

Andreas Filler,
Matthias Ludwig (Hrsg.)

Wege zur Begriffsbildung für den Geometrieunterricht

Ziele und Visionen 2020

Vorträge auf der 29. Herbsttagung des
Arbeitskreises Geometrie in der
Gesellschaft für Didaktik der Mathematik
vom 14. bis 16. September 2012 in Saarbrücken

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Bibliographic information published by Die Deutsche Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data is available in the Internet at <http://dnb.ddb.de>.

Andreas Filler, Matthias Ludwig (Hrsg.)
Wege zur Begriffsbildung für den Geometrieunterricht
Ziele und Visionen 2020
Vorträge auf der 29. Herbsttagung des Arbeitskreises Geometrie in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 14. bis 16. September 2012 in Saarbrücken
ISBN 978-3-88120-589-4

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte, insbesondere die der Vervielfältigung und Übertragung auch einzelner Textabschnitte, Bilder oder Zeichnungen vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Zustimmung des Verlages in irgendeiner Form reproduziert werden (Ausnahmen gem. 53, 54 URG). Das gilt sowohl für die Vervielfältigung durch Fotokopie oder irgendein anderes Verfahren als auch für die Übertragung auf Filme, Bänder, Platten, Transparente, Disketten und andere Medien.

Inhaltsverzeichnis

Editorial	1
Verena Rembowski	
<i>Begriffsbildung – „Los von Euklid!“ und wieder zurück?.....</i>	3
Christian Dohrmann, Ana Kuzle	
<i>Begriffsbildung im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I zum Thema Winkel</i>	63
Günter Graumann	
<i>Begriffsentwicklung bezüglich Koordinaten von der Grundschule bis zur Sekundarstufe I mit Ausblicken auf die darauf folgenden Erweiterungen ..</i>	73
Marie-Christine von der Bank	
<i>Fundamentale Ideen, insbesondere Optimierung</i>	83
Ana Kuzle	
<i>Problemlösen als ein Weg zur geometrischen Begriffsbildung – am Beispiel von Flächeninhalt und Umfang</i>	125
Ysette Weiss-Pidstrygach	
<i>Begriffsbildung, Stationenlernen oder die Zone der nächsten Stationen..</i>	135
Hans Walser	
<i>Vergessene Vierecke</i>	153
Dörte Haftendorn	
<i>Wohin führen Ortskurven?.....</i>	167
Autorenverzeichnis	181

Editorial

Andreas Filler, Matthias Ludwig

Das Bilden und Einordnen neuer Begriffe ist einer der zentralen Bestandteile des Geometrieunterrichts. Es ist sicherlich nicht übertrieben, zu sagen, dass Begriffsbildung in der Geometrie einen höheren Stellenwert hat als in anderen Bereichen des Mathematikunterrichts. Geometrische Begriffe reichen von Objekt- über Abbildungs- und Relations- bis hin zu Maßbegriffen. Herangehensweisen an Begriffsbildung in der Geometrie haben sich im Verlauf der zurückliegenden Jahrzehnte und Jahrhunderte gewandelt – u. a. hatte der Streit um die Stellung der Abbildungsgeometrie („weg von Euklid“, „zurück zu Euklid“) erhebliche Auswirkungen auf begriffliche Herangehensweisen. Zugleich führen die zunehmende Nutzung von dynamischer Geometriesoftware im Unterricht und in Zukunft die Verwendung von Multi-Touch- und „Wischtechniken“ auf mobilen Geräten zu neuen Erfahrungen von Schülerinnen und Schülern mit geometrischen Objekten und damit zu neuen oder anders gewichteten Begriffsinhalten – unweigerlich wird dies Konsequenzen auf Begriffsbildungsprozesse haben. Der vorliegende Tagungsband befasst sich sowohl mit dem Wandel von Herangehensweisen an geometrische Begriffsbildung im Unterricht in der Vergangenheit als auch mit Erwartungen an die Zukunft: „Ziele und Visionen 2020“.

Verena Rembowski wirft in ihrem Beitrag einen historischen Blick auf die Meraner Reformen sowie die Mathematikmethodik der DDR und stellt anhand unterschiedlicher Zugänge zum Winkelbegriff sowie zu Beweisen des Innenwinkelsatzes verschiedene Ansätze von Begriffsbildung im Geometrieunterricht gegenüber – insbesondere stärker „dynamische“, abbildungsgeometrische Zugänge und eher „statische“ Zugänge anhand von Dreiecks-kongruenz.

Ebenfalls mit Zugängen zum Winkelbegriff befasst sich der Beitrag von *Christian Dohrmann* und *Ana Kuzle*. Die Autoren geben einen Überblick zur Forschungssituation hinsichtlich der Winkelkonzeptentwicklung sowie über die Einführung dieses Begriffs in Schulbüchern. Im Mittelpunkt ihres Interesses steht dabei, inwiefern dynamische Winkelkonzepte zum Tragen kommen, wozu auch Untersuchungen von Schülervorstellungen beschrieben werden.

Der Beitrag von *Günter Graumann* ist der Begriffsentwicklung bezüglich Koordinaten gewidmet, wobei er vor allem auf die Fundierung des Koordinatenbegriffs in der Grundschule und seinen Ausbau in der Sekundarstufe I eingeht und einen kurzen Ausblick auf Erweiterungen in der Sekundarstufe II und in Hochschulstudiengängen gibt.

In engem Zusammenhang mit der Begriffsentwicklung stehen fundamentale Ideen, auf die *Marie-Christine von der Bank* in ihrem Beitrag eingeht. Nach einer ausführlichen Begriffsklärung und Klassifikation fundamentaler Ideen sowie der Entwicklung eines diesbezüglichen Vernetzungspentagraphen fasst sie sich exemplarisch mit dem Optimieren als fundamentaler Idee.

Mit dem „Problemlösen als einem Weg zu geometrischer Begriffsbildung“ befasst sich der Beitrag von *Ana Kuzle*. Anhand der Begriffe Flächeninhalt und Umfang stellte sie Wege zur Begriffsbildung für den Geometrieunterricht vor.

Methodische Fragen, die im Zusammenhang mit der Begriffserarbeitung stehen, diskutiert *Ysette Weiss-Pidstrygach* in ihrem Beitrag „Begriffsbildung, Stationenlernen oder die Zone der nächsten Stationen“ und stellt entsprechende Lehrkonzepte für die Fachdidaktik innerhalb der Lehramtsausbildung vor.

Vierecke, die interessante Eigenschaften aber keinen eigenen Namen haben und im Haus der Vierecke nicht auftreten, sind Gegenstand des Beitrags von *Hans Walser* „Vergessene Vierecke“.

Elementar- und analytisch-geometrische Herangehensweisen verbindet der Beitrag von *Dörte Haftendorn* „Wohin führen Ortskurven?“. Die Autorin führt an Beispielen aus, dass sich mathematisch relevante Begriffe und Handlungsweisen bei der Arbeit mit Ortskurven „wie von selbst“ ergeben können.

Begriffsbildung – „Los von Euklid!“ und wieder zurück?

Verena Rembowski

Zusammenfassung. „Los von Euklid!“ war ein zentrales Leitmotiv des geometrischen Unterrichts der Reformbewegung im Umfeld der Meraner Vorschläge und der darauf zurückgreifenden Reformen um den RICHERTSchen Lehrplan. Geprägt durch einen an der Oberfläche propädeutischen Blick auf zu lernende Begriffe und einen handelnden, operativen Zugang mit Fokus auf Bewegungsvorstellungen scheint sich Begriffslernen durch ein Ansetzen bei den Lernenden auszuzeichnen. Geometrieunterricht auf der Grundlage der mengentheoretischen Fundierung des Mathematikunterrichts in der Mathematikmethodik der DDR hingegen war stark fachwissenschaftlich geprägt, deduktiven Vorgehensweisen wurde eine sehr hohe Bedeutung zugeschrieben. Daher stellt sich die Frage, inwieweit aufgrund dessen von einer Orientierung „Zurück zu Euklid“ gesprochen werden kann. Im Folgenden werden ein Überblick über den Geometrieunterricht betreffende didaktische Kernideen sowie Grundlagen des Begriffslernens in der Reformbewegung im Umfeld der Meraner Vorschläge und den Reformen um den RICHERTSchen Lehrplan sowie in der mengentheoretischen Fundierung gegeben, anhand von Lehrbüchern analysiert und Vergleiche zwischen diesen Epochen angestellt.

Die Einleitung

Die Reformbewegung im Umfeld der Meraner Vorschläge von 1905 zeigte sich, mit Bezug zum Geometrieunterricht, unter anderem durch eine „Los von Euklid!“- Bewegung¹ aus. Die jene Bewegung prägenden Ideen wurden mit den Meraner Vorschlägen von 1905 entwickelt, mit den revisierten Meraner Lehrplänen von 1922 neubearbeitet vorgelegt und mit dem RICHERTSchen Lehrplan von 1925 erstmals in einen staatlichen Lehrplan Preußens aufgenommen. Auch durch ein gesteigertes Bewusstsein für solche Ideen unter schulpolitischen Einflussträgern sowie Mathematiklehrkräften selbst konnte die „Los von Euklid!“-Bewegung intensiviert werden. Die mengentheoretische Fundierung des Mathematikunterrichts in der Mathematikmethodik der DDR zeigte sich allgemein durch eine strenge Organisation des Mathematikunterrichts aus. Einhergehend damit war der Geometrieunterricht wesentlich durch deduktive Vorgehensweisen geprägt, die

¹ Die Formel „Los von Euklid!“ geht auf gleichnamiges Lehrwerk von WILHELM KUSSEROW zurück (vgl. Kusserow 1985, im Original 1928), entwickelte sich aber zu einer die jeweilige Epoche (mit ihren Unterepochen) charakterisierenden Formel.