

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis	XI
1 Zahlen und Folgen	1
1.1 Algebraische Eigenschaften von Zahlen: Gruppen und Körper	1
1.2 Die natürlichen Zahlen und das Prinzip der vollständigen Induktion	7
1.3 Die ganzen Zahlen	9
1.4 Die rationalen Zahlen	9
1.5 Summen, Produkte, Fakultäten, Binomialkoeffizienten	10
1.6 Die Anordnung der Zahlen und das Rechnen mit Ungleichungen	18
1.7 Folgen	22
1.8 Die reellen Zahlen	29
1.9 Zahlensysteme und Zahlendarstellungen	34
1.10 Die komplexen Zahlen	38
1.11 Literatur	42
1.12 Aufgaben zu Kapitel 1	42
2 Reihen	44
2.1 Eigenschaften unendlicher Reihen	46
2.2 Spezielle Konvergenzkriterien	48
2.3 Literatur	55
2.4 Aufgaben zu Kapitel 2	55
3 Funktionen	57
3.1 Grundbegriffe	58
3.2 Grenzwerte und Funktionen	63
3.3 Stetige Funktionen	67
3.4 Gleichmäßig stetige Funktionen	73
3.5 Umkehrfunktionen stetiger Funktionen	75
3.6 Funktionenfolgen und -reihen	75
3.7 Komplexwertige Funktionen	80
3.8 Literatur	80
3.9 Aufgaben zu Kapitel 3	80
4 Differentialrechnung	82
4.1 Der Begriff der Ableitung	83
4.2 Differentiationsregeln	87

4.3	Die Mittelwertsätze und der Taylorsche Satz	91
4.4	Kurvendiskussion	98
4.5	Die Regel von l'Hospital	100
4.6	Ableitungen und gleichmäßige Konvergenz	103
4.7	Literatur	105
4.8	Aufgaben zu Kapitel 4.	105
5	Potenzreihen und elementare Funktionen	107
5.1	Allgemeine Eigenschaften reeller Potenzreihen	107
5.2	Die Exponentialfunktion und der natürliche Logarithmus.	111
5.3	Allgemeine Exponentialfunktionen, Logarithmen und Potenzen. . .	120
5.4	Die Kreisfunktionen	125
5.5	Die Hyperbelfunktionen	134
5.6	Komplexe Potenzreihen und die komplexe Exponentialfunktion . .	137
5.7	Wichtige Potenzreihen — eine Übersicht	143
5.8	Literatur	144
5.9	Aufgaben zu Kapitel 5.	144
6	Approximation und Interpolation	146
6.1	Interpolation durch algebraische Polynome.	149
6.2	Die bestmögliche gleichmäßige Approximation durch Polynome . .	162
6.3	Die Interpolation durch Splines.	168
6.4	Ausgleichsrechnung.	179
6.5	Numerische Differentiation	190
6.6	Ein Beispiel	200
6.7	Approximation — ein Überblick	205
6.8	Literatur	207
6.9	Aufgaben zu Kapitel 6.	208
7	Bestimmung von Nullstellen	209
7.1	Das Lokalisieren von Nullstellen mit Vorzeichenwechsel.	211
7.2	Spezielle Iterationsverfahren	212
7.3	Konvergenzaussagen	219
7.4	Der Fall mehrfacher Nullstellen.	222
7.5	Nullstellen von Polynomen	226
7.6	Ein Beispiel	233
7.7	Literatur	235
7.8	Aufgaben zu Kapitel 7.	235
8	Das Integral	237
8.1	Die Definition des Integrals	238
8.2	Eigenschaften des Integrals	243
8.3	Klassen integrierbarer Funktionen.	251

8.4	Der Mittelwertsatz der Integralrechnung	253
8.5	Vertauschbarkeit von Grenzprozessen	255
8.6	Die Integration komplexwertiger Funktionen	256
8.7	Aufgaben zu Kapitel 8.	257
9	Die Fundamentalsätze der Differential- und Integralrechnung.	258
9.1	Die Fundamentalsätze	258
9.2	Partielle Integration und Substitution	263
9.3	Der Taylorsche Satz mit Integralrestglied	267
9.4	Aufgaben zu Kapitel 9.	268
10	Grundintegrale und spezielle Substitutionen	270
10.1	Spezielle Substitutionen	272
10.2	Die Methode der Partialbruchzerlegung	279
10.3	Literatur zu den Kapiteln 8, 9 und 10.	283
10.4	Aufgaben zu Kapitel 10.	284
11	Numerische Integration	285
11.1	Die Notwendigkeit numerischer Verfahren	285
11.2	Zusammengesetzte Quadraturformeln	289
11.3	Die Konstruktion von Quadraturformeln beliebiger Ordnung	299
11.4	Newton-Cotes-Formeln	302
11.5	Gaußsche Quadraturformeln	306
11.6	Clenshaw-Curtis Formeln	312
11.7	Fehlerabschätzung und Fehlerschätzung	314
11.8	Die Wahl der Zerlegung des Integrationsintervalls	318
11.9	Extrapolationsverfahren	320
11.10	Spezielle Tricks	324
11.11	Integration diskret gegebener Funktionen	327
11.12	Ein Beispiel	328
11.13	Bemerkungen zur Auswahl geeigneter Quadraturformeln	331
11.14	Literatur	332
11.15	Aufgaben zu Kapitel 11.	333
12	Uneigentliche Integrale	335
12.1	Definition uneigentlicher Integrale; Sätze über deren Existenz	336
12.2	Die Zurückführung uneigentlicher Integrale auf eigentliche Integrale	345
12.3	Quadraturformeln vom Gauß-Typ für uneigentliche Integrale	352
12.4	Ein Beispiel	355
12.5	Zusammenfassung	358
12.6	Literatur	359
12.7	Aufgaben zu Kapitel 12.	359

13	Periodische Funktionen	363
13.1	Fourierreihen	365
13.2	Trigonometrische Interpolation und diskrete Fourierteilsummen . .	379
13.3	Die effektive Berechnung diskreter Fourierkoeffizienten komplexer Daten (FFT)	386
13.4	Die effektive Berechnung diskreter Fourierkoeffizienten reeller Daten	393
13.5	Interpolation durch periodische Splinesfunktionen	397
13.6	Numerische Integration periodischer Funktionen	403
13.7	Ein Beispiel	405
13.8	Periodische Funktionen – ein Überblick	408
13.9	Literatur	410
13.10	Aufgaben zu Kapitel 13	410
	Lösungen der Aufgaben	413
	Literaturverzeichnis	441
	Sachwortverzeichnis	444