

Haarmann  
Wolpers

**Mathematik**  
*zur Erlangung der allgemeinen Hochschulreife*  
*Technische Fachrichtungen*  
Band 1



Merkur   
Verlag Rinteln

Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis  
Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

---

Die Verfasser:

**Hermann Haarmann**  
Studiendirektor in Hildesheim

**Dr. Hans Wolpers**  
Akademischer Direktor

Im Buch kommt als nummerischer Grafikrechner der TI-84 Plus zum Einsatz. Zudem wird im Anhang der TI-Nspire™ CX CAS verwendet. Diese Produkte sind eingetragene Warenzeichen von Texas Instruments.

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu § 52 UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

\* \* \* \* \*

1. Auflage 2013  
© 2013 by MERKUR VERLAG RINTELN

**Gesamtherstellung**  
MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: [info@merkur-verlag.de](mailto:info@merkur-verlag.de)  
[lehrer-service@merkur-verlag.de](mailto:lehrer-service@merkur-verlag.de)  
Internet: [www.merkur-verlag.de](http://www.merkur-verlag.de)

ISBN 978-3-8120-0612-5

# Vorwort

Das vorliegende Buch ist der erste Teil eines zweibändigen Arbeitsbuchs für den Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe an berufsbildenden Schulen für technische Fachrichtungen sowie in der Berufsoberschule Technik und adäquater Schulformen wie z. B. das Berufskolleg. Es ist abgestimmt auf die Lernbereiche und Kurse vieler Bundesländer und beinhaltet die in der Einführungsphase zu erwerbenden Inhalte und Kompetenzen.

Das Gesamtwerk umfasst die drei traditionellen Gebiete der Mathematik Analysis, Vektorgeometrie (Band II) und Stochastik.

Da die Vorkenntnisse der Schüler bei Eintritt in die gymnasiale Oberstufe sehr unterschiedlich sind, werden in Band I Kapitel 1 „Notwendiges Grundwissen für Techniker“ Themen wie Potenzen und Logarithmen, quadratische Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssysteme sowie Geometrie und Trigonometrie kurz wiederholt.

Neben der Behandlung mathematischer Gegenstände werden Begriffe aus der Technik und Physik so weit beschrieben, dass die Lernenden die anwendungsbezogenen und fächerübergreifenden Lerninhalte verstehen und deren Problemstellungen lösen können.

Der Stoff wird auf der Basis anwendungsorientierter und vollständig durchgerechneter Beispiele dargestellt. Dabei werden wichtige Methoden und Begriffe durch strukturierten Text unterstützt, sodass der Rechengang durch diese Gestaltung nicht unterbrochen wird.

Während die Beispiele mithilfe verschiedener Methoden und Sozialformen des Unterrichts behandelt werden können, dienen die zum Stoff genau passenden Übungen dazu, in Stillarbeitsphasen den Stoff zu vertiefen und den Gedanken der Handlungsorientierung zu unterstützen. Die Lösungen dieser Übungen befinden sich im Anhang.

Die Abschnitte des Buches sind als thematisch abgeschlossene Lerneinheiten konzipiert. Jede Lerneinheit schließt mit einer Anzahl von Aufgaben ab. Diese Aufgaben sind einmal als Ergebnissicherung und Übung, zum anderen als Hausaufgaben gedacht.

Im Buch wird an ausgewählten Beispielen unter der Bezeichnung „Einsatz des GTR“ die Nutzung des GTR TI-84 Plus ausführlich beschrieben.

In Band II wird die Bearbeitung von Aufgaben des Zentralabiturs zu verschiedenen mathematischen Sachverhalten durch den Einsatz von GTR-Rechnern unterstützt.

Der Einsatz des CAS-Rechners Nspire (Handheld) wird durch ein Glossar und durchgerechneter Beispiele von gestellten Klausuraufgaben aus Analysis und Stochastik am Ende dieses Buches vorgestellt.

Die Verfasser

# Inhaltsverzeichnis

|  |            |
|--|------------|
| <b>1 Notwendiges Grundwissen für Techniker . . . . .</b>                             | <b>9</b>   |
| 1.1 Grundwissen aus der Algebra . . . . .  | 9          |
| 1.2 Grundwissen aus der Geometrie . . . . .  | 28         |
| 1.3 Grundwissen aus der Trigonometrie . . . . .                                      | 42         |
| <b>2 Funktionen, ihre Eigenschaften und Anwendungen . . . . .</b>                    | <b>52</b>  |
| 2.1 Das rechtwinklige Koordinatensystem. . . . .                                     | 52         |
| 2.2 Der Funktionsbegriff. . . . .  | 53         |
| 2.3 Lineare Funktionen. . . . .  | 58         |
| 2.4 Abschnittsweise definierte Funktionen . . . . .                                  | 70         |
| 2.5 Quadratische Funktionen. . . . .   | 72         |
| 2.6 Potenz- und Wurzelfunktionen (Eigenschaften von Funktionen) . . . . .            | 82         |
| 2.7 Umkehrfunktionen . . . . .   | 84         |
| 2.8 Ganzrationale Funktionen (Polynomfunktionen) . . . . .                           | 89         |
| 2.9 Gebrochenrationale Funktionen . . . . .  | 101        |
| 2.10 Exponentialfunktionen . . . . .   | 110        |
| 2.11 Trigonometrische Funktionen . . . . .   | 121        |
| <b>3 Daten darstellen und auswerten (beschreibende Statistik). . . . .</b>           | <b>132</b> |
| 3.1 Häufigkeitsverteilungen . . . . .  | 133        |
| 3.2 Regressions- und Korrelationsrechnung . . . . .                                  | 147        |
| <b>4 Von Grenzwerten und Ableitungen . . . . .</b>                                   | <b>157</b> |
| 4.1 Grenzwerte von Funktionen . . . . .  | 157        |
| 4.2 Stetigkeit von Funktionen . . . . .  | 166        |
| 4.3 Steigung und Ableitung an der Stelle $x_0$ . . . . .                             | 171        |
| 4.4 Die Ableitungsfunktion $f'$ . . . . .  | 176        |
| 4.5 Bestimmung der Ableitungsfunktion mithilfe von Ableitungsregeln Teil 1 . . . . . | 180        |
| 4.6 Bestimmung der Ableitungsfunktion mithilfe von Ableitungsregeln Teil 2 . . . . . | 187        |
| <b>5 Kurven und ihre wichtigsten Punkte . . . . .</b>                                | <b>195</b> |
| 5.1 Extrema und Monotonie . . . . .  | 195        |
| 5.2 Wendepunkt und Krümmung . . . . .  | 203        |
| 5.3 Zusammenfassende Kurvenuntersuchung von Funktionen . . . . .                     | 208        |
| 5.4 Einführung in die Kurvenscharen . . . . .  | 212        |
| <b>6 Einführung in die komplexen Zahlen . . . . .</b>                                | <b>217</b> |
| 6.1 Unlösbarkeit von quadratischen Gleichungen . . . . .                             | 217        |
| 6.2 Das Rechnen mit komplexen Zahlen. . . . .  | 218        |
| 6.3 Komplexe Zahlen in trigonometrischer Darstellung. . . . .                        | 220        |
| 6.4 Komplexe Zahlen in der Technik . . . . .   | 222        |

|  |            |
|--|------------|
| <b>Lösungen zu den Übungen . . . . .</b>                                     | <b>227</b> |
| Kapitel 1 Notwendiges Grundwissen für Techniker . . . . .                    | 227        |
| Kapitel 2 Funktionen, ihre Eigenschaften und Anwendungen . . . . .           | 230        |
| Kapitel 3 Daten darstellen und auswerten (beschreibende Statistik) . . . . . | 238        |
| Kapitel 4 Von Grenzwerten und Ableitungen . . . . .                          | 240        |
| Kapitel 5 Kurven und ihre wichtigsten Punkte . . . . .                       | 243        |
| Kapitel 6 Einführung in die komplexen Zahlen . . . . .                       | 245        |
| <b>Mathematische Zeichen. . . . .</b>  | <b>247</b> |
| <b>Nspire CAS . . . . .</b>  | <b>248</b> |
| Glossar mit Beispielen über ausgewählte Nspire CAS-Funktionen . . . . .      | 248        |
| <b>Stichwortverzeichnis . . . . .</b>  | <b>250</b> |
| <b>Abbildungsverzeichnis . . . . .</b>                                       | <b>252</b> |