

Inhaltsübersicht

Vorwort	III
Inhaltsübersicht und Abhängigkeitsgraph	VI
Einleitung	XIII
Terminologie und Voraussetzungen	XVI

## ERSTES BUCH: ELEMENTARE BERECHNUNGSTHEORIE 1

KAPITEL A: MATHEMATISCHER ALGORITHMUSBEGRIFF 2TEIL I CHURCHSCHE THESE

§ 1. Begriffsexplikation Umformungssystem, Rechensystem, Maschine (Syntax und Semantik von Programmen), Turingmaschine, strukturierte (Turing- und Registermaschinen-) Programme (TO, RO) 2

§ 2. Äquivalenzsatz  $F \underset{\mu}{\subseteq} F(RO) \subseteq F(TO) \subseteq F(TM)$ , LOOP-Programm-Synthese für primitiv rekursive Funktionen,  $F(TM) \subseteq F(RO) \subseteq F_{\mu}$  20

§ 3. Exkurs über Semantik von Programmen Äquivalenz operationaler und denotationaler Semantik für RM-while-Programme, Fixpunktdeutung von Programmen, Beweis des Fixpunktsatzes 26

\* § 4. Erweiterter Äquivalenzsatz Simulation anderer Begriffs-explikationen: Modulare Maschinen, 2-Registermaschine, Thue-systeme, Markovalgorithmen, angeordnete Vektoradditionssysteme (Petrinetze), Postsche (kanonische bzw. reguläre) Kalküle, Wangsche nicht-löschen Halbbandmaschine, Wortregistermaschine 29

§ 5. These von Church 38

TEIL II UNIVERSELLE PROGRAMME UND REKURSIONSTHEOREM 40

§ 1. Universelle Programme Kleene-Normalform, akzeptable universelle Programmiersysteme und effektive Programmtransformationen 40

§ 2. Diagonalisierungsmethode Rekursionstheorem: Fixpunktdeutung (Satz von Rice), Rekursionsdeutung (implizite Definition: rekursive Aufzählung von  $F_{\text{prim}}$ , injektive Übersetzungsfunctionen in Gödelnumerierungen, Isomorphiesatz für Gödelnumerierungen, sich selbst reproduzierende Programme), parametrische effektive Version mit unendlich vielen Fixpunkten 45

N.B. Mit \* gekennzeichnete Abschnitte enthalten Vertiefungsstoff, der im Anschluß an Grundkurse behandelt werden kann.

<b>KAPITEL B: KOMPLEXITÄT ALGORITHMISCHER UNLÖSBARKEIT</b>	53
<b>TEIL I REKURSIV UNLÖSBARE PROBLEME (Reduktionsmethode)</b>	53
§ 1. Halteproblem K Spezialfälle des Satzes von Rice	53
§ 2. Einfache Reduktionen von K Entscheidungsprobleme berechnungs-universeller Systeme, Postsches Korrespondenzproblem, Domino-problem, Röddingsches Wegeproblem	55
* § 3. Exponentiell diophantische Gleichungen Simulation von RO	64
* § 4. $\lambda x, y, z. x = y^z$ ist diophantisch Pell-Gleichungen	71
<b>TEIL II ARITHMETISCHE HIERARCHIE UND UNLÖSBARKEITSGRADE</b>	81
§ 1. Rekursiv aufzählbare Prädikate Darstellungssätze, Universalität	81
§ 2. Arithmetische Hierarchie Aufzählungs- und Hierarchiesatz, Darstellungssatz, Komplexitätsbestimmungen (Unendlichkeits-, Anzahlaussagen, arithmetischer Wahrheitsbegriff)	86
* § 3. Reduktionsbegriffe und Unlösbarkeitsgrade Reduktionsbegriffe (Satz von Post), Indexmengen (Satz von Rice & Shapiro, $\Sigma_n$ -vollständige Programmeigenschaften), Kreativität und $\Sigma_1$ -Vollständigkeit (Satz von Myhill), Einfache Mengen ( $\equiv_1$ versus $\equiv_m$ versus $\equiv_{tt}$ , Satz von Decker und Yates), Prioritätsmethode (Satz von Friedberg & Muchnik), Komplexität des arithmetischen Wahrheitsbegriffs	91
<b>TEIL III ALLGEMEINE BERECHNUNGSKOMPLEXITÄT</b>	115
§ 1. Beschleunigungsphänomen Allg. Komplexitätsmaße, Blumscher Be-schleunigungssatz, Unmöglichkeit effektiver Beschleunigung	115
§ 2. Beliebig komplizierte Funktionen Satz von Rabin-Blum-Meyer über 123 Funktionen beliebig großer Programm- oder Rechenzeitkomplexität, Blumscher Programmverkürzungssatz, Lückensatz, Vereinigungssatz	123
* § 3. Zerlegungstheorie universeller Automaten Charakterisierung der Laufzeit-, Ein-, Ausgabe-, Übergangs- und Stopfunktionen uni-verseller Automaten; Unmöglichkeit uniformer rekursiver Simula-tionsschranken bei universellen Automaten	129

<b>KAPITEL C: REKURSIVITÄT UND KOMPLEXITÄT</b>	137
<b>TEIL I KOMPLEXITÄTSKLASSEN REKURSIVER FUNKTIONEN</b>	137
§ 0. Das Modell der $k$ -Band-Turingmaschine Bandreduktion, Band- und Zeitkompression, Simulationskomplexität eines universellen Programms	138
§ 1. Zeit- und Platzhierarchiesätze Satz von Fürer	144
§ 2. Komplexität nicht determinierter Programme Satz von Savitch	152
<b>TEIL II KOMPLEXITÄTSKLASSEN PRIMITIV REKURSIVER FUNKTIONEN</b>	155
§ 1. Grzegorczyk-Hierarchiesatz Äquivalenz der Charakterisierungen durch Wachstum (beschränkte Rekursionen, Einsetzungen in Ackermannzweige), Rekursions- und Looptiefe, Rechenzeitkomplexität aus Kleene-Normalform mit polynomialbeschränkten bzw. $R_3$ -Kodierungsfunktionen	157
* § 2. $E_n$ -Basis- und $E_n$ -Rechenzeithierarchiesatz	168
* § 3. Ackermannfunktion und Goodstein-Folgen Satz von Goodstein & Kirby & Paris	176
<b>TEIL III POLYNOMIAL UND EXPONENTIELL BESCHRÄNKTE KOMPLEXITÄTSKLASSEN</b>	179
§ 1. NP-vollständige Probleme Halte-, Domino-, Partitions-, Rucksack-, 180 Cliques-, Hamiltonsche Zyklen-, Handlungsreisenden- und ganzzahliges Programmierungsproblem	
§ 2. Vollständige Probleme für PBAND und exponentielle Klassen	191
<b>TEIL IV ENDLICHE AUTOMATEN</b>	193
§ 1. Charakterisierungen durch (in-) determinierte Akzeptoren und reguläre Ausdrücke Sätze von Rabin & Scott, Kleene	193
§ 2. Charakterisierung durch Kongruenzrelationen der Ununterscheidbarkeit Satz von Myhill & Nerode mit Korollaren (Zustandsminimalisierung, Beispiele nicht regulärer Sprachen, Schleifenlemma, 2-Weg-Automaten)	199
* § 3. Zerlegungssätze Produktzerlegung, Modulare Zerlegung (Rödding-sche Normalform bei sequentieller und paralleler Signalverarbeitung)	203
* § 4. Kleine universelle Programme 2-dimensionale TM mit 2 Zuständen und 4 Buchstaben, 2-dimensionales Thuesystem mit 2 Regeln und 3 Buchstaben, PBAND-Vollständiges Schleifenproblem	219

<b>TEIL V: KONTEXTFREIE SPRACHEN</b>	235
§ 1. Normalformen von Chomsky- und Greibach, Herleitungsbäume.	235
§ 2. Periodizitätseigenschaften Schleifenlemma, Satz von Parikh, induktive Charakterisierung durch Substitutionsiteration	241
§ 3. Maschinencharakterisierung Kellerautomaten, Abschlußeigen- schaften	246
§ 4. Entscheidungsprobleme Entscheidbarkeitssatz für kontextfreie und reguläre Grammatiken, Komplexität des Äquivalenzproblems regu- lärer Ausdrücke; Unentscheidbarkeitssatz für kontextfreie Grammatiken, Unmöglichkeit effektiver Minimalisierung	250
* § 5. Abgrenzungen gegen Chomsky-Hierarchieklassen Durchschnitt regu- lärer mit Klammersprachen, L-R Herleitungsbeschränkung von Typ-0- Grammatiken, kontextabhängige Sprachen (Platzbedarfsatz und LBA- Problem)	258
<b>ZWEITES BUCH: ELEMENTARE PRÄDIKATENLOGIK</b>	265
<b>KAPITEL D: LOGISCHE ANALYSE DES WAHRHEITSBEGRIFFS</b>	267
<b>TEIL I SYNTAX UND SEMANTIK</b>	267
§ 1. Formale Sprachen der 1. Stufe	267
§ 2. Interpretation formaler Sprachen	272
§ 3. Hilbert-Kalkül	278
<b>TEIL II VOLLSTÄNDIGKEITSSATZ</b>	283
§ 1. Herleitungen und Deduktionstheorem der Aussagenlogik	283
§ 2. Aussagenlogischer Vollständigkeitssatz (Lindenbaumscher Maximalisierungsprozeß; anaytische Tafeln, Resolution)	286
§ 3. Herleitungen und Deduktionstheorem der Prädikatenlogik	290
§ 4. Prädikatenlogischer Vollständigkeitssatz	294
<b>TEIL III FOLGERUNGEN AUS DEM VOLLSTÄNDIGKEITSSATZ</b>	298
§ 1. Ausdrucksschwäche der PL 1 Satz von Skolem, Kompaktheits- satz, Nichtcharakterisierbarkeit des Endlichkeitsbegriffs, zahlentheoretische Nicht-Standard-Modelle.	298

* § 2.	<i>Prädikatenlogik der 2. Stufe und Typentheorie</i> Charakterisierung der Endlichkeit, der Abzählbarkeit und von $(\mathbb{N}; 0, +1)$ in der 2. Stufe; Sprachen n-ter Stufe	301
§ 3.	<i>Kanonische Erfüllbarkeit</i> Skolemsche Normalform, (minimale) Herbrand-Modelle, prädikatenlogische Resolution, prozedurale Interpretation von Hornformeln, Vollständigkeit der SLD-Resolution	305
<b>KAPITEL E: LOGISCHE ANALYSE DES BEWEISBEGRIFFS</b>		316
<b>TEIL I:</b>	GENTZENS KALKÜL LK	316
§ 1.	<i>Der Kalkül LK (klassische Logik)</i>	317
§ 2.	<i>Äquivalenz zum Hilbert-Kalkül</i>	319
* <b>TEIL II:</b>	SCHNITTELEIMINATIONSSATZ FÜR LK	325
* <b>TEIL III:</b>	FOLGERUNGEN AUS DEM SCHNITTELEIMINATIONSSATZ	335
§ 1.	<i>Gentzens Hauptsatz (Kor: Satz von Herbrand)</i>	335
§ 2.	<i>Interpolationssatz</i> Kor: Definierbarkeitssatz. Widerlegung von Interpolations- und Definierbarkeitssatz im Endlichen.	340
<b>KAPITEL F: KOMPLEXITÄT LOGISCHER ENTSCHEIDUNGSPROBLEME</b>		352
<b>TEIL I:</b>	UNENTScheidbarkeit & REDUKTIONSKLASSEN	352
§ 1.	<i>Sätze von Church &amp; Turing, Trachtenbrot, Aanderaa &amp; Börger</i> Kor: PROLOG-Programm als Axiom einer wesentlich unentscheidbaren Theorie bzw. erfüllbare Formel ohne rekursive Modelle, PROLOG-Definierbarkeit aller berechenbaren Funktionen, Unmöglichkeit rekursiver Interpolation und rekursiver Explikationsschranken impliziter Definitionen	353
* § 2.	<i>Reduktionsart von Kahr-Moore-Wang</i>	368
<b>TEIL II:</b>	UNVOLLSTÄNDIGKEIT DER ARITHMETIK	373
	<i>Unvollständigkeitssatz von Gödel, Satz von Löb.</i>	
<b>TEIL III:</b>	REKURSIVE UNTERE KOMPLEXITÄTSSCHRANKEN	381
§ 0.	<i>Reduktionsmethode</i>	381
§ 1.	<i>Komplexität Boolescher Funktionen</i> Satz von Cook, Satz von Henschen & Wos, polynomiale Äquivalenz von Horn- und Netzwerkkomplexität, Satz von Stockmeyer	383

---

* § 2. Spektrumproblem Spektrumcharakterisierung der $E_3$ -Rechenzeit-	397
hierarchie (Satz von Rödding & Schwichtenberg, Jones & Selman, Christen); Logische Charakterisierung von NP durch globale existentielle zweitstufige Prädikate (Satz von Fagin), von P durch PL1+LFP mit Ordnung (Satz von Immerman & Vardi), von PBAND durch PL2+TC (Satz von Immerman)	
* § 3. Vollständige Entscheidungsprobleme für polynomiale und exponen- tielle Komplexitätsklassen	414
Satz von Lewis (NEXPZEIT-Vollständigkeit des Erfüllbarkeits- problems der monadischen Gödel-Kalmar-Schütte-Klasse $v^\infty \wedge^2 v^\infty$ n Monad), Satz von Plaisted (EXPZEIT-Vollständigkeit des Erfüllbarkeitsproblems der Bernays-Schönfinkel-Klasse $v^\infty \wedge^\infty$ in Hornformeln. Korollar: NEXPZEIT-Vollständigkeit für $v^\infty \wedge^\infty$ ), Satz von Plaisted und Denenberg & Lewis (PBAND-Voll- ständigkeit des Erfüllbarkeitsproblems der Bernays-Schönfinkel- Klasse in Krom- (und Horn-)formeln. Korollar: PBAND-Vollstän- digkeit von $V^\infty \wedge^\infty$ in determinierten Krom- und Hornformeln.	
Bibliographie	423
Index	452
Symbolverzeichnis	466