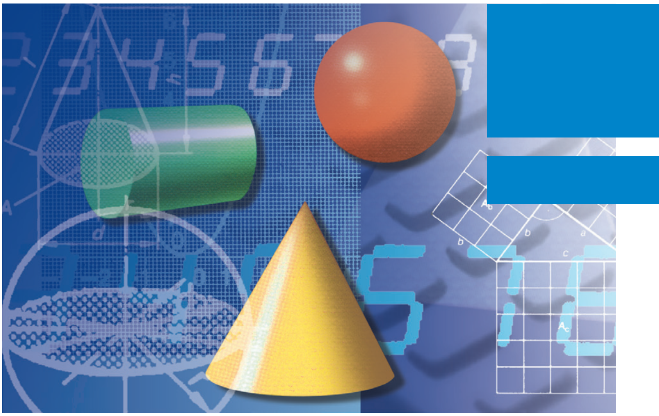
Leseprobe

Christiani

Technisches Institut für
Aus- und Weiterbildung

Technische Mathematik

Grundlagen



Dr.-Ing. Paul Christiani GmbH & Co. KG
www.christiani.de

Wolfgang K. Bayer | Technische Mathematik
Grundlagen
2. Auflage 2003
Artikelnr.: 103506 | ISBN 978-3-87125-550-2

Christiani

seit 1931

Vorwort

Das vorliegende Fachbuch „Technische Mathematik · Grundlagen“ ist in der Christiani Fachbuchreihe und als Fachteil in der Christiani Datenbank erschienen.

Es ist ein Nachschlagewerk für alle technischen Berufe und hilft dem Lernenden, während der Ausbildung und der Weiterbildung, die erforderlichen Kenntnisse zu vermitteln.

Durch die übersichtliche Darstellung in tabellarischer Form, eine große Zahl von Bildern und ein ausführliches Stichwortverzeichnis, wird dieses Fachbuch seinen Benutzern ein wertvoller Helfer sein.

Für Anregungen zur Verbesserung und für kritische Hinweise sind Verfasser und Verlag dankbar.

Konstanz, Frühjahr 2003

Artikelnr.: 103506 | ISBN 978-3-87125-550-2

Christiani
seit 1931

Inhalt

Wolfgang K. Bayer | Technische Mathematik
Grundlagen
2. Auflage 2003
Artikelnr.: 103506 | ISBN 978-3-87125-550-2

Christiani
seit 1931

Berechnungen mit dem Computer

Benennung	Regel/Erklärung	Beispiel
Klammern	Es sind nur runde Klammern zulässig; es können mehrere Klammern geschachtelt werden.	statt [(28 + 5) − 6] (9 + 12) in BASIC: ((28 + 5) − 6) * (9 + 12)
Anführungszeichen	Werden nach der PRINT-Anweisung die Zeichen in Anführungszeichen gesetzt, dann werden nur die Zeichen ausgegeben, die innerhalb der Anführungszeichen stehen.	PRINT „ RADIUS = “ 8 Anzeige: RADIUS = 8
Operatoren und Schlüsselwörter für arithmetische Funktionen in BASIC-Schreibweise Grundrechenarten	Für das Multiplikationszeichen „·“ ist immer das Sternchen „*“ zu verwenden. Für das Divisionszeichen „:“ ist immer der schräge Bruchstrich „/“ zu verwenden. Beim unprogrammierten Rechnen beginnt die Eingabe mit PRINT, z. B.: PRINT 4 + 16, danach wird die ENTER -Taste betätigt. Auf dem Bildschirm erscheint dann das Ergebnis (Anzeige) 20.	PRINT 4 + 16 ENTER -Taste Anzeige: 20 PRINT 10 − 6 ENTER -Taste Anzeige: 4 PRINT 6 * 20 ENTER -Taste Anzeige: 120 PRINT 100/25 ENTER -Taste Anzeige: 4
Exponentialschreibweise	Für die Exponentialschreibweise in BASIC muß für die hochgestellten Ziffern (Exponenten) eine andere Schreibweise, als die in der Algebra übliche angewendet werden. Die Exponentialschreibweise von Dezimalzahlen wendet der Computer von selbst an, wenn die Zahlenwerte vom Ergebnis sehr groß werden.	
Zehnerpotenz	Die Zehnerpotenz wird durch ein vor den Exponent gestelltes „E“ gekennzeichnet.	statt $18 \cdot 10^8$ in BASIC 18 E8 statt $12 \cdot 10^3$ in BASIC 12 E3

X 20

Artikelnr.: 103506 | ISBN 978-3-87125-550-2

Christiani
seit 1931

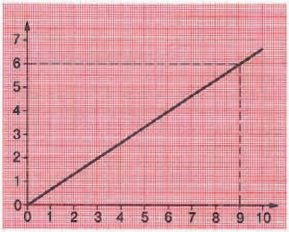
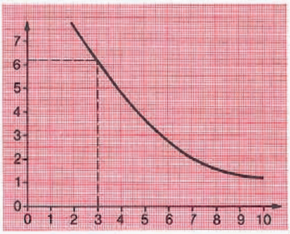
Radizieren

Benennung	Regel/Erklärung	Beispiel
Allgemein	Die Zerlegung einer Zahl in mehrere gleiche Faktoren kann verkürzt geschrieben werden. Diese verkürzte Schreibweise wird als Wurzel, der Vorgang als Radizieren bezeichnet. Der Wurzelexponent gibt an, wie oft der Radikand in gleiche Faktoren zerlegt wird. Der Radikand ist die Zahl, die in gleiche Faktoren zerlegt werden soll.	$\sqrt[4]{16} = 2$ $4 \triangleq$ Wurzelexponent $\sqrt{16} \triangleq$ Wurzel $16 \triangleq$ Radikand $2 \triangleq$ Wurzelwert
	Das **Radizieren** (Wurzelziehen) ist eine **Umkehrung** des **Potenzierens.**	
	Anstelle der Schreibweise als Wurzel kann auch die Schreibweise als Potenz angewendet werden, dann ist der Exponent ein Bruch.	$\sqrt[4]{16} = 16^{\frac{1}{4}}$ $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$
	Fehlt bei der Wurzel der Wurzelexponent, so ist er immer „2". Diese Wurzeln bezeichnet man als Quadratwurzeln.	$\sqrt{4} = \sqrt[2]{4} = \sqrt[2]{2 \cdot 2} = 2$
Wurzelwert	Der Wurzelwert wird errechnet, indem man den Radikand entsprechend dem Wurzelexponent in gleiche Faktoren zerlegt.	$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3 \cdot 3 \cdot 3} = \sqrt[3]{3^3} = 3$ $\sqrt[n]{a^n} = a$
Vorzeichen Gerader Wurzelexponent	Wurzeln mit geradem Wurzelexponent ergeben positive Werte, wenn der Radikand positiv ist. Ist der Radikand negativ, dann ist die Wurzel nicht definiert.	$\sqrt{16} = 4$ $\sqrt{9} = 3$
Ungerader Wurzelexponent	Wurzeln mit ungeradem Wurzelexponent ergeben positive Werte, wenn der Radikand positiv ist, und negative Werte, wenn der Radikand negativ ist.	$\sqrt[3]{27} = +3$ $\sqrt[3]{8} = +2$

Artikelnr.: 103506 | ISBN 978-3-87125-550-2

Christiani
seit 1931

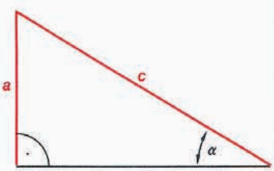
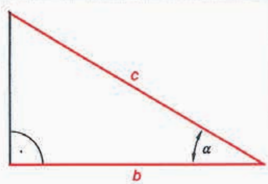
Zwei- und Dreisatz

Benennung	Regel/Erklärung	Beispiel
Allgemein	Das **Dreisatzrechnen** ist ein Verfahren, mit dem man Größen bestimmen kann, die zu anderen Größen in einem Abhängigkeitsverhältnis stehen. Man unterscheidet Dreisatzaufgaben mit **direktem** (gleichen) **Verhältnis** ≙ Wachsen der einen Größe sowie auch eine Zunahme der anderen und Dreisatzaufgaben mit **indirektem** (umgekehrten) **Verhältnis** ≙ Wachsen der einen Größe und Abnahme der anderen. Der Dreisatz wird in drei Rechenschritte gegliedert: – Behauptungssatz (BS) – Folgerungssatz (FS) – Schlußsatz (SS) Die **einfache Dreisatzaufgabe** enthält **drei** Zahlenangaben. Kommen in einer Aufgabe zur Schlußrechnung mehr als drei Zahlenangaben vor, dann erfordert die Lösung einen zusammengesetzten Dreisatz, der aus mehreren Folgerungssätzen besteht. Soll bei der Schlußrechnung lediglich auf eine Einheit geschlossen werden, dann erfordert die Lösung nur zwei Sätze. Diesen Rechengang bezeichnet man als **Zweisatz.**	 Zeichnerische Darstellung eines Dreisatzes mit direktem Verhältnis.  Zeichnerische Darstellung eines Dreisatzes mit indirektem Verhältnis.

Wolfgang K. Bayer | Technische Mathematik
Grundlagen
2. Auflage 2003
Artikelnr.: 103506 | ISBN 978-3-87125-550-2

Christiani
seit 1931

Trigonometrie

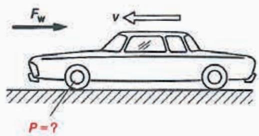
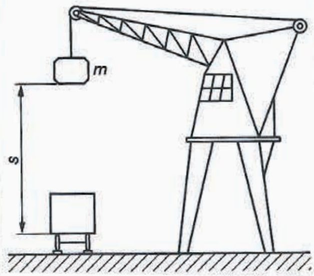
Benennung	Regel/Erklärung	Beispiel
Trigono-metrische Beziehungen am recht-winkligen Dreieck (Fortsetzung)	Tabelle: Winkelfunktionen $\sin\alpha = \dfrac{\text{Gegenkathete des Winkels }\alpha}{\text{Hypotenuse}} = \dfrac{a}{c};$ $\cos\alpha = \dfrac{\text{Ankathete des Winkels }\alpha}{\text{Hypotenuse}} = \dfrac{b}{c};$ $\tan\alpha = \dfrac{\text{Gegenkathete des Winkels }\alpha}{\text{Ankathete des Winkels }\alpha} = \dfrac{a}{b};$ $\cot\alpha = \dfrac{\text{Ankathete des Winkels }\alpha}{\text{Gegenkathete des Winkels }\alpha} = \dfrac{b}{a};$ Für den Winkel β verhalten sich die vier Winkelfunktionen entsprechend, also: $\sin\beta = \dfrac{\text{Gegenkathete des Winkels }\beta}{\text{Hypotenuse}} = \dfrac{b}{c}$ usw.	
Seiten-beziehung zum Winkel α Sinus α	$\sin\alpha = \dfrac{a}{c}$ $\sin\beta = \dfrac{b}{c}$ $\sin\beta = \cos\alpha$	
Cosinus α	$\cos\alpha = \dfrac{b}{c}$ $\cos\beta = \dfrac{a}{c}$ $\cos\beta = \sin\alpha$	

 www.christiani.de

Wolfgang K. Bayer | Technische Mathematik
Grundlagen
2. Auflage 2003
Artikelnr.: 103506 | ISBN 978-3-87125-550-2

Christiani
seit 1931

Berechnen von Arbeit, Leistung und Wirkungsgrad

Benennung	Regel/Erklärung	Beispiel
Mechanische Leistung	Um die mechanische Leistung beurteilen zu können, muß man die Zeit mit in Betracht ziehen, die zur Verrichtung einer bestimmten Arbeit gebraucht wird. Das geschieht in der Weise, daß man als Leistung die in der **Zeiteinheit** (1 s) verrichtete Arbeit angibt. Die Leistung *P* ist demnach der Quotient aus Arbeit *W* und der zugehörigen Zeit *t*.	
Formel	$\boxed{P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = \frac{G \cdot h}{t}}$	Aufgabe: Der skizzierte Kran hebt eine Last von $m = 5\,000$ kg in 1 min auf eine Höhe von 10 m. Gesucht wird die dafür notwendige Leistung.
Einheit	Die Einheit der Leistung ist das Watt (W). $1\ \text{W} = 1\ \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1\ \frac{\text{N m}}{\text{s}}$ In der Technik verwendet man häufig als Leistungseinheiten dezimale Teile und Vielfache von 1 W, z. B. mW, kW und MW. 1 mW = 0,001 W; 1 kW = 1 000 W; 1 MW = 1 000 kW. Die Leistung zum Bewegen eines Körpers ergibt sich aus dem Produkt Kraft F_w mal Geschwindigkeit *v*. $\boxed{P = F_w \cdot v}$	 Lösung: $P = \frac{W}{t}; \quad W = m \cdot g \cdot h$ $P = \frac{5\,000\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot 10\ \text{m}}{60\ \text{s}}$ $P = \underline{\underline{8175\ \text{W} \approx 8\ \text{kW}}}$