

Inhalt.

	Seite
Einleitung	I
Erstes Kapitel. Die fünf Axiomgruppen	2
§ 1. Die Elemente der Geometrie und die fünf Axiomgruppen	2
§ 2. Die Axiomgruppe I: Axiome der Verknüpfung	3
§ 3. Die Axiomgruppe II: Axiome der Anordnung	4
§ 4. Folgerungen aus den Axiomen der Verknüpfung und der Anordnung	5
§ 5. Die Axiomgruppe III: Axiome der Kongruenz	11
§ 6. Folgerungen aus den Axiomen der Kongruenz	15
§ 7. Die Axiomgruppe IV: Axiom der Parallelen	28
§ 8. Die Axiomgruppe V: Axiome der Stetigkeit	30
Zweites Kapitel. Die Widerspruchsfreiheit und gegenseitige Unabhängigkeit der Axiome	34
§ 9. Die Widerspruchsfreiheit der Axiome	34
§ 10. Die Unabhängigkeit des Parallelenaxioms (Nicht-Euklidische Geometrie)	38
§ 11. Die Unabhängigkeit der Kongruenzaxiome	45
§ 12. Die Unabhängigkeit der Stetigkeitsaxiome V (Nicht-Archimedische Geometrie)	47
Drittes Kapitel. Die Lehre von den Proportionen	51
§ 13. Komplexe Zahlensysteme	51
§ 14. Beweis des Pascalschen Satzes	53
§ 15. Die Streckenrechnung auf Grund des Pascalschen Satzes	60
§ 16. Die Proportionen und die Ähnlichkeitssätze	64
§ 17. Die Gleichungen der Geraden und Ebenen	66
Viertes Kapitel. Die Lehre von den Flächeninhalten in der Ebene	69
§ 18. Die Zerlegungsgleichheit und Ergänzungsgleichheit von Polygonen	69
§ 19. Parallelogramme und Dreiecke mit gleicher Grundlinie und Höhe	71
§ 20. Das Inhaltsmaß von Dreiecken und Polygonen	75
§ 21. Die Ergänzungsgleichheit und das Inhaltsmaß	78

VI	Inhalt	Seite
Fünftes Kapitel. Der Desarguessche Satz		83
§ 22. Der Desarguessche Satz und sein Beweis in der Ebene mit Hilfe der Kongruenzaxiome.		83
§ 23. Die Nichtbeweisbarkeit des Desarguesschen Satzes in der Ebene ohne Hilfe der Kongruenzaxiome.		85
§ 24. Einführung einer Streckenrechnung ohne Hilfe der Kongruenzaxiome auf Grund des Desarguesschen Satzes		88
§ 25. Das kommutative und assoziative Gesetz der Addition in der neuen Streckenrechnung		90
§ 26. Das assoziative Gesetz der Multiplikation und die beiden distributiven Gesetze in der neuen Streckenrechnung		93
§ 27. Die Gleichung der Geraden auf Grund der neuen Streckenrechnung		96
§ 28. Der Inbegriff der Strecken aufgefaßt als komplexes Zahlensystem		98
§ 29. Aufbau einer räumlichen Geometrie mit Hilfe eines Desarguesschen Zahlensystems		99
§ 30. Die Bedeutung des Desarguesschen Satzes		102
Sechstes Kapitel. Der Pascalsche Satz.		104
§ 31. Zwei Sätze über die Beweisbarkeit des Pascalschen Satzes		104
§ 32. Das kommutative Gesetz der Multiplikation im Archimedischen Zahlensystem		105
§ 33. Das kommutative Gesetz der Multiplikation im Nicht-Archimedischen Zahlensystem		107
§ 34. Beweis der beiden Sätze über den Pascalschen Satz. (Nicht-Pascalsche Geometrie)		110
§ 35. Beweis eines beliebigen Schnittpunktsatzes mittels des Pascalschen Satzes		111
Siebentes Kapitel. Die geometrischen Konstruktionen auf Grund der Axiome I—IV.		115
§ 36. Die geometrischen Konstruktionen mittels Lineals und Eichmaßes		115
§ 37. Kriterium für die Ausführbarkeit geometrischer Konstruktionen mittels Lineals und Eichmaßes		118
Schlußwort		124
Anhang I. Über die gerade Linie als kürzeste Verbindung zweier Punkte		126
Anhang II. Über den Satz von der Gleichheit der Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck		133

Anhang III. Neue Begründung der Bolyai-Lobatschefskyschen Geometrie.	Seite 159
Anhang IV. Über die Grundlagen der Geometrie	178
Anhang V. Über Flächen von konstanter Gaußscher Krümmung .	231
Supplement I 1 Bemerkungen zu §§ 3—4	241
Supplement I 2 Zu § 13	243
Supplement II Vereinfachte Begründung der Proportionenlehre	243
Supplement III Zur Lehre von den Flächeninhalten in der Ebene	248
Supplement IV 1 Bemerkung zur Einführung einer Streckenrechnung auf Grund des Desarguesschen Satzes .	258
Supplement IV 2 Zu § 37	259
Supplement V 1 Zerlegungsgleichheit in den Modellen des Anhangs II	259
Supplement V 2 Hilberts Axiom der Einlagerung	264
Verzeichnis der Begriffsnamen.	269