

Inhalt.

	Seite
Einleitung	1
Erstes Kapitel. Die fünf Axiomgruppen	2
§ 1. Die Elemente der Geometrie und die fünf Axiomgruppen	2
§ 2. Die Axiomgruppe I: Axiome der Verknüpfung	3
§ 3. Die Axiomgruppe II: Axiome der Anordnung	4
§ 4. Folgerungen aus den Axiomen der Verknüpfung und der Anordnung	5
§ 5. Die Axiomgruppe III: Axiome der Kongruenz	11
§ 6. Folgerungen aus den Axiomen der Kongruenz	15
§ 7. Die Axiomgruppe IV: Axiom der Parallelen	28
§ 8. Die Axiomgruppe V: Axiome der Stetigkeit	30
Zweites Kapitel. Die Widerspruchsfreiheit und gegenseitige Unabhängigkeit der Axiome	34
§ 9. Die Widerspruchsfreiheit der Axiome	34
§ 10. Die Unabhängigkeit des Parallelenaxioms (Nicht-Euklidische Geometrie)	38
§ 11. Die Unabhängigkeit der Kongruenzaxiome	45
§ 12. Die Unabhängigkeit der Stetigkeitsaxiome V (Nicht-Archimedische Geometrie)	47
Drittes Kapitel. Die Lehre von den Proportionen	51
§ 13. Komplexe Zahlensysteme	51
§ 14. Beweis des Pascalschen Satzes	53
§ 15. Die Streckenrechnung auf Grund des Pascalschen Satzes .	60
§ 16. Die Proportionen und die Ähnlichkeitssätze	64
§ 17. Die Gleichungen der Geraden und Ebenen	66
Viertes Kapitel. Die Lehre von den Flächeninhalten in der Ebene	69
§ 18. Die Zerlegungsgleichheit und Ergänzungsgleichheit von Polygonen	69
§ 19. Parallelogramme und Dreiecke mit gleicher Grundlinie und Höhe	71
§ 20. Das Inhaltsmaß von Dreiecken und Polygonen	75
§ 21. Die Ergänzungsgleichheit und das Inhaltsmaß	78

	Seite
Fünftes Kapitel. Der Desarguessche Satz	83
§ 22. Der Desarguessche Satz und sein Beweis in der Ebene mit Hilfe der Kongruenzaxiome.	83
§ 23. Die Nichtbeweisbarkeit des Desarguesschen Satzes in der Ebene ohne Hilfe der Kongruenzaxiome	85
§ 24. Einführung einer Streckenrechnung ohne Hilfe der Kongru- enzaxiome auf Grund des Desarguesschen Satzes	88
§ 25. Das kommutative und assoziative Gesetz der Addition in der neuen Streckenrechnung	90
§ 26. Das assoziative Gesetz der Multiplikation und die beiden distributiven Gesetze in der neuen Streckenrechnung	93
§ 27. Die Gleichung der Geraden auf Grund der neuen Strecken- rechnung	96
§ 28. Der Inbegriff der Strecken aufgefaßt als komplexes Zahlen- system	98
§ 29. Aufbau einer räumlichen Geometrie mit Hilfe eines Desar- guesschen Zahlensystems	99
§ 30. Die Bedeutung des Desarguesschen Satzes	102
Sechstes Kapitel. Der Pascalsche Satz	104
§ 31. Zwei Sätze über die Beweisbarkeit des Pascalschen Satzes	104
§ 32. Das kommutative Gesetz der Multiplikation im Archimedi- schen Zahlensystem	105
§ 33. Das kommutative Gesetz der Multiplikation im Nicht-Archi- medischen Zahlensystem	107
§ 34. Beweis der beiden Sätze über den Pascalschen Satz. (Nicht- Pascalsche Geometrie)	110
§ 35. Beweis eines beliebigen Schnittpunktsatzes mittels des Pas- calschen Satzes	111
Siebentes Kapitel. Die geometrischen Konstruktionen auf Grund der Axiome I—IV.	115
§ 36. Die geometrischen Konstruktionen mittels Lineals und Eich- maßes	115
§ 37. Kriterium für die Ausführbarkeit geometrischer Konstruk- tionen mittels Lineals und Eichmaßes	118
Schlußwort	124
Anhang I. Über die gerade Linie als kürzeste Verbindung zweier Punkte	126
Anhang II. Über den Satz von der Gleichheit der Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck	133

Inhalt	VII
Anhang III. Neue Begründung der Bolyai-Lobatschefskyschen Geometrie.	Seite 159
Anhang IV. Über die Grundlagen der Geometrie	178
Anhang V. Über Flächen von konstanter Gaußscher Krümmung	231
Supplement I 1 Bemerkungen zu §§ 3—4	241
Supplement I 2 Zu § 13	243
Supplement II Vereinfachte Begründung der Proportionenlehre	243
Supplement III Zur Lehre von den Flächeninhalten in der Ebene	248
Supplement IV 1 Bemerkung zur Einführung einer Streckenrechnung auf Grund des Desarguesschen Satzes	258
Supplement IV 2 Zu § 37	259
Supplement V 1 Zerlegungsgleichheit in den Modellen des Anhanges II	259
Supplement V 2 Hilberts Axiom der Einlagerung	264
Verzeichnis der Begriffssnamen	269