

Eckhard Reinartz

**Macht Mathe glücklich?
Von den Möglichkeiten
eines kreativen Faches**

Ein Erfahrungsbericht

Manuela Kinzel Verlag



Inhalt

Was würdest du tun...?	9
Über dieses Buch	13
1. Mathematik in der heutigen Gesellschaft: Eine kurze Bestandsaufnahme	16
Mathematik: Wozu?	16
Von der Zweiten Kultur zur Dritten Kultur	25
Mathematisches im Literaturbetrieb: Nur eine aktuelle Mode oder schon Kult?	27
2. Nachkriegsjahre, Schulzeit und Bildungs- politik	34
Bombenlärm im Luftschutzkeller und Erfindungs- reichum auf Trümmergrundstücken	34
Materiell armselige Zeiten	35
Von Lehrern und der Mathematik im Unterricht der Fünfziger Jahre	41
Bildungswirrwarr, Sputnikschock und die Mathematik des Nicolas Bourbaki	46
3. Unruhige Studienjahre	50
Harte Bedingungen für Anfangssemester	50
Bourbaki-Strukturen: Sind die „Siebenmeilen- stiefel“ zu groß?	55
Bourbaki und die Folgen im Unterricht: „Euclid must go!“?	58
Die Sechziger Jahre: Gesellschaftlicher und bildungspolitischer Aufbruch in eine neue Zeit	60

4. Forschungsjahre	66
Forschungsprojekte in der Mathematik und Datenverarbeitung	66
Aus heutiger Sicht: Datenverarbeitung in Steinzeittechnik	69
Über Mathematiker und ihre Forschung	72
Veränderte Perspektive: Ein Jobwechsel kündigt sich an	79
5. Referendarjahre: Anspruch und Wirklichkeit	86
Eine Rarität: Ausbildungsschule Jungen-Gymnasium	86
Widersprüchliches: Die Ausbildung im Studienseminar	89
Alternative Unterrichtskonzepte: Schüler- und gesellschaftsrelevante Anwendungssituationen	92
Referendarzeit: Ein kurzer Blick zurück	94
6. Schulalltag: Eindrücke und Gedanken	97
Die ersten Wochen und Monate	97
Drangvolle Enge und Fachlehrermangel	105
Freiere Unterrichtsphasen und männlich besetzte Klischees	108
Ein beeindruckender Leistungskurs	110
Computer im Unterricht	116

7. Über Hindernisse im Schul- und Unterrichts-

alltag	119
Schulbücher	119
Richtlinien und Anstaltslehrpläne	130
Realsatire BASS („Bereinigte Amtliche Sammlung...“) – An ihr kommt niemand vorbei	131
8. Kritische Bilanz der ersten zehn Jahre	135
Unterstufe	135
Mittelstufe	136
Oberstufe	140
Schulalltag und Schulpolitik	145
„Schwach, wie eine Flasche leer“	152
9. Abschied und Rückblick auf „chaotische“ Jahre	155
Szenenwechsel	155
Genial: Der Beweis der Fermatschen Vermutung	156
Umbruchzeiten: Anwendungen und Computer im Mathematikunterricht	158
Berührung mit dem Durcheinander: Über das Chaos	160
Globale Zukunftsfähigkeit und Verantwortung	162
Vernetztes Denken im Unterricht	165
10. Unbekanntes Terrain	180
Der Reiz des Neuen	180
Verändertes Schülerverhalten	184
Fächerübergreifendes: Goldener Schnitt, chaotisches Sonnensystem und Kaninchenwachstum	187

Zeichen am Horizont: Die Schule der Zukunft	198
Unterricht auf dem Prüfstand	200
11. Weckrufe: Die TIMSS-Studien und bildungspolitische Aktivitäten	203
Mathematikunterricht ohne Formeln?	203
TIMSS	206
... und erste amtliche Bemühungen zur Besänftigung der Wogen	208
... und unsere Schulrealität	209
... und die Schul- und Bildungspolitik	211
Kritisches zu den Neuen Oberstufenrichtlinien	214
Die Fachkonferenz ist gefordert: Pläne hierfür, Pläne dafür ...	219
Computer und Computer-Algebra-Systeme im Unterricht!?	222
Füge dich in dein Schicksal: Der Referendar als Sparmodell	225
12. PISA und die Folgen	230
Die internationale Vergleichsstudie 2003: Wenig erfreulich für das deutsche Schulwesen	230
Bildungsstandards, Kompetenzen und Kernlehrpläne: Die Geister, die gerufen wurden ...	232
Die mittlerweile vorherrschende Sichtweise: Mathematik als „Wissenschaft von Mustern“	237
Uner schöpflich: Die amtliche Ideenquelle	240

13. Was machen die „PISA-Gewinner“ besser?	244
Ein kurzer Blick nach draußen	244
„Ach, wie schön ist Kanada!“	246
Schul- und Unterrichtsalltag in einer kanadischen High-School	248
Ein kleiner Abstecher: „Problem solving“	252
Anmerkungen zur Schul- und Bildungspolitik in Deutschland	253
14. Mathematisches in den letzten Unterrichtsjahren	258
Brustkrebsscreening: Schüler werten Daten aus	258
Mathematik und Montessori-Konzept	264
15. Blick in die nähere Zukunft	274
Unser Schulsystem	274
Trotz vieler Klischees – Daran führt kein Weg vorbei: Arbeitszeit-Modelle	280
Verabschiedung	287
Ausblick	289
Fukushima	290
Klimaproblematik, Finanzkrise und Hochfrequenzhandel, Nichtlinearität, Komplexität	291
Die mögliche Weiterentwicklung bestimmter Teilbereiche der anwendungsorientierten Mathematik	294

Mathematikunterricht in der Zukunft: Vor allem realistische Anwendungskontexte, Verzicht auf Stoffhuberei und die Dominanz der Fachsystematik 295

Dauerbaustelle:
Der Übergang von der Schule zur Hochschule 297

Was würdest du tun...?

Eines Morgens wachte Alexandra Diebold auf und stellte mit Erstaunen fest, dass ein Unwetter Marmelade vom Himmel regnen ließ. Ihr erster Gedanke war „Mist! Warum nicht Ananas?“, denn die mochte sie lieber. Dann aber besann sie sich und begann zu träumen. Zu träumen darüber, was sie alles mit der vielen Marmelade anfangen könnte, zum Beispiel die ganze Welt mit Marmelade einschmieren, um vielen Menschen eine süße Freude zu machen, Langfinger daran hindern, sich allzu schnell aus dem klebrigen Staub zu machen oder ganz einfach nur über den Verkauf der Marmelade reich werden, um dann mit allen Menschen in ihrer Stadt diesen Reichtum an einer großen Kuchentafel zu teilen ...

las Eleni vor.

Es war wohl im Jahr 1981. Seit knapp zwei Jahren unterrichtete ich Mathematik an einem koedukativen Gymnasium mit einem hohen Mädchenanteil. Meine zu dieser Zeit noch dem üblichen Klischee widersprechende Meinung, dass Mädchen für die Mathematik mindestens so begabt wie Jungen sind, deckte sich mit meiner Erfahrung aus fast zehn Jahren mathematischer Forschungstätigkeit, in der ich mit äußerst kompetenten Frauen im Bereich von angewandter mathematischer Grundlagenforschung und praktischen Auftragsprojekten zusammengearbeitet hatte.

Mathematik macht in den Anfangsklassen eines Gymnasiums den meisten Schülern¹, Mädchen wie Jungen, viel Spaß. Aber Eleni, eine elfjährige, intelligente und von mir durchaus geschätzte Schülerin, die die sechste Klasse des Gymnasiums besuchte, hatte häufig keine Lust, sich an meinem Mathematikun-

¹ Wegen der besseren Lesbarkeit sind bei der Verwendung von Personenbezeichnungen in männlicher Form in der Regel sowohl männliche als auch weibliche Personen gemeint.

terricht in irgendeiner Form zu beteiligen und setzte ihre überschüssigen Energien in kontraproduktive, den Unterricht erheblich störende Aktivitäten um. Auch Gespräche und zusätzliche Aufgabenstellungen, die geeignet waren, Eleni ihr Fehlverhalten deutlich erkennen zu lassen, waren erfolglos. „So, jetzt reicht es mir mit ihrem aufmüpfigen Verhalten“, dachte ich eines Tages und beauftragte sie, etwas über das mir spontan eingefallene (Nonsense-)Thema „Was würdest du tun, wenn es morgen Marmelade regnet?“ zu schreiben und am nächsten Tag vor der Klasse vorzulesen. Natürlich eine eher hilflose Reaktion auf ihr Verhalten. Am nächsten Tag las Eleni „ihre Geschichte“ vor, die noch weiter ging; der Fortgang ist aber in meiner Erinnerung verblasst. Eleni erntete mit ihrer fantastischen Erzählung donnernden Applaus und bot sich zu meinem Erstaunen gleich an, noch eine Geschichte zu schreiben. Es machte ihr richtig Spaß. Diese aus der Not geborene Nonsense-Idee war der Beginn einer kleinen, völlig überraschenden „Erfolgsgeschichte“. Kleine Schülerverfehlungen nahmen nun beträchtlich zu; die Schüler rissen sich geradezu um verrückte Themen. Jeder wollte auch einmal seiner Fantasie und Kreativität freien Lauf lassen, schreiben und selbst vortragen. Aufgrund des großen Schülerandrangs mussten von mir nun ständig neue Themen erfunden werden. Später, nachdem der Zusammenhang von Verfehlung und Bearbeitungsauftrag längst aus meinem Blickfeld geraten war, durften die Schüler ohne konkreten Grund selbst eigene Vorschläge machen. Für ihre „Lesungen“ waren gelegentlich zum Ende einer Unterrichtsstunde einige Minuten reserviert. So kamen Aufsätze unter anderem über „eckige Fußbälle“, „Menschen, die wegen der Antigravitation auf der Zimmerdecke laufen“, „Menschen, die in gekrümmten Räumen leben“, „City-Biker mit einem roten Rucksack auf dem Rücken“, „Reisebeschreibungen über kosmologische Zeitreisen“ (sehr beliebt) oder „die Gesellschaft, die ohne Mathematik funktionieren kann“ zustande, immer in Form

der „Was würdest du tun, wie würdest du ... wenn...?“-Themen. Unglaublich, wie fantasievoll und originell die Themen und Textbeiträge der Schüler oft waren. Nicht wenige Geschichten hätten es verdient gehabt, einer interessierten Leserschaft zugänglich gemacht zu werden. Rückblickend bin ich nach vielen Jahren Unterrichtstätigkeit an verschiedenen Gymnasien immer noch beeindruckt von der Freude, Fantasie, Kreativität und Energie, mit der damals einzelne Schüler die beschriebenen Aufgabenstellungen angingen, für die sie im schulischen Benotungsritual nichts bekamen.

In dieser Zeit verfestigte sich auch bei mir immer mehr die Erkenntnis darüber, dass es möglich sein müsste, das Kreativitätspotential der meisten meiner Schüler auch im Fach Mathematik zur Entfaltung zu bringen.

Warum erinnerte ich mich später so oft an das gerade geschilderte Erlebnis aus den Anfängen meiner Unterrichtstätigkeit? Mir fiel irgendwann auf, dass ich bei ehrlicher Reflexion über meinen Unterricht in bestimmten Lerngruppen, vornehmlich in der Mittelstufe, bei einem Teil der Schüler nicht mehr die Freude, Begeisterung, Fantasie und Kreativität so auslösen konnte, wie ich es mir als Ziel gesetzt hatte. Und die ein so kreatives Fach wie die Mathematik doch hätte entfachen müssen, auch wenn man die entwicklungsbedingt veränderte Interessenlage der Schüler in der Mittelstufe berücksichtigt.

Lag es nur an mir bzw. meinem Unterricht oder möglicherweise an meiner durch eine längere Forschungstätigkeit geprägten, spezifischen Sicht der Mathematik? Berücksichtigte meine Reflexion über den eigenen Unterricht auch genügend die Sicht aus der Perspektive der Schüler? Oder lag es schlechthin am Unterrichtsfach Mathematik selbst, welches bekanntlich in der überwiegenden Meinung der Schüler nicht zu den leichtesten und bequemsten Schulfächern zählt? Kippte irgendwann ihre anfänglich positive Beziehung zur Mathematik hier und da vielleicht

auch deshalb um, weil ich im Verlauf der Jahre als Folge eines natürlichen Abnutzungsprozesses möglicherweise den Schülern das Fach nicht mehr mit der gleichen Begeisterung wie früher vermitteln konnte? Vor nichts haben junge, engagierte Lehrer mehr Angst als vor dieser potentiellen Abnutzung ihrer Motivationskraft und Begeisterungsfähigkeit. Lag es möglicherweise aber auch an den amtlichen Lehrplänen, an der Schulpolitik, an den Schulstrukturen, an den Schulbehörden? Vielleicht musste mehr Fantasie in den gesamten Schulbetrieb?

Über dieses Buch

Schule, Bildung und insbesondere die Qualität des Mathematikunterrichts in allen weiterführenden Schulformen sind seit Jahren ein Dauerthema in Deutschland. Und dies war bereits in meinen eigenen Schülerzeiten in den 50er Jahren so oder so ähnlich, fortlaufend bis heute. Die wesentlichen Schwerpunkte: erst Kritik am scheinbar hirnlosen, verknöcherten Aufgabendrill der 50er und frühen 60er Jahre, dann Kritik an der bis weit in die 90er Jahre im Unterricht vorherrschenden, strukturell geprägten, abstrakt-exakten Mathematik. Und später aufgrund der schlechten Ergebnisse aus den TIMSS- und PISA-Studien verstärkt die auch schon früher geäußerte Kritik an der fehlenden Anwendungsorientierung des Mathematikunterrichts. Auch die durch PISA angestoßene Entwicklung von Bildungsstandards, Kernkompetenzen und Kernlehrplänen ist wegen der offensichtlichen Tendenz zur Operationalisierung und deren Folgen Gegenstand kritischer Beobachtung durch Teile der Fachwelt. Das Auf und Ab der unterschiedlichen Sichtweisen spiegelt sich natürlich auch in den Richtlinien der Schulministerien wieder.

Man mag zu den unterschiedlichen Positionen und Kritiken stehen wie man will: Fakt ist jedenfalls, dass neben den Lehrkräften auch die amtlichen Lehrpläne einen nicht unerheblichen Einfluss auf die Ausgestaltung des Unterrichts haben. Und zwar in allen Schulformen. Insofern ist die erwähnte Kritik in all den vergangenen Jahren auch immer eine Kritik an der jeweiligen Schulpolitik, auch wenn sich diese Kritik in der öffentlichen Meinung häufig auf das Lehrpersonal fokussiert.

Immer wieder lese ich, dass sich an unseren Schulen und im Unterricht etwas ändern muss. Ohne Frage. Es muss sich etwas ändern. Vor allem aber muss sich in unseren Köpfen etwas ändern und davon möchte ich die Schul- und Bildungsbürokratie

ausdrücklich nicht ausnehmen. Das Umdenken in unseren Köpfen kostet jedenfalls die Finanzminister erst einmal nichts.

Die Frage, wie man potentiell kreativen Schüler das kreative Fach Mathematik vermitteln und mit welchen Inhalten man sie begeistern und nachhaltig motivieren kann, und ob sich dies unter den gegebenen schulischen Rahmenbedingungen realisieren lässt, beschäftigte mich über viele Jahre und veranlasste mich letztlich, das vorliegende Buch zu schreiben. Dabei interessierte mich besonders, welchen Beitrag der Mathematikunterricht leisten kann, um unsere Schüler mit Hilfe relevanter und realistischer Anwendungskontexte aus unserer Lebens- und Umwelt zu aufgeklärten und global verantwortlichen Bürgern zu erziehen. Eine konstruktive Auseinandersetzung mit dieser Thematik war und ist für mich auch deshalb so wichtig, weil die Vorstellung der Schüler über das, was Mathematik ist, stark durch ihre Erfahrungen im Schulunterricht bestimmt wird und ein oft lebenslang nicht mehr korrigierbares, möglicherweise falsches Bild entsteht. Und dies nicht unbedingt zum Nutzen unserer Gesellschaft.

Generell zeigen mir meine Erfahrungen, dass viele Probleme meiner Unterrichtsjahre von gestern, zumindest in ihren Strukturen, auch die Probleme von heute und morgen sind. Mein kritischer, zeitlich weit zurückgehender Blick geht daher in erster Linie vom Schulalltag aus. Und dies ohne Formelregen. Der Inhalt ist eine Mischung aus meinen persönlichen Erinnerungen und Erfahrungen, Gedanken, Reflexionen und kritischen Analysen im mal mehr mal weniger weiten Umfeld der Mathematik, eingebettet in den jeweiligen zeitgeschichtlichen Kontext von hochschul- und forschungsrelevanten, schulischen, didaktisch-methodischen, bildungs- und gesellschaftspolitischen Fakten und Aspekten. Dabei betrachte ich neben einem vorangestellten Kapitel über die gesellschaftliche Bedeutung der heutigen Mathematik in chronologischer Abfolge zunächst kurSORisch die für

meine Auffassung von der Mathematik sehr wichtigen Eindrücke und Ideen während meiner Schulzeit in den 50er Jahren und meiner Studien- und Forschungsjahre als Mathematiker. Nicht zuletzt auch deshalb, weil die subjektive Sicht und Wahrnehmung der Mathematik den Mathematikunterricht eines Lehrers in entscheidendem Maße mitprägt. Die sich anschließende ausführliche und kritische Betrachtung des Mathematikunterrichts und des Schulalltags, aus der persönlichen Perspektive eines täglich unterrichtenden Lehrers, der Blick auf die Schul- und Bildungspolitik in ihrer vielfältigen Vernetzung und konkreten Auswirkung auf den Unterricht, beanspruchen aufgrund der langen Zeitspanne natürlich den größten Raum. Die vor dem Hintergrund heutiger Bildungsdebatten (zum Beispiel über PISA, G8 oder John Hattie's „Visible Learning“) in vielen Punkten nach wie vor aktuellen Ausführungen regen möglicherweise hier und da zu nützlichen Diskussionen über derzeitige Probleme im Schulbereich an.

1. Mathematik in der heutigen Gesellschaft: Eine kurze Bestandsaufnahme

Mathematik: Wozu?

Mathematik betreiben und mathematisches Modellieren, also die Realität mittels mathematischer Modelle beschreiben, ist ein nicht einfaches Geschäft, welches Durchhaltevermögen, Fantasie und Kreativität erfordert. Es gibt kaum eine so gute Denk- und Abstraktionsschulung wie die durch die Mathematik, falls sie mit der Schulung zu einer folgerichtigen, sprachlich präzisen Argumentation verbunden wird. Schüler erlangen neben dem Erwerb von mathematischen Kenntnissen auch für ihr späteres Leben in unserer Gesellschaft wichtige Kompetenzen in kreativen Denk- und Handlungsstrategien, in Meinungs- und Urteilsfähigkeit und in klarer Begriffsbildung und dem Erfassen von komplexen Zusammenhängen. Dies ist jedenfalls im Prinzip die schulpolitische Zielsetzung für den Unterricht. Die Bedeutung der Mathematik als Schulfach liegt also weniger in dem, was Schülern an konkreten Fachkenntnissen und Fertigkeiten vermittelt wird, die sie, wie auch in anderen Fächern, teilweise wieder vergessen werden. Ihre Bedeutung liegt bei didaktisch vernünftiger Schwerpunktsetzung und Konzeption vielmehr im Erwerb von Fähigkeiten und Kompetenzen der gerade beschriebenen Art. Nicht nur in der Mathematik ist der Erwerb von Kompetenzen letztendlich noch wichtiger als der Erwerb von reinem Wissen. Natürlich muss sich die seit längerem stattfindende „Mathematisierung“ unserer Gesellschaft auch im Unterricht in einer aktuellen, fachlich überzeugenden und schülergerechten Methodik und Didaktik widerspiegeln.

In diesem Zusammenhang drängen sich für mich aber weitere Fragen auf: Wie steht die Öffentlichkeit zum „Angstfach Ma-