

Schwingungen

**Eine Einführung in die theoretische
Behandlung von Schwingungsproblemen**

**Von Dr. rer. nat. Dr.-Ing. E. h. Kurt Magnus
Professor an der Techn. Universität München**

**4., durchgesehene Auflage
Mit 197 Figuren und 62 Aufgaben**

l



B. G. Teubner Stuttgart 1986

Inhalt

1 Grundbegriffe und Darstellungsmittel

1.1 Schwingungen und ihre Bestimmungsstücke	11
1.2 Das Ausschlag-Zeit-Diagramm (x, t -Bild)	12
1.3 Vektorbild und komplexe Darstellung	14
1.4 Phasenkurven und Phasenporträt	17
1.5 Übergangsfunktion, Frequenzgang und Ortskurve	21
1.6 Möglichkeiten einer Klassifikation von Schwingungen	24

2 Eigenschwingungen

2.1 Ungedämpfte Eigenschwingungen	26
2.11 Verschiedene Arten von Schwingern und ihre Differentialgleichungen	26
2.111 Feder-Masse-Pendel, S. 26. — 2.112 Der elektrische Schwingkreis, S. 28. — 2.113 Flüssigkeit im U-Rohr und Helmholtz-Resonator, S. 29. — 2.114 Drehschwinger, S. 30. — 2.115 Schwerependel, S. 32. — 2.116 Schwinger mit kontinuierlich verteilten Energiespeichern, S. 35.	
2.12 Das Verhalten linearer Schwinger	38
2.121 Lösung der Differentialgleichung, S. 38. — 2.122 Energiebeziehungen, S. 41. — 2.123 Der Einfluß der Federmasse, S. 42. — 2.124 Bestimmung der Frequenz aus dem Biegepfeil, S. 44.	
2.13 Das Verhalten nichtlinearer Schwinger	44
2.131 Allgemeine Zusammenhänge, S. 45. — 2.132 Das ebene Schwerependel, S. 48. — 2.133 Anwendungen des Schwerependels, S. 51. — 2.134 Das Zykloidenpendel, S. 54. — 2.135 Schwinger mit stückweise linearer Rückführfunktion, S. 56. — 2.136 Näherungsmethoden, S. 58.	
2.2 Gedämpfte Eigenschwingungen	63
2.21 Berücksichtigung dämpfender Einflüsse	63
2.22 Der lineare Schwinger	64
2.221 Reduktion der allgemeinen Gleichung, S. 64. — 2.222 Lösung der Bewegungsgleichungen, S. 66. — 2.223 Das Zeitverhalten der Lösungen, S. 68. — 2.224 Das Phasenporträt, S. 73.	
2.23 Nichtlineare Schwinger	75
2.231 Der allgemeine Fall, S. 75. — 2.232 Dämpfung durch Festreibung, S. 76. — 2.233 Quadratische Dämpfungskräfte, S. 80. — 2.234 Näherungen für den Fall geringer Dämpfung, S. 84.	
2.3 Aufgaben	87

8 Inhalt

3 Selbsterregte Schwingungen

3.1 Aufbau und Wirkungsweise selbsterregungsfähiger Systeme	89
3.11 Schwinger- und Speicher-Typ	89
3.12 Energiehaushalt und Phasenporträt	91
3.2 Berechnungsverfahren	94
3.21 Allgemeine Verfahren	95
3.22 Berechnungen mit linearisierten Ausgangsgleichungen	96
3.23 Das Verfahren von Ritz und Galerkin	99
3.24 Die Methode der langsam veränderlichen Amplitude	101
3.3 Beispiele von Schwingern mit Selbsterregung	103
3.31 Das Uhrpendel	103
3.311 Konstanter Antrieb und quadratische Dämpfung, S. 103. —	
3.312 Stoßerregung und lineare Dämpfung, S. 105. — 3.313 Stoß- erregung und Festreibung, S. 108.	
3.32 Der Röhren-Generator	109
3.33 Reibungsschwingungen	110
3.4 Kippschwingungen	114
3.41 Beispiele von Kippschwing-Systemen	115
3.42 Schwingungen in einem Relaisregelkreis	117
3.421 Regler mit Hysterese, S. 119. — 3.422 Regler mit Totzeit, S. 120.	
3.43 Der <i>RC</i> -Generator	122
3.5 Aufgaben	125

4 Parametererregte Schwingungen

4.1 Beispiele von Schwingern mit Parametererregung	127
4.11 Das Schwerependel mit periodisch bewegtem Aufhängepunkt .	127
4.12 Schwingungen im Kupplungsstangen-Antrieb von Lokomotiven	128
4.13 Der elektrische Schwingkreis mit periodischen Parametern .	128
4.14 Die schwingende Saite mit veränderlicher Spannkraft	129
4.15 Nachbarbewegungen stationärer Schwingungen	130
4.16 Das Fadenpendel mit veränderlicher Pendellänge	130
4.2 Berechnung eines Schaukelschwingers	131
4.21 Das Anwachsen der Amplituden	132
4.22 Der Einfluß von Dämpfung und Reibung	134
4.3 Parametererregte Schwingungen in linearen Systemen	136
4.31 Allgemeine mathematische Zusammenhänge	136
4.32 Das Verhalten von Schwingern, die einer Mathieuschen Diffe- rentialgleichung genügen	137
4.33 Methoden zur näherungsweisen Berechnung	141

4.4 Das Schwerependel mit Parametererregung	142
4.41 Problemstellung und bereichsweise Lösung	142
4.42 Periodische Lösungen	144
4.43 Berechnung des Amplituden-Frequenz-Diagramms für periodische Lösungen mit $\Omega \approx 2\omega_0$	145
4.44 Näherungen für die Fälle $\varphi_0 \ll 1$ bzw. $\varepsilon \ll 1$	149
4.5 Aufgaben	150
5 Erzwungene Schwingungen	
5.1 Die Reaktion linearer Systeme auf nichtperiodische äußere Erregungen	152
5.11 Übergangsfunktionen bei Erregung durch eine Sprungfunktion	152
5.12 Übergangsfunktionen bei Erregung durch eine Stoßfunktion	153
5.13 Die Wahl optimaler Gerätedaten	154
5.14 Allgemeine Erregerfunktionen	158
5.2 Periodische Erregungen in linearen Systemen	160
5.21 Harmonische Erregerfunktionen	160
5.211 Die Bewegungsgleichungen von Schwingern mit harmonischer Erregung, S. 160. — 5.212 Vergrößerungsfunktion und Phasenverlauf, S. 163. — 5.213 Leistung und Arbeit bei erzwungenen Schwingungen, S. 165. — 5.214 Übertragungsfunktion, Frequenzgang und Ortskurven, S. 169. — 5.215 Einschwingvorgänge, S. 172.	
5.22 Allgemein periodische Erregung; Lösung mit Hilfe der Fourier-Zerlegung	173
5.23 Statistisch verteilte Erregungen	175
5.24 Allgemein periodische Erregung; Lösung nach dem Anstückelverfahren	176
5.3 Anwendungen der Resonanztheorie	179
5.31 Schwingungsmeßgeräte	179
5.32 Schwingungsisolierungen von Maschinen und Geräten	182
5.33 Abstimmung, Trennschärfe und Verzerrung in der Funktechnik	187
5.4 Erzwungene Schwingungen von nichtlinearen Schwingern	189
5.41 Problemstellung und Lösungsmöglichkeiten	190
5.42 Harmonische Erregung eines ungedämpften Schwingers mit unstetiger Kennlinie	192
5.421 Exakte Lösungen für gleichperiodische Schwingungen, S. 192. — 5.422 Vergleich mit der Näherungslösung, S. 194. — 5.423 Die Stabilität der periodischen Lösungen, S. 195.	
5.43 Harmonische Erregung von gedämpften nichtlinearen Schwingern	197
5.431 Lineare Dämpfung und kubische Rückstellkraft, S. 197. — 5.432 Festreibung und lineare Rückstellkraft, S. 202.	
5.44 Oberschwingungen, Kombinationsfrequenzen und Erregung von Unterschwingungen	203
5.45 Gleichrichterwirkungen	206
5.46 Erzwungene Schwingungen in selbsterregungsfähigen Systemen	207
5.5 Aufgaben	210

10 Inhalt

6 Koppelschwingungen

6.1	Schwinger mit zwei Freiheitsgraden	212
6.11	Eigenschwingungen eines ungedämpften Koppelschwingers	213
6.12	Hauptschwingungen und Hauptkoordinaten	215
6.13	Eigenfrequenzen als Extremwerte eines Energieausdruckes	218
6.14	Das Schwerependel mit elastischem Faden	219
6.15	Erzwungene Schwingungen eines Koppelschwingers	222
6.16	Der Einfluß von Dämpfungen	224
6.2	Schwinger mit beliebig vielen Freiheitsgraden	225
6.21	Die Bewegungsgleichungen linearer ungedämpfter Schwinger und ihre Lösung	226
6.22	Hauptkoordinaten und Hauptschwingungen	229
6.23	Schwingerketten	232
6.24	Filter	235
6.25	Der Übergang zum schwingenden Kontinuum	238
6.3	Aufgaben	240
	Lösungen der Aufgaben	241
	Literatur	246
	Sachverzeichnis	247