

Inhaltsübersicht

Vorwort	III
Inhaltsübersicht und Abhängigkeitsgraph	VI
Einleitung	XIII
Terminologie und Voraussetzungen	XVI

ERSTES BUCH: ELEMENTARE BERECHNUNGSTHEORIE

KAPITEL A: <u>MATHEMATISCHER ALGORITHMUSBEGRIFF</u>	2
<u>TEIL I</u> CHURCHSCHE THESE	
§ 1. <i>Begriffsexplikation</i> Umformungssystem, Rechensystem, Maschine (Syntax und Semantik von Programmen), Turingmaschine, strukturierte (Turing- und Registermaschinen-) Programme (TO,RO)	2
§ 2. <i>Äquivalenzsatz</i> $F_{\mu} \subseteq F(RO) \subseteq F(TO) \subseteq F(TM)$, LOOP-Programm-Synthese für primitiv rekursive Funktionen, $F(TM) \subseteq F(RO) \subseteq F_{\mu}$	20
§ 3. <i>Exkurs über Semantik von Programmen</i> Äquivalenz operationaler und denotationaler Semantik für RM-while-Programme, Fixpunktdeutung von Programmen, Beweis des Fixpunktsatzes	26
* § 4. <i>Erweiterter Äquivalenzsatz</i> Simulation anderer Begriffs- explikationen: Modulare Maschinen, 2-Registermaschine, Thuesysteme, Markovalgorithmen, angeordnete Vektoradditionssysteme (Petrinetze), Postsche (kanonische bzw. reguläre) Kalküle, Wangsche nicht-löschende Halbbandmaschine, Wortregistermaschine	29
§ 5. <i>These von Church</i>	38
<u>TEIL II</u> UNIVERSELLE PROGRAMME UND REKURSIONSTHEOREM	40
§ 1. <i>Universelle Programme</i> Kleene-Normalform, akzeptable universelle Programmiersysteme und effektive Programmtransformationen	40
§ 2. <i>Diagonalisierungsmethode</i> Rekursionstheorem: Fixpunktdeutung (Satz von Rice), Rekursionsdeutung (implizite Definition: rekursive Aufzählung von F_{prim} , injektive Übersetzungsfunktionen in Gödelnumerierungen, Isomorphiesatz für Gödelnumerierungen, sich selbst reproduzierende Programme), parametrische effektive Version mit unendlich vielen Fixpunkten	45

N.B. Mit * gekennzeichnete Abschnitte enthalten Vertiefungsstoff, der im Anschluß an Grundkurse behandelt werden kann.

<u>KAPITEL B: KOMPLEXITÄT ALGORITHMISCHER UNLÖSBARKEIT</u>	53
<u>TEIL I</u> REKURSIV UNLÖSBARE PROBLEME (Reduktionsmethode)	53
§ 1. Halteproblem K Spezialfälle des Satzes von Rice	53
§ 2. Einfache Reduktionen von K Entscheidungsprobleme berechnungs- universeller Systeme, Postsches Korrespondenzproblem, Domino- problem, Röddingsches Wegeproblem	55
* § 3. Exponentiell diophantische Gleichungen Simulation von RO	64
* § 4. $\lambda x, y, z. x = y^z$ ist diophantisch Pell-Gleichungen	71
<u>TEIL II</u> ARITHMETISCHE HIERARCHIE UND UNLÖSBARKEITSGRADE	81
§ 1. Rekursiv aufzählbare Prädikate Darstellungssätze, Universalität	81
§ 2. Arithmetische Hierarchie Aufzählungs- und Hierarchiesatz, Darstellungssatz, Komplexitätsbestimmungen (Unendlichkeits-, Anzahlaussagen, arithmetischer Wahrheitsbegriff)	86
* § 3. Reduktionsbegriffe und Unlösbarkeitsgrade Reduktionsbegriffe (Satz von Post), Indextmengen (Satz von Rice & Shapiro, Σ_n -voll- ständige Programmeigenschaften), Kreativität und Σ_1 -Vollständig- keit (Satz von Myhill), Einfache Mengen (\exists_1 versus \exists_m versus \exists_{tt} , Satz von Decker und Yates), Prioritätsmethode (Satz von Fried- berg & Muchnik), Komplexität des arithmetischen Wahrheitsbegriffs	91
<u>TEIL III</u> ALLGEMEINE BERECHNUNGSKOMPLEXITÄT	115
§ 1. Beschleunigungsphänomen Allg. Komplexitätsmaße, Blumscher Be- schleunigungssatz, Unmöglichkeit effektiver Beschleunigung	115
§ 2. Beliebig komplizierte Funktionen Satz von Rabin-Blum-Meyer über Funktionen beliebig großer Programm- oder Rechenzeitkomplexität, Blumscher Programmverkürzungssatz, Lückensatz, Vereinigungssatz	123
* § 3. Zerlegungstheorie universeller Automaten Charakterisierung der Laufzeit-, Ein-, Ausgabe-, Übergangs- und Stopfunktionen uni- verseller Automaten; Unmöglichkeit uniformer rekursiver Simula- tionsschranken bei universellen Automaten	129

KAPITEL C: REKURSIVITÄT UND KOMPLEXITÄT	137
TEIL I KOMPLEXITÄTSKLASSEN REKURSIVER FUNKTIONEN	137
§ 0. Das Modell der k -Band-Turingmaschine Bandreduktion, Band- und Zeitkompression, Simulationskomplexität eines universellen Programms	138
§ 1. Zeit- und Platzhierarchiesätze Satz von Fürer	144
§ 2. Komplexität nicht determinierter Programme Satz von Savitch	152
TEIL II KOMPLEXITÄTSKLASSEN PRIMITIV REKURSIVER FUNKTIONEN	155
§ 1. Grzegorzcyk-Hierarchiesatz Äquivalenz der Charakterisierungen durch Wachstum (beschränkte Rekursionen, Einsetzungen in Ackermannzweige), Rekursions- und Looptiefe, Rechenzeitkomplexität aus Kleene-Normalform mit polynomialbeschränkten bzw. R_3 -Kodierungsfunktionen	157
* § 2. E_n -Basis- und E_n -Rechenzeithierarchiesatz	168
* § 3. Ackermannfunktion und Goodstein-Folgen Satz von Goodstein & Kirby & Paris	176
TEIL III POLYNOMIAL UND EXPONENTIELL BESCHRÄNKTE KOMPLEXITÄTSKLASSEN	179
§ 1. NP-vollständige Probleme Halte-, Domino-, <u>Partitions-</u> , Rucksack-, <u>Cliquen-</u> , <u>Hamiltonsche Zyklen-</u> , Handlungsreisenden- und <u>ganzzahliges Programmierungsproblem</u>	180
§ 2. Vollständige Probleme für PBAND und exponentielle Klassen	191
TEIL IV ENDLICHE AUTOMATEN	193
§ 1. Charakterisierungen durch (in-) determinierte Akzeptoren und reguläre Ausdrücke Sätze von Rabin & Scott, Kleene	193
§ 2. Charakterisierung durch Kongruenzrelationen der Ununterscheidbarkeit Satz von Myhill & Nerode mit Korollaren (Zustands-minimalisierung, Beispiele nicht regulärer Sprachen, Schleifenlemma, 2-Weg-Automaten)	199
* § 3. Zerlegungssätze Produktzerlegung, Modulare Zerlegung (Rödding-sche Normalform bei sequentieller und paralleler Signalverarbeitung)	203
* § 4. Kleine universelle Programme 2-dimensionale TM mit 2 Zuständen und 4 Buchstaben, 2-dimensionales Thuesystem mit 2 Regeln und 3 Buchstaben, PBAND-Vollständiges Schleifenproblem	219

TEIL V: KONTEXTFREIE SPRACHEN	235
§ 1. <i>Normalformen von Chomsky- und Greibach, Herleitungsbäume.</i>	235
§ 2. <i>Periodizitätseigenschaften Schleifenlemma, Satz von Parikh, induktive Charakterisierung durch Substitutionsiteration</i>	241
§ 3. <i>Maschinencharakterisierung Kellerautomaten, Abschlußeigenschaften</i>	246
§ 4. <i>Entscheidungsprobleme Entscheidbarkeitssatz für kontextfreie und reguläre Grammatiken, Komplexität des Äquivalenzproblems regulärer Ausdrücke; Unentscheidbarkeitssatz für kontextfreie Grammatiken, Unmöglichkeit effektiver Minimalisierung</i>	250
* § 5. <i>Abgrenzungen gegen Chomsky-Hierarchieklassen Durchschnitt regulärer mit Klammersprachen, L-R Herleitungsbeschränkung von Typ-0-Grammatiken, kontextabhängige Sprachen (Platzbedarfsatz und LBA-Problem)</i>	258
 ZWEITES BUCH: ELEMENTARE PRÄDIKATENLOGIK	265
KAPITEL D: LOGISCHE ANALYSE DES WAHRHEITSBEGRIFFS	267
TEIL I SYNTAX UND SEMANTIK	267
§ 1. <i>Formale Sprachen der 1. Stufe</i>	267
§ 2. <i>Interpretation formaler Sprachen</i>	272
§ 3. <i>Hilbert-Kalkül</i>	278
TEIL II VOLLSTÄNDIGKEITSSATZ	283
§ 1. <i>Herleitungen und Deduktionstheorem der Aussagenlogik</i>	283
§ 2. <i>Aussagenlogischer Vollständigkeitssatz (Lindenbaumscher Maximalisierungsprozeß; anaytische Tafeln, Resolution)</i>	286
§ 3. <i>Herleitungen und Deduktionstheorem der Prädikatenlogik</i>	290
§ 4. <i>Prädikatenlogischer Vollständigkeitssatz</i>	294
TEIL III FOLGERUNGEN AUS DEM VOLLSTÄNDIGKEITSSATZ	298
§ 1. <i>Ausdrucksschwäche der PL 1 Satz von Skolem, Kompaktheitsatz, Nichtcharakterisierbarkeit des Endlichkeitsbegriffs, zahlentheoretische Nicht-Standard-Modelle.</i>	298

* § 2.	<i>Prädikatenlogik der 2. Stufe und Typentheorie</i>	Charakterisierung der Endlichkeit, der Abzählbarkeit und von $(\mathbb{N}; 0, +1)$ in der 2. Stufe; Sprachen n-ter Stufe	301
§ 3.	<i>Kanonische Erfüllbarkeit</i>	Skolemsche Normalform, (minimale) Herbrand-Modelle, prädikatenlogische Resolution, prozedurale Interpretation von Hornformeln, Vollständigkeit der SLD-Resolution	305
<u>KAPITEL E:</u>	<u>LOGISCHE ANALYSE DES BEWEISBEGRIFFS</u>		316
<u>TEIL I:</u>	GENTZENS KALKÜL LK		316
§ 1.	<i>Der Kalkül LK</i>	(Klassische Logik)	317
§ 2.	<i>Äquivalenz zum Hilbert-Kalkül</i>		319
* <u>TEIL II:</u>	SCHNITTELIMINATIONSSATZ FÜR LK		325
* <u>TEIL III:</u>	FOLGERUNGEN AUS DEM SCHNITTELIMINATIONSSATZ		335
§ 1.	<i>Gentzens Hauptsatz</i>	(Kor: Satz von Herbrand)	335
§ 2.	<i>Interpolationssatz</i>	Kor: Definierbarkeitssatz. Widerlegung von Interpolations- und Definierbarkeitssatz im Endlichen.	340
<u>KAPITEL F:</u>	<u>KOMPLEXITÄT LOGISCHER ENTSCHEIDUNGSPROBLEME</u>		352
<u>TEIL I:</u>	UNENTSCHEIDBARKEIT & REDUKTIONSKLASSEN		352
§ 1.	<i>Sätze von Church & Turing, Trachtenbrot, Aanderaa & Börger</i>	Kor: PROLOG-Programm als Axiom einer wesentlich unentscheidbaren Theorie bzw. erfüllbare Formel ohne rekursive Modelle, PROLOG-Definierbarkeit aller berechenbaren Funktionen, Unmöglichkeit rekursiver Interpolation und rekursiver Explikationsschranken impliziter Definitionen	353
* § 2.	<i>Reduktionstyp von Kahr-Moore-Wang</i>		368
<u>TEIL II:</u>	UNVOLLSTÄNDIGKEIT DER ARITHMETIK		373
	<i>Unvollständigkeitssatz von Gödel, Satz von Löb.</i>		
<u>TEIL III:</u>	REKURSIVE UNTERE KOMPLEXITÄTSSCHRANKEN		381
§ 0.	<i>Reduktionsmethode</i>		381
§ 1.	<i>Komplexität Boolescher Funktionen</i>	Satz von Cook, Satz von Henschen & Wos, polynomiale Äquivalenz von Horn- und Netzwerkkomplexität, Satz von Stockmeyer	383

- * § 2. *Spektrumproblem* Spektrumcharakterisierung der E_3 -Rechenzeit- 397
 hierarchie (Satz von Rödding & Schwichtenberg, Jones & Selman,
 Christen); Logische Charakterisierung von NP durch globale
 existentielle zweitstufige Prädikate (Satz von Fagin), von
 P durch PL1+LFP mit Ordnung (Satz von Immerman & Vardi), von
 PBAND durch PL2+TC (Satz von Immerman)
- * § 3. *Vollständige Entscheidungsprobleme für polynomiale und exponen-*
tielle Komplexitätsklassen 414
 Satz von Lewis (NEXPZEIT-Vollständigkeit des Erfüllbarkeits-
 problems der monadischen Gödel-Kalmar-Schütte-Klasse
 $V^{\infty} \Lambda^2 V^{\infty}$ n Monad), Satz von Plaisted (EXPZEIT-Vollständigkeit
 des Erfüllbarkeitsproblems der Bernays-Schönfinkel-Klasse
 $V^{\infty} \Lambda^{\infty}$ in Hornformeln. Korollar: NEXPZEIT-Vollständigkeit für
 $V^{\infty} \Lambda^{\infty}$), Satz von Plaisted und Denenberg & Lewis (PBAND-Voll-
 ständigkeit des Erfüllbarkeitsproblems der Bernays-Schönfinkel-
 Klasse in Krom- (und Horn-)formeln. Korollar: PBAND-Vollstän-
 digkeit von $V^{\infty} \Lambda^{\infty}$ in determinierten Krom- und Hornformeln.

Bibliographie	423
Index	452
Symbolverzeichnis	466