

INHALTSVERZEICHNIS

<u>Einführung</u>	1
Kapitel I. <u>Einführende Beispiele</u>	5
1. Euklidische Geometrie.....	6
2. Quadratische Formen.....	9
3. Konjugationsklassen von Matrizen.....	14
4. Invarianten mehrerer Vektoren.....	24
5. Nullformen.....	29
6. Assoziierte Kegel und Deformationen.....	36
7. Ternäre kubische Formen.....	42
Kapitel II. <u>Gruppenoperationen, Invariantenringe und Quotienten</u>	49
1. Algebraische Gruppen.....	53
1.1. Definitionen.....	53
1.2. Zusammenhangskomponente, Zentrum und homomorphe Bilder.....	55
1.3. Die klassischen Gruppen.....	57
1.4. Die Liealgebra einer algebraischen Gruppe.....	60
1.5. Die Liealgebren der klassischen Gruppen.....	62
2. Gruppenoperationen und lineare Darstellungen.....	64
2.1. Definitionen.....	64
2.2. Fixpunkte, Bahnen, Stabilisatoren.....	64
2.3. Lineare Darstellungen.....	66
2.4. Die reguläre Darstellung.....	72
2.5. Zusammenhang zwischen Gruppe und Liealgebra.....	74
2.6. Schichten.....	78
2.7. Die Varietät der Darstellungen einer Algebra.....	81
3. Quotienten bei linear reduktiven Gruppen.....	89
3.1. Linear reduktive Gruppen und isotypische Zerlegung.....	89
3.2. Der Endlichkeitssatz.....	95
3.3. Einfache Eigenschaften und Beispiele.....	100
3.4. Ein Kriterium für Quotienten.....	105

3.5.	Zur Charakterisierung der linear reduktiven Gruppen.....	107
3.6.	Der endliche Fall.....	111
4.	Beispiele und Anwendungen.....	115
4.1.	Das klassische Problem für GL_n	115
4.2.	Allgemeine Faser und Nullfaser.....	129
4.3.	Einige Strukturaussagen für Quotienten.....	138
Kapitel III.	<u>Darstellungstheorie und die Methode der U-Invarianten....</u>	147
1.	Darstellungstheorie linear reduktiver Gruppen.....	150
1.1.	Tori und unipotente Gruppen.....	150
1.2.	Auflösbare Gruppen und Borelgruppen.....	154
1.3.	Darstellungen von Tori.....	157
1.4.	Die irreduziblen Darstellungen von GL_n	159
1.5.	Die irreduziblen Darstellungen einer linear reduktiven Gruppe.....	166
2.	Das Hilbertkriterium.....	171
2.1.	Einparameter-Untergruppen.....	171
2.2.	Torusoperationen.....	173
2.3.	Das Hilbertkriterium für GL_n	175
2.4.	Der allgemeine Fall.....	178
2.5.	Assoziierte parabolische Untergruppen.....	181
2.6.	Dimensionsabschätzungen für die Nullfaser.....	184
3.	U-Invarianten und Normalitätsfragen.....	186
3.1.	Ω -Gradierung auf dem U-Invariantenring.....	186
3.2.	Endliche Erzeugbarkeit der U-Invarianten.....	189
3.3.	Ein Normalitätskriterium.....	192
3.4.	Geometrische Interpretation der Multiplizitäten.....	194
3.5.	Anwendung auf Abschlüsse von Bahnen.....	196
3.6.	Multiplizitätenfreie Operationen.....	198
3.7.	Normalität der Determinantenvarietäten.....	203
3.8.	U-Invariantenringe von quasihomogenen Varietäten.....	204
3.9.	Der Satz von Weitzenböck.....	206

4.	SL_2 -Einbettungen.....	208
4.1.	Erste Eigenschaften.....	208
4.2.	Ein Fortsetzungssatz.....	211
4.3.	Bestimmung des U-Invariantenringes.....	213
4.4.	Existenzsätze.....	216
4.5.	Struktursätze.....	218
4.6.	Tangentialraum im Fixpunkt.....	221
4.7.	Konstruktion von Einbettungen und Bestimmung der Höhe.....	222
4.8.	Homomorphismen und Automorphismen.....	224
4.9.	Verallgemeinerung auf endliche Stabilisatoren.....	226
Anhang I.	<u>Einige Grundlagen aus der algebraischen Geometrie</u>	229
1.	Affine Varietäten.....	230
1.1.	Reguläre Funktionen.....	230
1.2.	Nullstellengebilde.....	230
1.3.	Zariski-Topologie.....	231
1.4.	Abgeschlossene Untervarietäten.....	232
1.5.	Nullstellensatz.....	232
1.6.	Affine Varietäten.....	233
1.7.	Spezielle offene Mengen.....	235
1.8.	Irreduzible Varietäten.....	236
1.9.	Zerlegung in irreduzible Komponenten.....	236
1.10.	Rationale Funktionen.....	237
1.11.	Lokale Ringe.....	238
2.	Reguläre Abbildungen.....	239
2.1.	Definition.....	239
2.2.	Hauptsatz.....	239
2.3.	Dominante Morphismen.....	240
2.4.	Lokale Bestimmtheit eines Morphismus.....	240
2.5.	Abgeschlossene Bilder, Urbilder und Fasern.....	241
2.6.	Beispiele.....	242
2.7.	Produkte.....	244
2.8.	Beispiele.....	245

3.	Dimension.....	248
3.1.	Definitionen.....	248
3.2.	Beispiele.....	249
3.3.	Dimensionsformel für Morphismen.....	249
3.4.	Hauptidealsatz von Krull.....	251
3.5.	Abbildungsgrad.....	251
3.6.	Beispiele.....	252
3.7.	Birationale Morphismen.....	256
4.	Normale Varietäten.....	258
4.1.	Endliche Morphismen.....	258
4.2.	Noethersches Normalisierungslemma.....	258
4.3.	Normale Varietäten und Normalisierung.....	259
4.4.	Normalisierung von Gruppenoperationen.....	261
4.5.	Going-down Theorem.....	262
5.	Tangentialraum und reguläre Punkte.....	263
5.1.	Definition.....	263
5.2.	Tangentialvektoren.....	264
5.3.	Tangentialräume von Untervarietäten.....	265
5.4.	Differential einer regulären Abbildung.....	266
5.5.	Tangentialräume von Produkten und Fasern.....	268
5.6.	Reguläre Punkte.....	271
5.7.	Reguläre Abbildungen von maximalem Rang.....	272
6.	Hyperflächen und Divisoren.....	275
6.1.	Divisorengruppe.....	275
6.2.	Normalitätskriterium von Serre.....	277
7.	$\mathbb{C}$ -Topologie auf affinen Varietäten.....	279
7.1.	Definition und Eigenschaften.....	279
7.2.	$\mathbb{C}$ -Abschlüsse.....	279
Anhang II.	<u>Lineare Reduktivität der klassischen Gruppen</u>	281
1.	Topologische Gruppen, Liegruppen.....	283
2.	Klassische Gruppen.....	283
3.	Haarsches Mass auf kompakten Gruppen.....	285
4.	Volle Reduzibilität der Darstellungen kompakter Gruppen.....	286
5.	Lineare Reduktivität der klassischen Gruppen.....	287

6. Maximal kompakte Untergruppen.....	288
7. Cartan- und Iwasawazerlegung.....	289
<u>Literaturverzeichnis</u>	291
<u>Symbole und Notationen</u>	297
<u>Register</u>	301