

2 Kräfte

Mit dem Begriff „Kraft“ eine geradezu intuitive Vertrautheit zu entwickeln, ist eine wichtige Aufgabe für Ihre nähere Beschäftigung mit der Physik. Nicht leichter wird sie dadurch, dass viel Nichtphysikalisches mit dem Begriff „Kraft“ bedacht wird: die Riesenwaschkraft, die magische Kraft, die Wirtschaftskraft, die Arbeitskraft, das Kräftemessen, der Kraftraum.¹

2.1 Kräfte und Wechselwirkungen

Auch in Ihrer bisherigen Physikausbildung sind Ihnen bestimmt schon unzählige Kräfte begegnet. In Wirklichkeit sind diese vielen Kräfte jedoch Ausdruck von einigen sehr wenigen Phänomenen, die wir „Wechselwirkungen“ nennen. Wechselwirkung deshalb, weil es keine Kraft gibt, wenn nicht wenigstens zwei Objekte vorhanden sind: Ein erster Körper übt auf einen zweiten eine Kraft aus, der zweite übt in selber Weise eine Kraft auf den ersten Körper aus. Man sagt, die beiden Körper *wechselwirken*.

Von den vier Wechselwirkungen, auf die man alle Kräfte zurückführen kann, sind nur zwei für unsere täglichen Erfahrungen (die sogenannte Makrowelt) bedeutsam. Das ist natürlich schon eine enorme Vereinfachung gegenüber den vielen Kräften, mit denen man als Lernender konfrontiert wird. Fast alle anderen Formeln, die Sie kennenlernen werden, kann man aus den Wechselwirkungen ableiten oder es sind „nur“ Definitionen. Physik passt also (im Prinzip) auf einen Bierdeckel! Trotzdem arbeitet die Physik weiter an der Antwort auf die Frage, ob nicht vielleicht die vier Wechselwirkungen (oder einige der vier) nur Ausdruck einer einzigen Ursache sind und damit eine weitere Vereinfachung auf einem halben Bierdeckel möglich wäre.

2.1.1 Gravitationswechselwirkung

Wir beginnen die Betrachtungen zu den Wechselwirkungen mit Isaac Newton, der die Grundlagen einer quantitativen Beschreibung mechanischer Vorgänge geschaffen hat. Im Jahr 1686 veröffentlichte er als Ergebnis eines langen Erkenntnisprozesses sein berühmtes

¹ Beim Versuch, Kräfte anschaulich zu definieren, ist Ihnen möglicherweise nahegelegt worden, dass man Kräfte an ihrer Wirkung erkennt. Weil wir erst später untersuchen möchten, welche Wirkung denn eine vorgegebene Kraft erzeugt, wollen wir hier eine andere Route einschlagen: Kräfte erkennt man an ihren Ursachen!

Gesetz, mit dem er scheinbar so getrennte Dinge wie den Fall eines Apfels und den Umlauf des Mondes um die Erde auf geniale Weise verband und auf die gemeinsame Ursache einer **Massenanziehung** oder **Gravitation** zurückführte.

Diese Erfahrungstatsache wurde von Newton als **Gravitationsgesetz** formuliert:

Alle Körper ziehen sich an. Die Kraft, die zwischen den beiden Körpern herrscht, ist proportional zu einer Körpereigenschaft, die wir *Masse* nennen. Die Kraft nimmt mit dem Quadrat des Abstands zwischen den Körpern ab.

oder in Gleichungsform:

$$(2.1) \quad F_G = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Der Faktor G heißt **universelle Gravitationskonstante**; nach heutigem Kenntnisstand hat sie überall im Universum den gleichen Zahlenwert, der nur experimentell bestimmt werden kann:

$$(2.2) \quad G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

Die Größen m_1 und m_2 im Zähler von Gleichung (2.1) sind die Massen der beiden Körper, die gegenseitig eine Kraft aufeinander ausüben. Die Masse ist eine Körpereigenschaft, welche wir als unveränderlich ansehen; nach heutigem Kenntnisstand ist sie ortsunabhängig. Mit r ist der Abstand der Massenmittelpunkte der Körper bezeichnet.¹ Wegen des Faktors $\frac{1}{r^2}$ nimmt die Kraft mit wachsendem Abstand r rasch ab, sie ist anziehend und wirkt längs der Verbindungsgeraden zwischen den Mittelpunkten.

Unzählige Versuche, und nicht zuletzt die erfolgreiche Mondlandung im Jahr 1969, haben Newtons Gesetz eindrucksvoll bestätigt.²

Die Gravitationswechselwirkung hat nichts mit Magnetismus zu tun! Sie resultiert alleine aus dem Umstand, dass ein Körper eine Eigenschaft hat, die wir Masse nennen.

1 Wir schreiben „ r “ und nicht „ x “, um auszudrücken, dass es nur auf den Abstand, nicht aber auf eine Richtung ankommt. Bei einer solchen Situation spricht man von „Radialsymmetrie“.

2 Bei sehr hohen Geschwindigkeiten von Massen muss die Newton'sche Mechanik durch die „relativistische Mechanik“ erweitert werden, die auf den Arbeiten von Albert Einstein (1879 bis 1955) zur Relativitätstheorie beruht. Dann wäre die Masse immer noch ortsunabhängig und zeitlich konstant. Aber sie wäre geschwindigkeitsabhängig. Diese Effekte wollen wir nicht betrachten.

2.1.2 Coulomb-Wechselwirkung oder elektrische Wechselwirkung

Zwei Körper können nicht nur über die Massenanziehung (oder Gravitationswechselwirkung) eine Kraft aufeinander ausüben, sondern auch über eine zweite fundamentale Wechselwirkung, die im täglichen Sprachgebrauch als „elektrisch“ bekannt ist.

An dieser Stelle wollen wir nur das Kraftgesetz aufschreiben, das ganz ähnlich dem Newton'schen Gravitationsgesetz aufgebaut ist, aber erst viel später entdeckt wurde. Es wird als „Coulomb-Gesetz“¹ bezeichnet und lautet:

$$(2.3) \quad F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

Der Faktor $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ auf der rechten Seite ist eine Konstante, die nach unserem heutigen Kenntnisstand im ganzen Universum die gleiche ist. Wir nennen ϵ_0 (gesprochen: „Epsilon null“) die **elektrische Feldkonstante**; ihr Zahlenwert beträgt

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

Anstelle der Massen stehen hier die elektrischen Ladungen Q_1 und Q_2 der beiden (wieder als kugelförmig oder punktförmig angenommenen) Körper; die Abstandsabhängigkeit ist wie bei der Massenanziehungskraft proportional zu $\frac{1}{r^2}$.

Beachten Sie: *Elektrische Ladung* ist wie *Masse* eine Eigenschaft von Materie. Es gibt Teilchen, die verfügen nur über Masse, andere verfügen über Masse und Ladung, wie z. B. Elektronen oder Protonen, also Bestandteile von Atomen (schlagen Sie die Eigenschaften nach!). Bei diesen Teilchen ist die Masse so winzig klein, dass die Gravitationswechselwirkung (auch mit der Erde) grundsätzlich gegen die Coulomb-Wechselwirkung vernachlässigt werden kann. Das werden wir in den Aufgaben noch nachrechnen.

Einen wesentlichen Unterschied der beiden behandelten Kräfte gibt es doch: Gravitation ist *immer anziehend*, während die elektrische Wechselwirkung auch *abstoßende* Kräfte zeigt. Das kommt daher, dass es zwei verschiedene Arten elektrischer Ladung gibt, die man mit den Worten „positiv“ und „negativ“ unterscheidet. Hingegen gibt es nur eine Sorte von Masse.

1 Ch. A. Coulomb lebte von 1736 bis 1806.

Selbst machen: Machen Sie die Wechselwirkungen sichtbar!

Die Gravitationswechselwirkung ist schwach und deshalb nicht so einfach sichtbar zu machen. Wenn Sie es versuchen wollen: Lesen Sie den Artikel „*Bending spacetime in the basement*“ unter <http://www.fourmilab.ch/gravitation/foobar/>, oder wenn Sie von der Schilderung des Experiments abgeschreckt werden, schauen Sie sich das Video auf derselben Seite an.

Die Coulomb-Wechselwirkung ist einfacher zu zeigen:

Halten Sie einen Luftballon an Ihre Haare. Es wird nichts passieren. Das liegt daran, dass die Massenanziehung zwischen Haaren und Luftballon sehr schwach ist (wie Sie auch in den Ausführungen in „*Bending spacetime in the basement*“ nachgelesen haben). Aber sobald man den Luftballon an den Haaren reibt, ziehen sich Haare und Luftballon an. Es muss also noch eine zweite Wechselwirkung geben, die nicht von der Masse abhängig ist. Dass die Ladung für die „neue“ Wechselwirkung verantwortlich ist, muss man nicht beweisen; wir *nennen* die Körpereigenschaft, die für die zweite Wechselwirkung verantwortlich ist, Ladung!

2.1.3 Starke und schwache Wechselwirkung

Bei der Untersuchung des Aufbaus von Materie fand man Ergebnisse, zu deren Erklärung und Beschreibung **zwei weitere fundamentale Wechselwirkungen** eingeführt werden mussten.

Die sogenannte „**starke Wechselwirkung**“ und die sogenannte „**schwache Wechselwirkung**“ sorgen für den Zusammenhalt von Atomkernen bzw. sind für radioaktive Zerfallsprozesse zuständig. Sie sind mit Eigenschaften der Atombestandteile verknüpft, für die die Physiker ziemlich exotische Namen wie „Farbladung“ oder „schwache Ladung“ erfunden haben. Wir wollen es bei der namentlichen Erwähnung belassen.

Diese Wechselwirkungen treten nur innerhalb von Atomkernen auf, weil sie *extrem kurzreichweitig* sind, eben nur in den Abmessung von Kernteilchen.

Im Gegensatz dazu führt die Ortsabhängigkeit $F \sim \frac{1}{r^2}$ dazu, dass sich das elektrische und das Gravitationsfeld eines punktförmigen felderzeugenden Körpers bis ins Unendliche erstreckt – dies ist der Grund dafür, dass die „makroskopische Welt“ von diesen zwei Wechselwirkungen bestimmt wird.

Name	Richtung	Formel	Bemerkungen
Gravitations-Wechselwirkung	anziehend	$F_G = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$	
Coulomb-Wechselwirkung	anziehend abstoßend	$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$	Magnetismus ableitbar
schwache Wechselwirkung			zwischen Kernteilchen und Elektronen
starke Wechselwirkung			zwischen Kernteilchen

Tab. 2.1: Übersicht über die elementaren Wechselwirkungen

2.1.4 Woher kommen die elementaren Wechselwirkungen?

Die Kräfte, die aus den fundamentalen Wechselwirkungen herrühren, nennen wir auch Feldkräfte. Mit den genannten *vier fundamentalen Wechselwirkungen*¹ lässt sich nach heutigem Kenntnisstand die ganze Physik beschreiben, wenngleich es im Einzelnen in der Mikrophysik noch sehr viel aufzuklären gilt.

Für uns sind die Gleichungen (2.1) und (2.3) auch gleichzeitig das Fundament unseres Gedankengebäudes. Fragen nach dem „Wie“ oder „Warum“ der fundamentalen Wechselwirkungen können wir nicht beantworten. Sir E. Rutherford (den Sie in dem Kapitel über Stöße nochmals kennenlernen werden) wird der Spruch „A good Scientific theory should be explainable to a barmaid.“ zugeschrieben. Gemessen an diesem Kriterium verfügen wir noch nicht über eine anschauliche Erklärung, auch wenn es schon erste sehr abstrakte und sehr theoretische Ansätze gibt. Wir müssen uns im Moment damit begnügen, dass wir in der Lage sind, die Wechselwirkungskräfte zu berechnen, sofern wir die dafür verantwortlichen Eigenschaften (Masse, Ladung) kennen.

2.1.5 Masse und Gewicht

Im täglichen Sprachgebrauch werden die Begriffe „Masse“ und „Gewicht“ häufig als Synonyme benutzt. Das führt dazu,

- dass wir uns mitunter schwertun, diese Begriffe in der Physik korrekt einzusetzen,
- dass es schwierig ist, sich zu veranschaulichen, was „Masse“ überhaupt sein soll.

Beginnen wir mit dem zweiten Punkt, denn den haben wir eigentlich schon abgearbeitet: Masse ist eine *Körpereigenschaft*. Und zwar ist die Masse eines Körpers die Eigenschaft, die für die Gravitationswechselwirkung verantwortlich ist. Das können Sie sich an einem (untechnischen) Beispiel veranschaulichen: Es gibt Eigenschaften, die machen eine Person sympathisch (auch wenn diese Eigenschaften nicht so objektiv gemessen werden können

¹ Wo ist der Magnetismus? In einem der letzten Kapitel in diesem Buch behandeln wir den Magnetismus. Weil die Erklärung Kenntnisse der Relativitätstheorie voraussetzt, stellen wir es hier nur einfach fest: Magnetismus ist – untechnisch gesprochen – die Coulomb-Wechselwirkung, wenn sich die Ladungen bewegen.

wie die Masse) oder es gibt Eigenschaften, die machen ein Objekt durchsichtig oder undurchsichtig, rot oder grün. Und bestimmte Eigenschaften machen eine Tafel Schokolade süß (die können übrigens durchaus objektiv beschrieben werden – fragen Sie einen Chemiker).

Bleiben wir bei der Tafel Schokolade und wenden wir uns der ersten Frage zu. Nehmen wir an, sie habe eine Masse m von 100 g. Und nehmen wir an, sie liegt auf der Erdoberfläche, $R_E = 6350 \text{ km}$ vom Erdmittelpunkt entfernt. Die Newton'sche Gravitationsgleichung erlaubt uns, zu berechnen, welche Kraft die Erdkugel (mit der Masse m_E) auf die Schokoladentafel ausübt:

$$(2.4) \quad F_G = G \cdot \frac{m_E}{R_E^2} \cdot m$$

$$(2.5) \quad = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24} \text{kg} \cdot 0,1 \text{kg}}{6350000^2 \text{m}^2}$$

$$(2.6) \quad = 0,98753549 \text{ N}$$

Aus reiner Neugier rechnen wir jetzt aus, welche Kraft die Erdkugel auf die gleiche Schokoladentafel ausübt, wenn sie auf einem zwei Meter hohen Regal liegt. Die Masse der Schokoladentafel ändert sich nicht, sie ist eine unveränderliche Körpereigenschaft der Schokoladentafel (zumindest solange keiner an ihr knabbert). Die Masse m_E der Erde ändert sich ebenfalls nicht. Das Einzige, was sich also ändert, ist der Abstand zwischen Schokoladentafeln und Erdmittelpunkt. Er beträgt jetzt 6350,002 km. Wir setzen das wieder in unsere Gleichung für die Gravitationskraft ein:

$$(2.7) \quad F_G = G \cdot \frac{m_E}{R_E^2} \cdot m$$

$$(2.8) \quad = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24} \text{kg} \cdot 0,1 \text{kg}}{6350002^2 \text{m}^2}$$

$$(2.9) \quad = 0,98753478 \text{ N}$$

und wir erkennen mehrere Sachverhalte¹:

- Egal ob die Schokoladentafel auf dem Regal oder auf dem Boden liegt, die Erde zieht beide Male mit fast derselben Kraft, nämlich 0,9875 N.
- Die Kraft, mit der die Erde aufgrund der Massenanziehung an anderen Objekten zieht, nennen wir die Gewichtskraft oder kurz das Gewicht (wenn auch diese Ausdrucksweise von Physikern mitunter mit Stirnrunzeln betrachtet wird). Wir bezeichnen sie mit dem Formelzeichen F_G .
- Weil das Gewicht der Schokoladentafel auf dem Boden und im Regal dasselbe ist, ist man versucht, auch das Gewicht als eine unveränderliche Körpereigenschaft anzusehen. Aber stimmt das wirklich? Wir machen die Probe aufs Exempel und rechnen aus, wel-

¹ Übrigens: Eigentlich ist es nicht sinnvoll, F_G auf 8 geltende Ziffern zu berechnen, wenn man die „Zutaten“ nur auf 3 geltende Ziffern einsetzt. Aber hier ist es dann doch wieder ausnahmsweise erlaubt, denn wir wollen ja nur zeigen, wie sich eine kleine Änderung von R_E auswirkt.

che Gewichtskraft die Schokoladentafel erfährt, wenn sie 6358 km vom Erdmittelpunkt entfernt ist (die 8 km Höhendifferenz zur vorherigen Lage der Schokolade entsprechen ungefähr der Höhe des Mount Everest):

$$(2.10) \quad F_G = G \cdot \frac{m_E}{R_E^2} \cdot m$$

$$(2.11) \quad = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24} \text{kg} \cdot 0,1 \text{kg}}{6358000^2 \text{m}^2}$$

$$(2.12) \quad = 0,9851 \text{ N}$$

und wir sehen, dass das Gewicht der Schokolade zwar nur gering aber doch messbar (nämlich um 0,0025 N oder 2,5 Promille) abgenommen hat.

- Wir erkennen¹ in diesem Zusammenhang eine weitere erstaunliche Tatsache: Sogar wenn bei Rechnungen mit dem Gravitationsgesetz einer der Körper riesig groß ist, z.B. die Erde (mit einem Durchmesser von rund 12 700 km), so kann man so tun, als sei die gesamte Erdmasse in *einem* Punkt vereinigt, solange nur der Abstand nicht kleiner ist als die Summe der Radien.

Ein Beispiel

Auf der Erde (Radius 6350 km, gerundet) liegt eine Kugel (Radius 1 km).

Die Kraft zwischen den beiden Kugeln kann mithilfe der Gleichung (2.1) berechnet werden, wobei man sich die Massen als in zwei Punkten im Abstand von 6351 km „versammelt“ vorstellen darf.

Ein Gegenbeispiel

In die Erde (Radius 6350 km, gerundet) wird ein Loch gegraben (50 km tief). In das Loch wird eine Kiste (Kantenlänge 1 m) gelegt. Auch wenn sich die Massen immer noch nach Gleichung (2.1) anziehen: Man darf sich jetzt *nicht* mehr die Masse der Erde als im Massenmittelpunkt „versammelt“ vorstellen. Aber wir wollen das nicht weiter vertiefen.

Auf der Erdoberfläche sind die Masse m eines Körpers und seine Gewichtskraft F_G zueinander proportional! Rechnen wir die Proportionalitätskonstante aus. Zu diesem Zweck schreiben wir Gleichung (2.1) etwas um:

$$(2.13) \quad F_G = G \cdot \frac{m_E}{R_E^2} \cdot m = \text{Konstante} \cdot m$$

Mit den Werten $m_E = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ und $R_E = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ sowie dem Wert der Gravitationskonstanten erhalten wir für die Konstante in Gleichung (2.13) (rechnen Sie es nach zur Übung!):

$$(2.14) \quad \text{Konstante} = 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

¹ „Erkennen“ heißt in diesem Beispiel nicht, dass Sie das der Gleichung ansehen können. Sie können nur erkennen, dass ich das ungestraft getan habe. Zwar kann man rechnerisch zeigen, dass man die Masse der Erde als im Schwerpunkt versammelt annehmen darf, aber die Rechnung ist mühselig. Sie hat mit dem **Gauß'schen Satz** zu tun.

Das kommt Ihnen sicherlich bekannt vor: Es ist der sogenannte **Ortsfaktor**¹

$$(2.15) \quad g = 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}.$$

Vereinfachend rechnen wir meistens mit $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$, wenn nichts anderes angegeben ist – der Fehler beträgt dann etwa 2 %.

Wir kennen nun also den wichtigen Zusammenhang zwischen Masse und Gewichtskraft, der allerdings nur auf der Erdoberfläche gilt:

$$(2.16) \quad F_G = m \cdot g \quad \text{oder} \quad F_G = 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot m \quad \text{in der Nähe der Erdoberfläche}$$

Die Beziehung (2.16) erlaubt es uns, Massen als definierte und reproduzierbare „Kraft erzeuger“ einzusetzen. Damit können wir ausrechnen, wie groß die Masse sein muss, die am „Norm-Ort“ gerade die Gewichtskraft $F_G = 1 \text{ N}$ erfährt:

$$(2.17) \quad m = \frac{F_G}{g} = \frac{1 \text{ N}}{9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 0,102 \text{ kg}$$

Im Mittelstufенunterricht der Physik wird die **Einheit der Kraft**, also das „Newton“, auf diese Weise definiert: „1 Newton ist diejenige Gewichtskraft, welche die Masse 102 Gramm erfährt.“ Das ist zwar nicht exakt (denn eigentlich gilt es nur an einem speziellen Ort) und damit als Definition unbrauchbar, aber weil der Fehler auf der Erdoberfläche im kleinen Prozentbereich liegt, ist die Regel für das tägliche Leben immer noch nützlich.

Auf anderen Planeten oder Himmelskörpern wäre es ein reiner Zufall, wenn man den Ortsfaktor ungestraft als 10 N/kg annehmen könnte. In den Aufgaben werden wir herleiten, dass beispielsweise auf dem Mond gilt:

$$(2.18) \quad g_{\text{Mond}} \approx \frac{1}{6} \cdot g \approx 1,62 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

Wir wollen noch Folgendes beachten: Wegen der Kleinheit der Gravitationskonstanten in Gleichung (2.2) macht sich Massenanziehung meistens nur im Zusammenhang mit der beteiligten Erde als Gewichtskraft bemerkbar. Zwei Gegenstände im Alltagsleben ziehen sich *gravitativ* so schwach an, dass dies bis auf ganz wenige Fälle vernachlässigt werden kann. Auch das werden wir in den Aufgaben nachrechnen.

1 Obwohl der Wert von g aus den Daten der Erde berechnet wurde, ist g keine „echte“ Konstante. Sie ist – wie der Name sagt – ortsabhängig und schwankt auf der Erdoberfläche zwischen etwa $9,73 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ und $9,85 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$. Der Wert $9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ bezieht sich auf einen durchschnittlichen „Norm-Ort“. Im Gegensatz dazu ist die Gravitationskonstante G eine „echte“ Naturkonstante.

Aufgaben

- 1 Ein Schüler, der die Masse 75 kg hat, macht eine Weltreise. Er stellt fest, dass er an einem Ort auf dem Äquator eine Gewichtskraft von 733,5 N erfährt. Er macht auch einen Ausflug zum Nordpol, wo er (in einem gut geheizten Zelt!) seine Gewichtskraft zu 738,0 N feststellt.
 - a) Berechnen Sie die Ortsfaktoren am Äquator und am Pol.
 - b) Bestimmen Sie die Masse der Freundin des Schülers, die am Äquator die Gewichtskraft 577 N erfährt.
 - c) Ein Gepäckstück des Schülers erfährt am Pol die Gewichtskraft 276 N. Berechnen Sie seine Masse.
- 2 Ein Dozent mit der Masse 83 kg fliegt auf einem Transatlantikflug mit 12 000 m Höhe.
 - a) Berechnen Sie die Änderung seiner Gewichtskraft im Vergleich zum Abflugort. (Angabe in der Einheit „Newton“ und in Prozent.)
 - b) Er trinkt an Bord des Flugzeugs einen Becher Bier (0,15 l, die Airlines schenken ja immer so schlecht ein ...). Um wie viel verändert sich seine Masse (im Vergleich zum Abflugort)? Sein Gewicht (im Vergleich zum Abflugort)?
 - c) Derselbe Dozent steht im Hörsaal einmal auf dem Boden, einmal auf einer 3 m hohen Leiter. Welchen Gewichtsverlust erfährt er nun (als Zahlenwert und in Prozent)?
- 3 Recherchieren Sie den Durchmesser und die Masse des Mondes.
 - a) Berechnen Sie mithilfe des Gravitationsgesetzes den Ortsfaktor g_{Mond} .
 - b) Um welchen Faktor ist g_{Erde} größer als g_{Mond} ?
- 4 Ein Space-Shuttle umkreist die Erde in einer Höhe von durchschnittlich 380 km über der Erdoberfläche.
 - a) Berechnen Sie, auf wie viel Prozent der Ortsfaktor auf der Shuttle-Bahn gegenüber dem Wert auf der Erde abnimmt.
 - b) In welcher Höhe über der Erdoberfläche beträgt der Ortsfaktor die Hälfte des Wertes auf der Erde?
 - c) In welcher Höhe über der Erdoberfläche beträgt der Ortsfaktor $g = 1,0 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$?

Hinweis: Bei dieser Aufgabe soll der Einfluss der Sonne und anderer Himmelskörper unberücksichtigt bleiben.

3 Bewegungslehre

3.1 Einfache Bewegung einer Punktmasse

Wir kennen ja jetzt die Ursache von Kräften. Im Folgenden wollen wir Situationen schaffen, in denen alle real existierenden Kräfte, die auf einen untersuchten Körper¹ wirken, vor Beginn des Experiments genau bekannt sind. Damit kennen wir auch die resultierende Kraft. Danach beobachten wir die Bewegung des Körpers. Wir tun dies zuerst mit dem Auge. In einem zweiten Schritt fertigen wir eine Tabelle an, in der wir den Ort des Körpers zu verschiedenen Zeitpunkten eintragen und werten diese aus.

Kräftefreie Bewegung; Video: Ball_rollt.xls

t/s									
x/m									

Tab. 3.1: Das ist unsere Aufgabe: Für jede Bewegung müssen wir eine solche Tabelle ausfüllen.

Die Tabelle werden wir in diesem Buch (und Sie in der „Selbermach“-Box) mit einer Videokamera und dem Programm VIANA anfertigen. Im Unterricht ist der Weg zur Tabelle möglicherweise ein anderer: Mit einer Fahrbahn und Lichtschranken, mit dem Lehrmittelsystem CASSY oder eben doch mit VIANA (Freeware). Aber wenn Sie die Tabelle haben, ist die weitere physikalische Auswertung dieselbe – egal wie Sie die Tabelle erhalten haben.

Auswerten werden wir die Tabelle mit dem Computer und einer Tabellenkalkulation, z. B. *MS Excel* oder *Open Office Calc*. Auch hier gibt es Alternativen, z. B. die Auswertung mit einem Taschenrechner und einer Tabelle aus Papier – aber der physikalische Inhalt bleibt derselbe.

Wir beschäftigen uns als Erstes mit dem Handwerkszeug:
VIANA und Tabellenkalkulation.

¹ Wir schreiben „Körper“ oder „Objekt“, denn das ist, was wir beobachten. Aber streng genommen gilt das, was wir am Ende herausfinden werden nur für ganz kleine Objekte, nämlich sogenannte **Punktmassen**. Eine Punktmasse ist ein Körper, der zwar eine Masse hat, aber doch so klein ist, dass seine Abmessungen nicht stören. Sowas kann sich nur ein Physiker ausdenken ...

Exkurs: Arbeiten mit VIANA

Grundlegendes

Stellen Sie sich vor, Sie haben einen Film von einer Bewegung gedreht: Eine Kugel rollt quer über den Bildschirm. Unser allererstes Ziel ist – wie bereits festgestellt – die Bewegung zu beschreiben: mit einer Tabelle, einer Kurve oder einer Gleichung. Alle mit derselben Frage als Gegenstand:

An welchem Ort ist der Ball zu welcher Zeit?

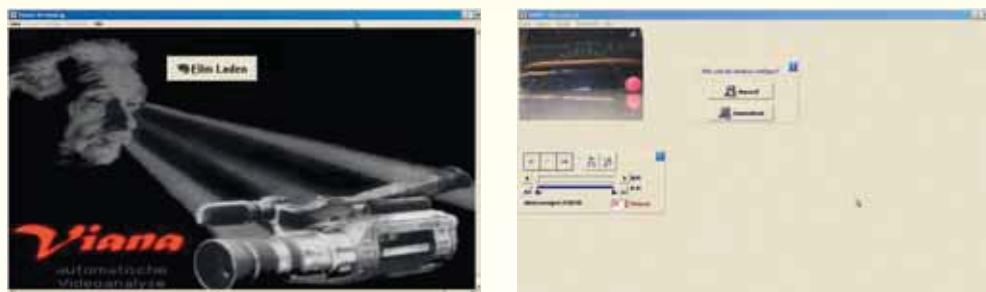
Ein Video hat den Vorteil, dass es in regelmäßigen Zeitabständen ein Bild der Bewegung umfasst. Natürlich könnte man jedes Bild des Videos ausdrucken und dann mit dem Lineal vermessen. Oder man filmt ein Lineal mit und liest dann die Koordinaten am Bildschirm ab. Aber viel weniger aufwendig ist es mit VIANA. VIANA steht für VIDEoANALyse und ist ein Programm, das an der Universität Essen (<http://didaktik.physik.uni-essen.de/viana/>) entwickelt wurde und dort auch zum Download zur Verfügung steht.

VIANA macht das Folgende:

- Jedes Mal, wenn Sie mit der linken Maustaste klicken, wird das nächste Bild im Video dargestellt (und VIANA merkt sich, welches Bild gerade dargestellt wird)
- Jedes Mal, wenn Sie mit der rechten Maustaste klicken, wird die Position des Mauszeigers (also die Koordinaten der Spitze) zusammen mit der aktuellen Bildnummer in eine Tabelle aufgenommen.

Wenn man jetzt noch vor diesen Schritten VIANA mitteilt, wie viele Bilder pro Sekunde der Film aufweist¹ und wenn man VIANA noch ein Koordinatensystem und einen Maßstab an die Hand gibt, dann liefert VIANA die Mausposition in Metern oder Zentimetern und die Zeit in Sekunden in einer Tabelle.

Einlesen des Films



Nach dem Starten des Programms kann mit Anklicken der Schaltfläche „Film Laden“ eine Videodatei ausgewählt werden. Nach Öffnen der ausgewählten Videodatei ist links oben die Vorschau auf den Inhalt der Videodatei sichtbar, darunter befinden sich die aus anderen

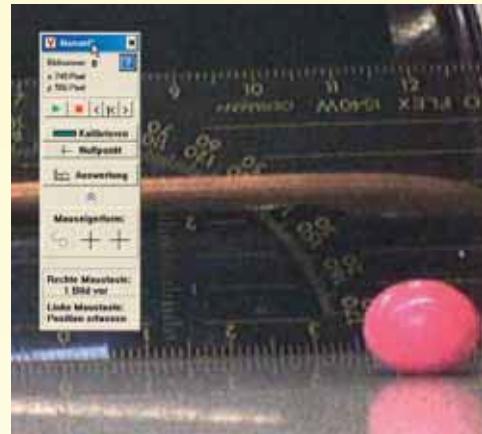
1 fps – frames per second

Mediaplayern bekannten Bedienfelder. Wichtig: In diesem Bedienfeld befindet sich auch eine Eingabemöglichkeit für die Zahl der Bilder pro Sekunde, die die Kamera aufnimmt (auch fps – frames per second).

Wenn Sie diese fps nicht kennen, hilft das Kontextmenü „Eigenschaften“ im *Explorer* oder das Programm *G-Spot*.

VIANA bietet die Möglichkeit, das Video automatisch auszuwerten.

Auf diese Möglichkeit gehen wir hier jedoch nicht ein. Klicken Sie die Option „manuelle Analyse“ an und das Video, welches Sie vorher nur in dem kleinen Vorschaufenster sehen konnten, erscheint jetzt bildschirmfüllend.



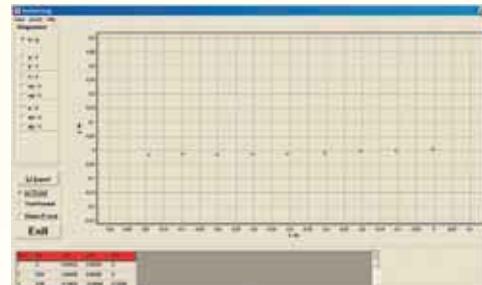
Jetzt ist die Zeit gekommen, sich mit VIANA über ein Koordinatensystem zu verständigen. Dabei funktioniert VIANA eigentlich selbsterklärend:

- Klicken Sie auf die Schaltfläche „Nullpunkt“ und Sie haben als nächstes die Möglichkeit, mit einem linken Mausklick den Koordinatenursprung im Bild festzulegen.
 - Klicken Sie auf die Schaltfläche „Kalibrieren“ und Sie können mit Ihren nächsten beiden Mausklicks eine Strecke bekannter Länge markieren. Danach haben Sie die Möglichkeit, die Länge dieser bekannten Strecke einzugeben. Im hier gezeigten Auswertere Beispiel könnten Sie beispielsweise zuerst auf die Null des hinterlegten Geodreiecks, dann auf die Drei klicken. Als Länge dieser Strecke würden Sie dann 0,3 m eingeben.

Jetzt ist alles bereit zur Datenerfassung und die unteren Zeilen des schwebenden Eingabefensters verraten Ihnen, wie es geht:

- rechter Mausklick – nächstes Bild,
 - linker Mausklick – die Position der Maus wird abgespeichert.

Sie können sich jetzt also mit wechselnden rechten und linken Mausklicks durch die Datenanalyse vorarbeiten. Am Ende bringen Sie ein Klick auf die Schaltfläche „Auswertung“ in das Auswertefenster. Am unteren Rand des Auswertefensters finden Sie eine Tabelle mit allen erfassten Daten. Links oben können Sie aus verschiedenen Diagrammarten wählen.



Wir setzen die Datenauswertung außerhalb von VIANA fort und wählen deshalb den Datenexport. Bei Export zu *Excel* öffnet sich *Microsoft Excel*® automatisch mit den Daten. Wenn Sie die Arbeit mit einer anderen Tabellenkalkulation bevorzugen, so bietet VIANA die Möglichkeit, die Daten im csv-Format¹ zu exportieren. Dieses Format können alle anderen Tabellenkalkulationen einfach importieren.

Hilfe

VIANA bietet einige Hilfsfunktionen innerhalb des Programms. Zusätzliche Hilfe finden Sie beispielsweise auf der Internetseite des Instituts für Didaktik der Physik der Essener Universität, von denen dieses Programm auch stammt:

<http://didaktik.physik.uni-essen.de/viana/hilfe/>

Ab und zu taucht das Problem auf, dass die Kamera kein AVI erzeugt, oder ein AVI mit einem für VIANA unbekannten Codec.

- Neben vielen anderen Möglichkeiten gibt es die Möglichkeit, aus einer anderen Video-Datei ein AVI mithilfe des Programms *XMedia Recode* zu erzeugen.
- Wenn Sie über eine AVI-Datei verfügen, die VIANA nicht öffnen kann, ist es hilfreich, zuerst ein aktuelles Codec-Pack zu installieren, danach das AVI mithilfe des Programms *VirtualDub* (gibt es auch als portables Programm) noch unter Nutzung der neu installierten Codecs zu konvertieren.

1 csv = comma separated values

3.2 Bewegung in einer Dimension

3.2.1 Die „kräftefreie Bewegung“

Wir behandeln hier zwar im Text ein Experiment, seine Auswertung und die daraus aufbauende Theorie, aber Sie sollten sich über zwei Dinge im Klaren sein:

- Dass die Theorie nicht aus dem einen hier geschilderten Experiment folgt, sondern aus der Vielzahl von bereits durchgeführten Experimenten mit gleicher Zielsetzung und gleichem Ergebnis. Wir haben hier ganz bewusst nicht das genaueste, sondern das anschaulichste Experiment gewählt.
- Dass Lesen besser ist als Nichtlesen, aber Selbermachen viel, viel besser ist als Lesen!

Daher beginnen wir dieses Kapitel gleich mit einer „Selbst machen-Box“:

Selbst machen: Filmen Sie selbst eine kräftefreie Bewegung

Wie man eine Bewegung ohne resultierende äußere Kraft realisiert, wissen Sie schon aus dem Kapitel über Kräfte.

Wir haben gelernt, dass beispielsweise eine Billardkugel, die über den Tisch rollt, näherungsweise eine kräftefreie Bewegung ausführt („näherungsweise“ deshalb, weil möglicherweise eine kleine Reibungskraft ohne Gegenkraft bleibt). Natürlich kann man diese Bewegung noch besser an das Ideal der Kräftefreiheit annähern, indem man die Unterlage etwas schräg stellt, sodass die Hangabtriebskraft gerade die Reibungskraft ausgleicht.

Filmen Sie eine solche Bewegung.

Bevor Sie sich ans Werk machen, sollten Sie einige Vorüberlegungen anstellen und möglicherweise auch etwas mit der Kamera experimentieren. Dokumentieren Sie diese Überlegungen mit einigen Notizen. Halten Sie in diesen Notizen auch alles fest, wie sie das Experiment dann letzten Endes tatsächlich durchgeführt haben.

Erinnern Sie sich zurück, wie eine wissenschaftliche Veröffentlichung aufgebaut ist. Im ersten Teil wird oft das Experiment beschrieben. Dort schreibt der Autor, warum er sein Experiment so und nicht etwa anders ausgeführt hat. Überlegen Sie sich also, wie man den besten Film für die spätere Arbeit mit Viana erzeugt und drehen Sie einen Film.

Drei Arbeitsergebnisse sollten am Ende Ihres Experimentes stehen:

- ein Laborbuch (ein bis zwei Seiten)
- ein Entwurf für das Kapitel „Experiment“ einer Veröffentlichung
- ein oder zwei Filme

Unser Experiment

Betrachten wir einen Massenpunkt (hier experimentell durch eine Billardkugel realisiert) auf einer harten, ebenen Unterlage. An dieser Billardkugel greifen zwei Kräfte an: Zum einen die Gewichtskraft \vec{F}_G , welche vertikal nach unten zeigt. Mit dieser Kraft drückt der Massenpunkt auf die Unterlage. Wegen Actio – Reactio übt die Unterlage eine betragsmäßig gleiche, jedoch entgegengesetzte Kraft \vec{F}_U auf den Ball aus. Weitere real existierende Kräfte, welche an dem Massenpunkt angreifen, gibt es nicht. Die Resultierende aus den hier benannten Kräften ist null.¹ Dies gilt unabhängig davon, ob sich der Massenpunkt in Ruhe befindet oder ob er in Bewegung ist.

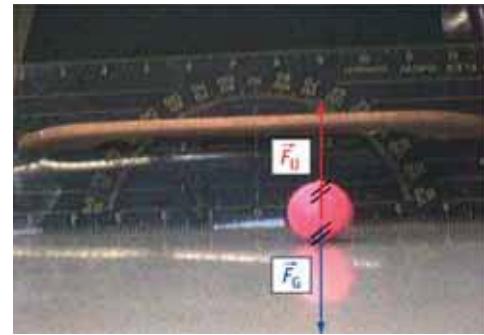


Abb. 3.1: Kräftefreie Bewegung

Beobachten wir also die Bewegung der Kugel: Zuerst stellen wir fest, dass sich die Kugel auf einer Geraden bewegt. Die Kurve, die ein Objekt während seiner Bewegung durchläuft, nennen wir **Bahnkurve** oder **Trajektorie** (lat. *iacere* – werfen). Auch ohne genaue Analyse erkennen wir sofort:²

Die Trajektorie (Bahnkurve) der kräftefreien Bewegung ist eine Gerade.

Definition eines Koordinatensystems

Nachdem wir wissen, welche Form die Bahnkurve bei einer Bewegung ohne äußere Kraft hat, wollen wir uns als Nächstes damit befassen, wie diese Bahnkurve durchlaufen wird. Mit „wie“ meinen wir: „Wann ist die Billardkugel wo auf der Bahnkurve?“ In anderen Worten: Wir suchen nach dem Ort (Zeit)-Gesetz.³

1 Wir nennen von jetzt ab eine Bewegung „kräftefrei“, wenn die Resultierende aller angreifenden real existierenden Kräfte der Nullvektor ist.

2 Zwar ist es jetzt (noch) nicht im Mittelpunkt unseres Interesses, aber wir notieren schon mal im Geist: Auch die Umkehrung gilt: Wenn ein Körper keine geradlinige Bewegung ausführt, greift eine Kraft an!

3 Die physikalische Größe „Ort“ ist eine Funktion der physikalischen Größe „Zeit“. Daher benutzen wir die Schreibweise Ort (Zeit), ebenso wie Sie in der Mathematik die Schreibweise $f(x)$ benutzen. Ab und zu sehen Sie in der Literatur auch die Schreibweise Ort-Zeit-Gesetz oder – seltener – die Schreibweise Zeit-Ort-Gesetz. Damit ist dasselbe gemeint. Manchmal ist in der Bewegungslehre auch von einem Weg (Zeit)-Gesetz die Rede. Das ist eng verwandt aber nicht genau dasselbe. Ich werde auf diesen Unterschied in einem der folgenden Kapitel eingehen.

Um den Aufenthaltsort der Billardkugel zu beschreiben, müssen wir ein Koordinatensystem einführen. Da wir schon erkannt haben, dass eine Bewegung ohne äußere Kraft immer auf einer geraden Linie verläuft, braucht unser Koordinatensystem nur eine einzige Achse, die wir x-Achse nennen. Den Punkt $x = 0$ (den Koordinatenursprung) legen wir dorthin, wo sich die Billardkugel befindet, wenn wir anfangen, die Bewegung zu beobachten. Die x-Achse soll immer in die Richtung der Bewegung zeigen. Läuft die Bewegung nach links, zeigt auch die x-Achse nach links.¹ Die Zeitmessung beginnt, wenn wir beginnen, die Bewegung zu beobachten, d. h. zum Zeitpunkt $t = 0$.

Ort(Zeit)-Tabelle

Nach diesen anfänglichen Festlegungen sind wir nun in der Lage, eine Tabelle zu erstellen, bei der in der ersten Spalte eine Reihe von Zeitpunkten vorgegeben ist und in deren zweiter Spalte wir notieren, welche x-Koordinate den Ort der Billardkugel zu dieser Zeit beschreibt. Um zu einer solchen Tabelle zu kommen, haben wir die Bewegung der Billardkugel gefilmt und hinter der Billardkugel die Koordinatenachse in Form eines Geodreiecks mitgefilmt. Dies ermöglicht es uns, den Film Bild für Bild zu betrachten und in jedem Bild die Position der Kugel abzulesen und in die Tabelle einzutragen. Das ist eine mühsame und obendrein nicht sehr genaue Methode, aber sie ist sehr anschaulich. Sie selbst können das etwas besser machen, indem Sie eine kräftefreie Bewegung zuerst filmen (vorhergehende „Selbst machen“-Box) und dann die Tabelle automatisiert mithilfe des Computerprogramms (VIANA) erstellen (die nächste „Selbst machen“-Box). Wie schon am Eingang dieses Kapitels erwähnt, gibt es natürlich auch andere Methoden, zu solch einer Tabelle zu kommen.

Wir haben die Tabelle auf dem Computer in ein Tabellenkalkulationsprogramm eingetragen. Das Anlegen der Tabelle in einem Tabellenkalkulationsprogramm hat gegenüber einer Tabelle auf Papier den Vorteil, dass man die Tabelle weiterentwickeln kann: Wir werden immer weitere Spalten einfügen, mit welchen wir die Daten aus der Tabelle auswerten und interpretieren.²

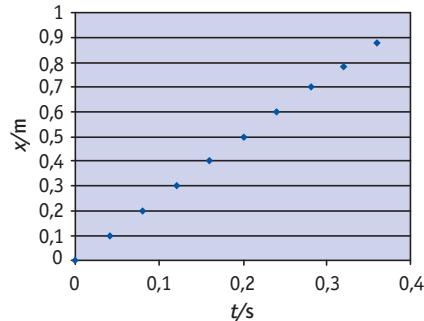


Abb. 3.2: $x(t)$ -Schaubild für die kräftefreie Bewegung

¹ Später kehrt die Bewegung während des Beobachtungszeitraums um. Dann geht das nicht mehr, dass die x-Achse immer in Bewegungsrichtung zeigt. Wir lernen rechtzeitig, wie wir dann damit umgehen.

² Die Tabelle finden Sie auch auf der CD zum Buch. Übrigens: Wenn Sie selbst eine Tabelle machen, ist es übersichtlicher, Spalten anstelle von Zeilen zu verwenden (wie wir es bei diesen Daten auch gemacht haben). Wir haben die Zeilen nur aus drucktechnischen Gründen gewählt.

Selbst machen: Analyse der kräftefreien Bewegung mithilfe von VIANA

Jetzt wird es ernst: Nehmen Sie Ihren selbst gedrehten Film und erstellen Sie daraus eine Tabelle, mit den beiden Spalten Ort (also x-Koordinate in m) und Zeit (in s).

Wie man VIANA bedient, wissen Sie aus den ersten Seiten dieses Kapitels. Wenn Sie keinen eigenen Film haben, finden Sie einen auf der CD zum Buch („Ball_rollt.avi“). Als Ergebnis sollten Sie Folgendes erreichen:

- Eine Ort(Zeit)-Tabelle im Format wie Sie es in Tab. 3.1 sehen, basierend auf Ihren Videodaten.
- Eine grafische Darstellung dieses Tabelleninhalts, wie Sie es beispielsweise in Abb. 3.2 sehen.

Ort(Zeit)-Diagramm

Als erstes stellen wir einfach die Daten aus der Tab. 3.2 grafisch dar. Hierbei wird die Zeit t auf der horizontalen Achse aufgetragen (also dort, wo Sie in der Mathematik die x-Achse zeichnen) und der Ort der Billardkugel (also die x-Koordinate der Billardkugel) auf der vertikalen Achse. Das Schaubild des Ort(Zeit)-Gesetzes¹ hat eine ganz bestimmte Form (Abb. 3.2):

Das Ort(Zeit)-Diagramm für eine kräftefreie Bewegung ist eine Gerade.

Wenn man das $x(t)$ -Diagramm ganz genau anschaut, sieht man natürlich noch kleine Abweichungen; die Punkte liegen nicht exakt auf einer Geraden. Aber im Rahmen der Messgenauigkeit und wenn wir uns das KISS-Prinzip wieder in Erinnerung rufen², dann dürfen wir schon davon ausgehen, dass die Punkte auf einer Geraden liegen.

Die Geschwindigkeit

Das Besondere an einer Geraden ist, dass die Steigung überall gleich ist. Daher liegt es nahe, dieser Steigung einen eigenen Namen und ein eigenes Formelzeichen zu verleihen. Die Steigung hat die Dimension „Ortsänderung pro Zeitintervall“, was unserer begrifflichen Vorstellung von „Geschwindigkeit“ entgegenkommt: Mit höherer Geschwindigkeit ändert sich der Ort in gleichen Zeitabschnitten stärker! Wir definieren die Geschwindigkeit³ (vorerst) als

$$(3.1) \quad v = \frac{\text{Differenz der Ortskoordinaten}}{\text{Differenz der Zeiten}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Dem Δ -Symbol („Delta“) werden Sie noch häufiger begegnen:

$$(3.2) \quad v = \frac{\text{Differenz der Ortskoordinaten}}{\text{Differenz der Zeiten}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}$$

1 Anstelle von „Schaubild des Ort(Zeit)-Gesetzes“ (was mathematisch korrekt wäre) schreiben wir in Zukunft einfach Ort(Zeit)-Diagramm.

2 Keep it simple, salesman!

3 $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ist also eine Definition und kein Naturgesetz!

t_1 und t_2 sind zwei Beobachtungszeitpunkte mit $t_2 > t_1$.

Die Einheit der Geschwindigkeit¹ kann aus der Definition abgeleitet werden:

$$(3.3) \quad [v] = \frac{[x]}{[t]} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Mit unserem Experiment haben wir jetzt also ein Gesetz² gefunden:

Für die kräftefreie Bewegung gilt:
Die Geschwindigkeit ist in Betrag und Richtung konstant.

Natürlich kann man die Steigung nicht nur aus der Tab. 3.2 ablesen, sondern auch aus der Tab. 3.2 ausrechnen. Dazu fügen wir einfach noch ein paar Zeilen an. In der ersten Zusatzzeile bilden wir also die Differenz der x-Werte für zwei aufeinanderfolgende Zeitpunkte, ebenso die Differenz der Zeiten in der zweiten Zusatzzeile und teilen die beiden durcheinander. Die Frage ist nur: Welchem Zeitpunkt ordnen wir die so berechnete Geschwindigkeit zu? Streng genommen müsste man sie einem Zeitpunkt zwischen den beiden für die Berechnung der Geschwindigkeit verwendeten Zeitpunkten zuordnen. Das würde aber zu einer sehr unübersichtlichen Tabelle führen, daher ordnen wir die Geschwindigkeit immer der zweiten Zeit zu, bei der die Position bestimmt wurde.

Beispiel: Wir ordnen die Geschwindigkeit, die aus den Zeiten t_0 und t_1 berechnet wurde, der Zeit t_1 zu.³ Das Ergebnis sehen Sie in Tab. 3.3.

Kräftefreie Bewegung; Video: Ball_rollt.avi										
t/s	0	0,04	0,08	0,12	0,16	0,2	0,24	0,28	0,32	0,36
x/m	0	0,09912	0,20164	0,30161	0,39989	0,49902	0,59729	0,69303	0,78538	0,87857

Tab. 3.2: Ort als Funktion der Zeit für die kräftefreie Bewegung

Kräftefreie Bewegung; Video: Ball_rollt.avi										
t/s	0	0,04	0,08	0,12	0,16	0,2	0,24	0,28	0,32	0,36
x/m	0	0,09912	0,20164	0,30161	0,39989	0,49902	0,59729	0,69303	0,78538	0,87857
$\Delta t/s$		0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
$\Delta x/m$		0,09912	0,10252	0,09997	0,09828	0,09913	0,09827	0,09574	0,09235	0,09319
$\frac{v}{\text{m s}^{-1}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \frac{1}{(\text{m s}^{-1})}$		2,478	2,563	2,49925	2,457	2,47825	2,45675	2,3935	2,30875	2,32975

Tab. 3.3: Ort als Funktion der Zeit für die kräftefreie Bewegung. Wir haben jetzt neue Zeilen für die Koordinatendifferenz Δx , die Zeitdifferenz Δt und die Geschwindigkeit v eingefügt.

1 Den meisten von Ihnen dürfte die Geschwindigkeit bereits geläufig sein als Geschwindigkeit ist Weg:Zeit.

2 Das ist jetzt wirklich ein Gesetz!

3 Wir sollten anmerken, dass es keinen zwingenden Grund gibt, so zu verfahren, es handelt sich hier lediglich um eine Konvention, die wir aus Praktikabilitätsgründen einführen. Sie werden jedoch bald merken, dass auch andere naheliegende Konventionen zum selben Ergebnis führen.

Die kräftefreie Bewegung wird *gleichförmig* genannt, weil in gleichen Zeitintervallen sich die Koordinaten um jeweils den gleichen Wert ändern. Und weil die Bahnkurve eine gerade Linie ist, wird die kräftefreie Bewegung auch **gleichförmig geradlinige Bewegung** genannt (oder abgekürzt die ggB).

Selbst machen: Berechnung der Geschwindigkeit und Geschwindigkeit (Zeit)-Diagramm

Berechnen der Geschwindigkeit aus den Ort (Zeit)-Daten

Jetzt können Sie aus Ihren Ort (Zeit)-Daten (der Physiker nennt dies die Rohdaten, weil sie direkt aus dem Experiment gewonnen wurden) die Geschwindigkeit berechnen.

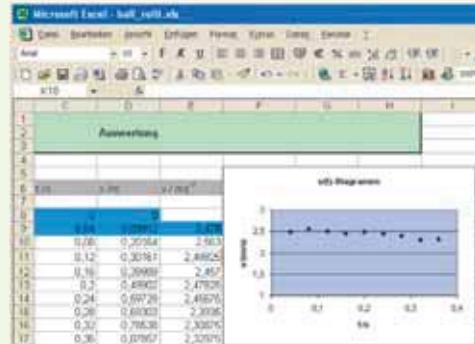
Natürlich können Sie dies mit dem Taschenrechner auf einem Blatt Papier machen, es ist jedoch besonders praktisch, die Kalkulationstabelle aus der VIANA Auswertung in eine Tabellenkalkulation zu exportieren und sie dann zu erweitern.

Falls Sie keine eigenen Rohdaten haben: Sie finden die Daten zu dem bewegten Ball auf der CD zum Buch in der Datei *Ball_rollt.xls*

Dazu fügen wir eine weitere Spalte „Geschwindigkeit“ ein. Weil die Geschwindigkeit die Steigung im Ort (Zeit)-Diagramm ist, können wir also immer aus den vier Zellen in zwei benachbarten Zeilen ein Steigungsdreieck konstruieren und aus diesen die Steigung (das heißt die Geschwindigkeit) berechnen. Die so berechnete Geschwindigkeit ordnen wir der unteren Zeile zu.

Beispiel:

Die vier blau umrandeten Zellen ergeben eine Geschwindigkeit, die in die blaue einzelne Zelle in der Spalte Geschwindigkeit eingetragen wird. Wenn Sie die Formel in der obersten Zelle der Spalte „Geschwindigkeit“ erst einmal richtig eingetragen haben, erhalten Sie die weiteren Formeln für die darunter liegenden Zellen durch einfaches Kopieren.



Verbessertes Verfahren zur Berechnung der Geschwindigkeit

Jetzt haben wir also nicht nur eine Geschwindigkeit berechnet, sondern viele Geschwindigkeiten (nämlich je eine Geschwindigkeit für jeden bestimmten Zeitpunkt).

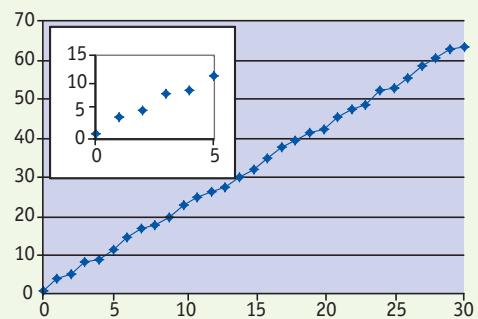
Man würde erwarten, dass alle diese Geschwindigkeiten dieselben sind. (Erinnern Sie sich an die Argumentation, welche uns die physikalische Größe „Geschwindigkeit“ lieferte: Weil die Ort (Zeit)-Kurve eine Gerade ist, hat sie überall die gleiche Steigung; diese Steigung nannten wir „Geschwindigkeit“.)

Aber Ihr Ergebnis sieht höchstwahrscheinlich so aus, dass die Geschwindigkeit sehr stark variiert (man könnte von „Rauschen“ reden). Wenn Sie den Inhalt der Spalte „Geschwindigkeit“ grafisch darstellen, sieht das Ergebnis möglicherweise sehr entmutigend aus: Von *konstanter* Geschwindigkeit kann keine Rede sein. Warum das so ist, ist schnell erklärt: Jeder Datenpunkt in Ihrer Ort (Zeit)-Kurve ist mit einem bestimmten statistischen Fehler behaftet.

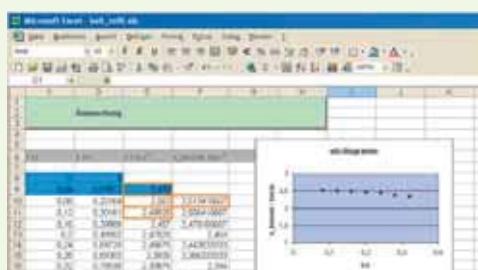
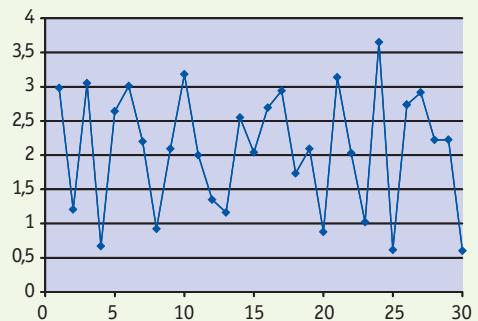
Dadurch ist schon die Ort (Zeit)-Kurve – wenn man sie genau betrachtet – eine etwas zackige Linie (siehe Bild oben rechts). Wenn man nun die Steigung zwischen benachbarten Datenpunkten berechnet, so kommt eine extrem große Variation in den Steigungen zum Tragen. (Man sagt auch „Steigungen-Berechnen verstärkt das Rauschen“. Dies ist eine der wichtigsten Erkenntnisse eines Experimentalphysikers.)

Ein verbesserter Datensatz ergibt sich, wenn wir unserer Tabelle eine weitere Spalte „Geschwindigkeit, besser“ hinzufügen. In dieser Spalte tragen wir in jede Zelle den Durchschnitt der Geschwindigkeiten in der Zelle daneben, schräg darüber und schräg darunter ein (wir haben die Zellen mit einem orangefarbenen Rahmen versehen). Wir **glätten** damit die Daten.

Eine Gerade mit Rauschen



Steigung der Geraden mit Rauschen



Natürlich gibt es weitaus bessere Methoden, experimentelle Daten zu glätten als die soeben eingeführte. Sie könnten zum Beispiel den Mittelwert aus fünf benachbarten Geschwindigkeits-Datenpunkten berechnen, oder – aber das sprengt den Rahmen dieses Buches – Sie könnten spezielle **Interpolationsverfahren** anwenden.

(Ein Interpolationsverfahren ist ein Verfahren, das einem beispielsweise einen Funktionswert zum x-Wert 3 liefert, wenn man nur den Funktionswert zum x-Wert 1 und zum x-Wert 4 kennt. Möglicherweise kennen Sie aus Ihrer bisherigen Schullaufbahn die lineare Interpolation, aber es gibt auch viele andere Interpolationsverfahren.)

Jetzt sieht das Geschwindigkeit (Zeit)-Diagramm doch schon viel schöner aus!

Geschwindigkeit als Steigung der Ausgleichsgerade

Es geht aber noch besser: Wenn man weiß, dass die Punkte im Ort (Zeit)-Diagramm auf einer Geraden liegen sollen, dann kann man durch alle Datenpunkte aus der Tabelle eine Ausgleichsgerade legen.

(Auch hier wird wieder eine Anforderung an den Experimentalphysiker offenbart: Wenn er einen bisher nicht gründlich untersuchten Sachverhalt misst, weiß er natürlich nicht, ob eine Gerade das Ergebnis richtig beschreibt. Es ist eine Frage seiner physikalischen Intuition, ob er eine Ausgleichsgerade, eine Ausgleichsparabel oder irgendeine andere Ausgleichskurve benutzt, um seine Daten zu beschreiben.)

Die Geschwindigkeit ist dann die Steigung der Ausgleichsgeraden. Legen Sie also eine Ausgleichsgerade durch alle Punkte Ihres Ort (Zeit)-Diagramms und bestimmen Sie deren Steigung. Jetzt haben Sie die Geschwindigkeit der Billardkugel bestmöglich bestimmt (im Rahmen Ihrer experimentellen Genauigkeit).

Woher wissen wir, dass eine Ausgleichsgerade angepasst werden soll und keine Parabel? Darauf gibt es mehrere Antworten: Die erste Antwort ist, dass die Datenpunkte einfach aussehen, als ob sie durch eine Gerade angenähert werden könnten. Die zweite Antwort fängt an mit „Was wäre wenn ...?“ Legen Sie einfach versuchsweise eine Ausgleichsparabel durch Ihre Datenpunkte! Was sehen Sie?

Als Arbeitsergebnisse sollten Sie erreichen:

- eine Tabelle mit den Spalten t , x , v , v_besser
- ein Schaubild mit den Ort (Zeit)-Datenpunkten und der dazugehörigen Ausgleichsgeraden sowie der probehalber durch die Datenpunkte gelegten Ausgleichsparabel
- ein Schaubild mit den Geschwindigkeit (Zeit)-Datenpunkten (geglättet und ungeglättet)

s oder x?

Möglicherweise haben Sie die Bewegungsgesetze (3.1) bereits früher kennengelernt, möglicherweise haben Sie damals ein s anstelle eines x verwendet.

Das Formelzeichen s bezeichnet üblicherweise den zurückgelegten Weg (gemessen von einem Koordinatenursprung, der noch festzulegen ist), das Formelzeichen Δs bezeichnet üblicherweise einen Teil des zurückgelegten Wegs. Die Bewegungsgesetze gelten auch für s . Sie haben also nichts Falsches gelernt. Das Formelzeichen x hingegen bezeichnet den Ort auf einer Koordinatenachse, Δx bezeichnet eine Koordinatenänderung. Allerdings gibt es gute Gründe für das x . Den Grund dafür will ich Ihnen an einem Beispiel demonstrieren:

Betrachten wir einen Physikdozenten, der morgens von Leonberg nach Stuttgart aufbricht und sechs Stunden später den gleichen Weg in umgekehrter Richtung zurücklegt. Für beide Fahrten braucht er jeweils exakt 30 Minuten. Wir wählen das Koordinatensystem so, dass die x-Achse gerade von Leonberg nach Stuttgart zeigt. Sein Startort in Leonberg liege im Koordinatenursprung, sein Zielort liege bei $x = 21$ km. Zur Vereinfachung der Diskussion nehmen wir an, dass die Straße gerade ist und genau auf der x-Achse verläuft.

Unser Dozent legt also morgens eine Strecke $s = 21$ km zurück, abends ebenso. Morgens wie abends beträgt seine Geschwindigkeit (berechnet mithilfe der Formel $v = \frac{s}{t}$) 42 km/h.

Berechnen wir jedoch seine Geschwindigkeit mithilfe der Formel

$$v = \frac{\text{Koordinatendifferenz}}{\text{Zeitdifferenz}},$$

so beträgt seine Geschwindigkeit morgens +42 km/h, und abends -42 km/h.

Sie sehen, wenn wir nur den Betrag der Geschwindigkeit betrachten, dann ist es egal, ob man s oder x verwendet. Allerdings erlaubt uns das Vorzeichen sofort eine Aussage über die Richtung der Geschwindigkeit. Das ist später in diesem Jahr noch nützlich; für Physik an der Hochschule ist es überlebenswichtig.