7**).

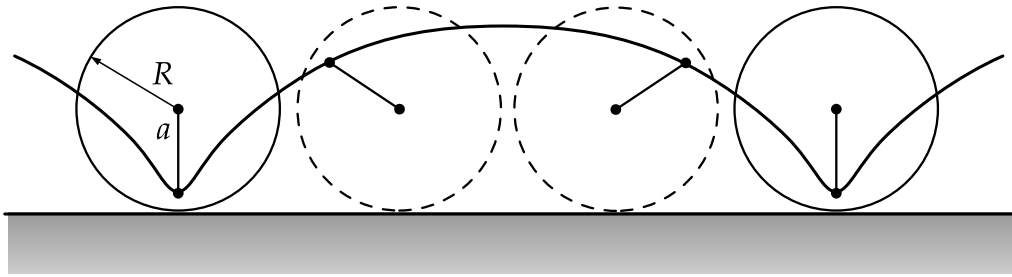
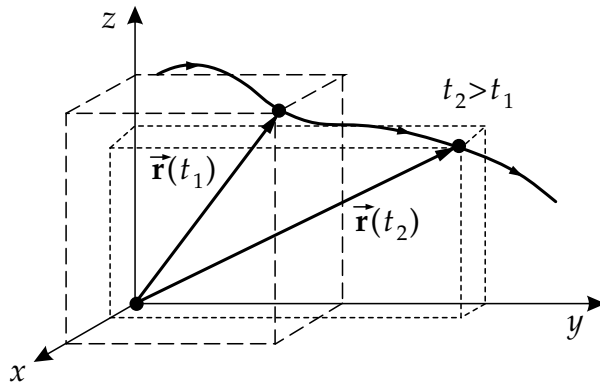


Abbildung 1.7: Verkürzte Zykloide als Überlagerung von Rotation und Translation

## 6. Bahnkurve,

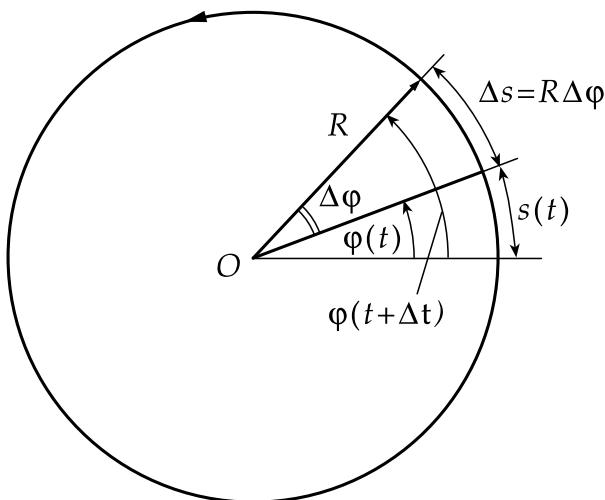
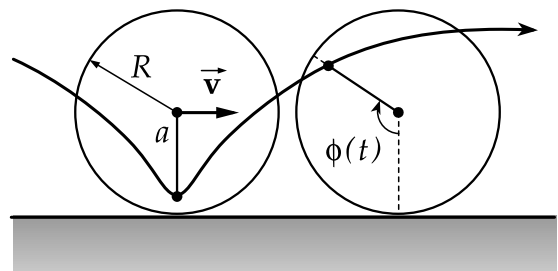
Darstellung der Bahn als Funktion  $\vec{r}(p)$  eines Parameters  $p$ , der z. B. der Zeitpunkt  $t$  oder der zurückgelegte Weg  $s$  sein kann. Mit wachsenden Parameterwerten durchläuft der Massenpunkt die Bahn in positiver Kurvenrichtung (Abb. 1.8).

- Aus der Bahn allein, ohne Kenntnis der zeitabhängigen Ortsfunktion, lässt sich die Geschwindigkeit des Massenpunktes nicht ableiten.

Abbildung 1.8: Bahnkurve  $\vec{r}(t)$ 

**a) Beispiel: Kreisbewegung eines Massenpunktes.** Bewegung eines Massenpunktes auf einem Kreis mit dem Radius  $R$  in der  $x,y$ -Ebene des dreidimensionalen Raumes. Parametrisierung der Bahnkurve durch den Drehwinkel  $\varphi$  in Abhängigkeit von der Zeit  $t$

- in Kugelkoordinaten:  $r = R$ ,  $\vartheta = \pi/2$ ,  $\varphi = \varphi(t)$ ,
- in kartesischen Koordinaten:  $x(t) = R \cdot \cos \varphi(t)$ ,  $y(t) = R \cdot \sin \varphi(t)$ ,  $z(t) = 0$  (Abb. 1.9).

Abbildung 1.9: Bewegung auf einem Kreis mit dem Radius  $R$ . Element des Drehwinkels:  $\Delta\varphi$ , Element der Bogenlänge:  $\Delta s = R \cdot \Delta\varphi$ Abbildung 1.10: Parameterdarstellung der Bewegung auf einer verkürzten Zykloide durch den Wälzwinkel  $\phi$  als Funktion der Zeit  $t$



**b) Beispiel: Punkt auf rollendem Rad.** Die Bahnkurve eines Punktes, der sich auf einem mit konstanter Geschwindigkeit nach rechts rollenden Rad (Radius  $R$ ) im Abstand  $a < R$  von der Achse befindet, ist eine verkürzte Zyloide. Parameterdarstellung der verkürzten Zyloide in kartesischen Koordinaten durch den Wälzwinkel  $\phi(t)$  (**Abb. 1.10**) lautet:

$$x(t) = vt - a \sin \phi(t),$$

$$y(t) = R - a \cos \phi(t).$$

## 7. Freiheitsgrade

eines mechanischen Systems, Anzahl der unabhängigen Größen, die notwendig sind, um die Lage des Systems eindeutig zu bestimmen.

- Ein Massenpunkt im dreidimensionalen Raum hat drei Freiheitsgrade der Translation (Verschiebungen in drei voneinander unabhängigen Richtungen  $x, y, z$ ). Ein freies System aus  $N$  Massenpunkten im dreidimensionalen Raum hat  $3 \cdot N$  Freiheitsgrade.

Wird bei einem System aus  $N$  Massenpunkten die Bewegung der Massenpunkte durch innere oder äußere Zwangsbedingungen eingeschränkt, so dass  $k$  Nebenbedingungen zwischen den Koordinaten  $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N$  bestehen,

$$g_\alpha(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N, t) = 0, \quad \alpha = 1, 2, \dots, k,$$

dann hat das System nur noch  $f = 3 \cdot N - k$  Freiheitsgrade.

- Für einen Massenpunkt, der sich nur in der  $x, y$ -Ebene (Bedingung:  $z = 0$ ) bewegen kann, verbleiben zwei Freiheitsgrade. Der Massenpunkt hat nur einen Freiheitsgrad, wenn die Bewegung auf die  $x$ -Achse (Bedingungen:  $y = 0, z = 0$ ) eingeschränkt ist.

Ein System aus zwei, durch eine Stange der Länge  $l$  fest verbundenen Massenpunkten besitzt  $f = 6 - 1 = 5$  Freiheitsgrade (Bedingung:  $(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)^2 = l^2$ ,  $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ : Ortsvektoren der Massenpunkte).

Ein starrer Körper besitzt sechs Freiheitsgrade: drei Translationsfreiheitsgrade und drei Rotationsfreiheitsgrade. Wird ein starrer Körper an einem Punkt festgehalten (Kreisel), verbleiben drei Freiheitsgrade der Rotation. Ein starrer Körper, der sich nur um eine feste Achse drehen kann, ist ein physisches Pendel mit nur einem Rotationsfreiheitsgrad.

Eine nichtstarre, kontinuierliche Massenverteilung (Kontinuumsmodell eines deformierbaren Körpers) hat unendlich viele Freiheitsgrade.

## 1.1.2 Zeit

### 1. Definition und Messung der Zeit

**Zeit,  $t$ ,** zur Quantifizierung zeitlich veränderlicher Vorgänge.

**Periodische (wiederkehrende) Vorgänge** in der Natur werden zur Festlegung der Zeiteinheit benutzt.

**Zeitraum, Zeitintervall,  $\Delta t$ ,** der zeitliche Abstand zweier Ereignisse.

- M** Die Messung der Zeit mittels **Uhren** beruht auf periodischen (Pendel, Drehschwingungen) oder gleichmäßigen (vormals in Gebrauch: Abbrennen einer Kerze, Wasseruhr) Vorgängen in der Natur. **Schwerependel** bieten den Vorteil, dass ihre Periode  $T$  nur von ihrer Länge  $l$  (und der örtlichen Fallbeschleunigung  $g$ ) abhängt:  $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ . Mechanische Taschenuhren basieren auf der periodischen Drehbewegung der **Unruh**, die durch eine Spiralfeder erzwungen wird. Moderne Verfahren benutzen elektrische Schwingkreise, deren Frequenz durch die Resonanzfrequenz eines Quarzkristalls oder atomphysikalische Vorgänge stabilisiert wird.

**Stoppuhr**, dient zur Messung von Zeitintervallen, oft in Verbindung mit mechanischen oder elektrischen Signalgebern (Schalter, Lichtschranke).

Typische Genauigkeiten von Uhren liegen im Bereich von Minuten pro Tag für mechanische Uhren, bei einigen Zehntel Sekunden pro Tag für Quarzuhren und bei  $10^{-14}$  (eine Sekunde in mehreren Millionen Jahren) für Atomuhren, die auch für Deutschland als primäres Zeitnormal (von der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt in Braunschweig festgelegte Zeit) dienen.

## 2. Zeiteinheiten

**Sekunde**, s, SI-Einheit der Zeit. Eine der Grundeinheiten des SI, definiert als 9 192 631 770 Periodendauern der elektromagnetischen Strahlung aus dem Übergang zwischen den Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Cäsium 133 (relative Genauigkeit:  $10^{-14}$ ). Ursprünglich definiert als der 86400ste Teil eines mittleren Sonnentages, der in 24 Stunden zu je 60 Minuten zu je 60 Sekunden aufgeteilt ist. Die Tageslänge ist nicht hinreichend konstant, um als Bezugsnormale zu dienen.

$$[t] = \text{s} = \text{Sekunde}$$

Weitere Einheiten:

1 Minute (min)	= 60 s
1 Stunde (h)	= 60 min = 3600 s
1 Tag (d)	= 24 h = 1440 min = 86400 s
1 Jahr (a)	= 365.2425 d.

- Der Zeitstandard wird durch automatische Radioausstrahlungen (in Deutschland durch den Langwellensender DLF77 bei Frankfurt) allgemein zugänglich gemacht.
- Das Gregorianische **Jahr** hat 365.2425 Tage und weicht um  $3/10000$  Tage vom tropischen Jahr ab.

Die Zeit wird weiter in Wochen (zu 7 Tagen) und Monate (zu 28 bis 31 Tagen) (im Gregorianischen Kalender) unterteilt.

## 3. Kalender,

dient zur weiteren Unterteilung von größeren Zeiträumen. Die Kalendersysteme beziehen sich auf den Mondzyklus von ca. 28 Tagen und den Sonnenzyklus von ca.  $365\frac{1}{4}$  Tagen. Da diese nicht ineinander aufgehen, müssen Schalttage eingefügt werden.

In Deutschland gilt der **Gregorianische Kalender**, der seit 1582 den früheren **Julianischen Kalender** ersetzte, wobei die Schaltregel für glatte Jahrhundertjahre verändert wurde. Seitdem fällt der Frühlingsanfang auf den 21. oder 20. März.

- Der Julianische Kalender war in osteuropäischen Ländern teilweise bis nach der Oktoberrevolution 1917 in Rußland in Gebrauch. Er wich zuletzt um etwa drei Wochen vom Gregorianischen ab.

**Schalttag**, wird in allen durch 4 teilbaren Jahren am Ende des Februars eingefügt. Ausnahme: volle Jahrhunderte, die nicht durch 400 teilbar sind (2000 ist Schaltjahr, 1900 nicht).

**Kalenderwoche**, Unterteilung des Jahres in 52 oder 53 Wochen. Als erste Kalenderwoche eines Jahres zählt jene, die den ersten Donnerstag des Jahres enthält.

- Der erste Wochentag der bürgerlichen Woche ist der Montag, nach christlicher Tradition allerdings der Sonntag.

Gregorianische Kalenderjahre werden durch eine **Jahreszahl** fortlaufend nummeriert. Jahre vor dem Jahr 1 werden durch „v.Chr.“ (vor Christus) oder „B.C.“ (before Christ) bezeichnet.

- Es gibt kein Jahr Null; auf das Jahr 1 v. Chr. folgt direkt das Jahr 1 n. Chr.
- Julianische Tageszählung: Zeitskala in der Astronomie.

**Weitere Kalendersysteme:** Andere gebräuchliche **Kalendersysteme** sind der hebräische Kalender (**Lunisolkalendar**, Mischung aus Sonnen- und Mondkalender) mit unterschiedlich langen Jahren und Schaltmonaten; Zählung der Jahre ab 7. Oktober 3761 v. Chr. „Erschaffung der Welt“, Jahresanfang im September/Oktober, 1997 beginnt das Jahr 5758) und der mohammedanische Kalender (reiner Mondkalender mit Schaltmonat; Zählung der Jahre ab der Flucht Mohammeds aus Mekka am 16. Juli 622 n. Chr., das mohammedanische Jahr 1418 begann im Jahr 1997 des Gregorianischen Kalenders).



### 1.1.3 Länge, Fläche, Volumen

#### 1. Länge,

$l$ , der **Abstand** (kürzeste **Verbindungsline**) zwischen zwei Punkten im Raum.

**Meter**, m, SI-Einheit der Länge. Eine der Grundeinheiten des SI, definiert als die Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer von  $1/299\,792\,458$  einer Sekunde durchläuft (relative Genauigkeit:  $10^{-14}$ ). Ursprünglich definiert als der 40millionste Teil des Erdumfangs und durch ein im *Bureau International des Poids et Mesures* in Paris aufbewahrtes **Urnormal** aus Platin-Iridium repräsentiert.

$$[l] = \text{m} = \text{Meter}.$$

Weitere Einheiten siehe **Tabelle 34.0/3**.

#### 2. Längenmessung

Längenmessung geschah ursprünglich durch die Vorgabe und Vervielfältigung der Längeneinheit (z. B. Urmeter, Maßband, Zollstock, Messschraube, Mikrometerschraube, oft mit Noniusteilung zur genaueren Ablesung).

**Interferometer**: optische Präzisionslängenmessung (s. S. 357), wobei die Wellenlänge von monochromatischem Licht als Maßstab verwendet wird.

**Sonar**: akustische Entfernungsmessung durch die Laufzeitmessung von Ultraschall bei Schiffen, heute seltener zur Entfernungsmessung bei Kameras.

**Radar**: Bestimmungsbestimmung durch Laufzeitmessung der an dem Objekt reflektierten elektromagnetischen Wellen.

Längenmessung ist bis zu einer relativen Genauigkeit von  $10^{-14}$  möglich. Mit Mikrometerschrauben lassen sich Genauigkeiten im Bereich von  $10^{-6}$  m erzielen.

**Triangulation**, ein geometrisches Verfahren zur Landvermessung. Dabei wird ausgenutzt, dass die verbleibenden zwei Seiten eines Dreiecks berechnet werden können, wenn eine Seite und zwei Winkel bekannt sind. Ausgehend von einer bekannten Basisstrecke können durch fortgesetzte Winkelmessung mittels eines **Theodoliten** beliebige Abstände vermessen werden.

**Parallaxe**, der Unterschied in der Richtung, in der ein Objekt erscheint, wenn es von zwei verschiedenen Punkten aus gesehen wird. Anwendung zur Entfernungsmessung.

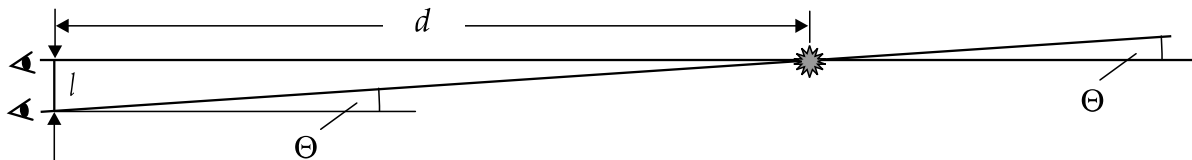


Abbildung 1.11: Parallaxe  $\Theta$  bei Augenabstand  $l$  und Entfernung  $d$ :  $\tan \Theta = l/d$  bzw.  $\Theta \approx l/d$  für  $d \gg l$

#### 3. Fläche und Volumen

**Fläche**  $A$  und **Volumen**  $V$  sind aus der Längenmessung abgeleitete Größen.

**Quadratmeter**,  $\text{m}^2$ , SI-Einheit der Fläche. Ein Quadratmeter ist die Fläche eines Quadrates der Seitenlänge 1 m.

$$[A] = \text{m}^2 = \text{Quadratmeter}.$$

**Kubikmeter**,  $\text{m}^3$ , SI-Einheit des Volumens. Ein Kubikmeter ist das Volumen eines Würfels mit der Seitenlänge 1 m.

$$[V] = \text{m}^3 = \text{Kubikmeter}.$$

Weitere Einheiten siehe **Tabelle 34.0/3** und **Tabelle 34.0/4**.

**M** Die Messung von Flächen kann durch die Unterteilung in einfache geometrische Figuren (Rechtecke, Dreiecke) erfolgen, deren Seiten und Winkel gemessen werden (z. B. durch Triangulation), woraus

das Ergebnis rechnerisch ermittelt wird. Direkte Flächenmessung kann durch Abzählen der abgedeckten Quadrate auf einem Messgitter erfolgen.

Analog kann das Volumen von Hohlräumen durch Ausfüllen mit geometrischen Körpern (Würfel, Pyramiden, ...) bestimmt werden.

Für die Volumenmessung von Flüssigkeiten sind Normgefäße mit bekanntem Volumen üblich. Das Volumen von Festkörpern kann durch Untertauchen in einer Flüssigkeit bestimmt werden (s. S. 170).

Bei bekannter Dichte  $\rho$  eines homogenen Körpers kann das Volumen  $V$  aus der Masse  $m$  bestimmt werden,  $V = m/\rho$ .

► **Dezimalvorsätze bei Flächen- und Volumeneinheiten:**

Der Dezimalvorsatz bezieht sich auf die Längeneinheit, nicht auf die Flächen- oder Volumeneinheit:

$$1 \text{ Kubikzentimeter} = 1 \text{ cm}^3 = (1 \text{ cm})^3 = (1 \cdot 10^{-2} \text{ m})^3 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

## 1.1.4 Winkel

### 1. Winkeldefinition

**Winkel**,  $\phi$ , ein Maß für die Divergenz zwischen zwei Geraden in einer Ebene. Ein Winkel wird von zwei Geraden (**Schenkeln**) an ihrem Schnittpunkt (**Scheitel**) gebildet. Er wird gemessen, indem man vom Scheitelpunkt auf den Geraden eine Strecke (Radius) abträgt und die Länge des Kreisbogens bestimmt, der die Endpunkte der beiden Strecken verbindet (**Abb. 1.12**).

Winkel und Bogen				1
$\phi = \frac{l}{r}$	Symbol	Einheit	Benennung	
	$\phi$	rad	Winkel	
	$l$	m	Länge des Kreisbogens	
	$r$	m	Radius	

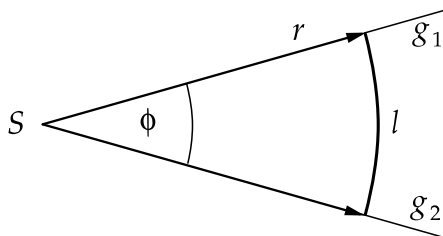


Abbildung 1.12: Bestimmung des Winkels  $\phi$  zwischen den Geraden  $g_1$  und  $g_2$  durch Messung von Bogenlänge  $l$  und Radius  $r$ ,  $l = r \cdot \phi$ .  $S$ : Scheitelpunkt

### 2. Winkleinheiten

**a) Radiant**, rad, SI-Einheit des Winkels. 1 rad ist der Winkel, bei dem die Länge des Kreisbogens, der die Endpunkte der Schenkel verbindet, genauso groß ist wie die Länge eines Schenkels. Ein Vollkreis entspricht dem Winkel  $2\pi$  rad.

► Radiant (und Grad) sind ergänzende SI-Einheiten, d. h., sie haben die Einheit Eins.

$$1 \text{ rad} = 1 \text{ m}/1 \text{ m}.$$

**b) Grad**,  $^\circ$ , ebenfalls zulässige Einheit für die Winkelmessung. Ein Grad ist definiert als der 360ste Teil eines Vollkreises. Umrechnung:

$$1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} = 57.3^\circ,$$

$$1^\circ = \frac{2\pi}{360^\circ} = 0.0175 \text{ rad}.$$

Unterteilungen sind:

$$1 \text{ Grad } (^\circ) = 60 \text{ Bogenminuten } (') = 3600 \text{ Bogensekunden } (").$$

**c) Gon,** (früher **Neugrad**), in der Vermessungstechnik gebräuchliche Einheit: 1 **gon**, der 100ste Teil eines rechten Winkels.

$$1 \text{ gon} = 0.9^\circ = 0.0157 \text{ rad}$$

$$1^\circ = 1.11 \text{ gon}$$

$$1 \text{ rad} = 63.7 \text{ gon}$$

### **M** Winkelmessung:

Die Messung von Winkeln erfolgt direkt durch eine Winkelskala oder durch Messung der Sehne eines Winkels und Umrechnen bei bekanntem Radius. Bei der Bestimmung von Strecken durch Triangulation dient der **Theodolit** (s. S. 7) zur Winkelmessung.

## 3. Raumwinkel

**Räumlicher Winkel,  $\Omega$** , ist bestimmt durch diejenige Fläche einer Einheitskugel, die von einem Kegel mit der Spitze im Kugelmittelpunkt ausgeschnitten wird (**Abb. 1.13**).

Raumwinkel			
$\Omega = \frac{A}{r^2}$	Symbol	Einheit	Benennung
	$\Omega$	sr	Raumwinkel
	$A$	m <sup>2</sup>	von Kegel ausgeschnittene Fläche
	$r$	m	Radius der Kugel

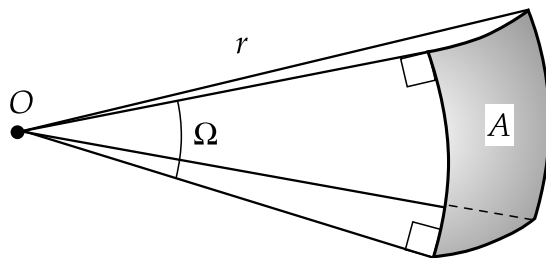


Abbildung 1.13: Bestimmung des Raumwinkels  $\Omega$  durch Messung von Fläche  $A$  und Radius  $r$  ( $\Omega = A/r^2$ )

**Steradian, sr**, SI-Einheit des Raumwinkels.

1 Steradian ist der Raumwinkel, der auf einer Kugel mit dem Radius 1 m eine Oberfläche von 1 m<sup>2</sup> ausschneidet. Diese Oberfläche kann beliebig geformt sein und auch aus nichtzusammenhängenden Teilen bestehen.

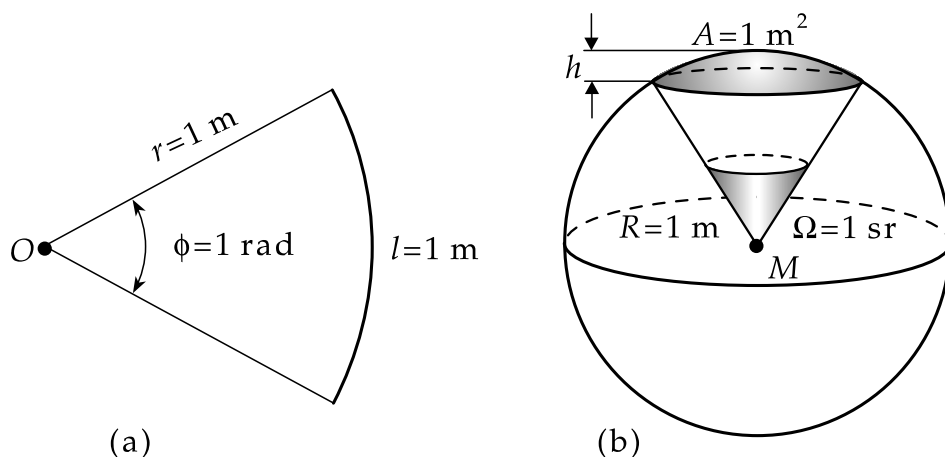


Abbildung 1.14: Definition der Winkelseinheiten Radiant (rad) (a) und Steradian (sr) (b). Die gekrümmte Fläche der Kugelkappe  $A$  ist gegeben durch  $A = 2\pi R \cdot h$

- ▲ Der räumliche Vollwinkel ist  $4\pi$  sr.
- Radiant und Steradian haben die Einheit Eins.

## 1.1.5 Mechanische Systeme

### 1. Massenpunkt

**Massenpunkt, Punktmasse**, Idealisierung eines Körpers als mathematischer Punkt mit verschwindender Ausdehnung, aber endlicher Masse. Ein Massenpunkt besitzt keine Rotationsfreiheitsgrade. Bei der Behandlung der Bewegung eines Körpers kann das Modell des Massenpunktes benutzt werden, wenn es unter den gegebenen physikalischen Bedingungen ausreicht, nur die Bewegung des Schwerpunktes des Körpers zu untersuchen, ohne die räumliche Verteilung der Masse zu berücksichtigen.

- Zur mathematischen Beschreibung kann jeder starre Körper bei Bewegungen ohne Rotation durch einen Massenpunkt, dessen Ort im **Schwerpunkt** des starren Körpers liegt (s. S. 83), ersetzt werden.
- Bei der Beschreibung der Planetenbewegung im Sonnensystem genügt es oft, die Planeten als Punkte zu betrachten, da ihre Ausdehnungen verglichen mit den typischen Abständen zwischen Sonne und Planeten sehr klein sind.

### 2. System von Massenpunkten

System aus  $N$  einzelnen Massenpunkten  $1, 2, \dots, N$ , dessen Bewegung durch die Angabe der Ortsvektoren  $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N$  als Funktion der Zeit  $t$  beschrieben werden kann:  $\vec{r}_i(t), i = 1, 2, \dots, N$  (**Abb. 1.15**).

### 3. Kräfte im Massenpunktsystem

**a) Innere Kräfte**, von den Teilchen des Systems aufeinander ausgeübte Kräfte. Innere Kräfte sind i. Allg. Zweikörperkräfte (Paarkräfte), die von den Abständen (und eventuell den Geschwindigkeiten) von nur jeweils zwei Teilchen abhängen.

**b) Äußere Kräfte**, Kräfte, die von außen auf das System einwirken. Äußere Kräfte gehen von Körpern aus, die nicht zum System gehören.

**c) Zwangs- oder Reaktionskräfte** (äußere Kräfte) entstehen durch Lagerung des Systems. Die Wechselwirkung zwischen dem System und der Führung wird durch Zwangskräfte ersetzt, die senkrecht zur erzwungenen Bahn wirken. Zwangskräfte schränken die Bewegung des Systems ein.

- Geführte Bewegungen: Masse an einseitig festgehaltenem Faden, Masse auf schiefer Ebene, Massenpunkt auf einer geraden, rotierenden Schiene, Gewehrkuugel im Lauf.

### 4. Freie und abgeschlossene Systeme

**Freier Massenpunkt, freies System von Massenpunkten**, der Massenpunkt oder das Massenpunktsystem können den einwirkenden Kräften ohne einschränkende Zwangsbedingungen folgen.

**Abgeschlossenes System**, ein System, auf das keine äußeren Kräfte wirken.

### 5. Starrer Körper,

ein Körper, dessen materielle Bestandteile stets die gleichen Abstände voneinander behalten, also untereinander starr verbunden sind. Für die Abstände aller Punkte  $i, j$  des starren Körpers gilt:  $|\vec{r}_i(t) - \vec{r}_j(t)| = r_{ij} = \text{const.}$  (**Abb. 1.15**).

### 6. Bewegung starrer Körper

Jede Bewegung eines starren Körpers kann zerlegt werden in zwei Bewegungsarten (**Abb. 1.16**):

**a) Translation (fortschreitende Bewegung)**, jeder Punkt des Körpers legt die gleiche Strecke in gleicher Richtung zurück: Der Körper wird parallel verschoben. Die Bewegung des Körpers kann durch die Bewegung eines einzelnen repräsentativen Punktes des Körpers beschrieben werden.

**b) Rotation (Drehung)**, bei der sich alle Punkte des Körpers um eine gemeinsame Achse drehen. Jeder Punkt des Körpers behält dabei seinen Abstand von der Drehachse und legt einen Weg auf einem Kreisbogen zurück.

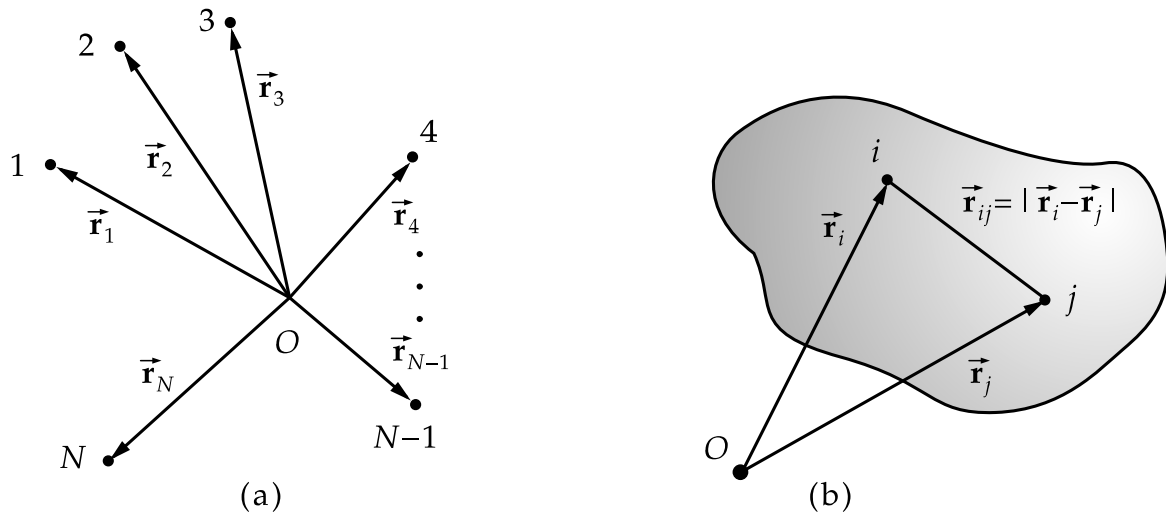


Abbildung 1.15: Mechanische Systeme. (a): System aus  $N$  Massenpunkten, (b): starrer Körper

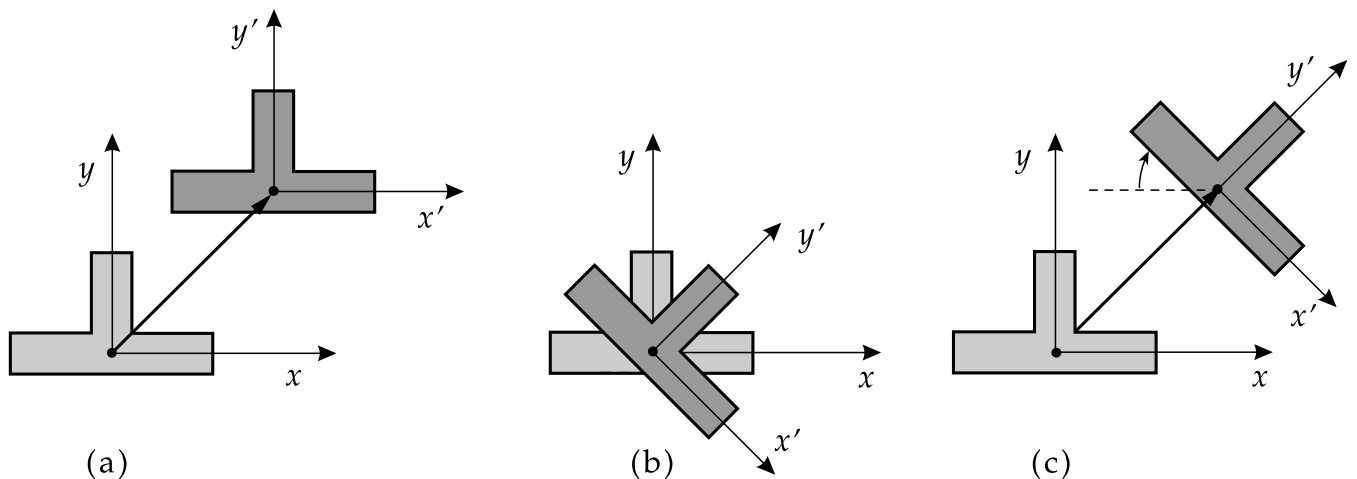


Abbildung 1.16: Translation und Rotation eines starren Körpers. (a): Translation, (b): Rotation, (c): Translation und Rotation

## 7. Deformierbarer Körper,

kann seine Gestalt unter dem Einfluss von Kräften ändern. Beschreibbar durch

- viele diskrete Massenpunkte, die durch Kräfte verbunden sind, oder
- ein Kontinuumsmodell, nach dem der Körper den Raum lückenlos ausfüllt.

## 1.2 Bewegung in einer Dimension

Im folgenden werden Bewegungen auf einer geraden Bahn betrachtet. Als Koordinate wählt man den Abstand  $x$  des Körpers von einem festgelegten Punkt auf der Bewegungsachse. Das Vorzeichen von  $x$  gibt an, auf welcher Seite der Achse sich der Körper befindet. Die Wahl der positiven  $x$ -Achse ist Konvention.

**Ort-Zeit-Diagramm**, grafische Darstellung der Bewegung (**Ortsfunktion**  $x(t)$ ) eines Massenpunktes in einem zweidimensionalen Diagramm. Auf der waagerechten Achse ist die Zeit  $t$  und auf der senkrechten Achse der Ort  $x$  (Koordinate) aufgetragen.

### 1.2.1 Geschwindigkeit

**Geschwindigkeit**, eine Größe, die zu jedem Zeitpunkt die Bewegung eines Massenpunktes charakterisiert. Man unterscheidet die Durchschnittsgeschwindigkeit  $\bar{v}_x$  und die Momentangeschwindigkeit  $v_x$ .

### 1.2.1.1 Durchschnittsgeschwindigkeit

#### 1. Definition der Durchschnittsgeschwindigkeit

**Durchschnittsgeschwindigkeit**,  $\bar{v}_x$ , während eines Zeitraums  $\Delta t \neq 0$ , gibt das Verhältnis des in diesem Zeitraum zurückgelegten Wegelements  $\Delta x$  zur dazu benötigten Zeit  $\Delta t$  an (**Abb. 1.17**).

Durchschnittsgeschwindigkeit = $\frac{\text{Wegelement}}{\text{Zeitintervall}}$			$\text{LT}^{-1}$
$\begin{aligned}\bar{v}_x &= \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \\ &= \frac{x(t_1 + \Delta t) - x(t_1)}{(t_1 + \Delta t) - t_1} \\ &= \frac{\Delta x}{\Delta t}\end{aligned}$	Symbol	Einheit	Benennung
	$\bar{v}_x$	m/s	Durchschnittsgeschwindigkeit
	$x_1, x_2$	m	Ort zur Zeit $t_1$ bzw. $t_2$
	$x(t)$	m	Ortsfunktion
	$t_1, t_2$	s	Anfangs- und Endzeitpunkt
	$\Delta x$	m	zurückgelegtes Wegelement
	$\Delta t$	s	Zeitintervall

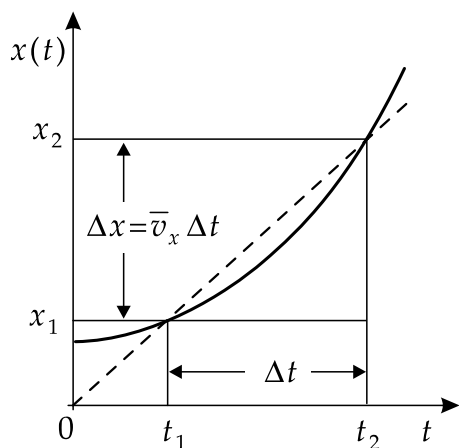


Abbildung 1.17: Mittlere Geschwindigkeit  $\bar{v}_x$  der eindimensionalen Bewegung im Ort-Zeit-Diagramm

#### 2. Einheit der Geschwindigkeit

**Meter pro Sekunde**,  $\text{ms}^{-1}$ , die SI-Einheit der Geschwindigkeit.  
1 m/s ist die Geschwindigkeit eines Körpers, der in einer Sekunde einen Meter zurücklegt. Weitere Einheiten s. **Tabelle 34.0/3**.

- Ein Körper, der in einer Minute die Strecke von 100 m zurücklegt, hat die Durchschnittsgeschwindigkeit

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 1.67 \text{ m/s}.$$

#### 3. Messung der Geschwindigkeit

Geschwindigkeitsmessung kann durch Laufzeitmessung auf einem Abschnitt bekannter Länge erfolgen (Lichtschranke). Sie erfolgt oft auch durch Umwandlung der Translationsbewegung in eine Drehbewegung. **Tachometer**, zur Messung von Geschwindigkeiten in Kraftfahrzeugen. Dabei wird die Drehbewegung der Räder durch eine Welle in das Messgerät übertragen, in dem der Zeiger durch die bei dieser Drehbewegung entstehende Fliehkraft bewegt wird (**Fliehkraft-Tachometer**).  
Beim **Wirbelstrom-Tachometer** wird die Drehbewegung auf einen Magneten übertragen, der in einer Aluminiumtrommel, an der der Zeiger montiert ist, Wirbelströme und damit ein Drehmoment erzeugt.  
**Elektrische Tachometer** basieren auf einem Impulsgeber, der entsprechend der Umdrehungsgeschwindigkeit Impulsfolgen mit größerer oder kleinerer Frequenz gibt.  
Geschwindigkeitsmessung durch **Dopplereffekt** (s. S. 277) ist mit Radar möglich (Kraftfahrzeugtechnik, Flugzeuge, Astronomie).

- Die Geschwindigkeit  $\bar{v}_x$  kann ein positives oder ein negatives Vorzeichen haben, entsprechend einer Bewegung in Richtung der positiven Koordinatenachse oder der negativen Koordinatenachse.
- Die Durchschnittsgeschwindigkeit hängt i. Allg. von der Dauer  $\Delta t$  der Messung ab. Ausnahme: Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit.

### 1.2.1.2 Momentangeschwindigkeit

#### 1. Definition der Momentangeschwindigkeit

**Momentangeschwindigkeit**, der Grenzwert der Durchschnittsgeschwindigkeit für gegen Null gehende Zeitintervalle (Ableitung, Differenzialquotient).

Momentangeschwindigkeit			$\text{LT}^{-1}$
$v_x(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$ $= \frac{d}{dt} x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t)$	Symbol	Einheit	Benennung
	$v_x(t)$	m/s	Momentangeschwindigkeit
	$x(t)$	m	Ort zur Zeit $t$
	$\Delta t$	s	Zeitintervall
	$\Delta x$	m	Wegelement

Die Funktion  $x(t)$  gibt die Ortskoordinate  $x$  des Punktes zu jedem Zeitpunkt  $t$  an. Die Momentangeschwindigkeit  $v_x(t)$  ist im Ort-Zeit-Diagramm die Steigung der Tangente von  $x(t)$  im Punkt  $t$  (**Abb. 1.18**).

Folgende Fälle sind zu unterscheiden, wobei das Zeitintervall  $\Delta t$  stets eine positive Größe ist:

- $v_x > 0$ :  $\Delta x > 0$  und daher  $x(t + \Delta t) > x(t)$ . Der Körper bewegt sich in Richtung der positiven Koordinatenachse, d. h., die  $x$ - $t$ -Kurve steigt an: Die Ableitung der Kurve  $x(t)$  ist positiv.
- $v_x = 0$ :  $\Delta x = 0$  und daher  $x(t + \Delta t) = x(t)$ , der Abstand  $\Delta x$  ist konstant (Null). Der Körper ist (in diesem Koordinatensystem) in Ruhe (eventuell nur kurzzeitig), d. h.,  $v_x$  ist die waagerechte Tangente an die  $x$ - $t$ -Kurve, die Ableitung der Kurve  $x(t)$  ist null.
- $v_x < 0$ :  $\Delta x < 0$  und daher  $x(t + \Delta t) < x(t)$ . Der Körper bewegt sich in Richtung der negativen Koordinatenachse, d. h., die  $x$ - $t$ -Kurve fällt, die Ableitung der Kurve  $x(t)$  ist negativ.

#### 2. Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm,

grafische Darstellung der Momentangeschwindigkeit  $v_x(t)$  als Funktion der Zeit  $t$ . Um bei gegebener Geschwindigkeitskurve  $v_x(t)$  die Ortsfunktion  $x(t)$  zu bestimmen, ist die Bewegung in kleine Intervalle  $\Delta t$  zu zerlegen (**Abb. 1.19**). Ist das Intervall von  $t_1$  bis  $t_2$  in  $N$  Intervalle der Länge  $\Delta t = (t_2 - t_1)/N$  unterteilt,  $t_i$  der Anfang des  $i$ -ten Zeitintervalls und  $\bar{v}_x(t_i)$  die Durchschnittsgeschwindigkeit in diesem Intervall, so gilt

$$x(t_2) = x(t_1) + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{i=1}^{N-1} \bar{v}_x(t_i) \cdot \Delta t = x(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} v_x(t) dt.$$

Weg = bestimmtes Integral der Geschwindigkeit über die Zeit			L
$x(t) = x(t_1) + \int_{t_1}^t v_x(\tau) d\tau$ $x(t_2) = x(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} v_x(t) dt$	Symbol	Einheit	Benennung
	$x(t)$	m	Bewegungskurve
	$v_x(t)$	m/s	Geschwindigkeitskurve
	$t_1, t_2$	s	Anfangs- und Endzeitpunkt



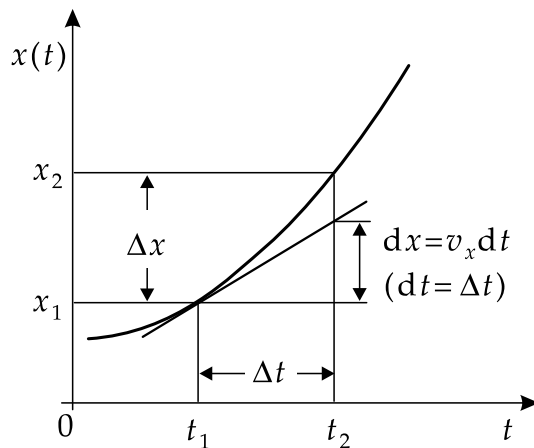


Abbildung 1.18: Momentangeschwindigkeit  $v_x$  der eindimensionalen Bewegung im Ort-Zeit-Diagramm zum Zeitpunkt  $t_1$

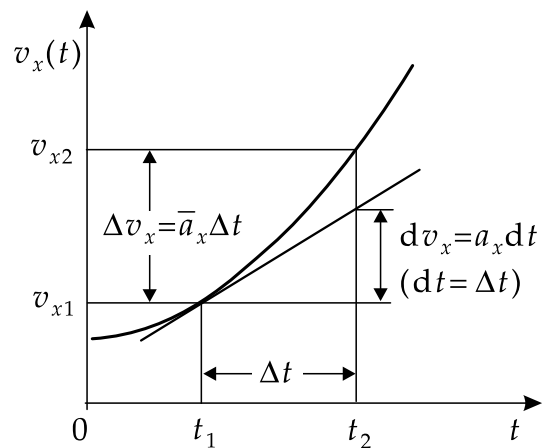


Abbildung 1.19: Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm der eindimensionalen Bewegung.  $\bar{a}_x$ : Durchschnittsbeschleunigung,  $a_x$ : Momentanbeschleunigung zum Zeitpunkt  $t_1$

## 1.2.2 Beschleunigung

**Beschleunigung**, dient zur Beschreibung von nicht gleichförmigen Bewegungen, in deren Verlauf sich die Geschwindigkeit ändert. Die Beschleunigung kann wie die Geschwindigkeit positiv oder negativ sein.

- Sowohl eine Erhöhung (**positive Beschleunigung**) als auch eine Verringerung der Geschwindigkeit (**Verzögerung**, als Folge eines Bremsvorgangs, negative Beschleunigung) wird als Beschleunigung bezeichnet.

### 1. Durchschnittsbeschleunigung,

$\bar{a}_x$ , Änderung der Geschwindigkeit während eines Zeitintervalls, geteilt durch die Länge des Zeitintervalls:

Beschleunigung = $\frac{\text{Geschwindigkeitsänderung}}{\text{Zeitintervall}}$				$\text{LT}^{-2}$
$\bar{a}_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{x2} - v_{x1}}{t_2 - t_1}$	Symbol	Einheit	Benennung	
	$\bar{a}_x$	$\text{m/s}^2$	Durchschnittsbeschleunigung	
	$\Delta v_x$	$\text{m/s}$	Geschwindigkeitsänderung	
	$\Delta t$	$\text{s}$	Zeitintervall	
	$v_{x1}, v_{x2}$	$\text{m/s}$	Anfangs- und Endgeschwindigkeit	
	$t_1, t_2$	$\text{s}$	Anfangs- und Endzeit	

**Meter pro Sekundenquadrat**,  $\text{m/s}^2$ , die SI-Einheit der Beschleunigung.  $1 \text{ m/s}^2$  ist die Beschleunigung eines Körpers, der in einer Sekunde seine Geschwindigkeit um  $1 \text{ m/s}$  erhöht.

Sind die Durchschnittsbeschleunigung und die Anfangsgeschwindigkeit gegeben, so lautet die Endgeschwindigkeit:

$$v_{x2} = v_{x1} + \bar{a}_x \cdot \Delta t.$$

Die benötigte Zeit, um von der Geschwindigkeit  $v_{x1}$  auf die Geschwindigkeit  $v_{x2}$  zu kommen, ist bei gegebener Durchschnittsbeschleunigung:

$$\Delta t = \frac{v_{x2} - v_{x1}}{\bar{a}_x}.$$

### 2. Momentanbeschleunigung,

Grenzwert der Durchschnittsbeschleunigung für sehr kleine Zeitintervalle ( $\Delta t \rightarrow 0$ ).



Momentanbeschleunigung			$\text{LT}^{-2}$
$a_x(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt} v_x(t)$	Symbol	Einheit	Benennung
	$\Delta t$	s	Zeitintervall
	$\Delta v_x$	m/s	Geschwindigkeitsänderung
	$a_x(t)$	m/s <sup>2</sup>	Beschleunigung
	$v_x(t)$	m/s	Geschwindigkeit

Die Momentanbeschleunigung  $a_x(t)$  ist die erste Ableitung der Geschwindigkeitsfunktion  $v_x(t)$  und damit die zweite Ableitung der Ortsfunktion  $x(t)$ :

$$a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} = \dot{v}_x(t) = \frac{d}{dt} \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = \ddot{x}(t).$$

Anschaulich stellt sie die Steigung der Tangente im Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm dar (**Abb. 1.20**). Folgende Fälle sind zu unterscheiden:

- $a_x > 0$ :  $\Delta v_x > 0$  und daher  $v_{x2} > v_{x1}$ . Für  $v_{x1} > 0$  bewegt sich der Körper mit wachsender Geschwindigkeit, d. h. im  $v$ - $t$ -Diagramm steigt die Kurve.
- $a_x = 0$ :  $\Delta v_x = 0$  und daher  $v_{x2} = v_{x1}$ . Der Körper ändert seine Geschwindigkeit (eventuell nur kurzzeitig) nicht.
- $a_x < 0$ :  $\Delta v_x < 0$  und daher  $v_{x2} < v_{x1}$ . Für  $v_{x1} > 0$  bewegt sich der Körper mit kleiner werdender Geschwindigkeit.

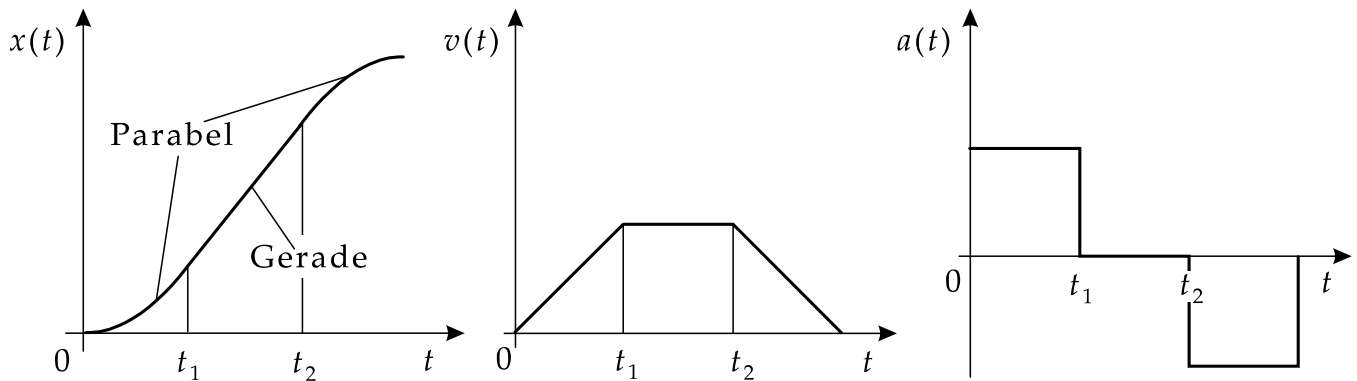


Abbildung 1.20: Ort-Zeit-, Geschwindigkeit-Zeit- und Beschleunigung-Zeit-Diagramm. Der Körper wird vom Ursprung ausgehend zunächst gleichmäßig beschleunigt, bewegt sich dann mit konstanter Geschwindigkeit und wird schließlich wieder gleichmäßig abgebremst

### 3. Bestimmung der Geschwindigkeit aus der Beschleunigung

Ist die Beschleunigung als Funktion der Zeit  $a_x(t)$  gegeben, so lässt sich die Geschwindigkeit durch Integration bestimmen:

Geschwindigkeit = Integral der Beschleunigung über die Zeit			$\text{LT}^{-1}$
$v_x(t) = v_x(t_1) + \int_{t_1}^t a_x(\tau) d\tau$ $v_x(t_2) = v_x(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} a_x(t) dt$	Symbol	Einheit	Benennung
	$v_x(t)$	m/s	Geschwindigkeitskurve
	$a_x(t)$	m/s <sup>2</sup>	Beschleunigungskurve
	$t_1, t_2$	s	Anfangs- und Endzeitpunkt

- Wenn ein Körper die Geschwindigkeit  $v_{1x} < 0$  hat und eine positive Beschleunigung  $a_x > 0$  erfährt, so wird seine Geschwindigkeit vom Betrage her kleiner! Der Begriff „Beschleunigung“ bezieht sich auf Bewegungen in Richtung der positiven  $x$ -Achse.

### 1.2.3 Einfache Bewegungen in einer Dimension

Im Folgenden werden die gleichförmige und die gleichmäßig beschleunigte Bewegung als einfachste Formen der Bewegung und ihre physikalische Beschreibung diskutiert.

- Bei Bewegungen in einer Dimension können Index  $x$  und Vektorpfeil bei Geschwindigkeit  $v$  und der Beschleunigung  $a$  weggelassen werden. Es ist aber zu beachten, dass  $v$  und  $a$  positive und negative Werte annehmen können, also nicht Beträge, sondern Komponenten von Vektoren darstellen.

#### 1. Gleichförmige Bewegung,

eine Bewegung, bei der der Körper seine Geschwindigkeit nicht verändert. Dann gilt  $\bar{v}_x = v_x = \text{const.}$  (Abb. 1.21).

Gesetze der gleichförmigen Bewegung			
	Symbol	Einheit	Benennung
$x(t) = x_0 + v_x t$	$x(t)$	m	Ort zur Zeit $t$
$v_x(t) = v_x = v_0$	$x_0$	m	Anfangsort ( $t = 0$ )
$a_x(t) = 0$	$v_x$	m/s	gleichförmige Geschwindigkeit
	$v_0$	m/s	Anfangsgeschwindigkeit
	$t$	s	Zeit

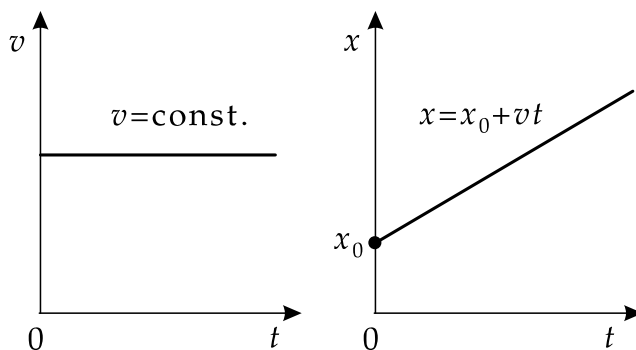


Abbildung 1.21: Gleichförmige Bewegung

- ▲ Eine gleichförmige Bewegung liegt vor, wenn auf den Körper keine Kraft einwirkt.  
 ➤ Die Bewegungskurve  $x(t)$  ergibt sich als Integral der Geschwindigkeitskurve  $v_x(t) = \text{const.}$  zu

$$x(t) = x_0 + \int_0^t v_x(t') dt' = x_0 + v_0 t.$$

Anschaulich ist  $v_x(t)$  eine Gerade und das Integral die Fläche unter der Geraden zwischen den Punkten 0 und  $t$  auf der Zeitachse.

#### 2. Gleichmäßig beschleunigte Bewegung,

eine Bewegung, bei der die Beschleunigung konstant ist. Dann gilt  $\bar{a}_x = a_x = a$  und

$$v_x(t) = at + v_0,$$

wenn  $v_0$  die Anfangsgeschwindigkeit ist (Abb. 1.22).

Daraus folgt die Bewegungskurve durch Integration als

$$x(t) = \int_0^t v_x(t') dt' + x_0 = \int_0^t (at' + v_0) dt' + x_0 = \frac{a}{2} t^2 + v_0 t + x_0.$$

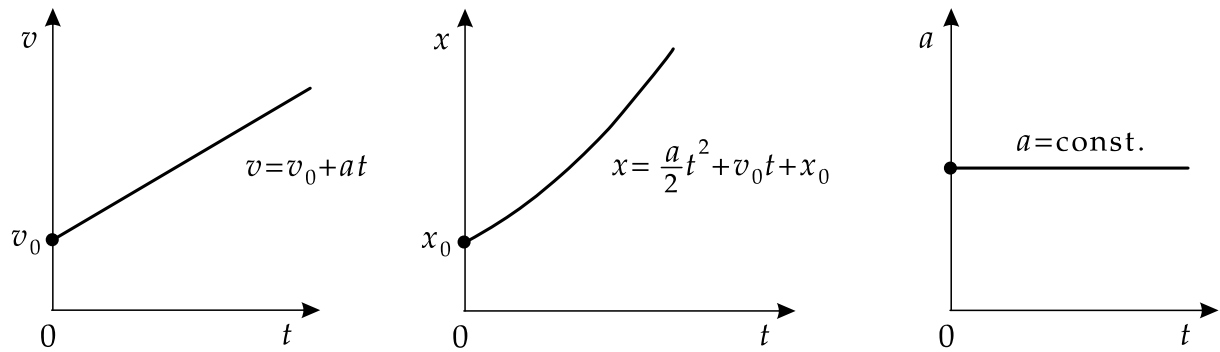


Abbildung 1.22: Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

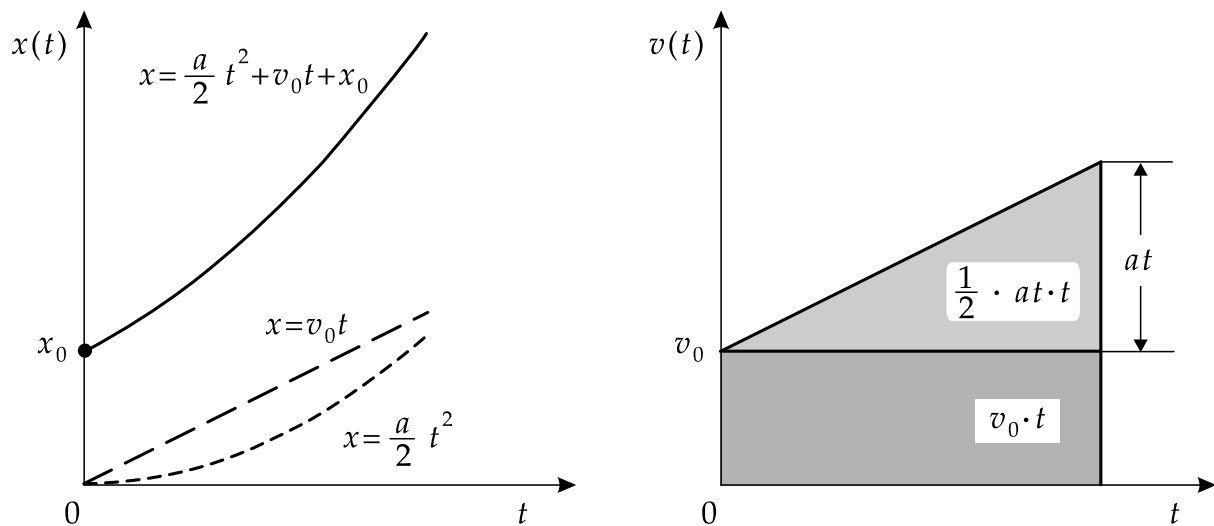


Abbildung 1.23: Zurückgelegte Strecke bei gleichmäßig beschleunigter Bewegung

Dieses Ergebnis kann auch aus dem Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm abgelesen werden: die Fläche unter der Kurve ist aus einem Rechteck der Fläche  $v_0 \cdot t$  und einem Dreieck der Fläche  $at^2/2$  (Höhe  $at$  und Grundlinie  $t$ ) zusammengesetzt (**Abb. 1.23**).

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung			
	Symbol	Einheit	Benennung
$x(t) = \frac{a}{2}t^2 + v_0t + x_0$	$x(t)$	m	Ort zur Zeit $t$
$v_x(t) = at + v_0$	$v_x(t)$	m/s	Geschwindigkeit
$a_x(t) = a = \text{const.}$	$t$	s	Zeit
	$a_x, a$	m/s <sup>2</sup>	Beschleunigung
	$v_0$	m/s	Anfangsgeschwindigkeit
	$x_0$	m	Anfangsort

- ▲ Eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung liegt vor, wenn eine konstante Kraft auf den Körper einwirkt.

Durch Umstellen findet man:

- Anfangs- und Endgeschwindigkeit  $v_0$  und  $v_x(t)$  gegeben, Ort  $x(t)$  gesucht:

$$x(t) = \frac{v_0 + v_x(t)}{2}t + x_0.$$

- Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  und Ort  $x(t)$  gegeben,  $x_0 = 0$ , Endgeschwindigkeit  $v_x(t)$  gesucht:

$$v_x(t) = \sqrt{v_0^2 + 2ax(t)}.$$

- Sonderfall: Start aus der Ruhelage ( $v_0 = 0, x_0 = 0$ ):

$$v_x(t) = at = \sqrt{2ax(t)}, \quad x(t) = \frac{v_x(t)t}{2} = \frac{at^2}{2}.$$

### 3. Verzögerungsvorgänge

Ein gleichmäßiger Verzögerungsvorgang (s. **Abb. 1.24**) ist ein Sonderfall der gleichmäßig beschleunigten Bewegung. Bei einer Verzögerung haben Geschwindigkeit und Beschleunigung entgegengesetztes Vorzeichen, so dass sich der Betrag der Geschwindigkeit verringert, bis die Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  aufgezehrt ist. Der benötigte **Bremsweg**  $s_B$  bis zum Stillstand ist aus der Anfangsgeschwindigkeit und der Bremsverzögerung zu bestimmen; bei gegebenem Bremsweg  $s_B$  und bekannter Bremsverzögerung kann die Anfangsgeschwindigkeit bestimmt werden.

Gleichmäßige Verzögerung			
$t_B = \frac{ v_0 }{ a } = -\frac{v_0}{a}$ $s_B = \frac{v_0^2}{2 a }$ $v_0 = \sqrt{2 a s_B}$	Symbol	Einheit	Benennung
	$s_B$	m	Bremsweg
	$t_B$	s	Abbremszeit
	$ v_0 $ $ a $	m/s m/s <sup>2</sup>	Betrag der Anfangsgeschwindigkeit Bremsverzögerung

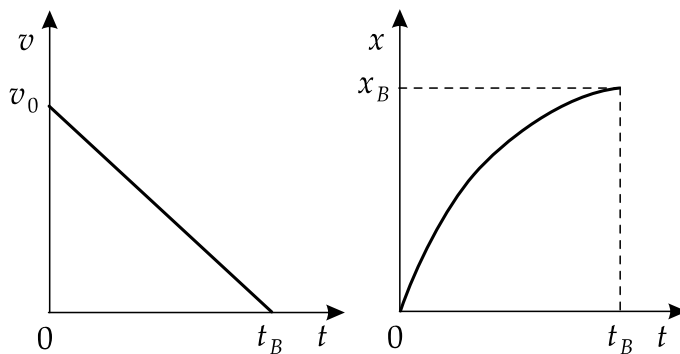


Abbildung 1.24: Geschwindigkeit-Zeit- und Ort-Zeit-Diagramm eines gleichmäßigen Bremsvorgangs.  $x_B$ : Bremsweg,  $t_B$ : Abbremszeit

- Die Betrachtung eines Bremsvorgangs als gleichmäßig gebremste Bewegung ist eine Idealisierung. Eine Abbremsung ist im Allgemeinen ungleichmäßig.
- Bei einem Automobil kann eine Verzögerung von etwa  $|a| = 4 \text{ m/s}^2$  angenommen werden. Für eine Geschwindigkeit von  $50 \text{ km/h} = 13.9 \text{ m/s}$  ergibt sich ein Bremsweg von

$$s_B = \frac{v_0^2}{2|a|} = \frac{(13.9 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 4 \text{ m/s}^2} = 24 \text{ m}.$$

- In der Automobiltechnik gilt für den Bremsweg die Abschätzung:

$$s_B \approx \left( \frac{v_0}{10 \text{ km/h}} \right)^2 \text{ m} + 3 \cdot \frac{v_0}{10 \text{ km/h}} \text{ m}.$$

Dabei ist eine Reaktionszeit des Fahrers von ca. 1 s berücksichtigt.

## 1.3 Bewegung in mehreren Dimensionen

Bewegungen in mehreren Dimensionen werden zweckmäßig in Vektorschreibweise dargestellt.

### 1. Bahnkurve im dreidimensionalen Raum

Zur Lagebestimmung eines Punktes im dreidimensionalen Raum ist die Angabe von drei Koordinaten erforderlich. In einem kartesischen Koordinatensystem fasst man diese zum **Ortsvektor** mit den Komponenten  $x$ ,  $y$  und  $z$  zusammen:

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}.$$

Die Vektorfunktion  $\vec{r}(t)$  beschreibt die Bahnkurve eines Punktes oder Körpers im Raum, auch Raumkurve genannt (**Abb. 1.25**). Die Komponenten des Ortsvektors geben die  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Koordinate des Punktes zum Zeitpunkt  $t$  an.

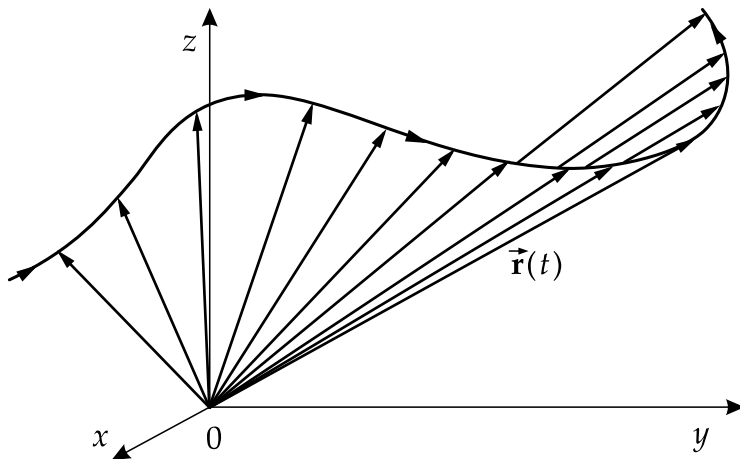


Abbildung 1.25: Bahnkurve in drei Dimensionen

### 2. Tangente und Normale

**Tangente** an eine Raumkurve in einem bestimmten Punkt  $M$ , eine Gerade, die die Kurve in diesem Punkt berührt. Analytisch ergibt sie sich durch die Ableitung der Raumkurve nach der Zeit in diesem Punkt. Damit gibt sie den Geschwindigkeitsvektor eines Massenpunktes an. Anschaulich zeigt die positive Richtung der Tangente in die momentane Richtung der Bewegung. Die **Normale** an eine Kurve in einem bestimmten Punkt  $M$  ist eine Gerade senkrecht zur Tangente in diesem Punkt. Sie steht senkrecht zur momentanen Richtung der Bewegung (**Abb. 1.26**).

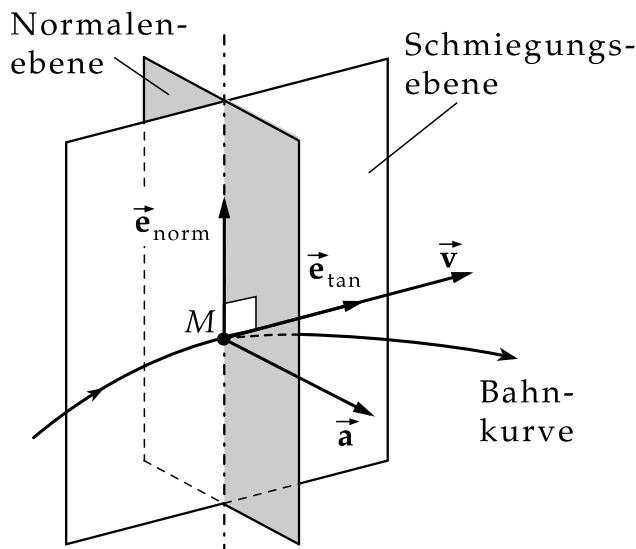


Abbildung 1.26: Tangente und Normalebene einer Bahnkurve. Tangente und Hauptnormale liegen in der Schmiegungsebene, die senkrecht auf der Normalebene steht

- Die Tangente an einen Kreis steht senkrecht auf dem Radiusvektor. Die Normale ist parallel zum Radiusvektor.
- Im dreidimensionalen Raum gibt es in einem Punkt der Raumkurve mehr als eine Normale. Alle Normalen durch den Berührungspunkt der Tangente bilden die **Normalebene**. Die **Schmiegungebene** ist die Grenzlage einer Ebene, die durch  $M$  und zwei benachbarte Kurvenpunkte geht, wenn die beiden äußeren Kurvenpunkte gegen  $M$  streben.

1.3.1 Geschwindigkeitsvektor

**Geschwindigkeitsvektor**,  $\vec{v}$ , gibt Richtung und Betrag der Geschwindigkeit des Massenpunktes an.

1. Mittlere Geschwindigkeit,

$\vec{v}$  in einem Zeitintervall  $\Delta t$ , definiert durch (Abb. 1.27)

$$\vec{v} = \frac{\vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ \frac{\Delta y}{\Delta t} \\ \frac{\Delta z}{\Delta t} \end{pmatrix}, \quad \Delta \vec{r} = \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}.$$

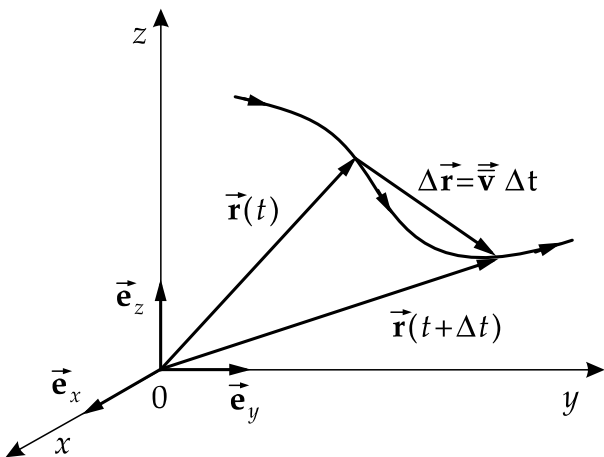


Abbildung 1.27: Mittlere Geschwindigkeit  $\vec{v}$

2. Momentangeschwindigkeit,

ergibt sich durch den Grenzübergang  $\Delta t \rightarrow 0$  (Abb. 1.28):

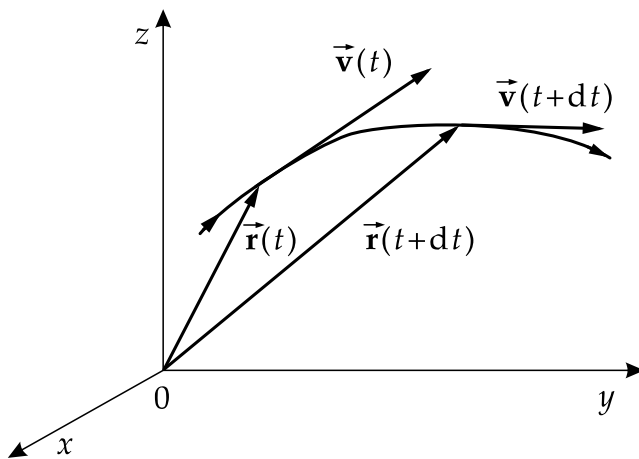
Momentangeschwindigkeit			$\text{LT}^{-1}$
$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$ $= \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}(t) = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{z}(t) \end{pmatrix}$	Symbol	Einheit	Benennung
	$\vec{v}(t)$	m/s	Geschwindigkeitsvektor
	$\Delta t$	s	Zeitintervall
	$t$	s	Zeit
	$\vec{r}(t)$	m	Bahnkurve
	$\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$	m/s	Geschwindigkeitskomponenten

Die Komponenten des Geschwindigkeitsvektors  $\vec{v}(t)$  sind die Ableitungen der Koordinatenfunktionen  $x(t)$ ,  $y(t)$  und  $z(t)$  nach der Zeit. Sie geben seine Projektionen auf die  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Achse an:

$$v_x = \dot{x}, \quad v_y = \dot{y}, \quad v_z = \dot{z}.$$

3. Eigenschaften des Geschwindigkeitsvektors

Der Betrag des Geschwindigkeitsvektors,  $v$ , gibt die pro Zeiteinheit zurückgelegte Wegstrecke an.

Abbildung 1.28: Momentangeschwindigkeit  $\vec{v}(t)$ 

- ▲ Der Geschwindigkeitsvektor  $\vec{v}$  zeigt in die Richtung der Bewegung.
- Der Geschwindigkeitsvektor  $\vec{v}(t)$  gibt die Änderung des Ortsvektors an,  $d\vec{r} = \vec{v} dt$ . Dabei ist es möglich, dass sich der Ortsvektor ändert, sein Betrag aber konstant bleibt (Kreisbewegung). Für die Änderung des Abstands vom Ursprung ergibt sich in Vektorschreibweise mithilfe der Produktregel und der Kettenregel der Differenziation:

$$\frac{d|\vec{r}|}{dt} = \frac{d\sqrt{\vec{r}^2}}{dt} = \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{|\vec{r}|}.$$

Insbesondere bleibt der Abstand konstant, wenn  $\vec{r} \cdot \vec{v} = 0$  ist, also wenn der Geschwindigkeitsvektor senkrecht auf dem Radiusvektor steht. Eine Bewegung, bei der der Abstand vom Ursprung oder einem anderen festen Punkt unverändert bleibt, ist eine **Kreisbewegung**.

**Tangenteneinheitsvektor**,  $\vec{e}_{\text{tan}}$ , ein Vektor der Länge Eins, der in die positive Richtung der Tangente an eine Kurve zeigt. Man kann dann die Geschwindigkeit als

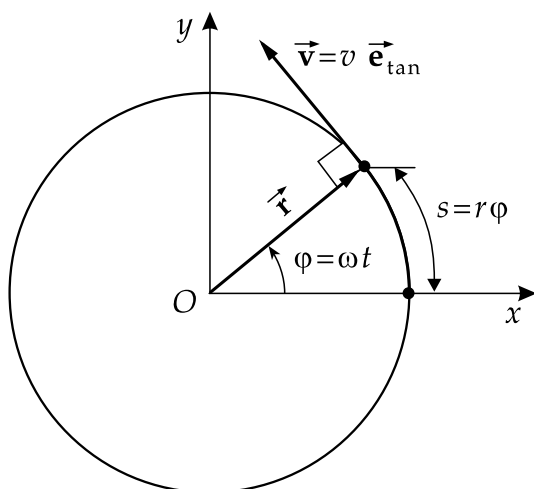
$$\vec{v} = v \vec{e}_{\text{tan}}, \quad \vec{e}_{\text{tan}} = \frac{\vec{v}}{v}$$

schreiben.

#### 4. Beispiel: Kreisbewegung in Ebene

Eine Kreisbewegung in der  $x$ - $y$ -Ebene mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$  ( $\varphi(t) = \omega t$ ) ist gegeben durch den Ortsvektor (**Abb. 1.29**)

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cos \omega t \\ r \sin \omega t \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Abbildung 1.29: Kreisbewegung.  $v$  bezeichnet den Betrag der Geschwindigkeit

Maßeinheit der Winkelgeschwindigkeit:  $[\omega] = \text{rad/s}$ .

Der Geschwindigkeitsvektor  $\vec{v}$  ist daher

$$\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t) = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -r\omega \sin \omega t \\ r\omega \cos \omega t \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Sein Betrag ist  $|\vec{v}(t)| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} = r\omega$ .

## 1.3.2 Beschleunigungsvektor

### 1. Beschleunigungsvektor,

$\vec{a}$ , die zeitliche Ableitung des Geschwindigkeitsvektors. Er gibt die Änderung der Geschwindigkeit pro Zeiteinheit an (**Abb. 1.30**). Analog zum Vorgehen bei der Geschwindigkeit kann man einen mittleren Beschleunigungsvektor  $\vec{a}$  während eines Zeitintervalls  $\Delta t$ ,

$$\vec{a}(t) = \frac{\vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t},$$

und einen momentanen Beschleunigungsvektor durch den Grenzübergang  $\Delta t \rightarrow 0$  einführen:

$$\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \\ a_z(t) \end{pmatrix} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{v}_x(t) \\ \dot{v}_y(t) \\ \dot{v}_z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \\ \ddot{z}(t) \end{pmatrix}.$$

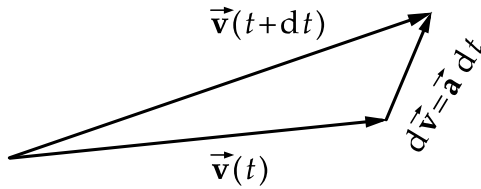


Abbildung 1.30: Beschleunigungsvektor

Die Komponenten des Beschleunigungsvektors sind die zweiten Ableitungen der Koordinatenfunktionen nach der Zeit:

$$a_x = \ddot{x}, \quad a_y = \ddot{y}, \quad a_z = \ddot{z}.$$

### 2. Beispiel: Beschleunigungsvektor bei Kreisbewegung

Bei einer Kreisbewegung mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  ist der Beschleunigungsvektor

$$\vec{a}(t) = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} -r\omega \sin \omega t \\ r\omega \cos \omega t \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -r\omega^2 \cos \omega t \\ -r\omega^2 \sin \omega t \\ 0 \end{pmatrix} = -\omega^2 \vec{r}(t).$$

Beschleunigungsvektor und Radiusvektor sind antiparallel, der Beschleunigungsvektor zeigt zum Mittelpunkt. Der Betrag der Beschleunigung ist

$$|\vec{a}(t)| = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2} = r\omega^2 \sqrt{\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t + 0} = r\omega^2.$$

### 3. Tangential- und Normalbeschleunigung

**Tangentialbeschleunigung**,  $\vec{a}_{\text{tan}}$  und **Normalbeschleunigung**,  $\vec{a}_{\text{norm}}$ , die Projektionen des Beschleunigungsvektors auf die Tangente bzw. der senkrecht dazu stehenden Normale (**Abb. 1.31**):

$$\vec{a} = \vec{a}_{\text{tan}} + \vec{a}_{\text{norm}}.$$

Nach der Produktregel der Differenzialrechnung gilt:

$$\vec{a} = \frac{d(v \vec{e}_{\text{tan}})}{dt} = \frac{dv}{dt} \vec{e}_{\text{tan}} + v \frac{d\vec{e}_{\text{tan}}}{dt}.$$

Der erste Term ist die Tangentialbeschleunigung,

$$\vec{a}_{\text{tan}} = \frac{dv}{dt} \vec{e}_{\text{tan}}, \quad a_{\text{tan}} = \dot{v}.$$



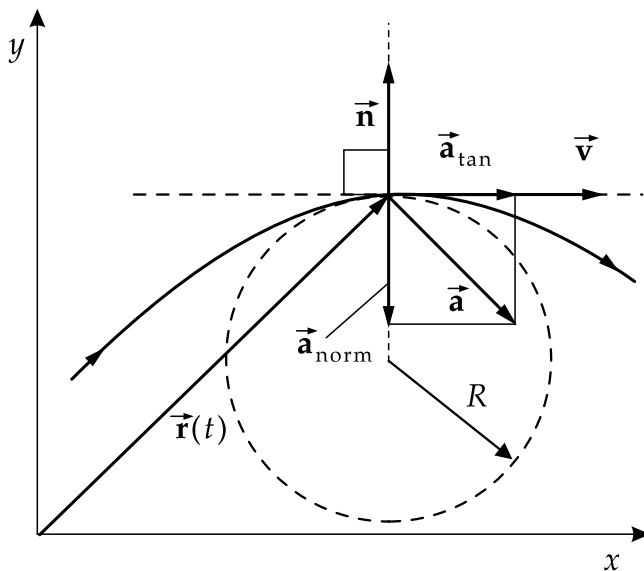


Abbildung 1.31: Tangential- und Normalbeschleunigung  $\vec{a}_{\text{tan}}$ ,  $\vec{a}_{\text{norm}}$

- ▲ Der Betrag der Tangentialkomponente der Beschleunigung ist die zeitliche Änderung des Betrags der Geschwindigkeit.

Der zweite Term ist die Normalbeschleunigung,

$$\vec{a}_{\text{norm}} = v \frac{d\vec{e}_{\text{tan}}}{dt}.$$

- Da der Betrag  $|\vec{e}_{\text{tan}}|$  des Tangenteneinheitsvektors im Zeitablauf unverändert gleich Eins bleibt, gilt:

$$\frac{d}{dt}(\vec{e}_{\text{tan}})^2 = 2\vec{e}_{\text{tan}} \cdot \frac{d\vec{e}_{\text{tan}}}{dt} = 0.$$

Die Zeitableitung des Tangenteneinheitsvektors steht senkrecht auf dem Tangenteneinheitsvektor. Der zweite Term gibt die Normalkomponente der Beschleunigung an. Die von  $\vec{e}_{\text{tan}}$  und  $d\vec{e}_{\text{tan}}/dt$  aufgespannte Ebene ist die **Schmiegungeebene** der Bahnkurve.

#### 4. Beispiel: Kreisbewegung

Für die Kreisbewegung mit konstanter Winkelgeschwindigkeit gilt

$$\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} -r\omega^2 \cos \omega t \\ -r\omega^2 \sin \omega t \\ 0 \end{pmatrix} = -\omega^2 \vec{r}(t),$$

d. h., der Beschleunigungsvektor ist antiparallel zum Radiusvektor und damit zum Normalenvektor und zeigt zum Mittelpunkt hin. Daher verschwindet die Tangentialkomponente,

$$\vec{a}_{\text{tan}}(t) = 0,$$

und die Normalkomponente ist

$$a_{\text{norm}}(t) = r\omega^2 = \frac{v^2}{r},$$

wobei  $v = r\omega$  eingesetzt wurde.

#### 5. Krümmung der Bahnkurve und Beschleunigung

Die Normalkomponente des Beschleunigungsvektors steht mit der Krümmung der Bahnkurve in Zusammenhang.

**Krümmungsradius**,  $R$ , in einem Punkt einer Bahnkurve, der Radius eines Kreises, der die gleiche Krümmung hat wie die Kurve an diesem Punkt. Ein solcher Kreis schmiegt sich in diesem Punkt an die Bahnkurve.

- ▲ Die Normalkomponente des Beschleunigungsvektors ist

$$a_{\text{norm}} = \frac{v^2}{R}$$

mit dem Krümmungsradius  $R$  der Bahnkurve. Sie zeigt zum Mittelpunkt des Krümmungskreises.

- Eine Gerade hat den Krümmungsradius  $R = \infty$ . Die Normalbeschleunigung verschwindet für die Bewegung auf einer Geraden.
- Bei einer ungleichförmigen Kreisbewegung (Abb. 1.32) ist außer der Normalbeschleunigung (**Zentripetalbeschleunigung**)  $a_r$  auch die Tangentialbeschleunigung  $a_\varphi$  von Null verschieden:

$$\begin{aligned}\vec{v}(t) &= r \dot{\varphi} \vec{e}_\varphi, & \vec{a}(t) &= a_r \vec{e}_r + a_\varphi \vec{e}_\varphi, \\ a_r &= -r \dot{\varphi}^2 = -r \omega^2, & a_\varphi &= r \ddot{\varphi} = r \dot{\omega}.\end{aligned}$$

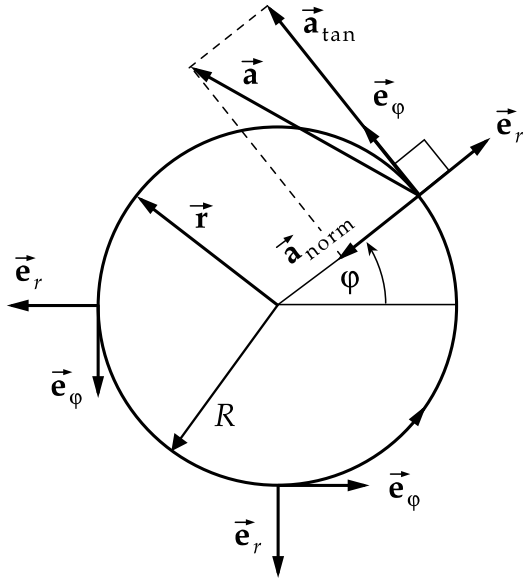


Abbildung 1.32: Ungleichförmige Kreisbewegung,  $\vec{e}_{\text{tan}} = \vec{e}_\varphi$ ,  $\vec{e}_{\text{norm}} = \vec{e}_r$

## 6. Orts-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor in verschiedenen Koordinatensystemen

### a) Kartesische Koordinaten

$$\begin{aligned}\vec{r}(t) &= x(t) \vec{e}_x + y(t) \vec{e}_y + z(t) \vec{e}_z \\ \vec{v}(t) &= \dot{x}(t) \vec{e}_x + \dot{y}(t) \vec{e}_y + \dot{z}(t) \vec{e}_z \\ \vec{a}(t) &= \ddot{x}(t) \vec{e}_x + \ddot{y}(t) \vec{e}_y + \ddot{z}(t) \vec{e}_z\end{aligned}$$

### b) Polarkoordinaten

$$\begin{aligned}\vec{r}(t) &= r \vec{e}_r \\ \dot{\vec{e}}_r &= \dot{\varphi} \vec{e}_\varphi, & \dot{\vec{e}}_\varphi &= -\dot{\varphi} \vec{e}_r \\ \vec{v}(t) &= \dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\varphi} \vec{e}_\varphi \\ \vec{a}(t) &= (\ddot{r} - r \dot{\varphi}^2) \vec{e}_r + (r \ddot{\varphi} + 2 \dot{r} \dot{\varphi}) \vec{e}_\varphi\end{aligned}$$

### c) Kugelkoordinaten

$$\begin{aligned}\vec{r}(t) &= r \vec{e}_r \\ \dot{\vec{e}}_r &= \dot{\vartheta} \vec{e}_\vartheta + \sin \vartheta \dot{\varphi} \vec{e}_\varphi, & \dot{\vec{e}}_\vartheta &= \dot{\varphi} \cos \vartheta \vec{e}_\varphi - \dot{\vartheta} \vec{e}_r, & \dot{\vec{e}}_\varphi &= -\dot{\varphi} \cos \vartheta \vec{e}_\vartheta - \sin \vartheta \dot{\varphi} \vec{e}_r \\ \vec{v}(t) &= \dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\vartheta} \vec{e}_\vartheta + r \sin \vartheta \dot{\varphi} \vec{e}_\varphi \\ \vec{a}(t) &= (\ddot{r} - r \dot{\vartheta}^2 - r \sin^2 \vartheta \dot{\varphi}^2) \vec{e}_r + (r \ddot{\vartheta} + 2 \dot{r} \dot{\vartheta} - r \sin \vartheta \cos \vartheta \dot{\varphi}^2) \vec{e}_\vartheta \\ &\quad + (r \sin \vartheta \ddot{\varphi} + 2 \sin \vartheta \dot{r} \dot{\varphi} + 2 r \cos \vartheta \dot{\vartheta} \dot{\varphi}) \vec{e}_\varphi\end{aligned}$$

### d) Zylinderkoordinaten

$$\vec{r}(t) = \rho \vec{e}_\rho + z \vec{e}_z$$

$$\dot{\vec{e}}_\rho = \dot{\phi} \vec{e}_\phi, \quad \dot{\vec{e}}_\phi = -\dot{\phi} \vec{e}_\rho, \quad \dot{\vec{e}}_z = 0$$

$$\vec{v}(t) = \dot{\rho} \vec{e}_\rho + \rho \dot{\phi} \vec{e}_\phi + \dot{z} \vec{e}_z$$

$$\vec{a}(t) = (\ddot{\rho} - \rho \dot{\phi}^2) \vec{e}_\rho + (\rho \ddot{\phi} + 2 \dot{\rho} \dot{\phi}) \vec{e}_\phi + \ddot{z} \vec{e}_z$$

## 1.3.3 Freier Fall und Wurf

**Freier Fall, Wurf**, bezeichnen ein- bzw. zweidimensionale Bewegungen unter dem Einfluss der Erdanziehung. Eine solche Bewegung wird beschrieben durch die Bahnkurve

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

und den Geschwindigkeitsvektor

$$\dot{\vec{r}}(t) = \begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{pmatrix}.$$

Dabei bedeutet die  $x$ -Koordinate den waagerechten Abstand vom Ursprung, die  $y$ -Koordinate die Höhe. Der Beschleunigungsvektor ist in jedem Fall der Vektor der Fallbeschleunigung  $\vec{g}$ ,

$$\ddot{\vec{r}}(t) = \vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}.$$

- Die Annahme einer konstanten Beschleunigung ist nur gerechtfertigt, solange die Luftreibung vernachlässigbar und wenn die Fallhöhe klein gegen den Abstand vom Erdmittelpunkt ist, so dass sich die Gravitationsbeschleunigung während der Bewegung nur vernachlässigbar wenig verändert.

### 1. Freier Fall

Der Körper befindet sich anfangs in Ruhe und bewege sich unter dem Einfluss der Gravitation aus einer Höhe  $h_0$  nach unten. Seine Bewegung wird (bei Vernachlässigung der Luftreibung oder im luftleeren Raum) beschrieben durch den Ort auf der  $y$ -Achse (momentane Höhe)  $y(t)$  und die **Fallgeschwindigkeit**  $v(t) = v_y(t)$  bei einer Anfangshöhe  $h_0$ :

$$x(t) = 0, \quad y(t) = h_0 - \frac{gt^2}{2},$$

$$v_x(t) = 0, \quad v_y(t) = -gt.$$

**Falldauer**  $t_F$  und **Aufprallgeschwindigkeit**  $v(t_F)$  sind

$$t_F = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}, \quad v(t_F) = -\sqrt{2h_0g}.$$

### 2. Senkrechter Wurf nach oben

Der Körper befindet sich anfangs in der Höhe  $h_0$  und erhält eine Geschwindigkeit  $v_0$  nach oben:

$$x(t) = 0, \quad y(t) = h_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2},$$

$$v_x(t) = 0, \quad v_y(t) = v_0 - gt.$$

Die maximale Steighöhe  $H$  wird zum Zeitpunkt  $T_H$  erreicht, wenn die Geschwindigkeit  $v_y(t)$  Null geworden ist (**Abb. 1.33**):

$$H = h_0 + \frac{v_0^2}{2g}, \quad T_H = \frac{v_0}{g}.$$