Scholtyssek

Vektorrechnung leicht gemacht!

– mit über 100 Aufgaben
– mit über 100 durchgerechneten Lösungen
– fit für die Fachhochschulreife

Merkur Verlag Rinteln

Für alle, die Mathematik nicht mögen,

aber machen müssen …

Offenbar werden Vektoren addiert, indem man **zeilenweise** ihre Koordinaten addiert!

Allgemein:

$$\vec{a}+\vec{b}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}b_1\\b_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1+b_1\\a_2+b_2\end{pmatrix}$$

Da sich die Addition von Vektoren auf die jeweiligen Koordinaten, also schlichte Zahlen beschränkt, fallen uns die gewohnten Rechengesetze der Addition von alleine in den Schoß.

Kommutativgesetz

$$\vec{a}+\vec{b}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}b_1\\b_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1+b_1\\a_2+b_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}b_1+a_1\\b_2+a_2\end{pmatrix}=\vec{b}+\vec{a}$$

Also

$$\vec{a}+\vec{b}=\begin{pmatrix}1\\5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+6\\5+2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6+1\\2+5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\7\end{pmatrix}=\vec{b}+\vec{a}$$

$$\vec{a}+\vec{c}=\begin{pmatrix}1+(-4)\\5+(-3)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4+1\\-3+5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}=\vec{c}+\vec{a}$$

Das **Assoziativgesetz** bei „normalen“ Zahlen beinhaltet Folgendes: Es sind 3 Zahlen zu addieren. Durch das Assoziativgesetz ist es egal, mit welchen Zahlen ich die Addition beginne:

(2+3)+4 = 5+4 = 9
2+(3+4) = 2+7 = 9   allgemein: **(a+b)+c = a+(b+c)**

Bei Vektoren gilt dasselbe.

Assoziativgesetz der Vektorrechnung

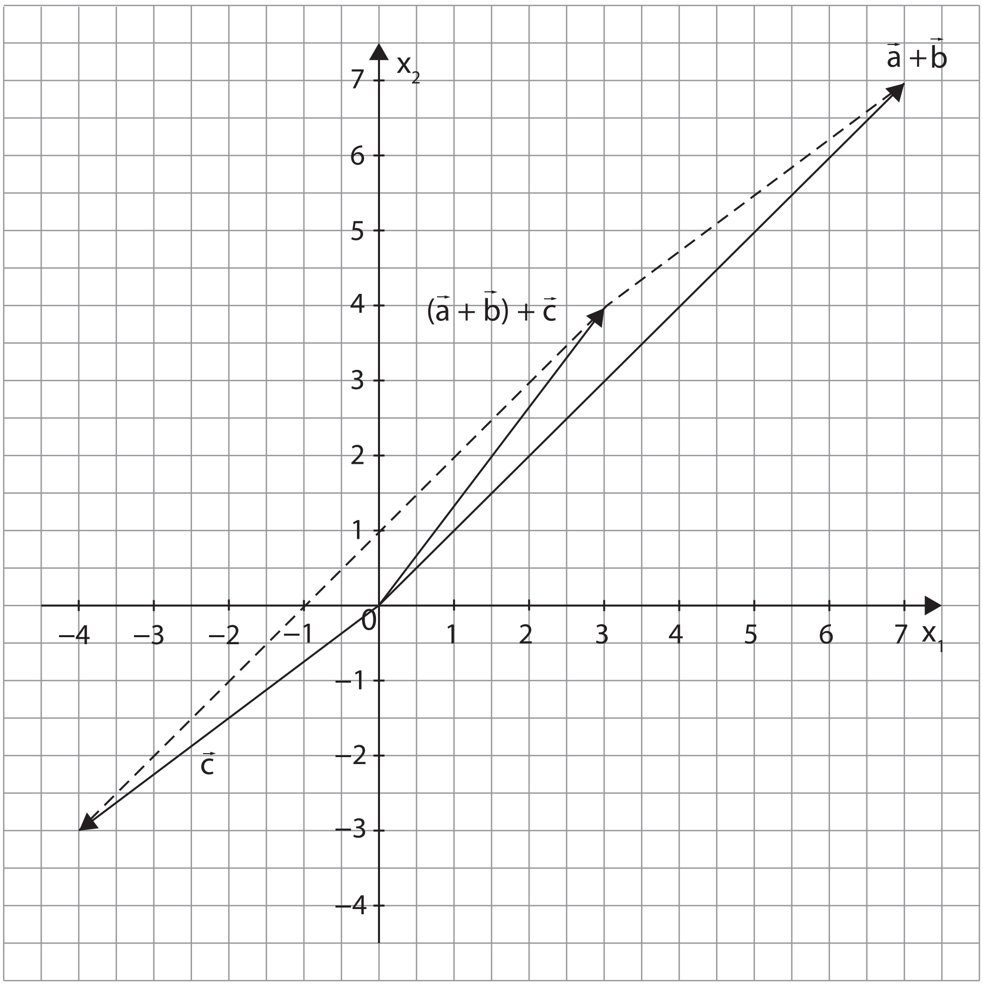
$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$

Setzen wir unsere Vektoren ein: $\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\5\end{pmatrix}$; $\vec{b}=\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}$; $\vec{c}=\begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix}$

so erhalten wir für

$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=$

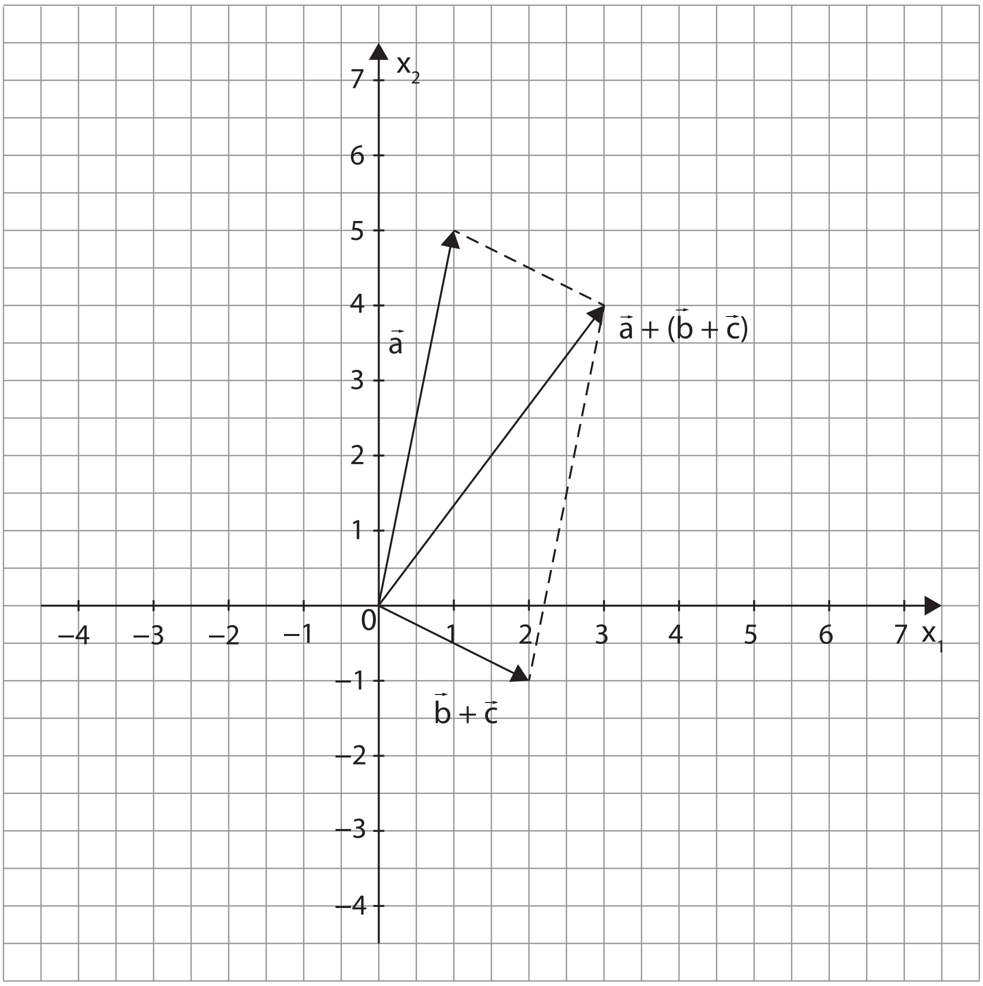
$=\begin{pmatrix}1+6\\5+2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\7\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$



Beziehungsweise für

$\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$

$= \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 + (-4) \\ 2 + (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$



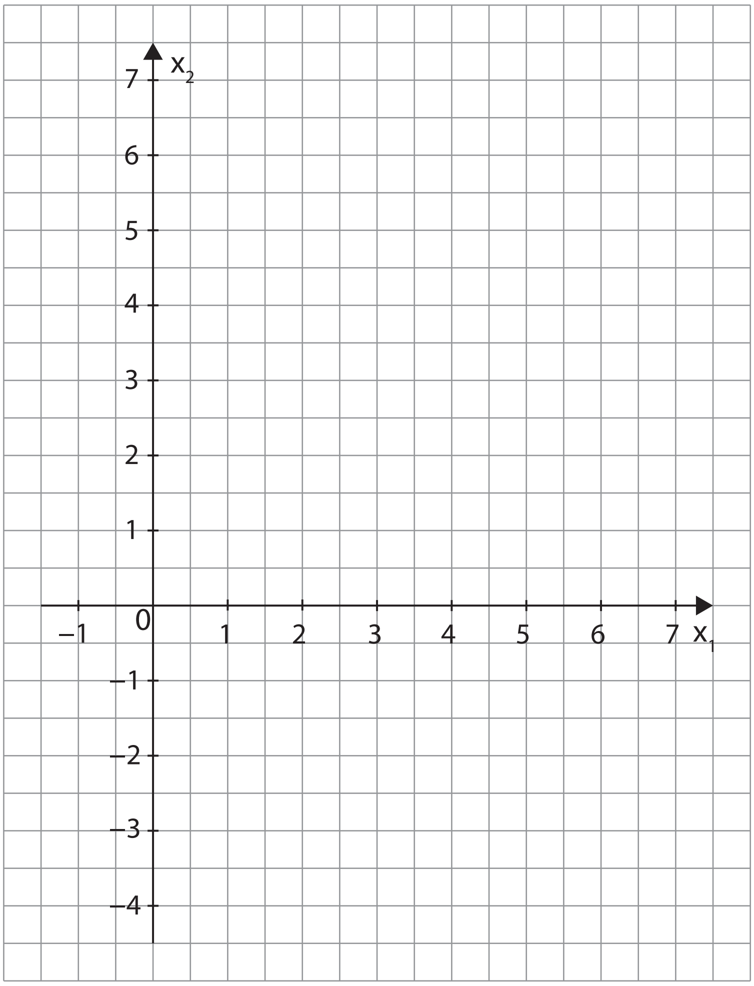
Wir sehen: Vektorrechnung ist absolut einfach. Das Rechnen mit Vektoren reduziert sich auf das gewohnte Zahlenrechnen, allerdings in der entsprechenden Koordinate.

Was wird wohl die Subtraktion zweier Vektoren ergeben?

1.5 Subtraktion von Vektoren

Wir zeichnen den Ortsvektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ und den Ortsvektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ ein.

Wir wissen: Der Vektor $\vec{a}$ führt zum Punkt A(1|5), der Vektor $\vec{b}$ zum Punkt B(6|2):



(Lösung nächste Seite)

Was ist aber der Vektor $\overrightarrow{AB}$? Dieser Vektor führt vom Punkt A zum Punkt B. Die Koordinaten des Vektors $\overrightarrow{AB}$ können wir auf zweierlei Arten feststellen.

1. Wir gehen vom Punkt A 5 Einheiten nach rechts und 3 Einheiten nach unten – somit sind die Koordinaten des Vektors $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$