

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik</b>	<b>1</b>
1.1 Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie . . . . .	1
1.2 Klassische Verteilungen der Statistik . . . . .	9
1.2.1 Die Multivariate Normalverteilung . . . . .	18
1.3 Bedingte Verteilungen . . . . .	20
1.4 Grenzwertsätze . . . . .	24
1.4.1 Referenzen . . . . .	28
1.5 Aufgaben . . . . .	29
<b>2. Statistische Modelle</b>	<b>37</b>
2.1 Formulierung von statistischen Modellen . . . . .	39
2.2 Suffizienz . . . . .	43
2.3 Exponentielle Familien . . . . .	49
2.4 Bayesianische Modelle . . . . .	57
2.4.1 Referenzen . . . . .	63
2.5 Aufgaben . . . . .	63
<b>3. Schätzmethoden</b>	<b>71</b>
3.1 Substitutionsprinzip . . . . .	72
3.1.1 Häufigkeitssubstitution . . . . .	73
3.1.2 Momentenmethode . . . . .	75
3.2 Methode der kleinsten Quadrate . . . . .	77
3.2.1 Allgemeine und lineare Regressionsmodelle . . . . .	78
3.2.2 Methode der kleinsten Quadrate . . . . .	80
3.2.3 Gewichtete Kleinste-Quadrate-Schätzer . . . . .	83
3.3 Maximum-Likelihood-Schätzung . . . . .	83
3.3.1 Maximum-Likelihood in eindimensionalen Modellen . .	86
3.3.2 Maximum-Likelihood in mehrdimensionalen Modellen	92
3.3.3 Numerische Bestimmung des Maximum-Likelihood-Schätzers . . . . .	93

3.4	Vergleich der Maximum-Likelihood-Methode mit anderen Schätzverfahren . . . . .	95
3.5	Anpassungstests . . . . .	96
3.6	Aufgaben . . . . .	96
<b>4.</b>	<b>Vergleich von Schätzern: Optimalitätstheorie</b>	<b>103</b>
4.1	Schätzkriterien . . . . .	103
4.2	UMVUE-Schätzer . . . . .	108
4.3	Die Informationsungleichung . . . . .	115
4.3.1	Anwendung der Informationsungleichung . . . . .	118
4.4	Asymptotische Theorie . . . . .	119
4.4.1	Konsistenz . . . . .	120
4.4.2	Asymptotische Normalität und verwandte Eigenschaften . . . . .	122
4.4.3	Asymptotische Effizienz und Optimalität . . . . .	126
4.4.4	Asymptotische Verteilung von Maximum-Likelihood-Schätzern . . . . .	128
4.5	Aufgaben . . . . .	130
<b>5.</b>	<b>Konfidenzintervalle und Hypothesentests</b>	<b>139</b>
5.1	Konfidenzintervalle . . . . .	139
5.1.1	Der eindimensionale Fall . . . . .	140
5.1.2	Der mehrdimensionale Fall . . . . .	145
5.1.3	Bayesianischer Intervallschätzer . . . . .	146
5.2	Das Testen von Hypothesen . . . . .	147
5.2.1	Fehlerwahrscheinlichkeiten und Güte . . . . .	149
5.2.2	Der p-Wert: Die Teststatistik als Evidenz . . . . .	154
5.2.3	Güte und Stichprobengröße: Indifferenzzonen . . . . .	155
5.3	Dualität zwischen Konfidenzintervallen und Tests . . . . .	157
5.3.1	Aus Konfidenzintervallen konstruierte Tests . . . . .	158
5.3.2	Aus Tests konstruierte Konfidenzintervalle . . . . .	158
5.4	Aufgaben . . . . .	159
<b>6.</b>	<b>Optimale Tests und Konfidenzintervalle, Likelihood-Quotienten-Tests und verwandte Methoden</b>	<b>163</b>
6.1	Das Neyman-Pearson-Lemma . . . . .	163
6.2	Uniformly Most Powerful Tests . . . . .	171
6.2.1	Exponentielle Familien . . . . .	172
6.3	Likelihood-Quotienten-Tests . . . . .	177
6.3.1	Konfidenzintervalle . . . . .	179
6.4	Aufgaben . . . . .	185
<b>7.</b>	<b>Lineare Modelle - Regression und Varianzanalyse (ANOVA)</b>	<b>191</b>
7.1	Einführung . . . . .	191
7.1.1	Das allgemeine lineare Modell . . . . .	193
7.1.2	Die Matrixformulierung des linearen Modells . . . . .	195

7.2	Schätzung in linearen Modellen . . . . .	197
7.2.1	Die kanonische Form . . . . .	198
7.2.2	UMVUE-Schätzer . . . . .	200
7.2.3	Projektionen im linearen Modell . . . . .	201
7.2.4	Der Satz von Gauß-Markov . . . . .	209
7.2.5	Schätzung der Fehlervarianz . . . . .	210
7.2.6	Verteilungstheorie und Konfidenzintervalle . . . . .	211
7.3	Hypothesentests . . . . .	213
7.3.1	Likelihood-Quotienten-Test . . . . .	214
7.3.2	Beispiele: Anwendungen . . . . .	220
7.4	Varianzanalyse . . . . .	223
7.4.1	ANOVA im Einfaktorenmodell . . . . .	224
7.4.2	ANOVA im Mehrfaktormodell . . . . .	227
7.4.3	Referenzen . . . . .	231
7.5	Aufgaben . . . . .	232
<b>A</b>	<b>Resultate über benutzte Verteilungsfamilien</b>	<b>235</b>
A1	Liste der verwendeten Verteilungen . . . . .	235
<b>B</b>	<b>Tabellen</b>	<b>237</b>
	Exponentielle Familien . . . . .	237
<b>C</b>	<b>Verzeichnisse</b>	<b>239</b>
	Tabellenverzeichnis . . . . .	239
	Abbildungerverzeichnis . . . . .	240
	Liste der Beispiele . . . . .	241
	Liste der Aufgaben . . . . .	244
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>249</b>
	<b>Sachverzeichnis</b>	<b>251</b>