

# Inhaltsverzeichnis

Einleitung	IX
<b>I. Grundlagen der Maß- und Integrationstheorie</b>	1
I.1 Maßtheorie: Das Programm σ-Algebra, Maßraum, erzeugte σ-Algebra, Maß, Maßraum, Stetigkeit von Maßen; Aufgaben	1
I.2 Maßtheorie: Die Verwirklichung des Programms Ring, Figuren, Prämaß, Maß-Fortsetzungssatz, Dynkin-System, Lebesgue-Borelmaß, vollständige Maße, Lebesguemaß; Aufgaben	13
I.3 Integrationstheorie: Das Programm Programm einer "gewichteten Inhaltsmessung"	32
I.4 Integrationstheorie: Die Verwirklichung des Programms Meßbare Funktionen, Permanenzeigenschaften, Elementarfunktionen, Integral, Satz von der monotonen Konvergenz (B. Levi), integrierbare Funktionen; Aufgaben	37
<b>II. Die fundamentalen Sätze der Maßtheorie</b>	57
II.1 Einige vorbereitende Begriffsbildungen Nullmengen, fast überall, Maßkonvergenz; Aufgaben	58
II.2 Konvergenzsätze Fatous Lemma, Satz von der dominierten Konvergenz (Lebesgue), Egoroffs Theorem; Aufgaben	65
II.3 Maße mit Dichten, der Satz von Radon-Nikodym Dichten, Absolutstetigkeit, Theorem von Radon-Nikodym, paarweise singulär, Lebesguescher Zerlegungssatz; Aufgaben	70
II.4 Maße auf Produkten, der Satz von Fubini Produkt-σ-Algebra, $\mu_1 \otimes \mu_2$ , Cavalieri-Prinzip, Satz von Fubini, Maße auf unendlichen Produkten, verträgliche Familie von Maßen, kompakte Klasse, Satz von Kolmogoroff; Aufgaben	84
II.5 Signierte Maße und Zerlegungssätze Signierte Maße, Hahn-Zerlegung, Jordan-Zerlegung, Variation; Aufgaben	122
II.6 Bildmaße Bildmaß, Integrationstheorem für Bildmaße; Aufgaben	130
II.7 Zusammenfassung	133

<u>III. Maße auf dem <math>\mathbb{R}^p</math>, Riemann contra Lebesgue</u>	136
III.1 Überblick	136
Ergebnisse zu Borel-Lebesguemaß und Lebesguemaß	
III.2 Lebesgue-Stieltjes-Maße	137
Lebesgue-Stieltjes-Maß, Maßerzeugende Funktion; Aufgaben	
III.3 Riemann contra Lebesgue	142
Vergleich Riemann- und Lebesgueintegrale, Charakterisierungssatz für Riemann-Integrabilität; Aufgaben	
<u>IV. Räume meßbarer Funktionen</u>	148
IV.1 Die Räume $L^p(S, \mathcal{A}, \mu)$ für $1 \leq p \leq \infty$	148
Zur $p$ -ten Potenz integrierbare und im wesentlichen beschränkte Funktionen, die Räume $L^p(S, \mathcal{A}, \mu)$ , Höldersche und Minkowskische Ungleichung, die $L^p(S, \mathcal{A}, \mu)$ , Vollständigkeit der $L^p(S, \mathcal{A}, \mu)$ (Riesz), Separabilität; Aufgaben	
IV.2 Die Dualräume der Räume $L^p(S, \mathcal{A}, \mu)$	166
Dualraum eines Banachraums, Nachweis von $(L^p)' = L^q$ für $1 < p < \infty$ ; Aufgaben	
IV.3 Lokalisierbarkeit und der Dualraum von $L^1(S, \mathcal{A}, \mu)$	184
Neue Definition des $L^1$ , lokale Nullmengen, lokale Meßbarkeit, lokalisierbare Maßräume, Lokalisierungssatz von Segal-Kelley, strikt lokalisierbare Maßräume; Aufgaben	
<u>V. Maße auf topologischen Räumen</u>	193
V.1 Borelmengen, Regularität und Radonmaße	194
innere und äußere Regularität, Borelmengen, straffe Maße, Radonmaße, polnische Räume; Aufgaben	
V.2 Der Fortsetzungssatz von Choquet	205
V.3 Der Rieszsche Darstellungssatz und die Bestimmung von Dualräumen	216
Träger einer Funktion, Rieszscher Darstellungssatz, Träger eines Radonmaßes, Rieszscher Darstellungssatz für alle stetigen Funktionen bzw. alle stetigen beschränkten Funktionen, Dualraum von $CK$ ( $K$ kompakt); Aufgaben	
Anhang I: Souslinmengen (allgemeine Eigenschaften)	236
Baum, Souslinmengen, $F$ -Kapazität, kompakte Klasse, $\pi_1(L \otimes B) \subset L$	
Anhang II: Existenz von Souslinmengen	245
Existieren echte Souslinmengen, $\pi_1(Borel) = Souslin$	

Zeittabelle	253
Lebensdaten einiger für die Maßtheorie relevanter Mathematiker	254
Literatur	255
Bezeichnungen	257
Register	259