

Walter Kellenberger

Elastisches Wuchten

Modale Verfahren, EK-Technik,
Sondertechniken, automatisches und
thermisches Wuchten

Mit 120 Abbildungen

Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York
London Paris Tokyo 1987

Inhaltsverzeichnis

Bezeichnungen	XVII
Einführung	1
1 Vorbemerkungen	1
1.1 Warum Wuchten?	1
1.2 Was ist Wuchten?	1
1.3 Das Problem des Wuchtens	4
1.4 Starres oder elastisches Wuchten?	5
2 Grundbegriffe	6
2.1 Koordinatensysteme und Freiheitsgrade	6
2.2 Exzentrizität und Unwucht	8
2.3 Achsen und Linien	11
3 Das Wuchtproblem	14
3.1 Der starre Rotor	15
3.1.1 Generelles Wuchtproblem	15
3.1.2 Praktische Berechnung der KU	22
3.1.3 Berechnung der Lagerkräfte eines zweifach starr gelagerten starren Rotors mit Unwucht	24
3.2 Der elastische Rotor	29
1. Teil: Starre Rotoren	33
4 Wuchten von starren Rotoren	33
5 Wuchtbeispiele starrer Rotoren	39
6 Dynamik starrer Rotoren	51
6.1 Starrer Rotor in radial anisotrop-elastischen, frei-drehbaren Lagern	51
6.2 Starrer Rotor in Gleitlagern	64
6.3 Starrer Rotor in elastisch-angespannten und ideal-anisotropen Lagern	70
7 Bestimmung der Unwucht aus Messungen am starren Rotor – Wuchtmaschinen	71

7.1	Messung der Lagerunwucht	71
7.1.1	Verfahren der Resonanzmessung	72
7.1.2	Verfahren der Wegmessung	73
7.1.3	Verfahren der Kraftmessung	75
7.1.4	Universalwuchtmaschinen	78
7.2	Transformation der Lagerunwucht in die WE	78
2. Teil:	Modales Wuchten elastischer Rotoren	81
A. Lavalwelle		
8	Wuchten der krummen Lavalwelle	81
8.1	Die krumme Lavalwelle in radial-isotroper Lagerung – Äußere Dämpfung an der Scheibe	81
8.1.1	Die gerade Welle mit Massen-Exzentrizität, (-Unwucht)	82
8.1.2	Die krumme Welle ohne Massen-Exzentrizität, (-Unwucht)	85
8.1.3	Wuchten der krummen Welle mit Massen-Exzentrizität, (-Unwucht)	87
8.2	Die krumme Lavalwelle in radial-anisotroper Lagerung – Äußere Dämpfung an der Scheibe	90
8.3	Einfluß der Lagerelastizität auf die Resonanzdrehzahl	94
8.4	Einfluß der Wellenelastizität auf die Anisotropie	95
8.5	Die gerade und krumme Lavalwelle in Gleitlagern	98
8.6	Unwuchtmessung der geraden oder krummen Lavalwelle	102
9	Wuchten der Lavalwelle mit schiefstehender Scheibe	102
9.1	Voraussetzungen	103
9.2	Elastische Führungskräfte (äußere Kräfte und Momente)	103
9.3	Weitere äußere Kräfte und Momente	106
9.4	Impulssatz (Massenmittelpunktsatz)	106
9.5	Drallsatz	106
9.6	Bewegungsdifferentialgleichungen und deren Lösung	108
9.7	Spezialfälle	108
9.7.1	Mittig gelegene Scheibe	108
9.7.2	Isotrop-elastisch gelagerte Scheibenwelle	109
9.7.3	Welle starr und starr gelagert, ohne Exzentrizität	109
9.8	Diskussion der Lösung und Wuchtbedingungen	110
9.9	Einfluß des Eigengewichts bei horizontal gelagerten Rotoren	113
10	Grenzen des Wuchtens starrer Rotoren bei höheren Drehzahlen	116
B. Mehrscheibenwelle		
11	Die elastische Welle mit mehreren Scheiben auf zwei Lagern	125
11.1	Einleitung	125

I. Radial starre Lager (isotrope Lager)	126
11.2 Dynamik des Dreischeiben-Rotors	126
11.2.1 Voraussetzung	126
11.2.2 Beteiligte Kräfte	126
11.2.3 Massenmittelpunktsatz und Differentialgleichung	127
11.2.4 Eigenwertproblem	128
11.2.5 Entkopplung der Differentialgleichung	131
11.2.6 Lösung der Differentialgleichung	132
11.2.7 Numerische Daten und Rechnung	133
11.2.8 Einfluß einer einzigen Unwucht	135
11.2.9 Unwuchtverteilung proportional der Eigenform und Scheibenmasse	137
11.2.10 Beispiel der Auslenkung einer Dreischeiben-Welle mit Unwuchten an zwei Scheiben	139
11.3 Wuchtproblem – Wuchten nach Eigenformen	139
11.3.1 Wuchtsätze	139
11.3.2 Modales Wuchten oder Wuchten nach Eigenformen, N-Methode	145
11.3.2.1 Praktisches Wuchten nach Eigenformen	147
11.3.2.2 Genauigkeit des Wuchtens nach Eigenformen, Systematischer Fehler der Modal-Methode	150
11.3.2.3 Beispiele für das klassische Wuchten nach Eigenformen bei kleiner Unwucht	151
11.3.3 Kombiniertes „starres“ und unabhängiges modal-elastisches Wuchten bei großer Unwucht	155
11.3.4 Klassisches modales Vorwärtswuchten bei kleiner Unwucht	160
11.3.5 Modales Vorwärtswuchten bei großer Unwucht – kombiniertes „starres“ und „elastisches“ Wuchten	163
11.3.6 Allgemeiner Kommentar zu den Beispielen und dem Wuchten nach Eigenformen	169
11.3.7 Methode der Identifikation bei radial-isotroper Lagerung	171
11.3.8 Modales Wuchten von wenigen Eigenformen bei Rotoren mit vielen Eigenformen oder kritischen Drehzahlen	175
II. Ideal-anisotrope Lager	177
11.4 Modales Wuchten der ideal-anisotrop gelagerten Mehrscheibenwelle	177
11.4.1 Differentialgleichung	177
11.4.2 Eigenwertproblem	179
11.4.3 Entkopplung der Differentialgleichung und Lösung	179
11.4.4 Numerische Daten und Lösung für ein Beispiel	181
11.4.5 Modales Wuchten der ideal-anisotrop gelagerten Welle	184
11.4.6 Modales Wuchten der ideal-anisotrop gelagerten Welle mit Identifikation	192

III. Gleitlager	194
11.5 Approximatives modales Wuchten bei Gleitlagerung	194
11.5.1 Steifigkeitsmatrix	195
11.5.2 Dämpfungsmatrix	197
11.5.3 Beispiele	198
11.5.4 Vereinfachtes Verfahren	200
11.5.5 Vorgehen zum modalen Wuchten von gleitgelagerten, elastischen Rotoren	201
11.6 Bimodales Wuchten	203
11.6.1 Einleitung	203
11.6.2 Differentialgleichung	203
11.6.3 Eigenwertproblem	205
11.6.4 Biorthogonalität der Eigenvektoren	207
11.6.5 Erzwungene Unwuchtschwingungen	209
11.6.6 Bimodales Wuchtproblem	211
11.6.7 Numerisches Beispiel	214
11.6.7.1 Daten der Modellwelle	214
11.6.7.2 Matrizen	215
11.6.8 Wirkung der bimodalen Wuchtsätze	220
11.6.9 Bimodale (N+2)-Methode	220
11.6.10 Allgemeine Bemerkungen zum bimodalen Wuchten	227
C. Kontinuierliche Rotoren	229
12 Modales Wuchten des kontinuierlichen Wellenstrangs	229
12.1 Ideal-anisotrope Lagerung	230
12.1.1 Lösung des Randwertproblems	230
12.1.1.1 Differentialgleichungen, Rand- und Lagerbedingungen	230
12.1.1.2 Ungedämpfte Eigenschwingungen	231
12.1.1.3 Erzwungene Schwingungen	233
12.1.2 Wuchtgleichungen	235
12.2 Radial-isotrope Lagerung – Wuchtgleichungen	236
12.3 Ideal-anisotrope Lagerung – Wuchtproblem	246
12.4 Die (N+2)-Methode – Beschleunigung der Konvergenz	252
12.5 Vergleich der N- und (N+2)-Methode am Beispiel einer Modellwelle	260
12.5.1 Statische Unwucht	265
12.5.2 Dynamische Unwucht	267
12.6 Praktisches Wuchten von Wellen und Wellensträngen mit der modalen Methode	268
Beispiel 1: Zweipoliger Turbogenerator auf radial-isotropen Lagern	271
Beispiel 2: Modales Wuchten eines Wellenstranges (Dampfturbinen- gruppe)	276
12.7 Methode der Identifikation	287
12.7.1 Radial-isotrope Lagerung	287
12.7.2 Ideal-anisotrope Lagerung	290

12.8	Einfluß des Fundaments auf das modale Wuchten	296
12.8.1	Ideal-anisotrope Lagerung, kinetische Nachgiebigkeit und -Steifigkeit	296
12.8.2	Ungedämpfte kritische Drehzahl bei Fundamenteinfluß	299
12.8.3	Allgemeine Bemerkungen zur Lagerung elastischer Rotoren bei Fundamenteinfluß	308
12.9	Wuchten mit Integralgleichung	308
12.10	Bimodales Wuchten	312
12.10.1	Bimodale N-Methode	313
12.10.2	Bimodale (N+2)-Methode	314

3. Teil: Wuchten mit Einflußkoeffizienten

317

13	Ableitung der klassischen EK-Methode	317
13.1	Einflußkoeffizienten	319
13.2	Messung der EK	319
13.3	EK-Matrix oder Wuchtmatrix und KU	321
13.3.1	$J = K$ (gleichviele MP wie WE)	322
13.3.2	$J < K$ (weniger MP als WE)	322
13.3.3	$J > K$ (mehr MP als WE)	322
14	Fehlerbetrachtung (Sensitivitätsanalyse) und Wuchtgüte	325
14.1	$J > K$ (mehr MP als WE)	325
14.2	Wuchtgüte	327
14.3	$J = K$ (gleichviele MP wie WE)	327
15	Schulbeispiele	328
15.1	$J = K$ (gleichviele MP wie WE)	329
15.2	$J > K$ (mehr MP als WE)	332
15.2.1	Systematische Fehler	332
15.2.2	Alternierende Fehler	333
15.3	Empfehlungen für die Wahl der Meßpunkte beim Wuchten mit Einflußkoeffizienten	337
15.4	Vergleich der exakten EK-Methode mit der modalen Methode	337
16	Vorwärtswuchten	340
17	Modifikationen der klassischen EK-Methode	341
17.1	Gewichtung	341
17.2	Ausgleich der Einflußkoeffizienten	345
17.2.1	Direkte Bestimmung der EK-Matrix A	349
17.2.2	Bestimmung der EK-Matrix A mit statistischem Ausgleich	351
17.2.3	Schulbeispiele	353
17.3	Messungen in zwei Richtungen bei stark anisotroper Lagerung	357
18	Allgemeine Bemerkungen zum Wuchten mit Einflußkoeffizienten	359

4. Teil: Sondertechniken, automatisches und thermisches Wuchten	361
19 Sondertechniken	361
19.1 Identifikationsmethoden (ohne Testgewichte)	362
19.1.1 Gasch, Drechsler [Ga2] und Gnielka [Gn]	363
19.1.2 Drechsler [Dr5]	366
19.1.3 Müller [Mü2]	369
19.1.4 Morton [Mt]	372
19.2 Umgehung der Resonanzmessung	376
19.2.1 Markert [Ma2, Ma3, Ma1]	377
19.2.2 Ono [On]	381
19.3 Quasi-modales Wuchten	385
19.3.1 Zweilagerige Rotoren	385
19.3.2 Dreilagerige Rotoren	393
19.4 Verbesserung der EK-Methode (UCA)	398
20 Automatisches Wuchten	402
20.1 Automatisches Wuchten ohne und mit wenig Eingriff von außen	402
20.1.1 Rotoren mit einem Freiheitsgrad	402
20.1.2 Rotoren mit mehr als einem Freiheitsgrad	405
20.2 Automatisches Wuchten mit Eingriff von außen	408
20.3 Automatisches Wuchten mit passiven oder aktiven künstlichen Lagern	415
21 Thermisches Wuchten	417
21.1 Gelenkte Kühlmittelführung zum thermischen Wuchten	420
21.2 Von außen gesteuerte Verkrümmung des Rotors durch Heizelemente im Rotor oder Drosselung der Kühlflüssigkeit in der Erregerwicklung großer Turbogeneratoren	422
21.3 Von außen gesteuerte Verkrümmung des Rotors durch Energiezufuhr über den Luftspalt	424
21.4 Thermisch gesteuerte Einzelmassenverlagerung von außen ohne thermische Verkrümmung des Rotors	425
22 Empfehlungen, Richtlinien und Normen die Wuchtgüte betreffend	426
22.1 Zulässige Restunwuchten (direkte Kriterien)	427
22.1.1 Starre Rotoren	427
22.1.2 Elastische Rotoren	430
22.1.3 Klasse-2-Rotoren	431
22.2 Empfehlungen für zulässige Schwingungen in der Wuchtanlage	436
22.3 Zulässige Lager- und Wellenschwingungen (indirekte Kriterien)	438
22.3.1 Lagerschwingungen	438
22.3.2 Wellenschwingungen	442
Mathematische Ergänzungen	447
Anhang zu Kap. 3. Verschiedene Darstellungen der Kräfte mit gleicher Wirkung an einem starren Rotor	447

Anhang zu Kap. 6. Lagerbewegung eines starren Rotors beliebiger Form und Unwucht in zwei gleichen anisotropen Lagern	448
Anhang zu Kap. 8. Partikuläre Lösung einer linearen Differentialgleichung 1 mit komplexen Funktionen	451
Anhang zu Kap. 9. Partikuläre Lösung einer linearen Differentialgleichung 2 mit komplexen Funktionen	454
Anhang zu Kap. 10. Lagerkräfte eines Lavalrotors, der in den Lagerebenen starr gewuchtet wurde – Grenzdrehzahl	456
Anhang zu Abschn. 11.2.3. Umstellung der Differentialgleichung (11.9) mit komplexen Unbekannten auf reelle Unbekannte	460
Anhang zu Abschn. 11.2.5. Bedingungen für die Entkopplung einer linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung	461
Anhang zu Abschn. 11.2.7. Berechnung einer Nachgiebigkeitsmatrix	462
Anhang zu Abschn. 11.3.1. Umwandlung der modalen Wuchtgleichung mit komplexen Unwuchten in eine modale Wuchtgleichung mit reellen Unwucht Komponenten	463
Anhang zu Abschn. 11.3.7. Ermittlung der Dämpfung aus der Messung ...	465
Anhang zu Abschn. 11.4. Berechnung der Nachgiebigkeitsmatrizen	465
Anhang zu Abschn. 11.5. Beweis für $A_a \ll C_a$	467
Anhang 1 zu Abschn. 11.6. Umwandlung einer komplexen Matrizen- gleichung (bimodale Wuchtgleichung) in eine reelle Matrizengleichung ..	469
Anhang 2 zu Abschn. 11.6. Ableitung der Steifigkeitsmatrix für die frei-freie Welle	469
Anhang zu Abschn. 12.1.1.1. Beweis der Orthogonalitätsbedingungen für Eigenfunktionen des Wellenstrangs	472
Anhang zu Abschn. 12.1.1.3. Generalisierte Masse und generalisierte Steifig- keit bei radial-isotroper Lagerung eines kontinuierlichen elastischen Rotors	475
Anhang 1 zu Abschn. 12.4. Beweis für überflüssige starre Wuchtung, aber nur bei der utopischen Berücksichtigung von unendlich vielen Eigenformen	476
Anhang 2 zu Abschn. 12.4. Konvergenz der N- und (N + 2)-Methode	479
Anhang 1 zu Kap. 13. Einflußkoeffizienten für isotrope Lagerung	481
Anhang 2 zu Kap. 13. Zerlegung einer komplexen Matrizengleichung in eine reelle Matrizengleichung mit Block- oder Übermatrizen. (notwendig für die numerische Rechnung)	482
Anhang zu Abschn. 19.2. Stochastische Erregung eines Einmassensystems – Faltungsintegral	488
Anhang zu Abschn. 19.4. Bildung von Beschränkungsvektoren und -Matrizen	491
Anhang zu Kap. 22. Lagerpressung zweier geometrisch ähnlicher Lavalrotoren	492
Literaturverzeichnis	495
Bücher	495
Zeitschriftenaufsätze	496
Richtlinien, Normen	502
Sachverzeichnis	505
Wuchtgleichungen	511