

Hans Schneeweiß
Hans-Joachim Mittag

Lineare Modelle mit fehlerbehafteten Daten

Mit 50 Abbildungen und 18 Tabellen

Physica-Verlag Heidelberg Wien

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	XV
Tabellenverzeichnis	XVI
Verzeichnis der Anwendungsbeispiele	XVI
Verzeichnis der wichtigsten Abkürzungen	XVIII

0 Einleitung

0.1 Fehler in den Variablen	1
0.2 Ursachen und Ausmaß von Fehlern	3
0.3 Modelle mit fehlerbehafteten Daten (FV-Modelle)	7
0.4 Gliederung des Textes	10

1 Das lineare Modell mit fehlerbehafteten Daten

1.1 Modellgleichungen	13
1.1.1 Einfaches FV-Modell	13
a. Grundform	13
b. Symmetrische Form	15
1.1.2 Multiples FV-Modell	16
a. Grundform	16
b. Symmetrische Form	18
c. Scheinvariablenbereinigung	19
1.2 Spezifikation der Meßfehler	21
1.2.1 Systematische Meßfehler	21
a. Arten systematischer Fehler	21
b. Fehlerbereinigung durch Datentransformation	22
1.2.2 Stochastische Meßfehler	23
a. Das einfache FV-Modell	23
b. Das multiple FV-Modell	23
c. Ergänzende Annahmen für das einfache FV-Modell	26
d. Ergänzende Annahmen für das multiple FV-Modell	29
e. Beispiele aus der Ökonometrie, Agrarökonomie und Astronomie	29
1.3 Auswirkungen von Meßfehlern	32
1.3.1 Auswirkungen systematischer Meßfehler auf Schätzung, Strukturkonstanz, Prognose	32
a. Verzerrte KQ-Schätzung des absoluten Gliedes bei konstanten Fehlern	32
b. Verzerrte KQ-Schätzung bei proportionalen Fehlern	34
c. Approximation eines proportionalen Fehlers durch einen konstanten Fehler	35
d. KQ-Schätzung im multiplen FV-Modell bei linearen Fehlern	37
e. Scheinbarer Strukturbruch und verzerrte Prognosen	38
1.3.2 Auswirkungen stochastischer Meßfehler auf die Schätzung	39
a. Inkonsistenz der KQ-Schätzung	39
b. Beispiele aus der Ökonometrie	44
c. Asymptotisch verzerrte Korrelationsschätzung	46

1.3.3 Weitere Auswirkungen stochastischer Meßfehler	47
a. Scheinbarer Strukturbruch	47
b. Unterschiede in Zeitreihen- und Querschnittsanalysen	51
c. Asymptotische Autokorrelation in den KQ-Residuen	53
d. Asymptotische serielle Korrelation zwischen KQ-Residuen und exogener Variablen.....	54
e. Nichtlinearität der empirischen Regression	55
f. Verfälschung von Testergebnissen zur Granger-Kausalität	55
1.4 Das FV-Modell mit Zusatzinformation	56
1.4.1 Informationen über die Meßfehlervarianzen	57
a. Kenntnis einer Meßfehlervarianz	58
b. Kenntnis des Quotienten der Meßfehlervarianzen	58
c. Kenntnis beider Meßfehlervarianzen	59
1.4.2 Replikationen	59
1.4.3 Informationen über die latenten exogenen Variablen	60
a. Kenntnis einer Instrumentvariablen	60
b. Anordnung und Gruppenbildung	62
c. Information über die Verteilung der latenten exogenen Variablen	65
1.5 Erweiterungen des FV-Modells und verwandte Modelle	66
1.5.1 Multivariates FV-Modell	66
a. Grundform	67
b. Symmetrische Form	69
c. Interdependentes FV-Modell und I-Modell	73
d. MIMIC-, FVE- und FVI-Modell	75
1.5.2 Allgemeine Modelle mit latenten Variablen	79
a. LISREL-Modell	79
b. Das faktorenanalytische Modell (FA-Modell)	80
c. Beispiel zum FA-Modell aus den Erziehungswissenschaften	82
1.5.3 Verwandtschaft zwischen FV-Modell und anderen multivariaten Modellen	83
a. Dualität zwischen FV-Modell und FA-Modell	83
b. Verwandtschaft zwischen FVE-Modell und I-Modell	85
1.5.4 Dynamisches FV-Modell	87
1.5.5 Berksons Modell	89
a. Modellbeschreibung	89
b. Beispiele aus der Physik und der Ökonometrie	90
2 Das Identifikationsproblem	✉
2.1 Der Identifikationsbegriff im einfachen FV-Modell	91
2.1.1 Die Strukturvariante des einfachen FV-Modells	92
a. Modellbeschreibung	92
b. Die Strukturvariante für Modelle mit Querschnittsdaten	93
2.1.2 Identifikationsbegriffe	94
a. Identifizierbarkeit einer Modellstruktur	94
b. Identifizierbarkeit eines Modellparameters	96
c. M_2 -Identifizierbarkeit eines Modellparameters.....	97

2.2	Identifikation im einfachen FV-Modell ohne Zusatzinformation	98
2.2.1	Momentengleichungssystem für die empirischen Variablen	98
	a. Ableitung des Momentengleichungssystems	99
	b. Lösbarkeit des Momentengleichungssystems	99
2.2.2	Restriktionen für die Modellparameter	100
	a. Restriktionen für den Parameter β	100
	b. Restriktionen für die Fehlervarianzen	102
2.3	Identifikation im einfachen FV-Modell mit Zusatzinformation	102
2.3.1	Informationen über die Fehlervarianzen	103
	a. Kenntnis einer Fehlervarianz	103
	b. Kenntnis des Quotienten zweier Fehlervarianzen	104
	c. Kenntnis zweier Fehlervarianzen	105
	d. Beispiel aus der Ökonometrie: Identifikation und Schätzung von Friedmans Modell	105
2.3.2	Informationen über die latenten exogenen Variablen	108
	a. Kenntnis einer Instrumentvariablen	108
	b. Anordnung und Gruppenbildung	109
	c. Informationen über die Verteilung der latenten exogenen Variablen	110
	d. Identifikation mit Momenten dritter Ordnung	111
	e. Beispiel aus der Ökonometrie: Identifikation von Engelkurven .	114
2.4	Identifikation und konsistente Schätzung im einfachen FV-Modell	114
2.4.1	Das einfache FV-Modell ohne Zusatzinformation	114
	a. Strukturvariante	114
	b. Funktionalvariante	115
2.4.2	Das einfache FV-Modell mit Zusatzinformation	116
2.5	Identifikation im multiplen und multivariaten FV-Modell	117
2.5.1	Multiples FV-Modell	117
	a. Momentengleichungen	117
	b. Identifikation bei nichtnormalverteilten exogenen Variablen	119
	c. Parameterrestriktionen	120
2.5.2	Multivariates FV-Modell	121

3 Schätzung der Modellparameter

3.1	Grundlagen für die Ableitung von Schätzverfahren	123
3.1.1	Statistische Grundlagen	123
3.1.2	Schätzung im einfachen FV-Modell	126
	a. Grenzmomente	126
	b. Momentenschätzer	130
3.1.3	Schätzung im multiplen FV-Modell	132
	a. Grenzmomente	132
	b. Momentenschätzer	137
3.2	Anwendung der KQ-Methode auf das FV-Modell	139
3.2.1	KQ-Schätzung im einfachen FV-Modell	139
	a. Schätzung der Regressionskoeffizienten	139

b.	Schätzung der Koeffizienten der Umkehrregression.....	142
c.	Schätzung der Fehlervarianz σ_u^2	143
3.2.2	KQ-Schätzung im multiplen FV-Modell	144
a.	Schätzung des Regressionskoeffizientenvektors.....	145
b.	Schätzung der Fehlervarianz σ_u^2	146
c.	Der Spezialfall zweier exogener Variablen	148
d.	Bereinigung von fehlerfrei gemessenen Regressoren	150
e.	Beispiele aus der Ökonometrie	154
3.3	Schätzung mit Informationen über die Fehlervarianzen	158
3.3.1	Schätzung bei Kenntnis der Kovarianzmatrix Σ der Fehler in den exogenen Variablen (V-Schätzung)	158
a.	V-Schätzung im einfachen FV-Modell	158
b.	V-Schätzung als ML-Schätzung	161
c.	V-Schätzung im multiplen FV-Modell	163
d.	Bereinigung von fehlerfrei gemessenen Regressoren	166
e.	Beispiele aus der Soziologie und der Medizin	167
f.	Das interdependente FV-Modell	170
3.3.2	Schätzung bei Kenntnis der Kovarianzmatrix Σ_0 aller Fehlervariab- len bis auf einen Proportionalitätsfaktor (P-Schätzung)	171
a.	P-Schätzung im einfachen FV-Modell	171
b.	P-Schätzung als ML-Schätzung; Prinzip der gewogenen klein- sten Quadrate	174
c.	P-Schätzung im multiplen FV-Modell	178
d.	P-Schätzung im multiplen FV-Modell als ML-Schätzung	182
e.	ML-Schätzung bei Heteroskedastie	186
f.	Beispiele aus der Biometrie und der Geologie	189
3.3.3	Schätzung bei vollständiger Kenntnis der Kovarianzmatrix Σ_0	190
3.3.4	Verallgemeinerungen	192
3.4	Replikationen	193
3.4.1	Das FV-Modell mit Replikationen (R-Modell)	194
a.	Formale Struktur des Modells	194
b.	Interpretation des R-Modells und Beispiel aus der Biometrie....	197
3.4.2	Schätzung mit Replikationen (R-Schätzung)	198
a.	R-Schätzung der systematischen Variablen und der Meßfehler- varianzen	198
b.	R-Schätzung der übrigen Parameter im Fall $\varepsilon \neq 0$ bei konstan- ter Replikationszahl	201

c. R-Schätzung der Regressionskoeffizienten im Fall $\varepsilon \equiv 0$ bei konstanter Replikationszahl	202
d. R-Schätzung der Regressionskoeffizienten im Fall $\varepsilon \equiv 0$ bei in Paaren anfallenden Beobachtungen.....	204
e. ML-Schätzung im Fall $\varepsilon \equiv 0$ bei in Paaren anfallenden Beobachtungen	205
f. Beispiele aus dem Eichwesen und der Medizin	208
3.5 Schätzung mit Instrumentvariablen	210
3.5.1 Instrumentvariablenschätzung (IV-Schätzung)	210
a. IV-Schätzung im einfachen FV-Modell	210
b. IV-Schätzung im multiplen FV-Modell	213
c. Bereinigung von fehlerfrei gemessenen Regressoren	218
d. Erweiterung des Instrumentvariablenbegriffs	220
e. Beispiele zur IV-Schätzung aus der Ökonometrie.....	221
3.5.2 Schätzung im FVE-Modell	223
a. Das FVE-Modell	223
b. Der zweistufige KQ-Schätzer	226
c. Der zweistufige KQ-Schätzer als \hat{V} -Schätzer	227
d. Der Varianzkomponentenschätzer	229
e. Der P-Schätzer im FVE-Modell	230
f. Anwendung von Schätzmethoden für das I-Modell auf das FVE-Modell	232
g. ML-Schätzung im FVE-Modell	236
h. Das R-Modell mit $\varepsilon \equiv 0$ als FVE-Modell	241
i. Beispiele aus der Ökonometrie und der Biochemie	244
3.5.3 Schätzung im FVI-Modell	246
a. Das FVI-Modell	246
b. ML-Schätzung im FVI-Modell	248
c. Beispiele aus dem Eichwesen und der Geophysik	252
3.6 Schätzung mit Informationen über die Größenordnung der latenten exogenen Variablen	255
3.6.1 Gruppierungsverfahren (G-Schätzung)	256
a. G-Schätzung nach Wald	256
b. Ein Beispiel aus der Ökonometrie	260
c. G-Schätzung mit zwei Gruppen bei weitergehender A-priori-Information	260
d. G-Schätzung mit drei Gruppen	262
e. G-Schätzung mit beliebiger Gruppenzahl	265
f. G-Schätzung im multiplen FV-Modell	266
3.6.2 Schätzung bei Kenntnis der Größenrangordnung	267
a. Das Schätzverfahren	267
b. Ein Beispiel aus der Luft- und Raumfahrt	268

3.7	Instrumentvariablenabschätzung in dynamischen und interdependenten FV-Modellen	269
3.7.1	IV-Schätzung in dynamischen FV-Modellen	269
	a. Das allgemeine Modell	269
	b. Das rein autoregressive Modell	271
	c. Das rein autoregressive Modell mit autokorrelierten Störvariablen	273
	d. Das autoregressive Modell mit einer nicht autokorrelierten exogenen Variablen	274
	e. Das autoregressive Modell mit autokorrelierten exogenen Variablen	280
3.7.2	Die IV-Methode bei interdependenten FV-Modellen	283
	a. Schätzung einer Modellgleichung bei beschränkter Information	284
	b. Schätzung bei voller Information	288
3.8	Schätzung mit Informationen über die Verteilung der latenten exogenen Variablen	294
3.8.1	Schätzung mit A-priori-Informationen über Momente dritter Ordnung (M-Schätzung)	295
	a. M-Schätzung bei Normalverteilung einer Fehlervariablen	295
	b. M-Schätzung bei fehlender Normalverteilungsannahme	296
	c. Kombination von M-Schätzern	296
3.8.2	Schätzung mit A-priori-Informationen über Kumulantensmomente höherer Ordnung (K-Schätzung)	297
	a. Einführung des Kumulantensbegriffs	298
	b. K-Schätzung bei Normalverteilung beider Fehlervariablen	299
	c. K-Schätzung bei fehlender Normalverteilungsannahme	301
3.8.3	Schätzverfahren ohne Momente	302
4	Der Schätzfehler	
4.1	Grundlagen für die Berechnung asymptotischer Verteilungen	305
4.1.1	Grenzwertsätze für skalare Zufallsvariablen	305
4.1.2	Grenzwertsätze für vektorielle Zufallsvariablen	308
	a. Weitere Varianten des Zentralen Grenzwertsatzes	308
	b. Hilfssätze	310
4.2	Der asymptotische Schätzfehler	313
4.2.1	Die KQ-Schätzung	314
	a. Asymptotische Verteilung des Schätzfehlers im einfachen FV-Modell	314
	b. Approximative Varianz und approximativer MQF	318
	c. Multiples FV-Modell	321
4.2.2	Die V-Schätzung	321
	a. Asymptotische Verteilung des Schätzfehlers im einfachen FV-Modell	321
	b. Approximative Varianz, approximativer MQF und Vergleich mit der KQ-Schätzung	324
	c. Multiples FV-Modell	326

4.2.3	Die P-Schätzung	326
a.	Asymptotische Verteilung des Schätzfehlers im einfachen FV-Modell	326
b.	Multiples FV-Modell	329
c.	Der Fall vollständig bekannter Kovarianzmatrix Σ_0	330
4.2.4	Die R-Schätzungen	331
a.	Asymptotische Verteilung des Schätzfehlers im Falle $\varepsilon \not\equiv 0 (T \rightarrow \infty)$	332
b.	Asymptotische Verteilung des Schätzfehlers im Falle $\varepsilon \equiv 0 (T \rightarrow \infty)$	333
c.	Asymptotische Verteilung des Schätzfehlers bei paarweise anfallenden Beobachtungen und $\varepsilon \equiv 0 (T \rightarrow \infty)$	334
d.	Asymptotische Verteilung des Schätzfehlers bei paarweise anfallenden Beobachtungen und $\varepsilon \equiv 0 (T \rightarrow \infty)$	334
4.2.5	Die IV-Schätzung	336
a.	Asymptotische Verteilung des Schätzfehlers im einfachen FV-Modell	336
b.	Multiples FV-Modell	339
c.	Erweiterter Instrumentvariablenbegriff	340
4.2.6	Die G-Schätzungen	341
a.	Asymptotische Verteilung des Fehlers der G-Schätzung nach Wald	341
b.	Asymptotische Verteilung des Fehlers der G-Schätzung nach Nair und Bartlett	342
4.2.7	Die M- und K-Schätzungen	342
a.	Asymptotische Verteilung des Fehlers einer allgemeinen Klasse von M- und K-Schätzungen	343
b.	Asymptotische Verteilung des Fehlers spezieller M- und K-Schätzungen	344
4.2.8	Kombinierte Schätzungen	347
4.3	Verteilungen von Schätzern bei endlichen Stichproben	348
4.3.1	Grundlagen	349
a.	Stand der Kleine-Stichproben-Forschung	349
b.	Die Wishartverteilung	351
4.3.2	Der KQ-Schätzer	353
a.	Exakte Dichtefunktion	353
b.	Erwartungswert	354
c.	MQF und Varianz	359
4.3.3	Der orthogonale KQ-Schätzer	362
a.	Exakte Dichtefunktion	362
b.	Momente	366
4.3.4	IV-Schätzung	366
a.	Einfaches FV-Modell mit einer Instrumentvariablen	366
b.	Einfaches FVE-Modell	368
c.	Multiples FVE-Modell	369

4.4 Konfidenzbereiche und Tests für das einfache FV-Modell	370
4.4.1 Approximative Konfidenzintervalle und Tests	371
4.4.2 Exakter Konfidenzbereich und Test bei bekanntem Quotienten der Fehlervarianzen	372
a. Gemeinsamer Test für α und β	373
b. Test für β	375
c. Konfidenzbereich für β	376
4.4.3 Exakter Konfidenzbereich und Test bei Kenntnis beider Fehlervarianzen	379
4.4.4 Exakter Konfidenzbereich und Test im Replikationsfall	380
4.4.5 Exakter Konfidenzbereich und Test bei Kenntnis einer Instrumentenvariablen	383
a. Gemeinsamer Test für α und β	383
b. Test für β	384
c. Konfidenzbereich für β	386
d. Der Spezialfall der G-Schätzung	390
5 Spezifikationstests und Prognose	
5.1 Modellspezifikationstests	392
5.1.1 Problemstellung	392
5.1.2 Spezielle Spezifikationstests	393
a. Ein Test von Wu	393
b. Andere Tests	397
5.2 Prognose	398
5.2.1 Problemstellung	398
5.2.2 Das erste Prognoseproblem	399
a. Strukturvariante	399
b. Funktionalvariante	401
c. Ein Beispiel aus der Geophysik	401
5.2.3 Das zweite Prognoseproblem	402
a. Strukturvariante	402
b. Funktionalvariante	403
Lösungen zu den Übungsaufgaben	405
Literaturverzeichnis	482
Autorenverzeichnis	495
Sachverzeichnis	499