

|               |      |
|---------------|------|
| Vorwort       | VI   |
| Wissenswertes | VII  |
| Inhalt        | VIII |

## TEIL I

### THEORIE UND PRAXIS

Definitionen, Sätze, Formeln ... und Aufgaben

|                                                 |    |
|-------------------------------------------------|----|
| KAPITEL 1. DIE REELLEN ZAHLEN                   | 3  |
| Mengen                                          |    |
| Funktionen                                      |    |
| Die reellen Zahlen                              |    |
| KAPITEL 2. VOLLSTÄNDIGE INDUKTION               | 14 |
| Beweis durch vollständige Induktion             |    |
| Rekursive Definition                            |    |
| n-te Potenz und n-te Wurzel                     |    |
| KAPITEL 3. KOMPLEXE ZAHLEN, KOMPLEXE FUNKTIONEN | 19 |
| Definition der komplexen Zahlen                 |    |
| Realteil, Imaginärteil, Betrag                  |    |
| Die Polarform                                   |    |
| n-te Wurzeln einer komplexen Zahl               |    |
| Komplexe Funktionen                             |    |
| KAPITEL 4. REELLE FUNKTIONEN                    | 24 |
| Definition der reellen Funktionen               |    |
| Monotone Funktionen                             |    |
| Rechnen mit reellen Funktionen                  |    |
| Polynome, rationale Funktionen                  |    |
| KAPITEL 5. DAS SUPREMUM                         | 29 |
| Schranken, Supremum, Infimum                    |    |
| Maximum, Minimum                                |    |
| Das Supremumsaxiom                              |    |
| KAPITEL 6. FOLGEN                               | 31 |
| Reelle Folgen                                   |    |
| Monotonie und Beschränktheit                    |    |
| Konvergenz und Divergenz                        |    |
| Komplexe Folgen                                 |    |

|             |                                              |    |
|-------------|----------------------------------------------|----|
| KAPITEL 7.  | EINFÜHRUNG IN DIE INTEGRALRECHNUNG           | 38 |
|             | Definition des Integrals                     |    |
|             | Riemannsches Kriterium, Riemannsche Summe    |    |
|             | Eigenschaften des Integrals                  |    |
|             | Numerische Integration                       |    |
| KAPITEL 8.  | REIHEN                                       | 45 |
|             | Reelle Reihen                                |    |
|             | Konvergenz und Divergenz                     |    |
|             | Vergleichs-, Wurzel- und Quotientenkriterium |    |
|             | Alternierende und absolut konvergente Reihen |    |
|             | Komplexe Reihen                              |    |
| KAPITEL 9.  | POTENZREIHEN UND SPEZIELLE FUNKTIONEN        | 50 |
|             | Reelle und komplexe Potenzreihen             |    |
|             | Exponentialfunktion                          |    |
|             | Cosinus und Sinus                            |    |
|             | Cosinus hyperbolicus und Sinus hyperbolicus  |    |
| KAPITEL 10. | STETIGE FUNKTIONEN                           | 55 |
|             | Grenzwerte von Funktionen, Stetigkeit        |    |
|             | Eigenschaften stetiger Funktionen            |    |
|             | Logarithmus und allgemeine Potenz            |    |
|             | Trigonometrische Funktionen                  |    |
|             | Stetigkeit und Integration                   |    |
| KAPITEL 11. | DIFFERENTIALRECHNUNG                         | 64 |
|             | Lineare Approximation, Differenzierbarkeit   |    |
|             | Ableitungsregeln, Differentiationstabelle    |    |
|             | Eigenschaften differenzierbarer Funktionen   |    |
|             | Höhere Ableitungen                           |    |
|             | Lineare Differentialgleichungen              |    |
| KAPITEL 12. | INTEGRATION UND DIFFERENTIATION              | 77 |
|             | Der Hauptsatz                                |    |
|             | Stammfunktion und unbestimmtes Integral      |    |
|             | Integrationsmethoden, Integrationstabelle    |    |
|             | Separable Differentialgleichungen            |    |
| KAPITEL 13. | UNEIGENTLICHE INTEGRALE                      | 87 |
|             | Unbeschränktes Integrationsintervall         |    |
|             | Unbeschränkter Integrand                     |    |

|             |                                                     |     |
|-------------|-----------------------------------------------------|-----|
| KAPITEL 14. | TAYLORPOLYNOME UND TAYLORREIHEN                     | 92  |
|             | Approximation durch Polynome                        |     |
|             | Restglieder nach Taylor und Lagrange                |     |
|             | Lokale Extrema                                      |     |
|             | Taylorreihen                                        |     |
| KAPITEL 15. | DER VEKTORRAUM $\mathbb{R}^n$                       | 101 |
|             | Anschauliche Deutungen des $\mathbb{R}^3$           |     |
|             | Geraden und Ebenen                                  |     |
|             | Unterräume des $\mathbb{R}^n$                       |     |
|             | Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit             |     |
|             | Basis und Dimension                                 |     |
|             | Lineare Funktionen und ihre Niveaumengen            |     |
| KAPITEL 16. | DAS SKALARPRODUKT                                   | 110 |
|             | Eigenschaften des Skalarproduktes im $\mathbb{R}^n$ |     |
|             | Norm von Vektoren, Kugeln, Sphären                  |     |
|             | Orthogonalität von Vektoren                         |     |
|             | Normalenvektoren zu Hyperebenen                     |     |
|             | Winkel zwischen Vektoren, Projektionen              |     |
| KAPITEL 17. | DAS VEKTORPRODUKT                                   | 116 |
|             | Eigenschaften des Vektorproduktes                   |     |
|             | Das Spatprodukt                                     |     |
|             | Geometrische Anwendungen                            |     |
| KAPITEL 18. | MATRIZEN                                            | 121 |
|             | Matrix, Zeilenvektor, Spaltenvektor                 |     |
|             | Rechenoperationen für Matrizen                      |     |
|             | Lineare Abbildungen                                 |     |
| KAPITEL 19. | LINEARE GLEICHUNGSSYSTEME                           | 128 |
|             | Gleichungssysteme und Matrizengleichungen           |     |
|             | Rang einer Matrix, Zeilennormalform                 |     |
|             | Der Gauß-Jordan-Algorithmus                         |     |
|             | Homogene und inhomogene Systeme                     |     |
|             | Invertierbare Matrizen                              |     |
|             | Eigenwerte und Fixpunkte                            |     |
| KAPITEL 20. | DETERMINANTEN                                       | 136 |
|             | Definition und Eigenschaften                        |     |
|             | Laplacescher Entwicklungssatz                       |     |
|             | Cramersche Regel                                    |     |
|             | Vektorprodukt und Spatprodukt                       |     |

## TEIL II

### RESULTATE

Musterlösungen, Anmerkungen und Bemerkungen

|                                                  |     |
|--------------------------------------------------|-----|
| KAPITEL 1. DIE REELLEN ZAHLEN                    | 145 |
| KAPITEL 2. VOLLSTÄNDIGE INDUKTION                | 151 |
| KAPITEL 3. KOMPLEXE ZAHLEN, KOMPLEXE FUNKTIONEN  | 155 |
| KAPITEL 4. REELLE FUNKTIONEN                     | 161 |
| KAPITEL 5. DAS SUPREMUM                          | 168 |
| KAPITEL 6. FOLGEN                                | 170 |
| KAPITEL 7. EINFÜHRUNG IN DIE INTEGRALRECHNUNG    | 179 |
| KAPITEL 8. REIHEN                                | 188 |
| KAPITEL 9. POTENZREIHEN UND SPEZIELLE FUNKTIONEN | 194 |
| KAPITEL 10. STETIGE FUNKTIONEN                   | 199 |
| KAPITEL 11. DIFFERENTIALRECHNUNG                 | 212 |
| KAPITEL 12. INTEGRATION UND DIFFERENTIATION      | 227 |
| KAPITEL 13. UNEIGENTLICHE INTEGRALE              | 242 |
| KAPITEL 14. TAYLORPOLYNOME UND TAYLORREIHEN      | 251 |
| KAPITEL 15. DER VEKTORRAUM $\mathbb{R}^n$        | 269 |
| KAPITEL 16. DAS SKALARPRODUKT                    | 280 |
| KAPITEL 17. DAS VEKTORPRODUKT                    | 290 |
| KAPITEL 18. MATRIZEN                             | 297 |
| KAPITEL 19. LINEARE GLEICHUNGSSYSTEME            | 305 |
| KAPITEL 20. DETERMINANTEN                        | 316 |
| Sachverzeichnis                                  | 329 |
| Symbole                                          | 338 |