

13 Kleine und große Hindernisse

13.1 Der Schatten kleiner Objekte

13.1.1 Der experimentelle Befund: Einzelspalt

Untersucht man den Schatten eines sehr kleinen Objekts, so wird man Überraschendes feststellen. Als besonders einfaches kleines Objekt bietet sich eine Blende mit einem Spalt (siehe Abb. 13.2 für den Aufbau und Abb. 13.3 für die Ergebnisse) an. Als Lichtquelle benutzen wir einen kleinen Laser.

1. Ist der Spalt weit geöffnet, so sehen wir auf der Wand einen Lichtfleck – den Schatten des Spalts.
2. Wird die Breite des Spalts weiter verringert, so beobachten wir ein Hell-Dunkel-Muster. Der helle Streifen in der Mitte ist etwas breiter und deutlich heller als die benachbarten hellen Streifen. Diesen Streifen nennen wir jetzt Hauptmaximum. Vom Hauptmaximum durch dunkle Streifen getrennt sehen wir etwas weniger helle Streifen (die sogenannten Nebenmaxima).
3. Verringern wir die Breite des Spalts noch weiter, so werden die Abstände zwischen dem Hauptmaximum und den Nebenmaxima immer größer. Außerdem wird natürlich das gesamte Muster immer lichtschwächer.
4. Kurz bevor der Spalt ganz geschlossen ist, geht die Struktur verloren und man sieht ein extrem lichtschwaches breites Band.



Abb. 13.1: Eine solche in der Breite verstellbare längliche Öffnung (einen *Spalt*) stellen wir in den Strahlengang.



Abb. 13.2: Mit diesem einfachen Experiment beobachten wir den Schatten des verstellbaren Spalts auf der gegenüberliegenden Wand.

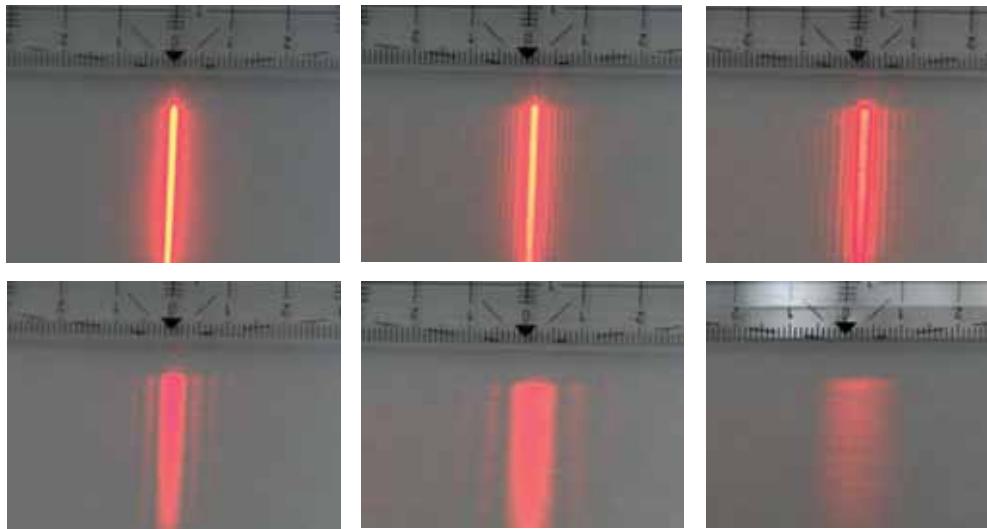


Abb. 13.3: Je nachdem, wie weit der Spalt geöffnet ist, kann man schwach leuchtende Linien in dem Bereich beobachten, in dem man eigentlich Dunkelheit erwarten würde.

Je weniger weit der Spalt geöffnet ist, desto größer ist der Abstand zwischen den schwach leuchtenden Linien. Vergleichbare Beobachtungen macht man für Wasserwellen.

Vergleichbare Effekte kann man auch mit Wasserwellen beobachten (siehe Band I, Abb. 8.50).

Daher liegt die Vermutung nahe, dass die hellen und dunklen Streifen im Schatten des Lasers etwas mit der Wellennatur des Lichts zu tun haben.

Wir rufen uns außerdem ins Gedächtnis, dass wir im Zusammenhang mit der Überlagerung von Wellen schon Interferenzmuster gesehen haben, welche entfernte Ähnlichkeit mit dem Schatten an der Wand zeigen, wenn man sich den Schirm wie in Abb. 13.4 angeordnet vorstellt.

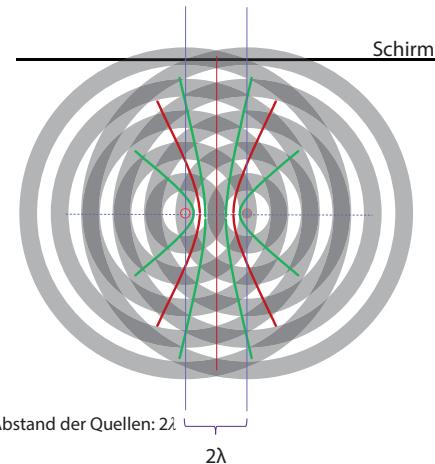


Abb. 13.4: Interferenzmuster zweier Kugelwellen

13.1.2 Erklärung

Wir vermuten also, dass der Effekt durch Interferenz infolge von Beugung¹ erklärbar ist. Auch ohne aufwendige mathematische Behandlung können wir zumindest erklären, wie die Dunkelstellen auf dem Schirm zustande kommen und sogar zu einem qualitativen Verständnis der Intensitätsunterschiede kommen.

Dazu betrachten wir das Problem vom Ende her: Wir betrachten einen Punkt P auf der Wand A und überlegen uns, ob und warum es an diesem Punkt zu Helligkeit oder Dunkelheit kommt.

Beginnen wir mit der Wahl von P wie in Abb. 13.5 dargestellt. So wie der Punkt gewählt wurde, herrscht an diesem Punkt Dunkelheit. Es müssen also alle Lichtwellen, die durch den Spalt treten, an diesem Punkt destruktiv interferieren. Zwei Wellen interferieren an einem Punkt genau dann destruktiv, wenn sie den Gangunterschied $\lambda/2$ aufweisen, denn dann treffen immer Berg und Tal aufeinander. Man könnte nun das graue Lichtbündel in 2 Lichtstrahlen zerlegen (die beiden roten in Abb. 13.6 oder Abb. 13.7) und folgern, dass Dunkelheit eintritt, wenn diese beiden einen Gangunterschied von $\lambda/2$ aufweisen und daher destruktiv interferieren. Doch weit gefehlt!

Beziehen wir noch einen Lichtstrahl mehr in unsere Überlegungen mit ein (den schwarzen in Abb. 13.6). Jetzt würden die beiden roten Lichtstrahlen destruktiv interferieren und

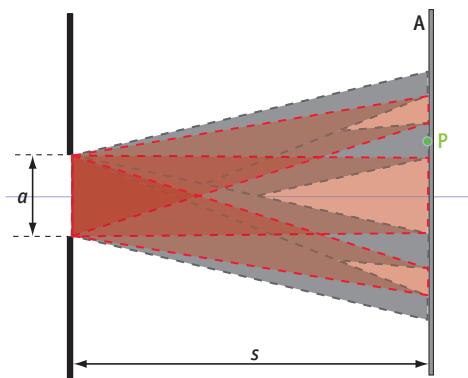


Abb. 13.5: Zur Erklärung der Interferenzmuster am Einzelspalt: Wir müssen für jeden vorgegebenen Punkt P untersuchen, warum es an diesem Punkt zu Helligkeit (konstruktive Interferenz aller Lichtstrahlen) oder Dunkelheit (destruktive Interferenz aller Lichtstrahlen) kommt.

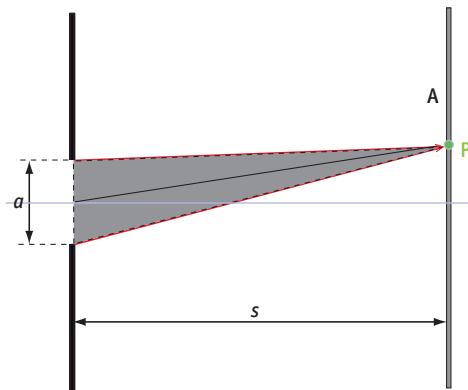


Abb. 13.6: Zur Erklärung der Interferenzmuster am Einzelspalt: Wir betrachten den Punkt P aus Abb. 13.5. Im Punkt P kommt es zu Dunkelheit, weil alle Lichtstrahlen die vom Spalt an den Punkt P laufen, im Punkt P destruktiv interferieren.

1 Zur Erinnerung: • Beugung bedeutet, dass eine Welle an einem Hindernis abgelenkt wird.
• Interferenz bedeutet, dass zwei Wellen überlagert werden, indem ihre Amplituden – nicht die Intensitäten – addiert werden.

Die Hell-Dunkel-Muster kommen also durch Interferenz zustande und diese wiederum (zumindest am Einzelspalt) durch Beugung.

der schwarze wäre übrig – es wäre also keine vollständige destruktive Interferenz aller Lichtstrahlen. Das darf aber nicht passieren. Die Folgerung, ob alle Strahlen in dem grauen Lichtbündel konstruktiv oder destruktiv interferieren, darf nicht davon abhängen, in wie viele Lichtstrahlen das Bündel gedanklich zerlegt wird. Also kann der Gangunterschied Δs zwischen den beiden roten Lichtstrahlen nicht $\lambda/2$ sein.

Wenn jedoch zwischen dem oberen und dem unteren roten Lichtstrahl der Gangunterschied λ herrschte, würden alle Strahlen im grauen Lichtbündel destruktiv miteinander interferieren (siehe Abb. 13.7): Der obere rote mit dem schwarzen, der orangefarbene mit dem orangefarbenen, der grüne mit dem grünen, der blaue mit dem blauen, denn jedes der aufgezählten Paare hätte den Gangunterschied von $\lambda/2$, **unabhängig davon, in wie viele Elementarwellen das Lichtbündel zerlegt würde**.

Das ist also des Rätsels Lösung: Zwischen den beiden Grenzstrahlen des Lichtbündels muss ein Gangunterschied von einer Wellenlänge herrschen! Jetzt bleibt uns nur noch die Aufgabe, den gerade hergeleiteten Gangunterschied $\Delta s = \lambda$ zwischen dem obersten und dem untersten der Strahlen entweder mit den Koordinaten des Punktes P oder mit dem Winkel α zwischen der Mitte des grauen Lichtbündels und der optischen Achse in Verbindung zu bringen.

Hierzu benutzen wir Abb. 13.8. Den Gangunterschied können wir konstruieren, wenn wir das Lot auf den grauen Mittelstrahl durch die Oberkante des Spalts einzeichnen (rot gestrichelt in Abb. 13.8). Dieses Lot schließt mit der Spaltebene erneut den Winkel α ein¹.

Wir erreichen eine deutliche mathematische Vereinfachung, wenn wir annehmen, dass die Wand A weit weg vom Spalt ist.

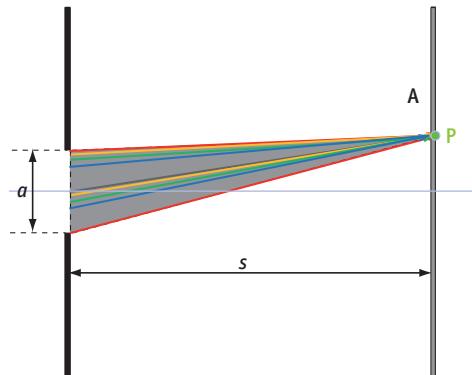


Abb. 13.7: Zur Erklärung der Interferenzmuster am Einzelpunkt: Wir betrachten den Punkt P aus Abb. 13.5. Wenn zwischen dem oberen und dem unteren roten Lichtstrahl der Gangunterschied λ herrscht, interferieren alle Strahlen im grauen Lichtbündel im Punkt P destruktiv miteinander: Der obere rote mit dem schwarzen, der orangefarbene mit dem orangefarbenen, der grüne mit dem grünen, der blaue mit dem blauen, denn jedes der aufgezählten Paare hätte den Gangunterschied von $\lambda/2$.

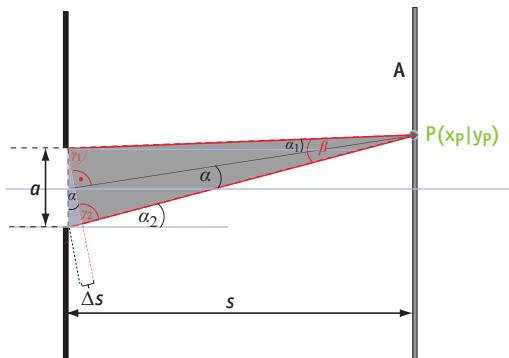


Abb. 13.8: Hilfskonstruktion, um α mit Δs in Verbindung zu bringen

¹ Winkel, deren Schenkel paarweise senkrecht aufeinander stehen, sind gleich!

Dann streben nämlich die Winkel α_1 und α_2 gegen den Winkel α , und γ_1 und γ_2 nähern sich dem rechten Winkel an. Wenn γ_2 ein rechter Winkel ist, können wir elementare trigonometrische Beziehungen anwenden und erhalten:

$$(13.1) \quad \sin(\alpha) = \frac{\Delta s}{a}$$

Der Grenzfall, dass die Wand sehr weit weg ist, ist unter dem Namen **Fraunhofer-Näherung** bekannt. Nur mit ihr können wir eine einfache Beziehung zwischen Δs und α herstellen.¹

Nachdem wir das Zustandekommen der destruktiven Interferenz im Punkt P verstanden haben, drehen wir jetzt die Argumentation um und untersuchen, ob für einen bestimmten Gangunterschied zwischen der obersten und der untersten Welle aus dem Paket Hell oder Dunkel zu erwarten ist. Beginnen wir mit dem Fall, dass zwischen der obersten und der untersten Welle aus dem Paket der Gangunterschied null herrscht.

Kein Gangunterschied

Wir betrachten die Situation, dass alle Lichtstrahlen entlang der optischen Achse laufen. Alle Lichtwellen haben beim Durchgang durch den Spalt und beim Auftreffen auf der Wand A die gleiche Phase. Das bedeutet, dass alle Wellen konstruktiv interferieren. Untechnisch gesprochen: es wird hell – wir haben den Ursprung des Hauptmaximums erklärt.

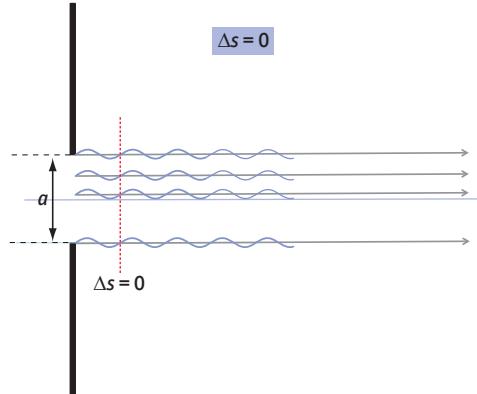


Abb. 13.9: Wenn alle Lichtstrahlen entlang der optischen Achse laufen, herrscht zwischen dem obersten und dem untersten Strahl der Gangunterschied null.

1 Es ist wichtig, sich vor Augen zu halten, wo genähert wurde und wo exakt gerechnet wurde. $\Delta s = \lambda$ ist die exakte Bedingung für destruktive Interferenz. $\sin(\alpha) = \frac{\Delta s}{a}$ ist die Näherung. Wenn sie nicht eingehalten wird, liegt die sogenannte Fresnel-Beugung vor.

Um weitere Winkel untersuchen zu können, vereinfachen wir die Darstellung etwas: Teilen wir das gesamte Licht, das durch den Spalt tritt, und sich in eine bestimmte Richtung ausbreitet (gekennzeichnet durch den Winkel α), in gelbe und in weiße Pakete. Jedes Paket umfasst immer Wellen, die $\lambda/2$ Gangunterschied aufweisen (gemessen von der obersten zur untersten). Ein komplettes gelbes und ein komplettes weißes Paket löschen sich also gerade aus! Weil der Schirm weit entfernt sein soll, zeichnen wir das Strahlenpaket der Einfachheit halber als parallele Strahlen. In dieser Darstellung wird Abb. 13.7 zu Abb. 13.10.

Gangunterschied $\frac{3\lambda}{2}$

Betrachten wir als Drittes die Situation, bei der die oberste und die unterste Welle, die durch den Spalt passieren, gerade eineinhalb Wellenlängen Gangunterschied haben. Dann haben wir also zwei gelbe und ein weißes Wellenpaket. Ein weißes und ein gelbes Paket löschen sich aus. Ein gelbes Paket bleibt also über und erzeugt Helligkeit, aber weniger als bei Lichtausbreitung entlang der optischen Achse, denn schließlich haben zwei Drittel des Lichts sich gegenseitig ausgelöscht. (Außerdem ist der Spalt für schräg hindurchtretendes Licht schmäler, was auch Helligkeit kostet).

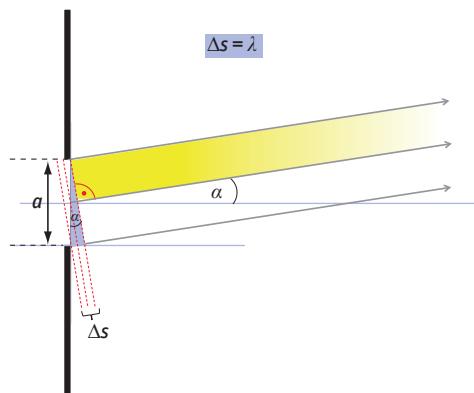


Abb. 13.10: Vereinfachte Darstellung der Abb. 13.7: Das Lichtbündel, das sich in eine Richtung α ausbreitet, wird in farbige Bündel geteilt, wobei jedes Bündel so breit gewählt wird, dass der oberste und der unterste Strahl eines Bündels jeweils den Gangunterschied $\lambda/2$ aufweisen.

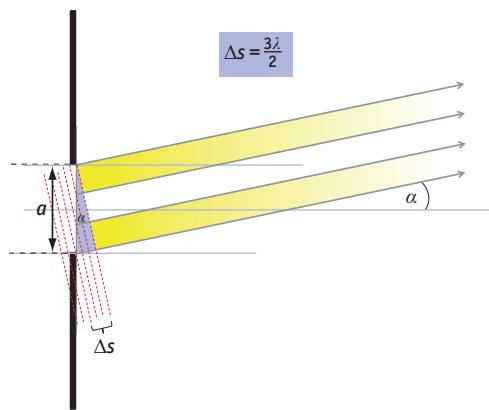


Abb. 13.11: α ist so eingestellt, dass der Gangunterschied zwischen oberster und unterster Welle $\frac{3}{2}\lambda$ beträgt. Das Lichtbündel kann also in 3 farbige Pakete eingeteilt werden. Ein gelbes und ein weißes löschen sich aus. Ein Bündel passiert, ohne mit den anderen zu interferieren. Wir sehen also einen hellen Fleck (das erste Nebenmaximum), aber er ist weniger hell als der Lichtfleck bei $\alpha = 0$ (das Hauptmaximum).

Um zu überprüfen, ob bei diesem Winkel ein Intensitätsmaximum vorliegt, variieren wir den Winkel α ein wenig: Macht man ihn geringfügig größer, passieren zwei gelbe und je ein vollständiges und ein unvollständiges weißes Paket den Spalt (siehe Abb. 13.12). Ein gelbes und ein weißes Paket interferieren destruktiv. Das unvollständige weiße Paket interferiert mit einem Teil des gelben Pakets, sodass ein Teil eines gelben Pakets übrig bleibt. Das Resultat ist daher Helligkeit, aber weniger, als in Abb. 13.11, sodass wir annehmen, dass Abb. 13.11 tatsächlich das erste Nebenmaximum liefert (was sich bei genauerer Rechnung als näherungsweise, aber nicht exakt richtig erweist, weil wir in diesem einfachen Argument Interferenzen innerhalb eines Bündels nicht betrachten).

Gangunterschied 2λ

Betrachten wir als Viertes die Situation, bei der die oberste und die unterste Welle, die durch den Spalt passieren, gerade zwei Wellenlängen Gangunterschied haben. Dann haben wir also zwei gelbe und zwei weiße Wellenpakete. Je ein weißes und ein gelbes Paket löschen sich aus. Es liegt also wiederum vollständige Auslöschung aller Teilwellen vor!

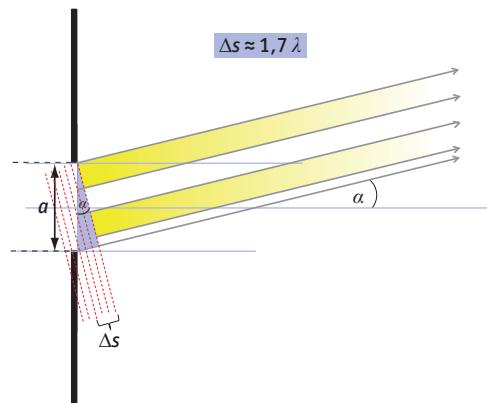


Abb. 13.12: α ist so eingestellt, dass der Gangunterschied zwischen oberster und unterster Welle $1,7\lambda$ beträgt. Das Lichtbündel kann also in 3 vollständige farbige Pakete und ein unvollständiges weißes Paket eingeteilt werden. Ein gelbes und ein weißes löschen sich aus. Ein Teil des gelben Pakets passiert. Wir sehen also einen hellen Fleck, aber er ist weniger hell als das erste Nebenmaximum aus Abb. 13.11.

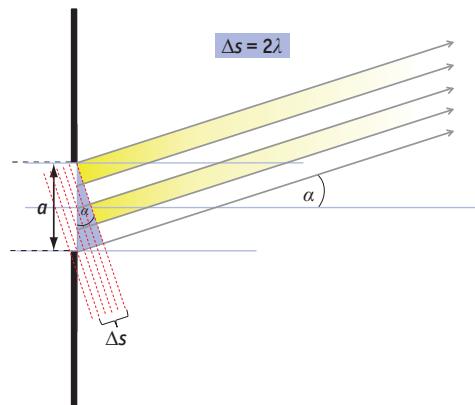


Abb. 13.13: α ist so eingestellt, dass der Gangunterschied zwischen oberster und unterster Welle 2λ beträgt. Das Lichtbündel kann also in 4 farbige Pakete eingeteilt werden. Je ein gelbes und ein weißes löschen sich aus. Es tritt also vollständige destruktive Interferenz auf. Wir sehen einen dunklen Fleck.

Gangunterschied $\frac{5\lambda}{2}$

Betrachten wir als Fünftes die Situation, bei der die oberste und die unterste Welle, die durch den Spalt passieren, gerade zweieinhalb Wellenlängen Gangunterschied haben. Dann haben wir also drei gelbe und zwei weiße Wellenpakete. Je ein weißes und ein gelbes Paket löschen sich aus. Ein gelbes bleibt also über, und erzeugt Helligkeit: das zweite Nebenmaximum. Weil vier Fünftel des Lichts sich gegenseitig ausgelöscht haben, ist das zweite Nebenmaximum weniger lichtstark als das Hauptmaximum oder das erste Nebenmaximum.

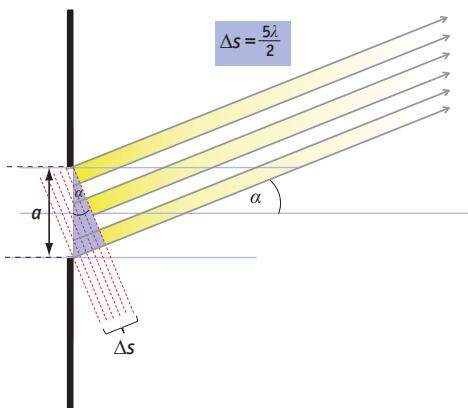


Abb. 13.14: α ist so eingestellt, dass der Gangunterschied zwischen oberster und unterster Welle $\frac{5\lambda}{2}$ beträgt. Das Lichtbündel kann also in 5 farbige Pakete eingeteilt werden. Je zwei gelbe und zwei weiße löschen sich aus. Ein Bündel passiert, ohne mit den anderen zu interferieren. Wir sehen also einen hellen Fleck, aber er ist weniger hell als der Lichtfleck bei $\Delta s = 0$ (das Hauptmaximum) und weniger hell als der Lichtfleck bei $\Delta s = \frac{3\lambda}{2}$ (das 1. Nebenmaximum).

Zusammenfassung

Hinter einem Einzelspalt wird ein Hell-Dunkel-Muster beobachtet. Es ist durch Interferenz der gebeugten Wellen begründet. Bei allen Gangunterschieden

$$(13.2) \quad \Delta s = n\lambda \quad n \geq 1$$

erhalten wir destruktive Interferenz (Dunkelheit),

Bei allen Gangunterschieden

$$(13.3) \quad \Delta s = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad n \geq 1$$

erhalten wir konstruktive Interferenz (Helligkeit in den Nebenmaxima).

Die hellen Flecken in den Nebenmaxima sind deutlich lichtschwächer als das Hauptmaximum. Da der Gangunterschied Δs in der Fraunhofer-Näherung auch mithilfe der Spaltbreite a und des Ablenkwinkels α ausgedrückt werden kann:

$$(13.4) \quad \frac{\Delta s}{a} = \sin \alpha$$

können wir auch schreiben:

$$(13.5) \quad \sin \alpha = n \frac{\lambda}{a} \quad \text{Dunkelheit}$$

$$(13.6) \quad \sin \alpha = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{a} \quad \text{Helligkeit (Nebenmaxima)}$$

$$(13.7) \quad \sin \alpha = 0 \quad \text{Helligkeit (Hauptmaximum)}$$

Für die Intensitätsverteilung müssen wir eine andere Rechenmethode anwenden (die dann auch ergeben wird, dass die Formel (13.5) für die Minima exakt ist, Gl. (13.6) für die Maxima jedoch einen geringfügigen Fehler aufweist).

Weiterführende Überlegungen: Mathematische Behandlung des Einzelpalts

Mit einer etwas komplexeren mathematischen Behandlung können wir nicht nur herausfinden, wo Hell- und Dunkelzonen im Beugungsmuster auftauchen, sondern sogar die Intensitätsverteilung berechnen.

Wir nehmen einen einfachen Spalt der Breite a an, der sich in einer Richtung unendlich weit ausdehnt, damit wir nur in einer Richtung Beugungseffekte berücksichtigen müssen (aus der Bildebene hinaus ist der Spalt also unendlich lang). Um die Amplitude im Punkt P zu berechnen, müssen wir die Wellenfunktionen aller Wellen in der Abb. 13.15 addieren: der roten, der blauen, der orangefarbenen und noch vieler mehr, die wir hier nicht alle aufführen können, denn es sind unendlich viele Wellenfunktionen bis hin zur schwarzen.

Schreiben wir die ersten Wellenfunktionen¹ auf:

$$(13.8) \quad A_{\text{rot}}(r, t) = \hat{A} \cos(\omega t - kr)$$

$$(13.9) \quad A_{\text{blau}}(r, t) = \hat{A} \cos(\omega t - k(r + \Delta r_{\text{blau}}))$$

$$(13.10) \quad A_{\text{orange}}(r, t) = \hat{A} \cos(\omega t - k(r + \Delta r_{\text{orange}}))$$

$$(13.11) \quad \dots = \dots$$

$$(13.12) \quad A_{\text{grau}}(r, t) = \hat{A} \cos(\omega t - k(r + \Delta r_{\text{grau}}))$$

r ist die Koordinate in Ausbreitungsrichtung und $\Delta r_{(\text{Farbe})}$ ist die Phasenverschiebung der farbigen Welle gegenüber der roten Welle. ω ist die **Kreisfrequenz**, k ist die **Kreiswellenzahl**. Bis auf die Phasenverschiebungen sind die Wellenfunktionen alle gleich.

Unendlich viele Funktionswerte aufsummieren – das klingt nach Integrieren. Und genau das müssen wir tun. Dazu führen wir – anstelle der Farbe – eine Koordinate in der Ebene des Spalts ein, die wir x nennen (siehe Abb. 13.15). Die Phasenverschiebung der Welle hängt vom Beugungswinkel α und vom x -Wert ab, wo die Welle den Spalt passiert²:

$$(13.13) \quad \Delta r(x) = x \cdot \sin(\alpha)$$

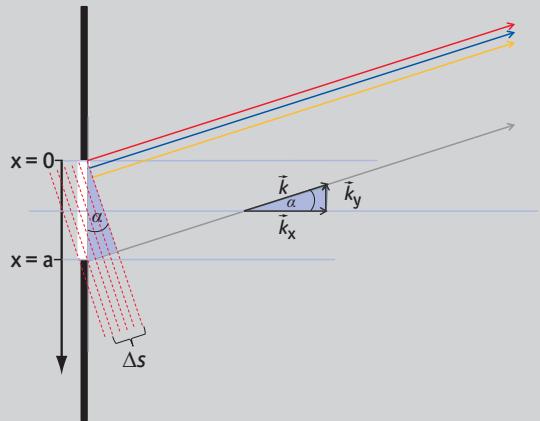


Abb. 13.15: Zur Berechnung der Feldstärkeverteilung

1 siehe Gleichung 8.33 ff. aus Band 1

2 In dieser Aussage steckt die Fraunhofer-Näherung!

Für die folgende Rechnung ist es praktischer, den Beugungswinkel α mithilfe des Betrags k und der y-Komponente k_y des Wellenzahlvektors \vec{k} auszudrücken (siehe Abb. 13.15):

$$(13.14) \quad \sin(\alpha) = \frac{k_y}{k}$$

und so wird $\Delta r(x)$ zu:

$$(13.15) \quad \Delta r(x) = x \cdot \frac{k_y}{k}$$

Jetzt integrieren wir also über alle Wellenfunktionen, die den Spalt passieren¹:

$$(13.16) \quad A_P(r, t) = \int_{x=0}^a \hat{A} \cos(\omega t - k(r + \Delta r(x))) dx$$

$$(13.17) \quad \int_{x=0}^a \hat{A} \cos\left(\omega t - kr - k \cdot x \frac{k_y}{k}\right) dx$$

Wir kürzen mit k im dritten Teil des Arguments des Cosinus, ziehen das \hat{A} vor das Integral² und verschieben noch die Integrationsgrenzen. Damit erhalten wir

$$(13.18) \quad A_P = \hat{A} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \cos(\omega t - kr - k_y x) dx$$

Dieses Integral können wir mithilfe der Stammfunktion lösen³:

$$(13.19) \quad A_P = \hat{A} \left[-\frac{\sin(\omega t - kr - k_y x)}{k_y} \right]_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}$$

$$(13.20) \quad A_P = -\frac{\hat{A}}{k_y} \left\{ \underbrace{\sin\left(\omega t - kr - k_y \frac{a}{2}\right)}_{\gamma} - \underbrace{\sin\left(\omega t - kr + k_y \frac{a}{2}\right)}_{\delta} \right\}$$

Auf jeden der beiden Sinus-Terme wenden wir das Additionstheorem⁴

$\sin(\gamma \pm \delta) = \sin(\gamma)\cos(\delta) \pm \sin(\delta)\cos(\gamma)$ an und erhalten:

$$(13.21) \quad A_P = -\frac{\hat{A}}{k_y} \left\{ \underbrace{\sin(\omega t - kr) \cos\left(k_y \frac{a}{2}\right) - \sin\left(k_y \frac{a}{2}\right) \cos(\omega t - kr)}_{\substack{1. \text{ Term in der geschweiften Klammer in Gleichung (13.20)}}} \right. \\ \left. - \underbrace{\left[\sin(\omega t - kr) \cos\left(k_y \frac{a}{2}\right) + \sin\left(k_y \frac{a}{2}\right) \cos(\omega t - kr) \right]}_{\substack{2. \text{ Term in der geschweiften Klammer in Gleichung (13.20)}}} \right\}$$

1 Hier steckt noch eine Näherung: Wir haben vorausgesetzt, dass der ganze Spalt gleichmäßig ausgeleuchtet wird. Sonst hätten nicht alle Wellen dieselbe Amplitude.

2 denn \hat{A} ist ja einfach eine Konstante

3 Das negative Vorzeichen kommt von der Kettenregel (und hier aus der inneren Ableitung).

4 In der Formelsammlung finden Sie das Additionstheorem mit anderen Variablen. Wir nutzen γ und δ , weil sie in diesem Abschnitt sonst nicht vorkommen.

Wir lösen das Minus vor der eckigen Klammer auf und sortieren um:

$$(13.22) \quad A_P = -\frac{\hat{A}}{k_y} \underbrace{\left\{ \sin(\omega t - kr) \cos\left(k_y \frac{a}{2}\right) - \sin(\omega t - kr) \cos\left(k_y \frac{a}{2}\right) \right.}_{= 0} \\ \left. - \sin\left(k_y \frac{a}{2}\right) \cos(\omega t - kr) - \sin\left(k_y \frac{a}{2}\right) \cos(\omega t - kr) \right\} \\ = -2 \left\{ \sin\left(k_y \frac{a}{2}\right) \cos(\omega t - kr) \right\}$$

was wir jetzt noch ein bisschen umgruppieren und den Vorfaktor noch mit a erweitern:

$$(13.23) \quad A_P(r, t) = \hat{A} a \underbrace{\frac{\sin\left(k_y \frac{a}{2}\right)}{k_y \frac{a}{2}}}_{\text{Amplitude}} \underbrace{\cos(\omega t - kr)}_{\text{Welle}} \\ A_P(k_y)$$

Dies ist die Wellenfunktion einer Welle, deren Amplitude $A_P(k_y)$ von k_y (also von der *Richtung* der Welle) abhängt¹.

$$(13.24) \quad A_P(k_y) = \hat{A} a \frac{\sin\left(k_y \frac{a}{2}\right)}{k_y \frac{a}{2}}$$

Ein Beobachter sieht – wegen der Trägheit des Auges – nur das zeitliche Mittel des Wellenterms. Aber er erkennt, dass die Amplitude der Welle von der Ausbreitungsrichtung k_y abhängt. In $A_P(k_y)$ steckt also das Interferenzmuster!

Die Funktion $y = \frac{\sin(u)}{u}$ für die Richtungsabhängigkeit der Amplitude² begegnet uns in der Physik öfter, sie bekommt einen eigenen Namen: sinc-Funktion (oder sinus cardinalis). Sie ist in Abb. 13.16 oben dargestellt. Weil die (vom Auge wahrgenommene) Intensität dem Quadrat der Amplitude entspricht, lautet die Gleichung für die Intensitätsverteilung

$$(13.25) \quad I_P \sim \frac{\sin^2\left(\frac{a}{2} k_y\right)}{\left(\frac{a}{2} k_y\right)^2},$$

die wir ebenfalls in Abb. 13.16 (Mitte) grafisch darstellen.

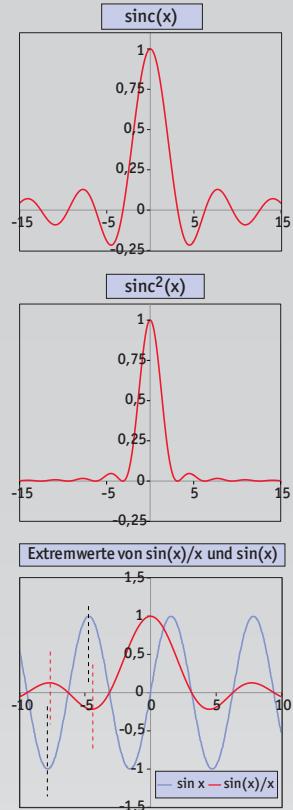


Abb. 13.16: oben: Schaubild der $\text{sinc}(x)$ -Funktion; Mitte: Schaubild der $\text{sinc}^2(x)$ -Funktion; unten: zum Vergleich: Lage der Extrema von $\text{sinc}(x)$ und $\sin(x)/x$

1 Was für eine Rechnerei! Später geht das einfacher mit komplexen Zahlen und der Fourier-Transformation.

Alternativ könnte man auch Zeiger-Diagramme verwenden.

2 ... wenn man $k_y \cdot \frac{a}{2}$ kurz als u schreibt.

sinc-Funktion und sinus-Funktion haben die Nullstellen bei derselben Stelle, sodass unsere Formel (13.5) für die Dunkelstellen exakt gilt. Für die Lage der Intensitätsmaxima hingegen müsste man die Extremwerte in Gleichung (13.25) finden, also Gleichung (13.25) ableiten und die Ableitung null setzen. Diese Nullstellen kann man nicht analytisch finden. Wir unternehmen das grafisch und erkennen, dass die Extrema fast dort liegen, wo wir sie mit unserer einfachen Argumentation vermutet hatten (siehe Abb. 13.16 unten).

In den drei Darstellungen in Abb. 13.16 ist auf der x-Achse der Grafik und damit als Maß für den Beugungswinkel immer $\frac{a}{2} k_y$ aufgetragen. Das ist in der theoretischen Physik beliebt, aber nicht sehr anschaulich. Aus k_y kann man auch den Beugungswinkel α ausrechnen (siehe Gleichung (13.14)):

$$(13.26) \quad \alpha = \arcsin\left(\frac{k_y}{k}\right)$$

und dann den Intensitätsverlauf als Funktion des Beugungswinkels α darstellen:

$$(13.27) \quad I(\alpha) \sim \left(\frac{\sin\left(k \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{a}{2}\right)}{k \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{a}{2}} \right)^2$$

oder, mit $\frac{k}{2} = \frac{\pi}{\lambda}$:

$$(13.28) \quad I(\alpha) \sim \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot a \cdot \sin(\alpha)}{\lambda}\right)}{\frac{\pi \cdot a \cdot \sin(\alpha)}{\lambda}} \right)^2 \quad \text{usw.}$$

Wiederholt man die Rechnung für verschiedene Spaltbreiten a , so erkennt man, dass das Muster breiter wird, je schmäler der Spalt ist (siehe Abb. 13.18).

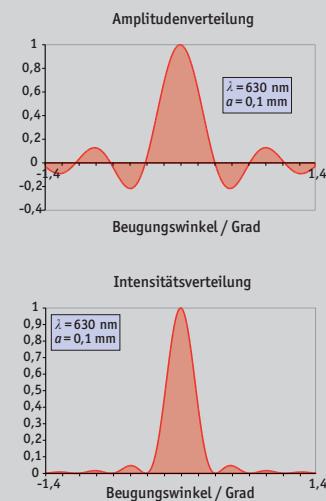


Abb. 13.17: Amplitudenverteilung (oben) und Intensitätsverteilung (unten) bei Beugung am Einzelspalt: Anstelle des Arguments x der sinc-Funktion haben wir jetzt mithilfe der Gleichung (13.26) den Beugungswinkel α auf der x-Achse dargestellt.

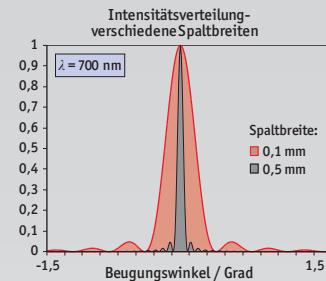


Abb. 13.18: Interferenzmuster nach Beugung am Einzelspalt für verschiedene Spaltbreiten. Die Intensität ist in bel. Einheiten aufgetragen.

13.1.3 Auswirkungen und Anwendungen

Beugung und Interferenz am Einzelspalt (und auch an anderen kleinen Objekten) ist eines der wichtigsten Phänomene der Physik, sowohl unter fundamentalen Aspekten als auch unter Anwendungsaspekten.

13.1.3.1 Experimenteller Hinweis auf die Wellennatur von Licht

Wichtig ist der Effekt nicht zuletzt aus Sicht des Grundlagenforschers: Er ist ein Hinweis auf die Wellennatur von Licht und **nur** ein Wellenmodell kann die Beugung mit Interferenzerscheinungen erklären. Weder Strahlen noch klassische Teilchen können Interferenzeffekte erklären.

13.1.3.2 Spektralzerlegung

Betrachten wir die Gleichungen (13.5) und (13.6) etwas näher. Der Winkel, unter welchem Hell- oder Dunkelerscheinungen beobachtbar sind, hängt sowohl von der Spaltbreite a als auch von der Wellenlänge λ ab. Damit erhält der Spalt (und noch viel mehr eine Serie von Spalten, das sogenannte Gitter) eine eminente Bedeutung als optisches Bauteil, denn beide erlauben eine Spektralzerlegung von Licht, ähnlich wie mit dem Prisma: verschiedene Wellenlängen werden in verschiedene Richtungen abgelenkt (siehe Abb. 13.19).

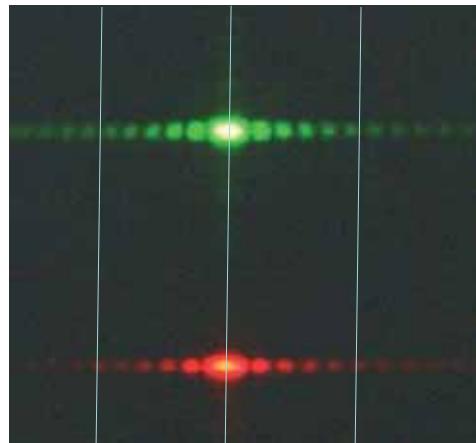


Abb. 13.19: Zwei verschiedenfarbige Laserstrahlen werden gleichzeitig am selben Spalt gebeugt. Man erkennt: Am Ort des sechsten Minimums des Beugungsmusters von grünem Licht befindet sich das fünfte Nebenmaximum des Beugungsmusters von rotem Licht. Rotes Licht wird also stärker gebeugt.

14.4 Nicht nur Licht ist eine „komische Welle“

14.4.1 Elektronen sind nicht nur Teilchen

Wenn Wellen Teilchencharakter haben, können dann auch Teilchen Wellencharakter haben? Formal lassen sich natürlich die Gleichungen, welche einer Frequenz eine Energie zuordnen und einer Wellenzahl einen Impuls zuordnen

$$E = \hbar \omega$$

$$p = \hbar k$$

leicht umdrehen:

$$(14.32) \quad \omega = \frac{E}{\hbar}$$

$$(14.33) \quad k = \frac{p}{\hbar}$$

Anstelle der Kreiswellenzahl k und der Kreisfrequenz ω kann auch die Wellenlänge $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ und die Frequenz $f = \frac{\omega}{2\pi}$ verwendet werden:

$$(14.34) \quad f = \frac{E}{2\pi\hbar} = \frac{E}{h}$$

$$(14.35) \quad \lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{h}{p}$$

Die Forderung, dass auch Teilchen als Wellen betrachtet werden müssten und dass ihnen Frequenz und Wellenlänge nach den Gleichungen (14.34) und (14.35) zuzuordnen sei, geht auf L. de Broglie¹ zurück. Einem Elektron, welches sich nach Durchlaufen einer Beschleunigungsspannung von 50 V mit einer Geschwindigkeit von $4,2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ fortbewegt, würde also nach (14.34) und (14.35) eine Frequenz von $1,21 \cdot 10^{-16} \text{ s}^{-1}$ und eine Wellenlänge von $1,73 \cdot 10^{-16} \text{ m}$ zugeordnet.

Aber *verhält* sich ein Elektron auch wie eine Welle? Dazu müsste es Beugungs- und Interferenzerscheinungen zeigen. Im Folgenden zeigen wir vor allem Doppelspaltexperimente, auch wenn auf anderem Weg erzeugte Interferenzen früher gemessen wurden.

1 Louis-Victor de Broglie, wurde am 15. August 1892 in Dieppe (Normandie) als Kind von Herzog Victor de Broglie und Pauline d'Armaillé geboren. Louis-Victor besuchte das Lycée Janson de Sailly in Paris.

Das Studium der Philosophie und der Geschichte, insbesondere der Rechtsgeschichte, an der Pariser Sorbonne schloss er 1910 mit dem Lizentiat ab.

Auf Anregung seines siebzehn Jahre älteren Bruders Maurice, eines promovierten Physikers, studierte Louis de Broglie ab 1911 Mathematik und Physik, was er wegen des Ersten Weltkriegs mehrere Jahre als Nachrichtenoffizier unterbrechen musste. 1919 setzte de Broglie seine Studien fort und wurde Mitarbeiter im Privatlabor seines Bruders, in dem er vorrangig über Röntgenspektroskopie und den Photoeffekt arbeitete. Ende des Jahres 1923 erschienen de Broglies erste Abhandlungen zur Wellenmechanik. 1924 schloss de Broglie sein Studium mit der berühmt gewordenen Dissertation *Recherches sur la théorie des Quanta* ab, in der er vermutete, dass der Welle-Teilchen-Dualismus auf jegliche feste Materie anzuwenden sei. Diese kühne Idee wurde 1926 und 1927 vom Institut de France ausgezeichnet. 1929 folgten für die Entdeckung der Wellennatur der Elektronen die begehrte Medaille Henri Poincaré der Académie des sciences und der Nobelpreis für Physik. 1929 wurde er zum Professor für Theoretische Physik am Institut Henri Poincaré in Paris berufen, wechselte jedoch 1932 an die Sorbonne, wo er bis 1962 lehrte. Im Jahr 1960 folgte er seinem kinderlosen Bruder Maurice als Herzog nach. Am 19. März 1987 starb er in Louveciennes bei Paris.

14.4.2 Interferenzen mit Elektronen

14.4.2.1 Elektronenbeugung am Einzel- und Mehrfachspalt

Der direkteste Hinweis auf wellenartiges Verhalten von Elektronen gelang Claus Jönsson¹ 1959² an der Universität Tübingen mit seinem Doppelspaltversuch mit Elektronen, weshalb in einer Umfrage der Zeitschrift „*Physics World*“ der englischen physikalischen Gesellschaft im Jahre 2002 dieses Experiment zum schönsten Experiment aller Zeiten gewählt wurde.

Die Wellenlänge des mit 50 kV beschleunigten Elektronenstrahls beträgt 0,005 nm. Das ist deutlich kleiner als die Atomabstände in einem Festkörper (ca 0,1 nm). Daher scheiden mechanisch hergestellte Spalte aus. Und weil es kein Material gibt, das für Elektronen transparent ist, kann die Spaltstruktur nicht auf eine Trägerplatte aufgebracht werden (so wie optische Spalte auf Glas aufgebracht werden).

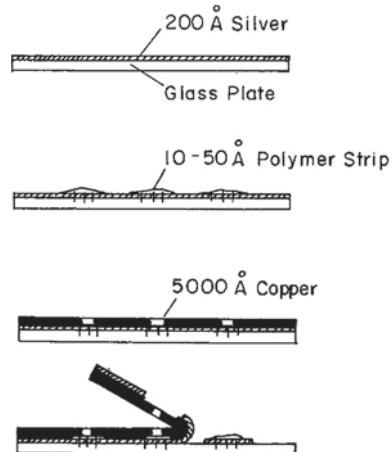


Abb. 14.13: Das Verfahren zur Herstellung von Beugungsspalten für die Elektronenbeugung (Darstellung aus Originalarbeit von C. Jönsson)
aus: *Zeitschrift für Physik A*, 454 (1961)

Hergestellt wurde die beugende Struktur schließlich, indem (siehe Abb. 14.13)

- eine dünne Silberschicht auf Glas aufgedampft wurde,
- auf diese Silberschicht schmale Streifen aus Kohlenwasserstoff aufgebracht wurden (mit Elektronenstrahlen),
- auf diese Strukturen eine elektrolytische Kupferschicht aufgebracht wurde.
- Weil die Kohlenwasserstoffstreifen nicht elektrisch leitend sind, haftete während der Elektrolyse dort kein Kupfer an.
- Nach Aufbringen einer 0,5 µm dicken Kupferschicht wurde das Kupfer abgezogen – das Silber und die Kohlenwasserstoff-Streifen blieben auf der Glasplatte zurück.

1 Claus Jönsson wurde am 26. Mai 1930 in Berlin-Charlottenburg geboren. Er promovierte und habilitierte in Tübingen, wo er im Rahmen einer Doktorarbeit bei Gottfried Möllenstedt die hier gezeigten Experimente durchführte.

2 Bedenken Sie: 1927 Theorie von L. de Broglie, 1929 Nobelpreis hierfür, 1959 zugehöriges Doppelspaltexperiment.

So entstanden freistehende Einzel- bis Fünffachspalte in der Kupferschicht.

Trotzdem waren die entstandenen Spalte immer noch sehr breit (ca. $0,5 \mu\text{m}$) im Vergleich zur Elektronenwellenlänge ($0,005 \text{ nm}$, s. o.). Somit ist die experimentelle Situation vergleichbar mit dem Versuch, Interferenzeffekte von rotem Licht an einem 8 cm breiten Spalt zu untersuchen! Dies ist zwar nicht unmöglich, stellt jedoch – nach der Herstellung der Kupferfolien mit den Spaltstrukturen – eine erneute experimentelle Herausforderung dar: Der Elektronenstrahl muss den Spalt beleuchten und gleichzeitig über die ganze Breite kohärent sein.

Selbst wenn die Kohärenz- anforderung erfüllt ist, sind die Beugungswinkel sehr klein, weil der Quotient aus Spaltmaßen und Wellenlänge sehr klein ist. Daher musste das Interferenzmuster vergrößert werden, um beobachtbar zu sein. Dies geschah mit einer elektronenoptischen Zylinderlinse.

Sichtbar gemacht wurden die Elektronen letzten Endes durch einen Schirm mit einer fluoreszierenden Schicht (wie die Mattscheibe eines alten Röhrenfernsehers). Die optischen Muster konnten dann abfotografiert werden.

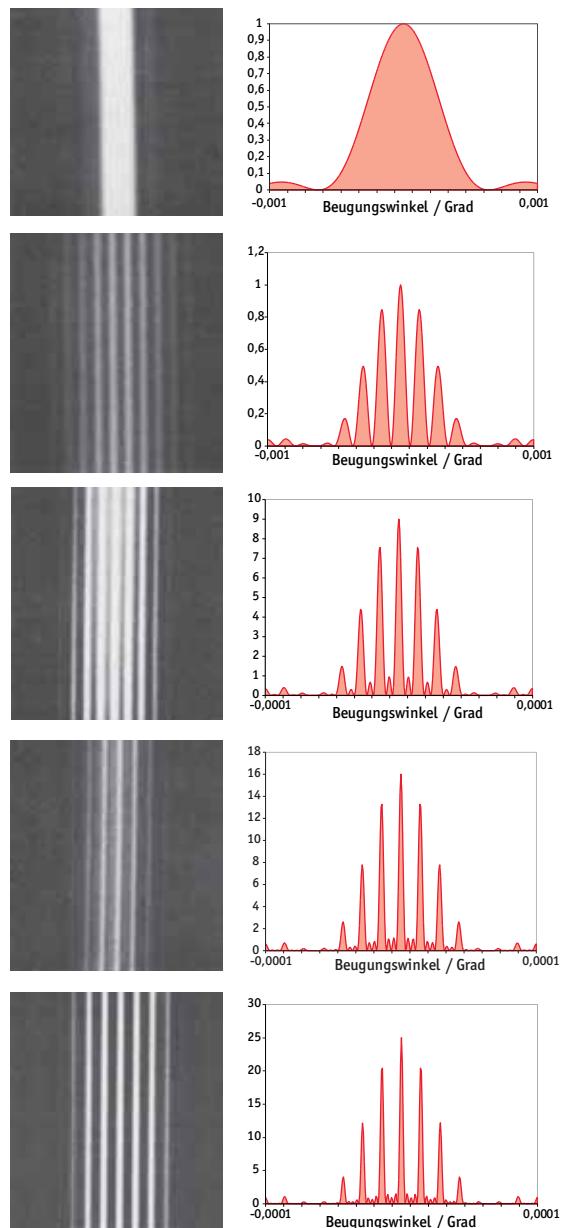


Abb. 14.14: Elektronenstrahl-Interferenzmuster nach Beugung an einem Spalt. links: Experimentelle Daten (Fotos aus Originalarbeit von C. Jönsson, aus: *Zeitschrift für Physik A*, 454 (1961), rechts: Berechnete Intensitätsverläufe. Für die Rechnung wurden $a = 0,45 \mu\text{m}$ und $d = 2 \mu\text{m}$ angenommen. Die Simulationsdateien befinden sich unter http://merkur-verlag.de/_perform_media/dokumente/download/0349_dl.zip von oben nach unten: Einzelspalt, Doppelspalt, Dreifachspalt, Vierfachspalt, Fünffachspalt

14.4.2.2 Das Davisson-Germer-Experiment

Schon vor dem Doppelspaltversuch von Jönsson gab es experimentelle Hinweise auf die Wellennatur von Elektronen. 1926 gelang Clinton Davisson¹ und Lester Germer² im Davisson-Germer-Experiment der Nachweis der Welleneigenschaften von Elektronen durch Interferenzversuche an einem Nickel-Einkristall. In diesem werden Elektronen gebeugt, wenn sie die Bragg-Bedingung erfüllen. De Broglies Wellenlängenformel galt bereits damit als bestätigt. Unabhängig von den beiden gelang George Paget Thomson³ in England der Nachweis der Elektronenbeugung an einer Graphitprobe.

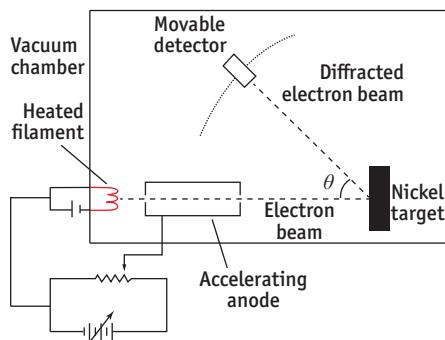


Abb. 14.15: Schematischer Aufbau des Experiments von Davisson-Germer

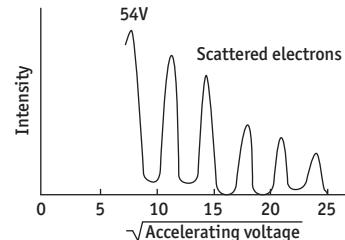
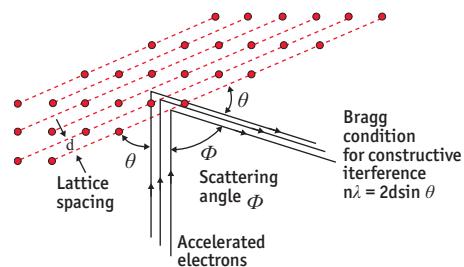


Abb. 14.16: Detail des Versuchs von Davisson und Germer: Durch die Variation der Beschleunigungsspannung wurde die die Bragg-Wellenlänge variiert und damit bei einem festen Streuwinkel von 50° die Bragg-Bedingung erfüllt oder nicht erfüllt.

- 1 Clinton Joseph Davisson wurde am 22.10.1881 als Sohn des Handwerkers Joseph Davisson und der Lehrerin Mary Calvert in Bloomington geboren. 1902-1908 studierte er Physik an der U. of Chicago sowie in Purdue und Princeton, wobei er sein Studium zeitweise aus finanziellen Gründen unterbrochen hatte. 1910/11 erhielt er ein Stipendium für die Princeton University und promovierte dort 1911. Er war von 1911 bis 1917 Assistentprofessor am Carnegie Institute of Technology in Pittsburgh, 1917 wechselte er – zuerst für die Zeit des Krieges – in die Ingenieurabteilung der Western Electric Company (den späteren Bell Telephone Laboratories) wo er nach Ende des Kriegs blieb, nachdem ihm zugesichert worden war, er dürfe Grundlagenforschung treiben. 1926 führte er zusammen mit seinem Assistenten das Experiment durch, welches nach ihm benannt wurde und für das er 1937 den Nobelpreis für Physik erhielt. Er starb 1958 in Charlottesville. Einer seiner Söhne war ebenfalls ein bekannter Physiker.
- 2 Lester Germer, geboren am 10. Oktober 1896 in Chicago, studierte nach seinem Schulbesuch Physik an der Columbia University und promovierte dann unter der Anleitung von C. J. Davisson, für den er auch danach bei den späteren Bell Telephone Laboratories arbeitete. 1926 führte er zusammen mit C. J. Davisson das Experiment durch, welches nach beiden Experimentatoren benannt wurde und für dessen Durchführung C. J. Davisson 1937 den Nobelpreis für Physik erhielt (zusammen mit Thomson, der den Preis ebenfalls für die Elektronenbeugung erhielt). Germer war später begeisterter Bergsteiger und starb am 3. 10. 1971 an Herzversagen während einer Bergtour.
- 3 George Paget Thomson (* 3.5.1892 in Cambridge; † 10.9.1975 in Cambridge) war Sohn des britischen Physiknobelpreisträgers Sir Joseph John Thomson (1906, Entdeckung des Elektrons). Nach dem Studium der Physik lehrte G. P. Thomson u. a. in Cambridge, Aberdeen und am Imperial College, London. 1927 entdeckte er gleichzeitig mit C. J. Davisson die Elektronenbeugung am Kristallgitter, ein Beweis für die Materiewellen-Theorie de Broglies. Beide erhielten 1937 den Nobelpreis. Thomson war später Vorsitzender der britischen MAUD-Kommission zur Untersuchung der Möglichkeit einer Atombombe, nach dem Krieg beschäftigte er sich weiter mit der Kernenergienutzung.

Weiterführendes: LEED

Auch heute noch ist die Beugung von Elektronen am Kristallgitter ein vielgenutztes Experiment – allerdings mit anderer Zielrichtung als das klassische Experiment von 1926/1927.

Dass Elektronen sich wie Wellen verhalten, bedarf heute keines Nachweises mehr. Aber aus der Beugung von Elektronen – und insbesondere aus dem Interferenzmuster – kann man auf die Kristallstruktur des beugenden Objekts Rückschlüsse ziehen.

Insofern wäre man versucht zu vermuten, dass Röntgenbeugung und Elektronenbeugung dieselbe Information liefern. Weil aber Röntgenstrahlen viel tiefer in das Material eindringen als Elektronen (denn letztere sind geladen und werden daher von den Atomrumpfen im Festkörper eingefangen) werden mit Röntgenbeugung die Kristallstruktur im Innern des Festkörpers und mit Elektronenbeugung die Kristallstruktur in der unmittelbaren Nähe der Oberfläche untersucht.

Von besonderer Bedeutung ist die Beugung mit langsamem Elektronen (LEED-Low Energy Electron Diffraction).

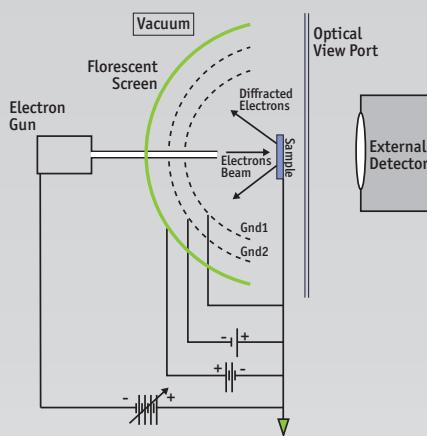


Abb. 14.17: Prinzip-Schaubild für LEED-Apparatur

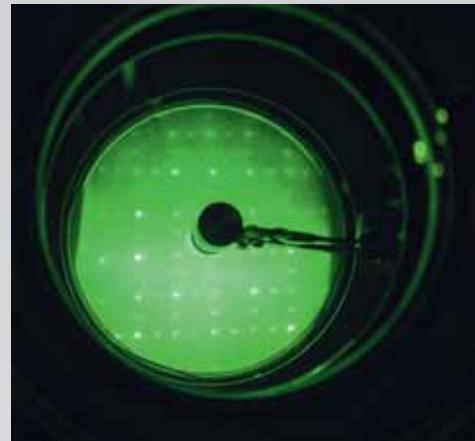


Abb. 14.18: typische LEED-Aufnahme

14.4.3 Beugung und Interferenz am Spalt mit Neutronen

Nicht nur mit Elektronen wurden Interferenzmuster am Doppelspalt beobachtet. 1988 wurde von einer Wiener Forschungsgruppe¹ ein Beugungsexperiment an Doppel- und Einfachspalt durchgeführt². Langsame Neutronen mit einer De-Broglie-Wellenlänge von ca 2 nm wurden an einem Einzelspalt gebeugt, der von zwei an den Stirnseiten polierten Glasplatten³ gebildet wurde. Ein Doppelspalt wurde gebildet, indem in den Spalt ein absorbernder Bor-Draht eingebracht wurde. Zwar waren Beugungsexperimente mit Neutronen schon vorher durchgeführt worden, jedoch lassen sich diese Daten mit ihren geringen Streuungen genauestens mit Modellrechnungen vergleichen und zeigen, dass auch Neutronen am Doppelspalt Interferenzen erzeugen.

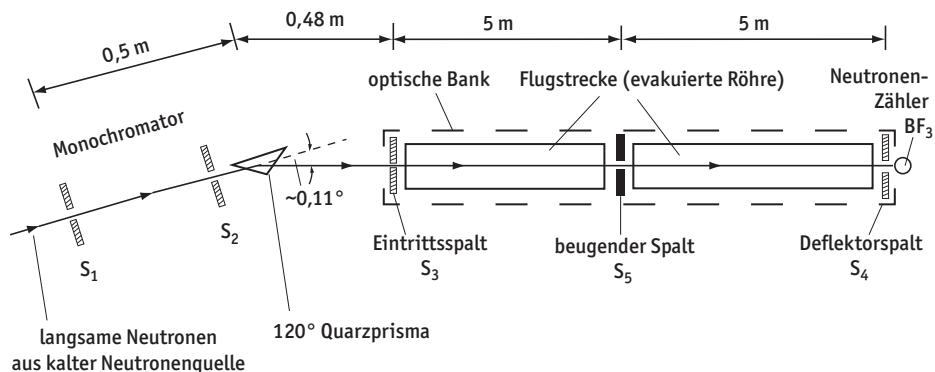


Abb. 14.19: Der experimentelle Aufbau zur Messung von Neutronenbeugung am Einzelspalt und Doppelspalt. Die Breite des Spalts S_1 war variabel, die des Spalts S_2 betrug 100 μm . Die Spalte S_3 und S_4 waren 20 μm breit.

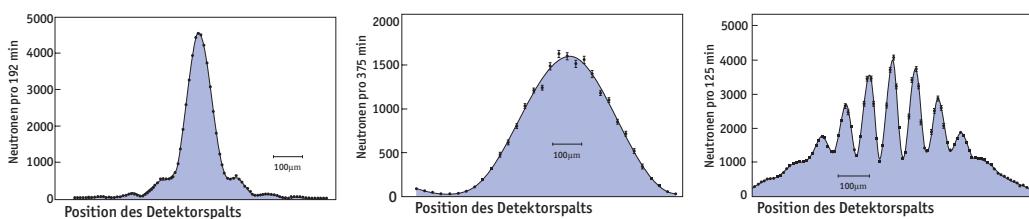


Abb. 14.20: Interferenzmuster nach Beugung eines Neutronenstrahls am 90 μm breiten Einzelspalt (links), am 23 μm breiten Einzelspalt (Mitte) und am Doppelspalt (rechts). Der Doppelspalt wurde erzeugt, indem ein 104,1 μm dicker Bor-Draht in einem 150 μm -Einzelspalt angeordnet wurde. Punkte: Messdaten, Linien: Modellrechnung unter Berücksichtigung aller experimenteller Gegebenheiten (Spaltgeometrie, Geschwindigkeitsverteilung, etc.). Daten aus Zeilinger et. al., *Reviews of Modern Physics* 60, S. 1067 (1988)

1 Zeilinger et al.

2 Lesen Sie zumindest Abschnitt II der (gut lesbaren Originalveröffentlichung Zeilinger et al., *Reviews of Modern Physics* 60, S. 1067 (1988). Es ist sehr lehrreich, von wassergefüllten optischen Bänken und Ähnlichem zu lesen ...

3 Borosilikatglas mit 10% Gd_2O_3 zur Erhöhung der Neutronen-Absorption

14.4.4 Beugung und Interferenz am Doppelspalt mit Atomen

Die experimentelle Schwierigkeit, zwei Atomstrahlen zur Interferenz zu bringen, besteht darin, dass Atome nicht geladen sind¹ und dass sie nicht durch Materie durchgehen wie Neutronen. Also müssen passend dimensionierte freitragende Spaltstrukturen hergestellt werden wie in den bahnbrechenden Jönsson-Experimenten².

1991 wurde die Beugung von Atomen an einem freitragenden Doppelspalt von einer Konstanzer Gruppe^{3,4} veröffentlicht.

Als Atom wurde metastabiles Neon gewählt. Neon, da es als Edelgas nicht so leicht mit seiner Umgebung reagiert und weil es – bedingt durch die kleine Masse – eine relativ große De-Broglie-Wellenlänge aufweist. Diese konnte – durch Einstellen der Geschwindigkeit – aus 0,56 Å oder 1,03 Å⁵ ausgewählt werden. Metastabile Neon-Atome⁶ wurden deshalb gewählt, weil sie leichter detektierbar sind.

Die beugende Struktur war ein Doppelspalt in einer 20 µm dicken Goldfolie mit einer Spaltbreite von 1 µm und einem Spaltabstand von 8 µm.

Als Detektor diente ein Sekundärelektronen-Photomultiplier mit einer Öffnung von 2 µm. Er musste also mit einer hochpräzisen Mechanik in der „Schirmebene“ verschoben werden.

1 Sonst könnte man ein Fresnel'sches Biprisma für die Strahlen bauen. Auch die Tübinger Arbeitsgruppe erzeugte die Elektronenstrahlinterferenz zuerst mit einem Biprisma und erst im zweiten Schritt wurden Spalte hergestellt.

2 Beugung von H₂ und He an einem LiF-Kristall wurde schon 1930 von **Stern** und **Estermann** gezeigt.

3 **O. Carnal**, *1964 in New York, wuchs in der Schweiz auf und promovierte 1992 an der ETHZ in Zürich mit den hier erwähnten Doppelspaltexperimenten. Inzwischen ist er im Management in der Halbleiterindustrie tätig.

4 **Jürgen Mlynek** (* 15. März 1951 in Gronau [Leine]) absolvierte nach dem Abitur 1969 an der Leibnizschule in Hannover seinen Grundwehrdienst. Er studierte von 1970 bis 1976 Physik in Hannover und Paris und promovierte 1979 in Hannover. Nach Stationen in Hannover, San José (IBM Research Laboratory) und der Eidgenössischen Technischen Hochschule (ETHZ) in Zürich wurde er 1990 ord. Professor in Konstanz und 2000 Professor an der Humboldt-Universität zu Berlin. Er war von 1996 bis 2001 Vizepräsident der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG). Von 2000 bis 2005 war er Präsident der Humboldt-Universität zu Berlin. 2005 wurde er Präsident der Helmholtz-Gemeinschaft, in der die meisten Großforschungseinrichtungen zusammengeschlossen sind, die nicht zur Max-Planck-Gesellschaft gehören.

5 Das sind also 0,056 nm oder 0,103 nm. Erinnern Sie sich: Das ist von derselben Größenordnung wie der Atomabstand in einem typischen Kristallgitter!

6 Metastabile Atome sind Atome, bei denen sich ein Elektron in einem stark angeregten, jedoch langlebigen Zustand befindet. In dem benutzten Ne beispielsweise wies der metastabile Zustand eine durchschnittliche Lebensdauer von 6000 s auf.

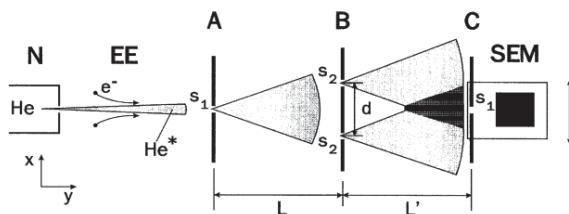


FIG. 2. Schematic representation of the experimental setup: nozzle system and gas reservoir N; electron impact excitation EE; entrance slit A, double slit B, and detector screen C; secondary electron multiplier SEM (mounted together with C on a translation stage). Dimensions: $d = 8 \mu\text{m}$, $L = L' = 64 \text{ cm}$; slit widths: $s_1 = 2 \mu\text{m}$, $s_2 = 1 \mu\text{m}$.

Abb. 14.21: Das Prinzipschaubild des Experiments zur Interferenz von Atomstrahlen
 Abb. samt Original-Bildunterschrift aus: O. Carnal und J. Mlynek, Phys. Rev. Lett. 66, p. 2689 (1991)

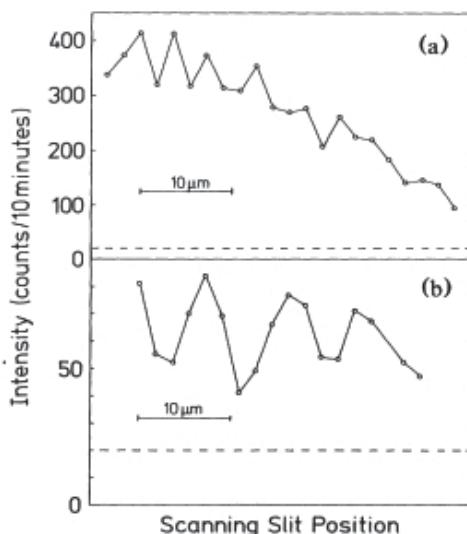


FIG. 4. Measured atomic intensity profiles in the detector plane as a function of the lateral detector position x . The profile is probed with the $2\text{-}\mu\text{m}$ -wide single slit. Atomic wavelength (a) $\lambda_{dB} = 0.56 \text{ \AA}$ and (b) $\lambda_{dB} = 1.03 \text{ \AA}$. The number of detected atoms during 10 min is plotted on the vertical axis. The dashed line is the detector background, with the atomic beam blocked in front of the entrance slit. The line connecting the experimental data is a guide to the eye.

Abb. 14.22: Interferenzmuster eines am Doppelspalt gebeugten Neon-Atom-Strahls
 Abb. samt Original-Bildunterschrift aus: O. Carnal und J. Mlynek, Phys. Rev. Lett. 66, p. 2689 (1991)

14.4.5 Beugung und Interferenz am Doppelspalt mit Edelgasclustern

Auch an Clustern (das sind kleine oder sehr kleine Anhäufungen) von Neonatomen wurden Interferenzen beobachtet, die wir in Abb. 14.24 zeigen.

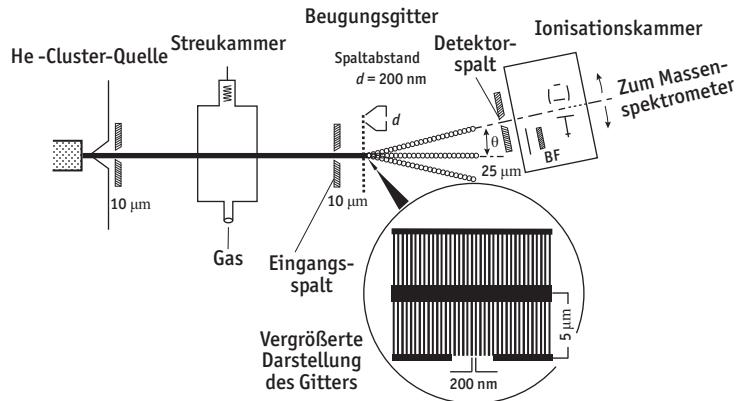


Abb. 14.23: Das Prinzipschaubild des Experiments zur Interferenz von Atomstrahlen

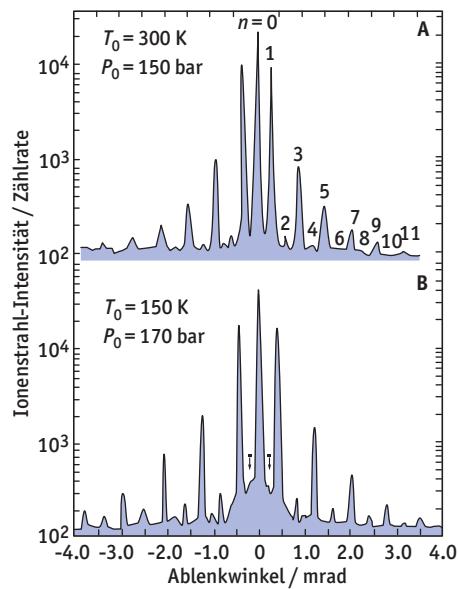


Fig. 2. Two angular distributions for He cluster beams, measured at $T_0 = 300$ K and $P_0 = 150$ bar (**A**) and at $T_0 = 150$ K and $P_0 = 170$ bar (**B**). Note that the logarithm of the He^+ signal measured in the direct in-flight mode is plotted versus the deflection angle. The numbers indicate the diffraction orders of the He atom diffraction peaks. The asterisks in (**B**) denote additional peaks attributable to first-order diffraction of He dimers.

Abb. 14.24: Interferenzmuster eines am Doppelspalt gebeugten Neon-Cluster-Strahls
Daten und englischsprachige Bildunterschrift aus der Originlveröffentlichung
W. Schöllkopf und J. P. Toennies: *Science* 266, S. 1345 (1994)