

1	Logik, Mengen, Zahlensysteme	21
1.1	Aussagenlogik	21
1.1.1	Allgemeines	21
1.1.2	Ein- und zweistellige BOOLEsche Funktionen	23
1.1.3	BOOLEsche Algebra	25
1.1.4	Normalformen	27
1.2	Prädikatenlogik	29
1.3	Mengen	30
1.3.1	Allgemeines	30
1.3.2	Mengenoperationen	33
1.3.3	Beziehungen, Gesetze, Rechenregeln	35
1.3.4	Relationen	36
1.3.5	Intervalle	38
1.3.6	Unscharfe Mengen	38
1.4	Zahlensysteme	40
1.4.1	Polyadische Zahlensysteme	40
1.4.2	Römisches Zahlensystem	45
2	Arithmetik	46
2.1	Menge der reellen Zahlen	46
2.1.1	Standard-Zahlenmengen	46
2.1.2	Grundoperationen an reellen Zahlen	48
2.1.2.1	Die vier Grundrechenarten	48
2.1.2.2	Proportionen, Verhältnisgleichungen	52
2.1.2.3	Prozentrechnung	53
2.1.2.4	Näherung	54
2.1.2.5	Fehlerrechnung	55
2.1.2.6	Betrag und Signum	56
2.1.2.7	Summen- und Produktzeichen	57
2.1.3	Potenzen und Wurzeln	59
2.1.4	Logarithmen	61
2.1.5	Fakultät und Binomialkoeffizient	63
2.2	Menge der komplexen Zahlen	66
2.2.1	Grundbegriffe	66
2.2.2	Darstellungsformen komplexer Zahlen	69
2.2.3	Grundrechenarten mit komplexen Zahlen	70
2.2.4	Potenzen und Wurzeln komplexer Zahlen	71
2.2.5	Natürliche Logarithmen komplexer Zahlen	73
2.3	Kombinatorik	74
2.3.1	Permutationen	74

2.3.2	Variationen	76
2.3.3	Kombinationen	77
2.4	Folgen	79
2.4.1	Allgemeines	79
2.4.2	Schranken, Grenzen, Grenzwert einer Folge	80
2.4.3	Arithmetische und geometrische Folgen	83
2.4.4	Finanzmathematik	86
2.4.4.1	Zinsrechnung	86
2.4.4.2	Zinseszinsrechnung	87
2.4.4.3	Rentenrechnung	88
2.4.4.4	Schuldentilgung, Annuität	89
3	Algebra (Gleichungen)	91
3.1	Allgemeines	91
3.2	Lineare algebraische Gleichungen	95
3.2.1	Lineare Gleichungen/Ungleichungen mit einer Variablen	95
3.2.2	Lineare Gleichungen/Ungleichungen mit mehreren Variablen	97
3.3	Nichtlineare Gleichungen	100
3.3.1	Nichtlineare algebraische Gleichungen	101
3.3.1.1	Quadratische Gleichungen/Ungleichungen mit einer Variablen	101
3.3.1.2	Quadratisches Gleichungssystem mit zwei Variablen	102
3.3.1.3	Kubische Gleichungen	104
3.3.1.4	Gleichungen 4. Grades	105
3.3.1.5	Symmetrische Gleichungen	106
3.3.1.6	Algebraische Gleichungen n -ten Grades	107
3.3.1.7	HORNER-Schema	108
3.3.1.8	Wurzelgleichungen mit einer Variablen	110
3.3.2	Transzendente Gleichungen	111
3.3.2.1	Exponentialgleichungen	111
3.3.2.2	Logarithmische Gleichungen	111
3.3.2.3	Goniometrische Gleichungen	112
3.3.2.4	Betragsgleichungen, Betragsungleichungen	113
3.4	Numerische Verfahren	114
3.4.1	Verfahren von MULLER für Polynome	114
3.4.2	Fixpunktiteration	117
3.4.3	NEWTONSches (Tangenten-)Näherungsverfahren	119
3.4.4	Sekantenmethode (Regula falsi)	121
3.4.5	Einschlussverfahren	122
3.5	Nichtlineare Gleichungssysteme	124
3.5.1	Allgemeines	124

3.5.2	Iterationsverfahren	125
3.5.3	Quadratisch konvergentes NEWTON-Verfahren	126
3.6	Grafische Lösung von Gleichungen	127
4	Elementare (klassische) Geometrie	129
4.1	Planimetrie, ebene Trigonometrie	129
4.1.1	Winkel	129
4.1.2	Teilungen, Ähnlichkeit, Kongruenz, Symmetrie	131
4.1.3	Dreieck	134
4.1.3.1	Schiefwinkliges Dreieck	135
4.1.3.2	Gleichschenkliges und gleichseitiges Dreieck	140
4.1.3.3	Rechtwinkliges Dreieck	141
4.1.4	Vierecke	143
4.1.4.1	Trapez	143
4.1.4.2	Parallelogramme	144
4.1.4.3	Unregelmäßige Vierecke mit Umkreis bzw. Inkreis	145
4.1.5	Vielecke (Polygone)	146
4.1.5.1	Ebene sternförmige n -Ecke	146
4.1.5.2	Regelmäßige (reguläre) Vielecke	146
4.1.5.3	Einige bestimmte regelmäßige Vielecke	147
4.1.5.4	Konstruktion der einfachen regelmäßigen Vielecke	148
4.1.6	Der Kreis	149
4.1.6.1	Sätze zum Kreis	149
4.1.6.2	Kreisberechnungen	150
4.2	Geometrische Körper (Stereometrie)	152
4.2.1	Allgemeines	152
4.2.2	Ebenflächig begrenzte Körper (Polyeder, Vielfache)	154
4.2.2.1	Prismatische Körper	154
4.2.2.2	Pyramide, Pyramidenstumpf	155
4.2.2.3	Prismoid	156
4.2.2.4	Die fünf regelmäßigen Polyeder (PLATONISCHE Körper)	157
4.2.3	Krummflächig begrenzte Körper	159
4.2.3.1	Zylinder, Zylinderabschnitt	159
4.2.3.2	Kegel, Kegelsumpf	160
4.2.3.3	Kugel	161
4.2.3.4	Tonne, Torus	163
4.2.3.5	Fraktale Geometrie	163
4.3	Sphärische Trigonometrie	165
4.3.1	Allgemeines	165
4.3.2	Rechtwinkliges sphärisches Dreieck	166
4.3.3	Schiefwinkliges sphärisches Dreieck	167

4.3.4	Berechnung sphärischer Dreiecke	169
4.3.5	Mathematische Geografie	170
5	Lineare Algebra	173
5.1	Vektorraum	173
5.2	Matrizen	177
5.2.1	Matrizenarten, Definitionen	177
5.2.1.1	Allgemeines	177
5.2.1.2	Quadratische Matrizen	179
5.2.1.3	Inverse Matrix, (Um-) Kehrmatrix A^{-1}	185
5.2.1.4	Rang einer Matrix	186
5.2.1.5	Matrizennormen	187
5.2.1.6	Grenzwert, Differenzialquotient, Integral	188
5.2.2	Matrizengesetze	188
5.2.2.1	Gleichheit und Summe zweier Matrizen	188
5.2.2.2	Multiplikation von Matrizen	188
5.2.3	Matrizengleichungen	191
5.2.4	Eigenwerte und Eigenvektoren quadratischer Matrizen	192
5.2.5	Numerische Verfahren	195
5.2.5.1	HOUSEHOLDER-Orthogonalisierung (-Transformation)	195
5.2.5.2	QR-Verfahren	196
5.2.5.3	Vektoriteration (Potenzmethode, v.-MISES-Verfahren)	197
5.3	Determinanten	198
5.3.1	Determinante einer quadratischen Matrix	198
5.3.2	Berechnung von Determinanten	199
5.3.3	Rechenregeln für Determinanten	201
5.3.4	Praktische Berechnung einer Determinante	202
5.4	Lineare Gleichungssysteme	203
5.4.1	Allgemeines	203
5.4.2	Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme	204
5.4.3	Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme	206
5.4.3.1	Einfacher und verketteter GAUSSscher Algorithmus	207
5.4.3.2	GAUSSscher Algorithmus für Systeme mit gleicher Matrix A und m rechten Seiten	211
5.4.3.3	GAUSS-JORDAN-Verfahren zur Matrixinversion	212
5.4.3.4	GAUSSscher Algorithmus für symmetrische, positiv definite Koeffizientenmatrix, CHOLESKY-Verfahren	213
5.4.3.5	Gleichungssysteme mit symmetrischer, tridiagonaler, positiv definiter Matrix	214

5.4.3.6	GAUSS-SEIDELsches Iterationsverfahren	214
5.4.3.7	Austauschverfahren	218
5.4.4	CRAMERSche Regel	218
5.4.5	Überbestimmte lineare Gleichungssysteme	219
5.5	Lineare Optimierung	221
5.5.1	Allgemeines	221
5.5.2	Grafische Lösung für zwei Variable	223
5.5.3	Simplexalgorithmus	224
5.6	Abbildungen	228
5.6.1	Lineare Abbildungen	228
5.6.2	Affine Abbildungen	231
5.6.2.1	Allgemeines	231
5.6.2.2	Allgemeine, nicht winkeltreue affine Abbildungen	236
5.6.2.3	Ähnlichkeitsabbildungen	239
5.6.2.4	Kongruenzabbildungen	240
5.7	Koordinatentransformation	243
5.7.1	Allgemeines	243
5.7.2	Orthogonale Koordinatentransformation in der Ebene . .	244
5.7.3	Orthogonale Koordinatentransformation im Raum . . .	245
6	Vektoren, Analytische Geometrie	249
6.1	Vektoren, Grundlagen	249
6.2	Vektoralgebra	254
6.2.1	Addition und Subtraktion von Vektoren	254
6.2.2	Multiplikation von Vektoren	256
6.2.2.1	Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar	256
6.2.2.2	Skalarprodukt (inneres Produkt, Punktprodukt)	256
6.2.2.3	Vektorprodukt (äußeres Produkt, Kreuzprodukt)	258
6.2.2.4	Mehrfache Produkte von Vektoren	260
6.3	Koordinatensysteme	261
6.3.1	Allgemeines	261
6.3.2	Ebene (2D-)Koordinatensysteme	262
6.3.3	Räumliche (3D-)Koordinatensysteme	263
6.4	Punkte, Kurven 1. Ordnung	266
6.4.1	Punkte	266
6.4.2	Gerade, Strahl, Strecke	267
6.4.2.1	Punktmengen, Teilung einer Strecke	267
6.4.2.2	Gleichungen einer Geraden in der (x, y) -Ebene	269
6.4.2.3	Gleichungen einer Geraden im Raum	271
6.4.2.4	Abstand eines Punktes von einer Geraden	274
6.4.3	Mehrere Geraden	275
6.4.3.1	Schnittpunkt zweier Geraden	275
6.4.3.2	Schnittwinkel zweier Geraden	277

	6.4.3.3	Abstand zweier Geraden	279
	6.4.3.4	Drei und mehr Geraden	280
6.5	Ebenen		281
	6.5.1	Eine Ebene	281
	6.5.1.1	Gleichungen einer Ebene im Raum	281
	6.5.1.2	Richtungskosinus der Normalen einer Ebene	285
	6.5.1.3	Abstand eines Punktes P_1 von einer Ebene	286
	6.5.1.4	Durchstoßpunkt D einer Geraden durch eine Ebene	287
	6.5.1.5	Winkel φ zwischen Gerade und Ebene	288
	6.5.2	Zwei Ebenen	289
	6.5.3	Drei und mehr Ebenen	290
	6.5.4	Flächeninhalt, Schwerpunkt, Volumen	290
6.6	Kurven 2. Ordnung (Kegelschnitte)		292
	6.6.1	Allgemeines	292
	6.6.2	Kreis	294
	6.6.2.1	Gleichungen des Kreises	294
	6.6.2.2	Schnittpunkte einer Geraden mit einem Kreis	296
	6.6.2.3	Tangente und Normale eines Kreises	297
	6.6.2.4	Polare eines Punktes in Bezug auf einen Kreis	297
	6.6.2.5	Potenz p eines Punktes in Bezug auf einen Kreis	298
	6.6.2.6	Kreisbüschel	299
	6.6.3	Ellipse	299
	6.6.3.1	Gleichungen der Ellipse	299
	6.6.3.2	Schnittpunkte einer Geraden mit einer Ellipse	301
	6.6.3.3	Tangente, Normale und Durchmesser einer Ellipse	302
	6.6.3.4	Polare eines Punktes in Bezug auf eine Ellipse	303
	6.6.3.5	Krümmung einer Ellipse	303
	6.6.3.6	Haupt- und Nebenkreis einer Ellipse	304
	6.6.3.7	Flächeninhalt und Umfang von Ellipse, Ellipsensegment und Ellipsensektor	304
	6.6.3.8	Ellipsenkonstruktionen	305
	6.6.4	Parabel	307
	6.6.4.1	Gleichungen der Parabel	307
	6.6.4.2	Schnittpunkte einer Geraden mit einer Parabel	309
	6.6.4.3	Tangente und Normale einer Parabel	310
	6.6.4.4	Polare eines Punktes in Bezug auf eine Parabel	310
	6.6.4.5	Krümmung einer Parabel	311
	6.6.4.6	Parabelsegment, Parabelbogen, Brennstrahl	311
	6.6.4.7	Parabelkonstruktionen	312
	6.6.5	Hyperbel	313
	6.6.5.1	Gleichungen der Hyperbel	314

6.6.5.2	Schnittpunkt einer Geraden mit einer Hyperbel	316
6.6.5.3	Tangente und Normale einer Hyperbel	317
6.6.5.4	Polare eines Punktes in Bezug auf eine Hyperbel	318
6.6.5.5	Krümmung einer Hyperbel	319
6.6.5.6	Hyperbelsegment und Hyperbelsektor	320
6.6.5.7	Hyperbelkonstruktionen	320
6.7	Flächen 2. Ordnung	322
6.7.1	Allgemeines	322
6.7.2	Kugel	323
6.7.3	Ellipsoid	324
6.7.4	Hyperboloid	325
6.7.5	Kegel	327
6.7.6	Zylinder	328
6.7.7	Paraboloid	329
6.8	Hauptachsentransformation	331
7	Funktionen	340
7.1	Allgemeines	340
7.1.1	Funktionen mit einer unabhängigen Variablen	340
7.1.2	Funktionen mit mehreren Variablen	344
7.2	Rationale Operationen mit Funktionen	346
7.3	Grenzwerte, Unbestimmte Ausdrücke	347
7.3.1	Grenzwert einer Funktion	347
7.3.2	Unbestimmte Ausdrücke	350
7.4	Eigenschaften reeller Funktionen	352
7.4.1	Ausgewählte Eigenschaften von Funktionen	352
7.4.2	Nullstellen einer Funktion	354
7.4.3	Stetigkeit einer Funktion	355
7.5	Rationale Funktionen	357
7.5.1	Ganzrationale Funktionen (Polynomfunktionen)	357
7.5.1.1	Ganzrationale Funktion 1. Grades (lineare Funktion)	357
7.5.1.2	Ganzrationale Funktion 2. Grades (quadratische Funktion)	357
7.5.1.3	Ganzrationale Funktion 3. Grades (kubische Funktion)	358
7.5.2	Zerlegung von Funktionen in Linearfaktoren	358
7.5.3	Interpolation	359
7.5.3.1	Allgemeines	359
7.5.3.2	Interpolationsformel von LAGRANGE	360
7.5.3.3	Interpolationsformel von NEWTON	361
7.5.3.4	Interpolationsformel von GREGORY-NEWTON	362

7.5.3.5	Interpolation durch kubische Polynomsplines	364
7.5.3.6	BÉZIER-Splines	366
7.5.4	Gebrochenrationale Funktion	368
7.5.5	Potenzfunktion	369
7.5.6	Sonstige (elementare) Funktionen	370
7.6	Nichtrationale Funktionen	373
7.6.1	Wurzelfunktion	373
7.6.2	Exponentialfunktionen	374
7.6.3	Logarithmusfunktionen	376
7.6.4	Winkelfunktionen, trigonometrische Funktionen	377
7.6.4.1	Allgemeines	377
7.6.4.2	Goniometrische Beziehungen	380
7.6.4.3	Allgemeine Sinusfunktion (harmonische Funktion)	385
7.6.4.4	Modulation	386
7.6.4.5	Überlagerung (Superposition) von Schwingungen	388
7.6.4.6	Multiplikation von Funktionen	390
7.6.4.7	Komplexe Zeigerdarstellung von Sinusgrößen	391
7.6.5	Zyklometrische Funktionen, Arkusfunktionen	392
7.6.6	Hyperbelfunktionen	396
7.6.7	Areafunktionen	400
7.7	Algebraische Kurven höherer Ordnung	403
7.7.1	Kurven 3. Ordnung	403
7.7.2	Kurven 4. Ordnung	405
7.8	Zykloiden (Rollkurven)	406
7.8.1	Gewöhnliche (gespitzte) Zykloide	406
7.8.2	Epizykloiden	407
7.8.3	Hypozykloiden	409
7.9	Spirallinien	411
7.9.1	Logarithmische Spirale	411
7.9.2	ARCHIMEDISCHE Spirale	412
7.9.3	Hyperbolische Spirale	412
7.10	Sonstige Kurven	413
7.10.1	Kettenlinie	413
7.10.2	Traktrix (Schleppkurve)	413
7.11	Komplexe Funktionen	414
7.11.1	Allgemeines	414
7.11.2	Konforme Abbildungen	416
7.11.2.1	Lineare und quadratische konforme Abbildungen	416
7.11.2.2	Inversion (Stürzung)	418

8	Differenzialrechnung	421
8.1	Funktionen einer Variablen	421
8.1.1	Allgemeines	421
8.1.2	Erste Ableitungen der elementaren Funktionen	423
8.1.3	Differenziationsregeln, Ableitungsregeln	424
8.1.3.1	Grundregeln	424
8.1.3.2	Höhere Ableitungen und Differenziale	426
8.1.3.3	Differenziation impliziter Funktionen $F(x, y) = 0$	427
8.1.3.4	Differenziation von Funktionen in Parameter- form	428
8.1.3.5	Differenziation von Funktionen in Polar- koordinaten	428
8.1.4	Grafische Differenziation	429
8.1.5	Numerische Differenziation	429
8.1.6	Logarithmische Differenziation	430
8.1.7	Mittelwertsätze	431
8.2	Funktionen mehrerer Variablen	432
8.2.1	Partielle Ableitung 1. Ordnung	432
8.2.2	Höhere partielle Ableitungen	433
8.2.3	Totale Ableitungen für zwei Variable	434
8.3	Anwendungen, Differenzialgeometrie	436
8.3.1	Ebene Kurven	436
8.3.1.1	Bogenelement, Differenzial der Bogenlänge	436
8.3.1.2	Tangente und Normale	436
8.3.1.3	Zwei Kurven	438
8.3.1.4	Monotonie und Krümmungsverhalten einer Funktion	439
8.3.1.5	Lokale Extrema von Funktionen	443
8.3.1.6	Besondere Punkte einer Kurve	447
8.3.1.7	Asymptoten	449
8.3.1.8	Einhüllende Kurven (Envelope)	450
8.3.1.9	Kurvendiskussion	450
8.3.2	Raumkurven	450
8.3.2.1	Darstellungen in kartesischen Koordinaten	450
8.3.2.2	Bogenelement einer Raumkurve	451
8.3.2.3	Tangente und Normale einer Raumkurve	451
8.3.2.4	Krümmung einer Raumkurve	455
8.3.2.5	Windung (Torsion)	456
8.3.3	Flächen im Raum	457
8.3.4	Extremstellen von Funktionen mit mehreren Variablen	464
9	Integralrechnung	467
9.1	Allgemeines	467
9.1.1	Unbestimmtes Integral	467

9.1.2	Bestimmtes Integral (RIEMANNSches Integral)	468
9.1.3	Uneigentliche Integrale	471
9.2	Grundintegrale, Stammintegrale	473
9.3	Integrationsregeln und -verfahren	474
9.3.1	Grundregeln	474
9.3.2	Integration durch Substitution	474
9.3.3	Partielle Integration (Produktintegration)	478
9.3.4	Integration nach Partialbruchzerlegung	478
9.3.5	Integration nach Reihenentwicklung	481
9.3.6	Grafische Integration	483
9.4	Numerische Integration	484
9.4.1	Allgemeines	484
9.4.2	NEWTON-COTES-Formeln	485
9.4.2.1	Rechteckformel	487
9.4.2.2	Sehnentrapezformel	488
9.4.2.3	SIMPSONSche Formel, KEPLERSche Fassformel	489
9.4.2.4	NEWTONSche 3/8-Formel	490
9.4.2.5	Tangententrapezformel	491
9.4.3	GAUSSSches Quadraturverfahren	491
9.4.4	ROMBERG-Quadraturverfahren	492
9.5	Bereichsintegrale, Gebietsintegrale	495
9.5.1	Zweidimensionales Bereichsintegral, Doppelintegral	495
9.5.2	Raumintegral, Volumenintegral, Dreifachintegral	498
9.6	Anwendungen der Integralrechnung	499
9.6.1	Geometrische Anwendungen	499
9.6.1.1	Flächeninhalte (Quadratur)	499
9.6.1.2	Bogenlänge (Rektifikation)	502
9.6.1.3	Mantelflächen von Rotationskörpern	502
9.6.1.4	Volumen von Rotationskörpern (Kubatur)	502
9.6.1.5	Volumen eines Körpers	503
9.6.2	Technisch-physikalische Anwendungen	504
9.6.2.1	Bewegungen, Kinematik	504
9.6.2.2	Arbeit	504
9.6.2.3	Zeitlich veränderliche Ströme und Spannungen	505
9.6.2.4	Momente 1. Grades	505
9.6.2.5	Schwerpunkte	507
9.6.2.6	Momente 2. Grades (Festigkeitslehre)	509
9.6.2.7	Massenmomente 2. Grades (Dynamik)	510
10	Vektoranalysis	512
10.1	Vektorfunktionen	512
10.2	Felder	513
10.3	Gradient eines skalaren Feldes	516

10.4	Divergenz eines Vektorfeldes	518
10.5	Rotation eines Vektorfeldes	520
10.6	Kurvenintegrale (Linienintegrale)	522
10.6.1	Kurvenintegral erster Art	522
10.6.2	Kurvenintegral (zweiter Art)	523
10.7	Flächenintegrale (Oberflächenintegrale)	528
10.7.1	Flächenintegral erster Art	528
10.7.2	Flächenintegral zweiter Art	529
10.8	Integralsätze	531
10.8.1	GAUSS'scher Integralsatz	531
10.8.2	STOKES'scher Integralsatz	533
11	Differenzialgleichungen	536
11.1	Allgemeines	536
11.1.1	Differenzialgleichungen, Arten	536
11.1.2	Gewöhnliche Differenzialgleichungen	537
11.2	Differenzialgleichungen 1. Ordnung	542
11.2.1	Differenzialgleichung mit trennbaren Variablen	542
11.2.2	Gleichgradige Differenzialgleichung 1. Ordnung	544
11.2.3	Lineare Differenzialgleichungen 1. Ordnung	545
11.2.3.1	Homogene lineare Differenzialgleichung 1. Ordnung	545
11.2.3.2	Inhomogene lineare Differenzialgleichung 1. Ordnung	546
11.2.4	Totale Differenzialgleichung	548
11.2.5	Integrierender Faktor	549
11.2.6	BERNOULLI'sche Differenzialgleichung	550
11.2.7	RICCATI'sche Differenzialgleichung	550
11.2.8	CLAIRAUT'sche Differenzialgleichung	551
11.3	Differenzialgleichungen 2. Ordnung	552
11.3.1	Sonderfälle, Erniedrigung der Ordnung	552
11.3.2	Homogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	554
11.3.3	Homogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten	555
11.3.4	Inhomogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	556
11.3.5	Inhomogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten	560
11.3.6	BESSEL'sche Differenzialgleichung	562
11.3.7	Anwendungsfall Schwingungen	564
11.4	Differenzialgleichungen n -ter Ordnung	567
11.5	Lineare Differenzialgleichungssysteme	571

11.6	Näherungslösungen für Differenzialgleichungen 1. Ordnung . . .	573
11.6.1	Verfahren unbestimmter Koeffizienten	573
11.6.2	Iterationsverfahren	575
11.7	Anfangswertprobleme	576
11.7.1	Allgemeines	576
11.7.2	Explizite Einschrittverfahren	579
11.7.2.1	Polygonzugverfahren von EULER-CAUCHY . . .	579
11.7.2.2	HEUN-Verfahren	581
11.7.2.3	Klassisches Verfahren von RUNGE-KUTTA . . .	581
11.7.2.4	Einbettungsformeln	582
11.7.3	Mehrschrittverfahren	582
11.7.3.1	Explizitverfahren von ADAMS-BASHFORTH . . .	583
11.7.3.2	Prädiktor-Korrektor-Verfahren von ADAMS- MOULTON	583
11.7.4	Extrapolationsverfahren von BULIRSCH-STOER-GRAGG	585
11.8	Randwertprobleme	585
11.8.1	Allgemeines	585
11.8.2	Schießverfahren	587
11.8.3	Direkte Differenzenapproximation	588
11.9	Partielle Differenzialgleichungen	591
11.9.1	Allgemeines	591
11.9.2	Partielle Differenzialgleichung 1. Ordnung	591
11.9.3	Partielle Differenzialgleichung 2. Ordnung	593
12	Reihen, F- und L-Transformation	595
12.1	Unendliche Reihen	595
12.1.1	Unendliche Zahlenreihen	595
12.1.2	Summen einiger konvergenter Zahlenreihen	598
12.1.3	Potenzreihen	599
12.1.3.1	Allgemeines	599
12.1.3.2	Entwicklung von Funktionen in Potenzreihen .	601
12.1.4	Numerische Berechnung von Reihen	604
12.1.5	Zusammenstellung fertig entwickelter Reihen	605
12.1.6	Näherungsformeln	609
12.2	FOURIER-Reihen	611
12.2.1	FOURIER-Reihe einer periodischen Funktion	611
12.2.2	Numerische harmonische Analyse	617
12.2.3	Ausgewählte FOURIER-Reihen	618
12.3	FOURIER-Transformation	624
12.4	LAPLACE-Transformation	627
12.4.1	LAPLACE-Transformation, Allgemeines	627
12.4.2	Rechenregeln der LAPLACE-Transformation	629

12.4.3	Anwendungen der LAPLACE-Transformation	632
12.4.3.1	Lösung gewöhnlicher Differenzialgleichungen	632
12.4.3.2	Test linearer Übertragungsglieder	636
12.4.4	Korrespondenztabelle der LAPLACE-Transformationen	639
13	Statistik, Stochastik	643
13.1	Beschreibende (deskriptive) Statistik	643
13.1.1	Grundbegriffe	643
13.1.2	Lageparameter	647
13.1.3	Streuungsparameter	652
13.1.4	Korrelation	655
13.1.5	Lineare Ausgleichsrechnung	657
13.1.5.1	Methode der kleinsten Quadrate	657
13.1.5.2	Ausgleichende Gerade	658
13.1.5.3	Ausgleichende Parabel	659
13.1.5.4	Multiple Regression	660
13.1.6	Fehlerfortpflanzung	661
13.2	Wahrscheinlichkeitsrechnung	665
13.2.1	Zufallsexperiment und Ereignis	665
13.2.2	Definition der Wahrscheinlichkeit	667
13.2.3	Sätze über Wahrscheinlichkeiten	668
13.2.4	Bedingte Wahrscheinlichkeit und unabhängige Ereignisse	670
13.2.5	Zufällige Variable	673
13.2.6	Kenngrößen von zufälligen Variablen	676
13.2.6.1	Erwartungswert	676
13.2.6.2	Varianz und Standardabweichung	678
13.2.6.3	Schiefe und Exzess	680
13.2.7	Ausgewählte diskrete Verteilungen	681
13.2.7.1	Diskrete Gleichverteilung	681
13.2.7.2	BERNOULLI-Verteilung	682
13.2.7.3	Binomialverteilung	682
13.2.7.4	POISSON-Verteilung	685
13.2.7.5	Hypergeometrische Verteilung	687
13.2.7.6	Geometrische Verteilung	688
13.2.8	Ausgewählte stetige Verteilungen	689
13.2.8.1	Stetige Gleichverteilung (Rechteckverteilung)	689
13.2.8.2	Normalverteilung	689
13.2.8.3	Exponentialverteilung	695
13.2.8.4	χ^2 -Verteilung	696
13.2.8.5	t-Verteilung (STUDENT-Verteilung)	697
13.3	Schließende (induktive) Statistik	698
13.3.1	Grundbegriffe	698
13.3.2	Punktschätzungen	699

13.3.3	Intervallschätzungen	701
13.3.3.1	Konfidenzintervall für den Anteil p	702
13.3.3.2	Konfidenzintervalle für den Erwartungswert μ	703
13.3.3.3	Konfidenzintervall für die Varianz σ^2	706
13.3.4	Hypothesentests	707
13.3.4.1	Allgemeines über Tests	707
13.3.4.2	Test über den Anteil p	709
13.3.4.3	Tests über den Erwartungswert μ	712
13.3.4.4	Test über die Varianz σ^2	715
13.3.4.5	χ^2 -Anpassungstest	716
14	Integraltabellen	719
14.1	Integrale rationaler Funktionen	720
14.1.1	Integrale mit $ax + b$	720
14.1.2	Integrale mit $ax + b, cx + d$	723
14.1.3	Integrale mit $ax^2 + bx + c$	724
14.1.4	Integrale mit $a^2 \pm x^2$	726
14.1.5	Integrale mit $a^3 \pm x^3$	729
14.1.6	Integrale mit $a^4 + x^4, a^4 - x^4$	730
14.2	Integrale nichtrationaler Funktionen	730
14.2.1	Integrale mit $\sqrt{x^n}$ und $(a^2 \pm b^2 x)^m$	730
14.2.2	Integrale mit $\sqrt{(ax + b)^n}$	731
14.2.3	Integrale mit $\sqrt{(ax + b)^n}, \sqrt{(cx + d)^m}$	733
14.2.4	Integrale mit $\sqrt{(a^2 + x^2)^n}$	735
14.2.5	Integrale mit $\sqrt{(a^2 - x^2)^n}$	738
14.2.6	Integrale mit $\sqrt{(x^2 - a^2)^n}$	740
14.2.7	Integrale mit $\sqrt{(ax^2 + bx + c)^n}$	743
14.3	Integrale transzendenter Funktionen	746
14.3.1	Integrale mit e^{ax} (Exponentialfunktionen)	746
14.3.2	Integrale der Hyberbelfunktionen	747
14.3.3	Integrale mit $\ln x$ (logarithmische Funktion)	749
14.3.4	Integrale mit $\sin ax$	750
14.3.5	Integrale mit $\cos ax$	753
14.3.6	Integrale mit $\sin ax$ und $\cos ax$ bzw. $\cos bx$	756
14.3.7	Integrale mit $\tan ax$ bzw. $\cot ax$	760
14.3.8	Integrale der Arkusfunktionen	762
14.3.9	Integrale der Areafunktionen	763
14.4	Bestimmte und uneigentliche Integrale	764
	Anhang	772
	Sachwortverzeichnis	783