

Leseprobe

zu

Taschenbuch mathematischer Formeln für Ingenieure und Naturwissenschaftler

von Dr.-Ing. Hans-Jochen Bartsch
unter Mitwirkung von Michael Sachs

24., überarbeitete Auflage

Mit über 500 Bildern, zahlreichen Beispielen
und umfassenden Integraltabellen

ISBN (Buch): 978-3-446-45100-1

ISBN (E-Book): 978-3-446-45707-2

Weitere Informationen und Bestellungen unter

<http://www.hanser-fachbuch.de/978-3-446-45100-1>

sowie im Buchhandel

© Carl Hanser Verlag, München

Vorwort zur 24. Auflage

Mit dieser Auflage habe ich alle mir bekannt gewordenen Druckfehler der 23. Auflage korrigiert, Beispiele ergänzt, Bezeichnungen vereinheitlicht und zahlreiche Formulierungen geändert in der Hoffnung auf noch größere Verständlichkeit.

Das Kapitel über Differenzialrechnung habe ich umstrukturiert, um die Differenzialgeometrie noch deutlicher vom Schulstoff abzugrenzen.

Besonders danken möchte ich Herrn Dipl.-Math. Dipl.-Phys. Christian LEGER von der Hochschule für Technik und Wirtschaft des Saarlandes, der die 23. Auflage mit großer Sorgfalt durchgesehen hat. Ihm verdanke ich zahlreiche Hinweise auf Druckfehler und konstruktive Verbesserungsvorschläge.

Ich danke darüber hinaus den Mitarbeiterinnen des Fachbuchverlages Leipzig, Frau Natalia SILAKOVA und Frau Katrin WULST, für die reibungslose Zusammenarbeit, sowie dem Setzer Herrn Dr. Steffen NAAKE, der durch die Erstellung der Endfassung mit \LaTeX dafür sorgte, dass das Buch auch formal korrekt und grafisch ansprechend gestaltet ist.

Anregungen zu weiteren Verbesserungen sowie Hinweise auf inhaltliche Fehler werde ich auch weiterhin gerne entgegennehmen.

München, im Juni 2018

Michael Sachs
Bearbeiter

Aus dem Vorwort zur 23. Auflage

Das *Taschenbuch Mathematischer Formeln* soll vornehmlich Studierenden von Ingenieurstudiengängen an Hochschulen für Angewandte Wissenschaften (ehemals Fachhochschulen) und an Universitäten ein nützliches Hilfsmittel zur Bewältigung des Mathematikstoffes eines technischen oder naturwissenschaftlichen Studiums sein. Darüber hinaus will es auch Praktikern im Beruf helfen, ihre benötigten Kenntnisse aufzufrischen.

Seit über 50 Jahren ist dieses Buch auf dem Markt und Generationen von Studierenden und Anwendern der Mathematik ein Begriff geworden. Im Januar 2008 ist der Verfasser, Dr.-Ing. Hans-Jochen BARTSCH, nachdem er noch die 21. Auflage besorgt hatte, am Beginn der Vorbereitungen zur 22. Auflage verstorben. Gerne habe ich die mir vom Fachbuchverlag Leipzig angebotene Aufgabe, das Werk zu bearbeiten und weiterzuführen, wahrgenommen, und betreue nun seinen Fortgang seit der 22. Auflage.

Das *Sachwortverzeichnis* wurde bewusst redundant und sehr umfangreich gestaltet, um dem Leser die Möglichkeit eines raschen Quereinstiegs zu einem gewählten Thema oder Begriff zu gewähren. Wohl kaum jemand wird so ein Buch linear von vorne nach hinten durchlesen. Das Sachwortverzeichnis soll daher auch zum „Stöbern“ und Diagonallese einladen und Interesse an der Materie erwecken.

Zahlreiche *Beispiele*, eingeleitet und beendet mit \blacklozenge , zeigen die abstrakten mathematischen Formeln in ihrer Anwendung, wobei Wert gelegt wurde auf Einfachheit der Rechnung, um das Verständnis der Grundsätze nicht zu erschweren.

Kapitel 14 enthält *Integraltabellen* mit fast 600 unbestimmten und bestimmten Integralen. Eine zusätzliche Übersicht am Kapitelanfang ermöglicht einen raschen Zugriff auf das gesuchte Integral. Ein *Daumenregister* erleichtert das Auffinden der einzelnen Kapitel.

Dem Wesen einer Formelsammlung gemäß kann und will das Buch kein Lehrbuch ersetzen, schon gar nicht in der Mathematik, wo die Herleitung neuen Wissens aus bereits vorhandenem nach den strengen Regeln des logischen Schließens oberstes Gebot ist. In diesem Buch sind Herleitungen nur in Ausnahmefällen angedeutet, es soll in erster Linie ein Nachschlagewerk für Studierende technischer Fachrichtungen sein. Gleichwohl ist die Stofffülle so in Kapitel gegliedert und sind diese Kapitel so aufgebaut, dass sie auch einzeln zur Wiederholung eines schon einmal gelernten Stoffes gelesen werden können.

Möge der BARTSCH auch nach dem Tode seines Verfassers weiterhin ein treuer und zuverlässiger Begleiter in Studium und Beruf bleiben.

München, im November 2013

Michael Sachs
Bearbeiter

Inhaltsverzeichnis

1	Logik, Mengen, Zahlensysteme	21
1.1	Aussagenlogik	21
1.1.1	Allgemeines	21
1.1.2	Ein- und zweistellige BOOLEsche Funktionen	23
1.1.3	BOOLEsche Algebra	25
1.1.4	Normalformen	27
1.2	Prädikatenlogik	29
1.3	Mengen	30
1.3.1	Allgemeines	30
1.3.2	Mengenoperationen	33
1.3.3	Beziehungen, Gesetze, Rechenregeln	35
1.3.4	Relationen	36
1.3.5	Intervalle	38
1.3.6	Unscharfe Mengen	38
1.4	Zahlensysteme	40
1.4.1	Polyadische Zahlensysteme	40
1.4.2	Römisches Zahlensystem	45
2	Arithmetik	46
2.1	Menge der reellen Zahlen	46
2.1.1	Standard-Zahlenmengen	46
2.1.2	Grundoperationen an reellen Zahlen	48
2.1.2.1	Die vier Grundrechenarten	48
2.1.2.2	Proportionen, Verhältnisgleichungen	52
2.1.2.3	Prozentrechnung	53
2.1.2.4	Näherung	54
2.1.2.5	Fehlerrechnung	55
2.1.2.6	Betrag und Signum	56
2.1.2.7	Summen- und Produktzeichen	57
2.1.3	Potenzen und Wurzeln	59
2.1.4	Logarithmen	61
2.1.5	Fakultät und Binomialkoeffizient	63
2.2	Menge der komplexen Zahlen	66
2.2.1	Grundbegriffe	66
2.2.2	Darstellungsformen komplexer Zahlen	69
2.2.3	Grundrechenarten mit komplexen Zahlen	70
2.2.4	Potenzen und Wurzeln komplexer Zahlen	71
2.2.5	Natürliche Logarithmen komplexer Zahlen	73
2.3	Kombinatorik	74
2.3.1	Permutationen	74

2.3.2	Variationen	76
2.3.3	Kombinationen	77
2.4	Folgen	79
2.4.1	Allgemeines	79
2.4.2	Schranken, Grenzen, Grenzwert einer Folge	80
2.4.3	Arithmetische und geometrische Folgen	83
2.4.4	Finanzmathematik	86
2.4.4.1	Zinsrechnung	86
2.4.4.2	Zinseszinsrechnung	87
2.4.4.3	Rentenrechnung	88
2.4.4.4	Schuldentilgung, Annuität	89
3	Gleichungen und Ungleichungen	91
3.1	Allgemeines	91
3.2	Lineare algebraische Gleichungen und Ungleichungen	96
3.2.1	Lineare Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen	96
3.2.2	Lineare Gleichungen und Ungleichungen mit mehreren Variablen	98
3.3	Nichtlineare Gleichungen	101
3.3.1	Nichtlineare algebraische Gleichungen	101
3.3.1.1	Quadratische Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen	101
3.3.1.2	Quadratisches Gleichungssystem mit zwei Variablen	103
3.3.1.3	Kubische Gleichungen	104
3.3.1.4	Gleichungen 4. Grades	106
3.3.1.5	Symmetrische Gleichungen	106
3.3.1.6	Algebraische Gleichungen n -ten Grades	107
3.3.1.7	HORNER-Schema	108
3.3.1.8	Wurzelgleichungen mit einer Variablen	111
3.3.2	Transzendente Gleichungen	111
3.3.2.1	Exponentialgleichungen	111
3.3.2.2	Logarithmische Gleichungen	112
3.3.2.3	Goniometrische Gleichungen	113
3.3.2.4	Betragsgleichungen und -ungleichungen	114
3.4	Numerische Verfahren	114
3.4.1	Bisektionsverfahren	115
3.4.2	Fixpunktiteration	116
3.4.3	NEWTONSches (Tangenten-)Näherungsverfahren	118
3.4.4	Sekantenmethode (Regula falsi)	119
3.5	Nichtlineare Gleichungssysteme	120
3.6	Grafische Lösung von Gleichungen	123

4	Elementare Geometrie	124
4.1	Planimetrie, ebene Trigonometrie	124
4.1.1	Winkel	124
4.1.2	Teilungen, Ähnlichkeit, Kongruenz, Symmetrie	126
4.1.3	Dreieck	129
4.1.3.1	Schiefwinkliges Dreieck	130
4.1.3.2	Gleichschenkliges und gleichseitiges Dreieck	135
4.1.3.3	Rechtwinkliges Dreieck	136
4.1.4	Vierecke	138
4.1.4.1	Trapez	138
4.1.4.2	Parallelogramme	139
4.1.4.3	Unregelmäßige Vierecke mit Umkreis bzw. Inkreis	140
4.1.5	Vielecke (Polygone)	141
4.1.5.1	Ebene sternförmige n -Ecke	141
4.1.5.2	Regelmäßige (reguläre) Vielecke	141
4.1.5.3	Einige bestimmte regelmäßige Vielecke	142
4.1.5.4	Konstruktion der einfachen regelmäßigen Vielecke	143
4.1.6	Der Kreis	144
4.1.6.1	Sätze zum Kreis	144
4.1.6.2	Kreisberechnungen	145
4.2	Geometrische Körper (Stereometrie)	147
4.2.1	Allgemeines	147
4.2.2	Ebenflächig begrenzte Körper (Polyeder, Vielfläche)	149
4.2.2.1	Prismatische Körper	149
4.2.2.2	Pyramide, Pyramidenstumpf	150
4.2.2.3	Prismoid	151
4.2.2.4	Die fünf regelmäßigen Polyeder	152
4.2.3	Krummflächig begrenzte Körper	154
4.2.3.1	Zylinder, Zylinderabschnitt	154
4.2.3.2	Kegel, Kegelstumpf	155
4.2.3.3	Kugel	156
4.2.3.4	Tonne, Torus	158
4.2.3.5	Fraktale Geometrie	158
4.3	Sphärische Trigonometrie	160
4.3.1	Allgemeines	160
4.3.2	Rechtwinkliges sphärisches Dreieck	161
4.3.3	Schiefwinkliges sphärisches Dreieck	162
4.3.4	Berechnung sphärischer Dreiecke	164
4.3.5	Mathematische Geografie	165
5	Lineare Algebra	168
5.1	Vektorraum	168

5.2	Matrizen	172
5.2.1	Matrizenarten, Definitionen	172
5.2.1.1	Allgemeines	172
5.2.1.2	Quadratische Matrizen	174
5.2.1.3	Inverse Matrix, (Um)kehrmatrix A^{-1}	180
5.2.1.4	Rang einer Matrix	181
5.2.1.5	Matrizennormen	182
5.2.1.6	Grenzwert, Differenzialquotient, Integral	183
5.2.2	Matrizengesetze	183
5.2.2.1	Gleichheit und Summe zweier Matrizen	183
5.2.2.2	Multiplikation von Matrizen	183
5.2.3	Matrizengleichungen	186
5.2.4	Eigenwerte und Eigenvektoren quadratischer Matrizen	187
5.2.5	Numerische Verfahren	190
5.2.5.1	HOUSEHOLDER-Orthogonalisierung (-Transformation)	190
5.2.5.2	QR-Verfahren	192
5.2.5.3	Vektoriteration (Potenzmethode, v.-MISES- Verfahren)	192
5.3	Determinanten	193
5.3.1	Determinante einer quadratischen Matrix	193
5.3.2	Berechnung von Determinanten	194
5.3.3	Rechenregeln für Determinanten	196
5.3.4	Praktische Berechnung einer Determinante	197
5.4	Lineare Gleichungssysteme	198
5.4.1	Allgemeines	198
5.4.2	Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme	199
5.4.3	Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme	201
5.4.3.1	Einfacher und verketteter GAUSSscher Algorithmus	202
5.4.3.2	GAUSSscher Algorithmus für Systeme mit gleicher Matrix A und m rechten Seiten	206
5.4.3.3	GAUSS-JORDAN-Verfahren zur Matrixinversion	207
5.4.3.4	GAUSSscher Algorithmus für symmetrische, positiv definite Koeffizientenmatrix, CHOLE- SKY-Verfahren	208
5.4.3.5	Gleichungssysteme mit symmetrischer, tridiagonaler, positiv definiter Matrix	209
5.4.3.6	GAUSS-SEIDELsches Iterationsverfahren	209
5.4.3.7	Austauschverfahren	213
5.4.4	CRAMERSche Regel	213
5.4.5	Überbestimmte lineare Gleichungssysteme	214
5.5	Lineare Optimierung	216
5.5.1	Allgemeines	216

5.5.2	Grafische Lösung für zwei Variable	218
5.5.3	Simplexalgorithmus	219
5.6	Abbildungen	223
5.6.1	Lineare Abbildungen	223
5.6.2	Affine Abbildungen	226
5.6.2.1	Allgemeines	226
5.6.2.2	Allgemeine, nicht winkeltreue affine Abbildungen	231
5.6.2.3	Ähnlichkeitsabbildungen	234
5.6.2.4	Kongruenzabbildungen	235
5.7	Koordinatentransformation	238
5.7.1	Allgemeines	238
5.7.2	Orthogonale Koordinatentransformation in der Ebene . .	239
5.7.3	Orthogonale Koordinatentransformation im Raum	240
6	Vektoren, Analytische Geometrie	244
6.1	Vektoren, Grundlagen	244
6.2	Vektoralgebra	249
6.2.1	Addition und Subtraktion von Vektoren	249
6.2.2	Multiplikation von Vektoren	251
6.2.2.1	Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar .	251
6.2.2.2	Skalarprodukt (inneres Produkt, Punktprodukt)	251
6.2.2.3	Vektorprodukt (äußeres Produkt, Kreuzpro- dukt)	253
6.2.2.4	Mehrfache Produkte von Vektoren	255
6.3	Koordinatensysteme	256
6.3.1	Allgemeines	256
6.3.2	Ebene (2D-)Koordinatensysteme	257
6.3.3	Räumliche (3D-)Koordinatensysteme	258
6.4	Punkte, Kurven 1. Ordnung	261
6.4.1	Punkte	261
6.4.2	Gerade, Strahl, Strecke	262
6.4.2.1	Punktmengen, Teilung einer Strecke	262
6.4.2.2	Gleichungen einer Geraden in der (x, y)-Ebene	264
6.4.2.3	Gleichungen einer Geraden im Raum	266
6.4.2.4	Abstand eines Punktes von einer Geraden . . .	269
6.4.3	Mehrere Geraden	270
6.4.3.1	Schnittpunkt zweier Geraden	270
6.4.3.2	Schnittwinkel zweier Geraden	272
6.4.3.3	Abstand zweier Geraden	274
6.4.3.4	Drei und mehr Geraden	275
6.5	Ebenen	275
6.5.1	Eine Ebene	276
6.5.1.1	Gleichungen einer Ebene im Raum	276

	6.5.1.2	Richtungskosinus der Normalen einer Ebene	280
	6.5.1.3	Abstand eines Punktes P_1 von einer Ebene	280
	6.5.1.4	Durchstoßpunkt D einer Geraden durch eine Ebene	281
	6.5.1.5	Winkel φ zwischen Gerade und Ebene	282
	6.5.2	Zwei Ebenen	283
	6.5.3	Drei und mehr Ebenen	284
	6.5.4	Flächeninhalt, Schwerpunkt, Volumen	285
6.6		Kurven 2. Ordnung (Kegelschnitte)	286
	6.6.1	Allgemeines	286
	6.6.2	Kreis	288
	6.6.2.1	Gleichungen des Kreises	288
	6.6.2.2	Schnittpunkte einer Geraden mit einem Kreis	290
	6.6.2.3	Tangente und Normale eines Kreises	291
	6.6.2.4	Polare eines Punktes in Bezug auf einen Kreis	291
	6.6.2.5	Potenz p eines Punktes in Bezug auf einen Kreis	292
	6.6.2.6	Kreisbüschel	293
	6.6.3	Ellipse	293
	6.6.3.1	Gleichungen der Ellipse	293
	6.6.3.2	Schnittpunkte einer Geraden mit einer Ellipse	295
	6.6.3.3	Tangente, Normale und Durchmesser einer Ellipse	296
	6.6.3.4	Polare eines Punktes in Bezug auf eine Ellipse	297
	6.6.3.5	Krümmung einer Ellipse	297
	6.6.3.6	Haupt- und Nebenkreis einer Ellipse	298
	6.6.3.7	Flächeninhalt und Umfang von Ellipse, Ellipsensegment und Ellipsensektor	298
	6.6.3.8	Ellipsenkonstruktionen	299
	6.6.4	Parabel	301
	6.6.4.1	Gleichungen der Parabel	301
	6.6.4.2	Schnittpunkte einer Geraden mit einer Parabel	303
	6.6.4.3	Tangente und Normale einer Parabel	304
	6.6.4.4	Polare eines Punktes in Bezug auf eine Parabel	304
	6.6.4.5	Krümmung einer Parabel	305
	6.6.4.6	Parabelsegment, Parabelbogen, Brennstrahl	305
	6.6.4.7	Parabelkonstruktionen	306
	6.6.5	Hyperbel	307
	6.6.5.1	Gleichungen der Hyperbel	308
	6.6.5.2	Schnittpunkt einer Geraden mit einer Hyperbel	310
	6.6.5.3	Tangente und Normale einer Hyperbel	311
	6.6.5.4	Polare eines Punktes in Bezug auf eine Hyperbel	312

6.6.5.5	Krümmung einer Hyperbel	313
6.6.5.6	Hyperbelsegment und Hyperbelsektor	314
6.6.5.7	Hyperbelkonstruktionen	314
6.7	Flächen 2. Ordnung	316
6.7.1	Allgemeines	316
6.7.2	Kugel	317
6.7.3	Ellipsoid	318
6.7.4	Hyperboloid	319
6.7.5	Kegel	321
6.7.6	Zylinder	322
6.7.7	Paraboloid	323
6.8	Hauptachsentransformation	325
7	Funktionen und Kurven	334
7.1	Allgemeines	334
7.1.1	Funktionen mit einer unabhängigen Variablen	334
7.1.2	Funktionen mit mehreren Variablen	338
7.2	Rationale Operationen mit Funktionen	340
7.3	Grenzwerte, unbestimmte Ausdrücke	341
7.3.1	Grenzwert einer Funktion	341
7.3.2	Unbestimmte Ausdrücke	344
7.4	Eigenschaften reeller Funktionen	346
7.4.1	Ausgewählte Eigenschaften	346
7.4.2	Nullstellen einer Funktion	349
7.4.3	Stetigkeit einer Funktion	350
7.5	Ausgewählte Funktionen	353
7.6	Rationale Funktionen	355
7.6.1	Ganzrationale Funktionen (Polynome)	355
7.6.2	Interpolation	358
7.6.2.1	Allgemeines	358
7.6.2.2	Interpolationsformel von LAGRANGE	359
7.6.2.3	Interpolationsformel von NEWTON	360
7.6.2.4	Interpolation durch kubische Splines	362
7.6.3	Gebrochenrationale Funktionen	365
7.7	Nichtrationale Funktionen	367
7.7.1	Allgemeine Potenzfunktionen	367
7.7.2	Exponentialfunktionen	368
7.7.3	Logarithmusfunktionen	371
7.7.4	Winkelfunktionen, trigonometrische Funktionen	372
7.7.4.1	Allgemeines	372
7.7.4.2	Goniometrische Beziehungen	376
7.7.4.3	Allgemeine Sinusfunktion (harmonische Schwingung)	380
7.7.4.4	Modulation	381

	7.7.4.5	Überlagerung (Superposition) von Schwingungen	383
	7.7.4.6	Komplexe Zeigerdarstellung von Sinusgrößen	387
	7.7.5	Zyklometrische Funktionen, Arkusfunktionen	389
	7.7.6	Hyperbelfunktionen	393
	7.7.7	Areafunktionen	398
7.8		Algebraische Kurven höherer Ordnung	400
	7.8.1	Kurven 3. Ordnung	401
	7.8.2	Kurven 4. Ordnung	402
7.9		Zykloiden (Rollkurven)	404
	7.9.1	Gewöhnliche (gespitzte) Zykloide	404
	7.9.2	Epizykloiden	405
	7.9.3	Hypozykloiden	407
7.10		Spirallinien	409
	7.10.1	Logarithmische Spirale	409
	7.10.2	ARCHIMEDische Spirale	410
	7.10.3	Hyperbolische Spirale	410
7.11		Weitere ebene Kurven	411
	7.11.1	Kettenlinie	411
	7.11.2	Traktrix	412
7.12		Komplexe Funktionen	412
	7.12.1	Allgemeines	412
	7.12.2	Konforme Abbildungen	415
	7.12.2.1	Lineare und quadratische konforme Abbildungen	415
	7.12.2.2	MÖBIUS-Abbildung und Inversion	416
8		Differenzialrechnung	420
8.1		Funktionen einer Variablen	420
	8.1.1	Allgemeines	420
	8.1.2	Erste Ableitungen der elementaren Funktionen	422
	8.1.3	Differenziationsregeln, Ableitungsregeln	423
	8.1.3.1	Grundregeln	423
	8.1.3.2	Höhere Ableitungen und Differenziale	425
	8.1.3.3	Differenziation impliziter Funktionen $F(x, y) = 0$	426
	8.1.3.4	Differenziation von Funktionen in Parameterform	427
	8.1.3.5	Differenziation von Funktionen in Polarkoordinaten	427
	8.1.4	Grafische Differenziation	428
	8.1.5	Numerische Differenziation	428
	8.1.6	Logarithmische Differenziation	429
	8.1.7	Mittelwertsätze	430

8.2	Funktionen mehrerer Variablen	431
8.2.1	Partielle Ableitung 1. Ordnung	431
8.2.2	Höhere partielle Ableitungen	432
8.2.3	Totale Ableitungen für zwei Variable	433
8.3	Anwendungen	435
8.3.1	Monotonie und Krümmungsverhalten	435
8.3.2	Extrema von Funktionen einer Variablen	439
8.3.3	Wendepunkte und singuläre Punkte	443
8.3.4	Asymptoten	445
8.3.5	Hüllkurven	446
8.3.6	Kurvendiskussion	447
8.3.7	Extrema von Funktionen mehrerer Variablen	447
8.4	Differenzialgeometrie	450
8.4.1	Ebene Kurven	450
8.4.1.1	Bogenelement einer ebenen Kurve	450
8.4.1.2	Tangente und Normale einer ebenen Kurve	450
8.4.1.3	Zwei ebene Kurven	452
8.4.2	Raumkurven	453
8.4.2.1	Darstellungen im kartesischen Koordinaten- system	453
8.4.2.2	Bogenelement einer Raumkurve	453
8.4.2.3	Tangente und Normale einer Raumkurve	453
8.4.2.4	Krümmung einer Raumkurve	457
8.4.2.5	Windung (Torsion) einer Raumkurve	458
8.4.3	Flächen im Raum	459
9	Integralrechnung	466
9.1	Allgemeines	466
9.1.1	Unbestimmtes Integral	466
9.1.2	Bestimmtes Integral (RIEMANN'Sches Integral)	467
9.1.3	Uneigentliche Integrale	470
9.2	Grundintegrale, Stammintegrale	472
9.3	Integrationsregeln und -verfahren	473
9.3.1	Grundregeln der Integralrechnung	473
9.3.2	Integration durch Substitution	473
9.3.3	Partielle Integration (Produktintegration)	477
9.3.4	Integration nach Partialbruchzerlegung	477
9.3.5	Integration nach Reihenentwicklung	480
9.3.6	Grafische Integration	482
9.4	Numerische Integration	483
9.4.1	Allgemeines	483
9.4.2	NEWTON-COTES-Formeln	484
9.4.2.1	Rechteckformel	486
9.4.2.2	Sehnentrapezformel	487

9.4.2.3	SIMPSONSche Formel, KEPLERSche Fassformel	487
9.4.2.4	NEWTONSche 3/8-Formel	488
9.4.2.5	Tangententrapezformel	489
9.4.3	GAUSSSches Quadraturverfahren	490
9.4.4	ROMBERG-Quadraturverfahren	491
9.5	Bereichsintegrale, Gebietsintegrale	493
9.5.1	Zweidimensionales Bereichsintegral, Doppelintegral . . .	493
9.5.2	Raumintegral, Volumenintegral, Dreifachintegral	496
9.6	Anwendungen der Integralrechnung	497
9.6.1	Geometrische Anwendungen	497
9.6.1.1	Flächeninhalte (Quadratur)	497
9.6.1.2	Bogenlänge (Rektifikation)	500
9.6.1.3	Mantelflächen von Rotationskörpern (Komplanation)	500
9.6.1.4	Volumen von Rotationskörpern (Kubatur)	500
9.6.1.5	Volumen eines Körpers	501
9.6.2	Technisch-physikalische Anwendungen	502
9.6.2.1	Bewegungen, Kinematik	502
9.6.2.2	Arbeit	502
9.6.2.3	Zeitlich veränderliche Ströme und Spannungen	503
9.6.2.4	Momente 1. Grades	503
9.6.2.5	Schwerpunkte	505
9.6.2.6	Momente 2. Grades (Festigkeitslehre)	507
9.6.2.7	Massenmomente 2. Grades (Dynamik)	508
10	Vektoranalysis	510
10.1	Vektorfunktionen	510
10.2	Felder	511
10.3	Gradient eines skalaren Feldes	514
10.4	Divergenz eines Vektorfeldes	516
10.5	Rotation eines Vektorfeldes	518
10.6	Kurvenintegrale (Linienintegrale)	520
10.6.1	Kurvenintegral erster Art	520
10.6.2	Kurvenintegral (zweiter Art)	521
10.7	Flächenintegrale (Oberflächenintegrale)	526
10.7.1	Flächenintegral erster Art	526
10.7.2	Flächenintegral zweiter Art	527
10.8	Integralsätze	529
10.8.1	GAUSSScher Integralsatz	529
10.8.2	STOKESScher Integralsatz	531

11	Differenzialgleichungen	534
11.1	Allgemeines	534
11.1.1	Differenzialgleichungen, Arten	534
11.1.2	Gewöhnliche Differenzialgleichungen	535
11.2	Differenzialgleichungen 1. Ordnung	540
11.2.1	Differenzialgleichungen mit trennbaren Variablen	540
11.2.2	Gleichgradige Differenzialgleichungen 1. Ordnung	542
11.2.3	Lineare Differenzialgleichungen 1. Ordnung	543
11.2.3.1	Homogene lineare Differenzialgleichungen 1. Ordnung	543
11.2.3.2	Inhomogene lineare Differenzialgleichungen 1. Ordnung	544
11.2.4	Totale Differenzialgleichungen	546
11.2.5	Integrierender Faktor	547
11.2.6	BERNOULLISCHE Differenzialgleichung	548
11.2.7	RICCATISCHE Differenzialgleichung	548
11.2.8	CLAIRAUTSCHE Differenzialgleichung	549
11.3	Differenzialgleichungen 2. Ordnung	550
11.3.1	Sonderfälle, Erniedrigung der Ordnung	550
11.3.2	Homogene lineare Differenzialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	552
11.3.3	Homogene lineare Differenzialgleichungen 2. Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten	553
11.3.4	Inhomogene lineare Differenzialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	554
11.3.5	Inhomogene lineare Differenzialgleichungen 2. Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten	558
11.3.6	BESSELSche Differenzialgleichung	560
11.3.7	Anwendungsfall Schwingungen	562
11.4	Differenzialgleichungen n -ter Ordnung	565
11.5	Lineare Differenzialgleichungssysteme	569
11.6	Näherungslösungen für Differenzialgleichungen 1. Ordnung	571
11.6.1	Verfahren unbestimmter Koeffizienten	571
11.6.2	Iterationsverfahren	573
11.7	Anfangswertprobleme	574
11.7.1	Allgemeines	574
11.7.2	Explizite Einschrittverfahren	577
11.7.2.1	Polygonzugverfahren von EULER-CAUCHY	577
11.7.2.2	HEUN-Verfahren	579
11.7.2.3	Klassisches Verfahren von RUNGE-KUTTA	579
11.7.2.4	Einbettungsformeln	580

13.1.5.2	Ausgleichende Gerade	656
13.1.5.3	Ausgleichende Parabel	657
13.1.5.4	Multiple Regression	658
13.1.6	Fehlerfortpflanzung	659
13.2	Wahrscheinlichkeitsrechnung	663
13.2.1	Zufallsexperiment und Ereignis	663
13.2.2	Definition der Wahrscheinlichkeit	665
13.2.3	Sätze über Wahrscheinlichkeiten	666
13.2.4	Bedingte Wahrscheinlichkeit und unabhängige Ereignisse	668
13.2.5	Zufällige Variable	671
13.2.6	Kenngößen von zufälligen Variablen	674
13.2.6.1	Erwartungswert	674
13.2.6.2	Varianz und Standardabweichung	676
13.2.6.3	Schiefe und Exzess	678
13.2.7	Ausgewählte diskrete Verteilungen	679
13.2.7.1	Diskrete Gleichverteilung	679
13.2.7.2	BERNOULLI-Verteilung	680
13.2.7.3	Binomialverteilung	680
13.2.7.4	POISSON-Verteilung	683
13.2.7.5	Hypergeometrische Verteilung	685
13.2.7.6	Geometrische Verteilung	686
13.2.8	Ausgewählte stetige Verteilungen	687
13.2.8.1	Stetige Gleichverteilung (Rechteckverteilung)	687
13.2.8.2	Normalverteilung	687
13.2.8.3	Exponentialverteilung	693
13.2.8.4	χ^2 -Verteilung	694
13.2.8.5	t -Verteilung (STUDENT-Verteilung)	695
13.3	Schließende (induktive) Statistik	696
13.3.1	Grundbegriffe	696
13.3.2	Punktschätzungen	697
13.3.3	Intervallschätzungen	699
13.3.3.1	Konfidenzintervall für den Anteil p	700
13.3.3.2	Konfidenzintervalle für den Erwartungswert μ	701
13.3.3.3	Konfidenzintervall für die Varianz σ^2	704
13.3.4	Hypothesentests	705
13.3.4.1	Allgemeines über Tests	705
13.3.4.2	Test über den Anteil p	707
13.3.4.3	Tests über den Erwartungswert μ	710
13.3.4.4	Test über die Varianz σ^2	713
13.3.4.5	χ^2 -Anpassungstest	714
14	Integraltabellen	717
14.1	Integrale rationaler Funktionen	718
14.1.1	Integrale mit $ax + b$	718

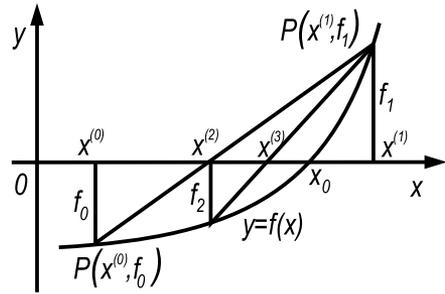
14.1.2	Integrale mit $ax + b, cx + d$	721
14.1.3	Integrale mit $ax^2 + bx + c$	722
14.1.4	Integrale mit $a^2 \pm x^2$	724
14.1.5	Integrale mit $a^3 \pm x^3$	727
14.1.6	Integrale mit $a^4 + x^4, a^4 - x^4$	728
14.2	Integrale nichtrationaler Funktionen	728
14.2.1	Integrale mit $\sqrt{x^n}$ und $(a^2 \pm b^2x)^m$	728
14.2.2	Integrale mit $\sqrt{(ax + b)^n}$	729
14.2.3	Integrale mit $\sqrt{(ax + b)^n}, \sqrt{(cx + d)^m}$	731
14.2.4	Integrale mit $\sqrt{(a^2 + x^2)^n}$	733
14.2.5	Integrale mit $\sqrt{(a^2 - x^2)^n}$	736
14.2.6	Integrale mit $\sqrt{(x^2 - a^2)^n}$	738
14.2.7	Integrale mit $\sqrt{(ax^2 + bx + c)^n}$	741
14.3	Integrale transzendenter Funktionen	744
14.3.1	Integrale mit e^{ax} (Exponentialfunktionen)	744
14.3.2	Integrale der Hyberbelfunktionen	745
14.3.3	Integrale mit $\ln x$ (logarithmische Funktion)	747
14.3.4	Integrale mit $\sin ax$	748
14.3.5	Integrale mit $\cos ax$	751
14.3.6	Integrale mit $\sin ax$ und $\cos ax$ bzw. $\cos bx$	754
14.3.7	Integrale mit $\tan ax$ bzw. $\cot ax$	758
14.3.8	Integrale der Arkusfunktionen	760
14.3.9	Integrale der Areafunktionen	761
14.4	Bestimmte und uneigentliche Integrale	762
Anhang	770
Sachwortverzeichnis	781

Iterationsvorschrift

$$x^{(v+1)} = x^{(v)} - \frac{x^{(v)} - x^{(v-1)}}{f_v - f_{v-1}} \cdot f_v$$

$$v = 1, 2, \dots; \quad f_v - f_{v-1} \neq 0$$

Konvergenzordnung: $p \approx 1,618$



Sekantenmethode

◆ Beispiel

Man berechne eine Nullstelle der Gleichung $x^3 + 2x - 6 = 0$.

Funktionsgleichung: $f(x) = x^3 + 2x - 6$

Aus einer Wertetabelle zwei Startwerte: $x^{(0)} = 1$, $f_0 = -3$ und $x^{(1)} = 2$, $f_1 = 6$

$x^{(v)}$	f_v	$x^{(v-1)}$	f_{v-1}	$\frac{x^{(v)} - x^{(v-1)}}{f_v - f_{v-1}} f_v$	$x^{(v+1)}$
2	6	1	-3	0,666 667	1,333 333
1,333 333	-0,962 963	2	6	-0,092 199	1,425 532
1,425 532	-0,252 053	1,333 333	-0,962 963	-0,032 690	1,458 222
1,458 222	0,017 224	1,425 532	-0,252 053	0,002 091	1,456 131
1,456 131	-0,000 278	1,458 222	0,017 224	-0,000 033	1,456 164

Ergebnis: $x_0 \approx 1,456164$ mit einer absoluten Genauigkeit von $\varepsilon \leq 3,3 \cdot 10^{-5}$ ◆

3.5 Nichtlineare Gleichungssysteme

Allgemeines

Gegeben ist ein nichtlineares Gleichungssystem mit n Gleichungen und n Variablen x_1, x_2, \dots, x_n

$$\begin{cases} f_1(x_1, \dots, x_n) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1, \dots, x_n) = 0 \end{cases} \quad f_i \text{ stetig, reellwertig, } n \geq 2, D(f) \subseteq \mathbb{R}^n$$

Vektordarstellung: $f(\mathbf{x}) = \mathbf{o} \quad D(f) \subseteq \mathbb{R}^n$

Vektorfunktion: $f(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), \dots, f_n(\mathbf{x}))^T$

skalare Funktionen: $f_i(\mathbf{x}) = f_i(x_1, \dots, x_n), \quad i = 1, 2, \dots, n$

Variablenvektor: $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$

Gesucht: Lösungsvektor $\mathbf{x}^* \in D$ mit $f(\mathbf{x}^*) = \mathbf{o}$

JACOBI-Matrix einer Vektorfunktion $f(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), \dots, f_n(\mathbf{x}))^T$ (auch *Funktionalmatrix* genannt)

Bedingung: Die partiellen Ableitungen existieren.

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \left(\frac{\partial f_i(\mathbf{x})}{\partial x_k} \right)_{i,k=1,\dots,n} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1(\mathbf{x})}{\partial x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n(\mathbf{x})}{\partial x_n} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

wobei $\det \mathbf{J}(\mathbf{x}) \neq 0$.**Mehrdimensionales NEWTON-Verfahren**(auch *n-dimensionales NEWTON-Verfahren* genannt)Gegeben: Nichtlineares Gleichungssystem $f(\mathbf{x}) = \mathbf{o}$

Startwert, Startvektor

Man startet mit einem Näherungswert $\mathbf{x}^{(0)} \in D(f) \subseteq \mathbb{R}^n$, den man z. B. im Falle $n = 2$ aus einer Skizze entnimmt (siehe Beispiel).Iterationsvorschrift ($\nu = 0, 1, 2, \dots$)Im $(\nu + 1)$ -ten Schritt linearisiert man f in $\mathbf{x}^{(\nu)}$:

$$f(\mathbf{x}) \approx f(\mathbf{x}^{(\nu)}) + \mathbf{J}(\mathbf{x}^{(\nu)}) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(\nu)})$$

und löst anstelle des gegebenen nichtlinearen Systems $f(\mathbf{x}) = \mathbf{o}$ das einfachere lineare Ersatzsystem

$$f(\mathbf{x}^{(\nu)}) + \mathbf{J}(\mathbf{x}^{(\nu)}) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(\nu)}) = \mathbf{o}$$

nach \mathbf{x} auf mit der Lösung

$$\mathbf{x}^{(\nu+1)} = \mathbf{x}^{(\nu)} - \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{x}^{(\nu)}) \cdot f(\mathbf{x}^{(\nu)})$$

Praktische BerechnungZur Vermeidung der Berechnung von \mathbf{J}^{-1} wird der Korrekturvektor $\Delta \mathbf{x}^{(\nu+1)} := \mathbf{x}^{(\nu+1)} - \mathbf{x}^{(\nu)}$ aus dem linearen Gleichungssystem gewonnen:

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(\nu)}) \Delta \mathbf{x}^{(\nu+1)} = -f(\mathbf{x}^{(\nu)})$$

und daraus anschließend der neue verbesserte Näherungswert

$$\mathbf{x}^{(\nu+1)} = \mathbf{x}^{(\nu)} + \Delta \mathbf{x}^{(\nu+1)}$$

Die JACOBI-Matrix $\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(\nu)})$ wird entweder in jedem Iterationsschritt neu oder nur einmalig für $\nu = 0$ (vereinfachtes NEWTON-Verfahren) berechnet.

Abbruchbedingungen

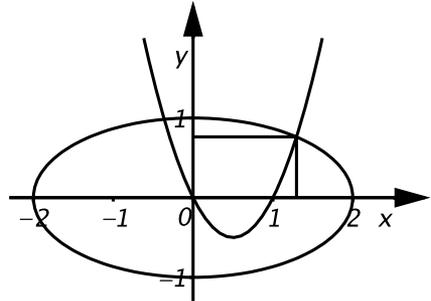
Abbruchbedingungen (Fehlerabschätzung) des Verfahrens können sein:

- Schrittzahl $\nu \geq \nu_{\max}$ $\nu_{\max} \in \mathbb{N}$
- $\|\mathbf{x}^{(\nu+1)} - \mathbf{x}^{(\nu)}\| \leq \|\mathbf{x}^{(\nu+1)}\| \cdot \varepsilon$ $\varepsilon \in \mathbb{R}_{>0}$
- $\|\mathbf{x}^{(\nu+1)} - \mathbf{x}^{(\nu)}\| \leq \varepsilon$ Vektornorm $\|\cdot\|$ siehe 5.1
- $\|\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(\nu+1)})\| \leq \varepsilon$

◆ Beispiel

Man führe einen Schritt des mehrdimensionalen Newton-Verfahrens aus für das nichtlineare Gleichungssystem

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 - 4 = 0 & \text{(Ellipse)} \\ 2x^2 - 2x - y = 0 & \text{(Parabel)} \end{cases}$$



ausgehend vom Startvektor

$$\mathbf{x}^{(0)} = (1, 3; 0, 8)^T:$$

$$\text{Vektordarstellung: } \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} f_1(x, y) \\ f_2(x, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^2 + 4y^2 - 4 \\ 2x^2 - 2x - y \end{pmatrix}$$

$$\text{Daraus } -\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)}) = \begin{pmatrix} -0,25 \\ 0,02 \end{pmatrix}$$

$$\text{Jacobi-Matrix } \mathbf{J}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x & 8y \\ 4x - 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Daraus } \mathbf{J}(\mathbf{x}^{(0)}) = \begin{pmatrix} 2,6 & 6,4 \\ 3,2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Das lineare Gleichungssystem } \begin{pmatrix} 2,6 & 6,4 \\ 3,2 & -1 \end{pmatrix} \Delta \mathbf{x}^{(1)} = \begin{pmatrix} -0,25 \\ 0,02 \end{pmatrix}$$

$$\text{hat die Lösung } \Delta \mathbf{x}^{(1)} = \begin{pmatrix} -0,005\ 286 \\ -0,036\ 915 \end{pmatrix}$$

Der neue Näherungswert für die gesuchte Lösung des nichtlinearen Systems lautet also

$$\mathbf{x}^{(1)} = \mathbf{x}^{(0)} + \Delta \mathbf{x}^{(1)} = \begin{pmatrix} 1,294\ 714 \\ 0,763\ 085 \end{pmatrix}$$

◆

3.6 Grafische Lösung von Gleichungen

Eine *Bestimmungsgleichung mit einer Variablen* wird in eine Funktionsgleichung überführt. Ihr Graph ergibt die reellen Lösungen der Gleichung als Schnittpunkte mit der x -Achse, $y = f(x) = 0$, Beispiel (1).

Mitunter ist es vorteilhaft, die zu lösende Gleichung in der Form $\varphi(x) = \psi(x)$ zu schreiben und sie als zwei Graphen darzustellen. Lösungen sind dann die Abszissen ihrer Schnittpunkte, Beispiel (2).

Bei *Gleichungssystemen mit zwei Variablen* wird jede Gleichung als implizite Kurve grafisch dargestellt. Die Koordinaten der Schnittpunkte sind die reellen Lösungen des Systems, Beispiel (3).

Bei *linearen Gleichungen* gilt:

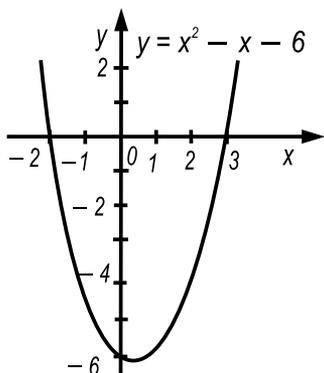
Parallele Geraden: Die Gleichungen widersprechen einander, $\mathbb{L} = \emptyset$

Deckungsgleiche Geraden: Die Gleichungen sind äquivalent, die Lösungsmenge \mathbb{L} hat unendlich viele Elemente.

◆ Beispiele

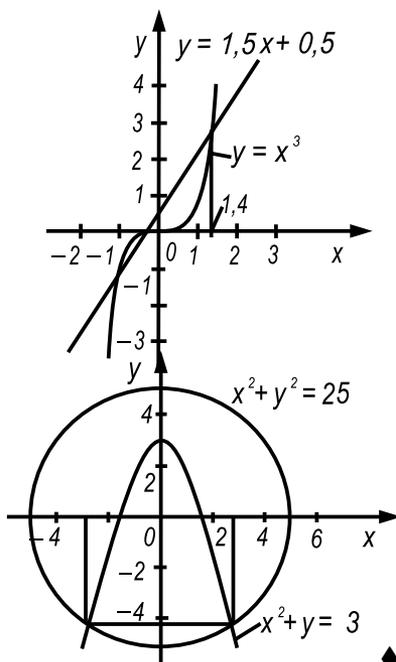
(1) $\mathbb{L} = \{x \mid x^2 - x - 6 = 0\} = \{-2; 3\}$ (Bild links)

(2) $\mathbb{L} = \{x \mid x^3 - 1,5x - 0,5 = 0\} \approx \{-1; -0,4; 1,4\}$ (Bild rechts)



(3)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + y = 3 \end{cases}$$

$$\mathbb{L} \approx \{(2,7; -4,2), (-2,7; -4,2)\}$$



Schwerpunkt S liegt auf der Verbindungslinie der Rechteckmitten im Abstand von der Grundfläche:

$$\frac{h}{2} \cdot \frac{ab + ad + cb + 3cd}{2ab + ad + bc + 2cd}$$

Keil

(Grundfläche rechteckig, Seitenflächen gleichschenklige Dreiecke und Trapeze)

$$V = \frac{bh}{6}(2a + c)$$

Schwerpunkt wie Obelisk mit $d = 0$

4.2.2.4 Die fünf regelmäßigen Polyeder

(Platonische Körper, von regelmäßigen kongruenten Vielecken begrenzt)

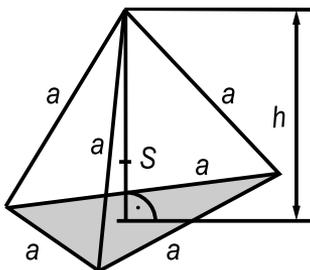
Tetraeder (dreiseitige regelmäßige Pyramide)

(6 Kanten, 4 Ecken, von 4 gleichseitigen Dreiecken begrenzt)

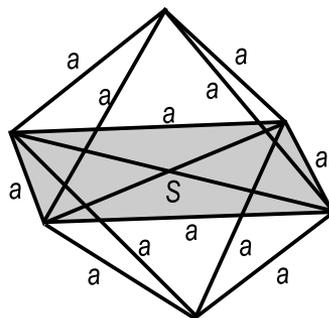
$$V = \frac{a^3}{12}\sqrt{2} \quad A_O = a^2\sqrt{3}$$

$$r_i = \frac{a}{12}\sqrt{6} \quad r_u = \frac{a}{4}\sqrt{6}$$

Schwerpunkt S liegt auf der Höhe im Abstand $\frac{h}{4}$ von der Grundfläche. Er ist Mittelpunkt der ein- und umbeschriebenen Kugel.



Tetraeder



Oktaeder

Hexaeder (Würfel)

(12 Kanten, 8 Ecken, von 6 Quadraten begrenzt) siehe 4.2.2.1.

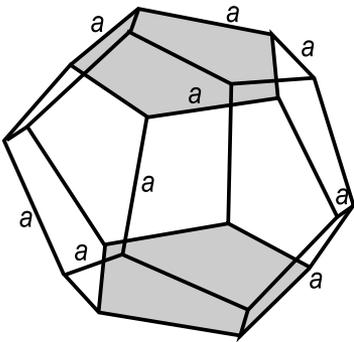
Oktaeder

(12 Kanten, 6 Ecken, von 8 gleichseitigen Dreiecken begrenzt)

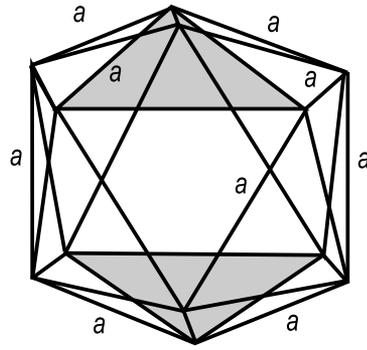
$$V = \frac{a^3}{3}\sqrt{2} \quad A_O = 2a^2\sqrt{3}$$

$$r_i = \frac{a}{6}\sqrt{6} \quad r_u = \frac{a}{2}\sqrt{2}$$

Schwerpunkt S ist der Schnittpunkt der Diagonalen des gemeinsamen Grundquadrates.



Dodekaeder



Ikosaeder

Dodekaeder

(30 Kanten, 20 Ecken, von 12 regelmäßigen Fünfecken begrenzt)

$$V = \frac{a^3}{4}(15 + 7\sqrt{5}) \quad A_O = 3a^2\sqrt{5(5 + 2\sqrt{5})}$$

$$r_i = \frac{a}{20}\sqrt{10(25 + 11\sqrt{5})} \quad r_u = \frac{a\sqrt{3}}{4}(1 + \sqrt{5})$$

Ikosaeder

(30 Kanten, 12 Ecken, von 20 gleichseitigen Dreiecken begrenzt)

$$V = \frac{5a^3}{12}(3 + \sqrt{5}) \quad A_O = 5a^2\sqrt{3}$$

$$r_i = \frac{a\sqrt{3}}{12}(3 + \sqrt{5}) \quad r_u = \frac{a}{4}\sqrt{2(5 + \sqrt{5})}$$

4.2.3 Krümmflächig begrenzte Körper

4.2.3.1 Zylinder, Zylinderabschnitt

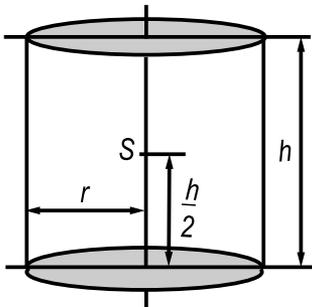
U Umfang des Querschnitts normal zur Achse

s Seitenlinie

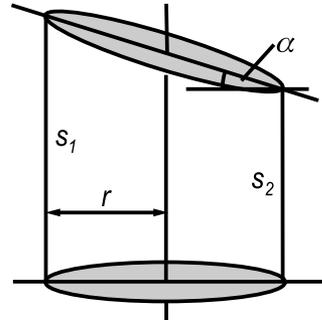
$$V = A_G h$$

$$A_O = 2A_G + A_M$$

$$A_M = Us$$



Gerader Kreiszyylinder



Schief abgeschnittener
Kreiszyylinder

Gerader Kreiszyylinder

$$V = \pi r^2 h$$

$$s = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$A_M = 2\pi r h$$

$$A_O = 2\pi r(r + h)$$

$$J = \frac{1}{2} m r^2 \quad (\text{Massenmoment 2. Grades})$$

Schief abgeschnittener gerader Kreiszyylinder

$$V = \frac{\pi r^2}{2} (s_1 + s_2)$$

$$A_M = \pi r (s_1 + s_2) \quad A_O = \pi r \left(s_1 + s_2 + r + \sqrt{r^2 + \left(\frac{s_1 - s_2}{2} \right)^2} \right)$$

Schwerpunkt S liegt auf der Achse im Abstand $\frac{s_1 + s_2}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{r^2 \tan^2 \alpha^2}{s_1 + s_2}$ von der Grundfläche. α Neigungswinkel der Deckfläche gegen die Grundfläche.

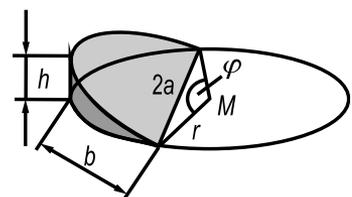
Zylinderabschnitt (Zylinderhuf)

φ Mittelpunktswinkel des Grundrisses

$2a$ Hufkante, r Radius des Grundkreises

h längste Mantellinie

b Lot vom Fußpunkt von h auf die Hufkante



Zylinderhuf

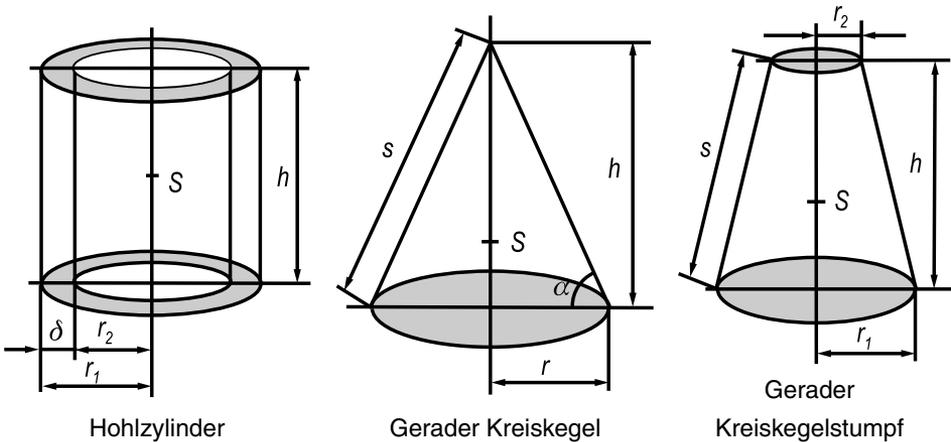
$$V = \frac{h}{3b} \left(a(3r^2 - a^2) + 3r^2(b - r) \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$A_M = \frac{2rh}{b} \left((b - r) \frac{\varphi}{2} + a \right)$$

Für $a = b = r$ (Halbkreis) gelten nachstehende Formeln:

$$V = \frac{2}{3}r^2h \quad A_O = A_M + \frac{\pi}{2}r^2 + \frac{\pi}{2}r\sqrt{r^2 + h^2}$$

$$A_M = 2rh$$



Gerader Hohlzylinder (Rohr)

$$\delta = r_1 - r_2$$

Wanddicke

$$r_m = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

mittlerer Radius

$$V = \pi h(r_1^2 - r_2^2) = 2\pi r_m \delta h$$

$$A_M = 2\pi h(r_1 + r_2)$$

$$A_O = 2\pi(r_1 + r_2)(h + r_1 - r_2)$$

$$J = \frac{1}{2}m(r_1^2 - r_2^2)$$

(Massenmoment 2. Grades)

4.2.3.2 Kegel, Kegelstumpf

$$V = \frac{1}{3}A_G h$$

$$A_O = A_G + A_M$$

Gerader Kreiskegel

(Kreisfläche und gekrümmte, in eine Ebene abwickelbare Fläche, die in eine Spitze ausläuft), s Mantellinie, α Böschungswinkel

näher an die Zahl 2 heranrücken, was zu der Vermutung $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ Anlass gibt. Durch Faktorisierung des Zählers wird diese Vermutung zur Gewissheit:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2 \quad \blacklozenge$$

Einseitige Grenzwerte einer Funktion

L ist *rechtsseitiger (linksseitiger) Grenzwert*, wenn die Funktionswerte für x von oben gegen x_0 , (x von unten gegen x_0) der Zahl L beliebig nahe kommen. Der Definitionsbereich enthält rechts (links) die Umgebung von x_0 .

Schreibweisen

Rechtsseitiger Grenzwert, $x > x_0$

$$\begin{aligned} L^+ = L_r &= \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0+} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x > x_0}} f(x) = \lim_{x \searrow x_0} f(x) \\ &= f(x_0 + 0) = f(x_0+) \end{aligned}$$

Linksseitiger Grenzwert, $x < x_0$

$$\begin{aligned} L^- = L_l &= \lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0-} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x < x_0}} f(x) = \lim_{x \nearrow x_0} f(x) \\ &= f(x_0 - 0) = f(x_0-) \end{aligned}$$

Rechts- und linksseitiger Grenzwert sind genau dann gleich L , wenn der Grenzwert der Funktion gleich L ist:

$$\lim_{x \rightarrow x_0+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0-} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$$

Rechnen mit Grenzwerten

Unter der Voraussetzung, dass die in den Regeln auftretenden Grenzwerte existieren, gelten die *Grenzwertsätze* ($a, c \in \mathbb{R}$)

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \quad D = D(f) \cap D(g)$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \quad D = D(f) \cap D(g)$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (c \cdot f(x)) = c \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)} \quad \text{für } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)} \quad \lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^n = \left(\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \right)^n$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} a^{f(x)} = a^{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)} \quad \lim_{x \rightarrow x_0} (\log_a f(x)) = \log_a \left(\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \left| \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \right|$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |L| \quad \text{gilt nicht umgekehrt!}$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(g(x)) = f \left(\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \right) \quad f \text{ stetige Funktion}$$

Gilt: $\forall x \in U_\varepsilon(x_0) \setminus \{x_0\}: g(x) < f(x) < h(x)$ und

$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = L$, so folgt: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ (Zangenregel)

$$f(x) \leq g(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$$

Uneigentliche Grenzwerte

Eine reelle Funktion f , die in der Umgebung von x_0 , evtl. mit Ausnahme von x_0 definiert ist, hat an der Stelle x_0 den *uneigentlichen Grenzwert* ∞ genau dann, wenn es zu jeder noch so großen reellen Zahl $M > 0$ eine reelle Zahl $\delta > 0$ derart gibt, sodass für alle $x \in D(f)$ mit $0 < |x - x_0| < \delta$ gilt: $f(x) > M$

Schreibweisen: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$ oder $\lim_{h \rightarrow 0} f(x_0 + h) = \infty$

Analog für den uneigentlichen Grenzwert $-\infty$.

Geometrische Deutung

Die Funktion hat bei $x = x_0$ eine *senkrechte Asymptote* (griech. „Nicht-Zusammenfallende“).

◆ Beispiele

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = \infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty \quad \blacklozenge$$

Grenzwerte von Funktionen für $x \rightarrow \pm\infty$

Eine Funktion f hat für $x \rightarrow \infty$ den *Grenzwert* $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$, wenn für jede *Folge der Urbilder* (x_n) mit $x_n \rightarrow \infty$, $x_n \in D(f)$ die Folge der Bilder $(f(x_n))$ denselben Grenzwert L hat. Analog für $x \rightarrow -\infty$.

Siehe auch 8.3.4 (Asymptoten).

Geometrische Deutung

Die Funktion hat die Gerade $y = L$ als *waagerechte Asymptote* (Verhalten im Unendlichen).

Ausgewählte Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \log_a(1+x)^{\frac{1}{x}} = \log_a e \qquad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{p}{x}\right)^x = e^p, p \in \mathbb{R}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[x]{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[x]{a} = 1, a > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x} = a$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{x} = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \arctan \frac{1}{x} = -\frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt[n]{x}} = 0$$

7.3.2 Unbestimmte Ausdrücke

Die sieben Ausdrücke der Form „ $\frac{0}{0}$ “, „ $\frac{\infty}{\infty}$ “, „ $0 \cdot \infty$ “, „ $\infty - \infty$ “, „ 0^0 “, „ ∞^0 “ und „ 1^∞ “ heißen *unbestimmte Ausdrücke*.

Wird $\lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ ein unbestimmter Ausdruck und sind f und g in der Umgebung $U(x_0) \setminus \{x_0\}$ differenzierbar und ist $\forall x \in U(x_0) \setminus \{x_0\}$: $g(x) \neq 0$, gilt die

Regel von BERNOULLI und L'HOSPITAL

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} \quad (\text{nicht mit Quotientenregel verwechseln!})$$

Die Regel gilt auch für $x \rightarrow x_0^+$, $x \rightarrow x_0^-$, $x \rightarrow \infty$, $x \rightarrow -\infty$.

Wenn der neue Grenzwert wieder ein unbestimmter Ausdruck ist, ist das Verfahren zu wiederholen. Unter Umständen kann die Regel auch versagen.

Sachwortverzeichnis

A

- Abbildung 223, 256
 - , affine 226, 228
 - , Ähnlichkeits- 234
 - , äquiforme 234
 - , bijektive 335
 - , Darstellung durch Matrix 225
 - , gebrochenlineare 416
 - , identische 224
 - , konforme 415
 - , Kongruenz- 235
 - , lineare 223
 - mit einer Variablen 334
 - , Möbius- 416
 - , Umkehr- 228
 - , Vektor- 224, 229
 - , Verkettung 225
 - , winkeltreue 415
 - Abbildungsmatrix 224, 227
 - abbrechender Dezimalbruch 42
 - Abbruch einer Ziffernfolge 54
 - abelsche Gruppe 91
 - AB-Extrapolation 581
 - abgeschlossenes Intervall 38
 - Abgeschlossenheit 49
 - abhängige Variable 335
 - Abklingkoeffizient 562
 - Abklingvorgang 370
 - Ablehnbereich 707
 - Ablehnung der Null-Hypothese 705
 - Ableitung 421
 - der elementaren Funktionen 422
 - der Umkehrfunktion 425
 - einer Vektorfunktion 510
 - eines Polynoms 110
 - , erste 420 f.
 - , gemischte partielle 432
 - , grafische 428
 - , höhere 425
 - , höhere partielle 432
 - impliziter Funktionen 426
 - in Parameterform 427
 - in Polarkoordinaten 427
 - , logarithmische 423, 429
 - mittelbarer Funktionen 424
 - mittels Interpolationspolynom 429
 - mittels Polynomsplines 429
 - n -ter Ordnung 425
 - , numerische 428
 - , partielle 431
 - , Richtungs- 514
 - , totale 433
 - zusammengesetzter Funktionen 424
- Ableitungsregeln 423
- abrunden 54
- Abrundungsfunktion 776
- Abschnittsgleichung der Ebene 279
- absolut konvergente Reihe 593
- Absolutbetrag 56
- absolute Besetzungszahl 644, 714
 - Häufigkeit 642
 - Klassenhäufigkeit 644
- absoluter Fehler 54 f.
- absolutes Extremum 440
- Absolutglied 107
- Absorptionsgesetz 35
- Abspalten eines Linearfaktors 109, 356
- Abstand Ebene zu Gerade 281
 - paralleler Geraden 275
 - Punkt zu Ebene 280
 - Punkt zu Gerade 269
 - zweier Ebenen 284
 - zweier Geraden 274
 - zweier Punkte 248, 262
- Abszisse 337
- Abszissenachse 257
- Abweichung 55
- abzählbare Menge 34, 47
- Abzinsungsfaktor 86
- Achsenabschnitt der Regressionsgeraden 657
- Achsenabschnittsform der Geradengleichung 265
- Achsenaffinität 230
- Achsgleichung 266, 268

- achsenparallele Ebenen 279
 Achsspiegelung 233, 237
 Achteck, regelmäßiges 142
 Adams-Bashforth-Verfahren 581
 Adams-Moulton-Verfahren 581
 Addition von Brüchen 51
 – von komplexen Zahlen 70
 – von Matrizen 183
 – von reellen Zahlen 48
 – von Vektoren 168, 249
 Additionsmethode 100
 Additionssatz der Fourier-Transformation 624
 – der Laplace-Transformation 627
 – der Normalverteilung 690
 – für beliebige Ereignisse 667
 – für Binomialkoeffizienten 64
 Additionstheoreme für Binomialkoeffizienten 65
 – für Hyperbelfunktionen 395
 – für trigonometrische Funktionen 376
 Additivität des Integrals 473
 adjungierte Matrix 174
 Adjunkte einer Matrix 194
 Adjunktion 23
 Affindrehung 234
 affine Abbildung 226, 228
 – –, Abbildungsmatrix 227
 – –, eines Punktes 227
 – –, längentreue 235
 – –, metrische 235
 – –, nicht winkeltreue 231
 – –, ohne Fixpunkt 230
 – –, Translationsvektor 227
 – –, winkeltreue 235
 – Ebene 244
 – Koordinatentransformation 238
 affiner Raum 226, 244
 affines Koordinatensystem 256
 Affinität 226
 Affinitätsverhältnis 228
 ähnliche Dreiecke 128
 Ähnlichkeit 128
 Ähnlichkeitsabbildung 234
 Ähnlichkeitsdifferenzialgleichung 542
 Ähnlichkeitsfaktor 128
 Ähnlichkeitssatz der Fourier-Transformation 624
 – der Laplace-Transformation 627
 Ähnlichkeitstransformation 189
 Algebra 91
 –, Boolesche 25
 –, lineare 168
 algebraische Funktion 338
 – Funktion, Integrale 762
 – Gleichung 96, 101
 – Kurven höherer Ordnung 400
 – Struktur 91
 – Zahlen 48
 algebraisches Komplement 194
 Algorithmus 115
 allgemeine Ebenengleichung 279
 – Ellipsengleichung 294
 – Form einer Gleichung 101
 – Form einer kub. Gleichung 104
 – Geradengleichung 266, 268
 – Gleichung 2. Grades 286, 325
 – – einer Fläche 2. Ordnung 316
 – Hyperbelgleichung 308
 – Kreisgleichung 288
 – Lösung einer gew. Dgl. 535, 566
 – Lösung einer partiellen Dgl. 589
 – Lösung eines Integrals 466
 – Parabelgleichung 302
 – Potenzfunktion 367
 – Sinusfunktion 380
 allgemeines Integral einer Dgl. 536
 allgemeingültiger Ausdruck 30
 Allquantor 29
 Alphabet, griechisches 777
 Alternative, logische 23
 Alternativgesetz 254
 Alternativ-Hypothese 705
 Alternativtest 705
 alternierende Folge 80
 – harmonische Reihe 596
 – Reihe 595
 Altgrad 124
 Amplitude 380 f., 387, 562
 Amplitudenänderung 380
 Amplitudenmodulation 382
 Amplitudenspektrum 623
 Amplitudenverhältnis 636
 analytische Darstellung einer Funktion 336
 – Funktion 413
 – Geometrie 244
 AND, logisches 23

- Änderung des Durchlaufsinns 522
 Änderungsrate 420
 Anfangsbetrag 87
 Anfangskapital 86
 Anfangswertproblem 535, 574
 –, numerische Lösung 574
 angeordneter Körper 50
 Ankreis im ebenen Dreieck 133
 Ankreisradius 130
 Annuität 89
 Annuitätentilgung 89
 Anomalie, exzentrische 293
 Anordnungsaxiome 49
 Anpassungstest 705, 714
 Anstieg der Sekante 420
 – der Tangente 420
 Anteilssatz 697
 Anti-Kommutativgesetz 254
 antiparallele Vektoren 245
 antisymmetrische Matrix 175
 – Relation 37
 Antivalenz 23
 aperiodische Bewegung 564
 aperiodischer Grenzfall 564
 Apfelsinenscheibe 161
 Apollonius, Kreis des 128
 –, Satz des 297
 Approximation 358
 –, diskrete 429
 äquatoriales Flächenmoment 507
 äquiforme Abbildung 234
 Äquipotenzialfläche 512
 äquivalente Umformung 95
 äquivalente Winkel 125
 Äquivalenz von Gleichungen 94
 – von Ungleichungen 94
 Äquivalenz 23, 770
 Äquivalenzrelation 38
 Arbeit 502, 525
 Arbeitsintegral 502, 525, 531
 arc 124
 Archimedische Spirale 410
 Areafunktionen 398
 –, Integrale 761
 –, Reihen für 607
 Argument des Frequenzganges 636
 – einer Funktion 334 f.
 – einer komplexen Funktion 414
 – einer komplexen Zahl 68
 – im Polarkoordinatensystem 258
 Arithmetik 46
 arithmetische Folge 83 ff.
 – Reihe 595
 arithmetisches Mittel 53, 83, 645, 653
 Arkusfunktionen 389
 –, Integrale 760
 Arten von Differenzialgleichungen 534
 Assoziativgesetz der Faltung 629
 – für Booleschen Verband 26
 – für Ereignisse 664
 – für Gruppen 91
 – für Matrix und Skalar 184
 – für Matrizen 183, 186
 – für Mengen 35
 – für reelle Zahlen 49
 – für Vektor und Skalar 251
 – für Vektoren 249
 – für Vektorprodukt 254
 Astroide 298, 408
 Asymptote, schräge 366
 –, senkrechte 343, 365
 –, waagerechte 344, 366
 Asymptote(n) bei Polarkoordina-
 ten 445
 – einer ebenen Kurve 445
 – einer Hyperbel 310, 312
 –, schräge 445
 –, senkrechte 445
 –, waagerechte 445
 Asymptotenkegel 320
 asymptotisches Verhalten 356, 366
 aufrunden 54
 Aufrundungsfunktion 776
 Aufstellen von Dgln. 538
 Aufzinsung 87
 Aufzinsungsfaktor 86, 88
 Ausblendeigenschaft der Deltafunkti-
 on 355
 – der Sprungfunktion 354
 Ausdruck 21, 29
 –, allgemeingültiger 30
 –, erfüllbarer 30
 –, unbestimmter 344
 Ausgangssignal 634
 ausgeschlossenes Drittes 26
 ausgleichende Gerade 656
 – Parabel 656 f.

- Ausgleichsproblem, lineares 656
 Ausgleichsvorgang 613, 622, 625
 Ausklammern 50
 Ausreißer 650 ff.
 Aussage 21, 29, 94
 Aussagenkonstanten 22
 Aussagenlogik 21
 Außenwinkel am Viereck 138
 äußere Funktion 340, 424
 äußere Verknüpfung 1. Art 168
 äußere Verknüpfung 2. Art 251
 äußerer Teilungspunkt 263
 äußeres Integral 493
 – Produkt von Vektoren 253
 Austausch von Quantoren 30
 Austauschsätze für Quantoren 30
 Austauschverfahren 213, 219
 axiales Flächenmoment 507
 axialsymmetrisch 129, 357
 axialsymmetrisches Feld 513
 Axiom 25, 168, 666
 Axiomensystem der reellen Zahlen 49
 – eines Vektorraums 168
 – von Kolmogoroff 666
- B**
- Bandbreite einer Matrix 177
 Bandmatrix 176
 Barwert 86 f., 89
 Basis der linearen Optimierung 217
 – einer Potenz 59
 – eines Logarithmus 61, 371
 – eines Vektorraums 170
 – eines Zahlensystems 40
 Basis-Austauschverfahren 219
 Basisdarstellung 218
 Basisfunktionen 552
 Basiskonvertierung 42
 Basislösung 218
 –, zulässige 218
 Basislösungen 552, 566
 Basismatrix 170
 Basisvariable 217
 Basisvektoren 170, 257, 259 f.
 Basiswechsel bei Logarithmen 63
 Bayes, Formel von 671
 BCD 41
 bedingt konvergente Reihe 593
 bedingte Wahrscheinlichkeit 668, 671
 Bedingung 24
 begleitendes Dreibein 454
 Bereichsintegrale 493
 Bernoulli-Experiment 680, 686
 Bernoullische Differenzialgleichung 548
 – Ungleichung 96
 – Zahlen 604, 749, 759
 Bernoulli-Verteilung 680 f.
 Berührung zweier Kurven 452
 Berührungssehne 291
 Beschleunigung 502, 511
 Beschleunigungsvektor 510 f.
 beschränkte Funktion 347
 beschreibende Statistik 641
 Besetzungsdichte 644
 Besetzungszahl, absolute 644, 714
 –, erwartete 714
 Besselsche Differenzialgleichung 560
 – Funktionen 383, 560 f.
 Bestand 86
 beständig konvergent 598
 bestimmt divergente Folge 81
 – – Reihe 593
 bestimmtes Integral 467
 –, Tabelle 762
 Bestimmtheitsmaß 655, 657
 Bestimmungsgleichung 93
 Bestimmungsungleichung 93
 Betafunktion 762
 Betrag einer komplexen Funktion 414
 – einer komplexen Zahl 68
 – einer reellen Zahl 56
 – eines Ortsvektors 248
 – eines Vektors 171, 245
 Betragsfunktion 353
 Betragsgleichung 114
 betragsgrößter Eigenwert 192
 betragskleinster Eigenwert 193
 Betragungleichung 114
 Bewegung 235, 502
 – eines Massepunktes 511
 Beweisführung 24
 Bezier-Spline 365
 Bezugskreisfrequenz 610
 bidiagonale Matrix 177
 Bijektion 224, 335
 Bild 224, 335
 Bildbereich 626
 Bildfunktion 623, 626, 630

- Bildmenge 334
 Bildraum 224, 626, 630
 Bildungsvorschrift einer Folge 79
 binäre Operation 91
 – Relation 36
 – Variable 21
 binärer Logarithmus 63
 binäres Zahlensystem 41
 Binärziffer 40
 Binomialkoeffizient 63 f.
 Binomialverteilung 680, 709
 binomische Formeln für reelle Zahlen 66
 – – für Vektoren 253
 – Integrale 476
 – Reihe 603
 binomischer Lehrsatz 65 f.
 Binormale einer Raumkurve 454, 456
 biquadratische Gleichung 106
 Bisektionsverfahren 115
 Bit 41
 Bogenelement einer ebenen Kurve 450
 – einer Flächenkurve 463
 – einer Raumkurve 453
 Bogengrad 165
 Bogenlänge 450, 453, 500, 511
 Bogenmaß 124
 Bogenminute 165
 Bolzano, Satz von 351
 Boolesche Algebra 25
 – Funktion 22
 – Variable 21
 Boolescher Verband 26, 92
 Böschungswinkel 155
 Box-Whisker-Plot 650
 Breitenkreis 259
 Brennpunkt(e) einer Ellipse 293
 – einer Hyperbel 308
 – einer Parabel 301
 – eines Kegelschnitts 286
 Brennstrahlen einer Ellipse 293, 295
 – einer Hyperbel 308, 310
 – einer Parabel 301, 306
 Brennweite einer Ellipse 293
 – einer Hyperbel 308
 – einer Parabel 301
 Briggsscher Logarithmus 62
 Bruch, echter 51
 –, gemeiner 47, 51
 –, gleichnamiger 51
 –, unechter 51
 Bruchgleichung 96
 Bruchrechnung 51
 Bruchungleichung 97
 Bruchzahl 47
 Bulirsch-Stoer-Gragg-Verfahren 583
 Byte 42
- C**
 $C[a, b]$ 775
 $C^r[a, b]$ 775
 Cantorsche Wischmenge 159
 Cantor-Staub 159
 Cardanosche Lösungsformel 105
 Cassinische Kurve 403
 casus irreducibilis 105
 Cauchy, Satz von 53, 539
 –, Wurzelkriterium von 594
 Cauchy-Riemannsche Differenzialgleichungen 413
 Cauchyscher Hauptwert 470
 Cauchysches Problem 535
 – Produkt 594
 – Restglied 600
 Cauchy-Schwarzsche Ungleichung 96, 252
 Cavalieri, Satz von 147
 ceiling, ceil 776
 CG-Verfahren 213
 Charakteristika einer Dgl. 590
 Charakteristikenmethode 590
 charakteristische Differenzialgleichungen 590
 – Eigenschaft einer Menge 31
 – Funktion 39
 – Gleichung 187, 566
 – Gleichung einer Dgl. 2. Ord. 552
 charakteristisches Polynom 187
 χ^2 -Anpassungstest 714
 χ^2 -Verteilung 694, 704
 –, Tabelle der Quantile 780
 Cholesky-Verfahren 208
 Chordale zweier Kreise 292
 Clairautsche Dgl. 549
 complementary error function 692
 Computerzahl 43
 cosecans hyperbolicus 393
 cosinus hyperbolicus 393
 cotangens hyperbolicus 393

- Cramersche Regel 213
 Currywurst 690
 curve fitting 655
- D**
- d'Alembert, Konvergenzkriterium
 von 594
 Dämpfungsdekrement, logarithmi-
 sches 563
 Dämpfungsgrad 562
 Dämpfungskonstante 562
 Dämpfungssatz der Fourier-Transfor-
 mation 624
 – der Laplace-Transformation 627
 Dantzig, Eckenprinzip von 217
 darstellende Matrix 224
 de Moivre und Laplace, Grenzwertsatz
 von 682, 691, 700, 707
 de Morgansche Formeln 35
 – Gesetze 665
 – Regeln 26
 deckungsgleiche Geraden 123
 deduktive Theorie 25
 Defekt bei Gleichungen 215
 – einer linearen Abbildung 224
 – einer Matrix 182
 –, sphärischer 161, 164
 definit 80
 Definitionsbereich 94
 – einer Funktion 334
 – einer Relation 36
 Definitionsgleichung 93
 Definitionslücke 352
 Deflation 109, 356
 DEG 124
 Dehnung 234
 dekadischer Logarithmus 62
 dekadisches System 42
 δ -Funktion 354, 635, 637, 639
 deskriptive Statistik 641
 Determinante 193
 –, Berechnung 194, 197
 –, dreireihige 194
 –, Element 193
 –, Hauptabschnitts- 194
 –, Minor 194
 –, Multiplikation mit Skalar 196
 –, Multiplikationstheorem 194
 –, n -reihige (n -ter Ordnung) 195
 –, Rechenregeln 196
 –, Schachbrettregel 194
 –, Stürzen 196
 –, Transposition 196
 –, Unter- 194
 –, Wronski- 560, 566
 –, zweireihige 194
 Deviationsflächenmoment 508
 Dezantil 649
 Dezimalbruch 42, 47
 Dezimale 42, 777
 –, gültige (sichere) 54, 116
 Dezimalsystem 42
 Dezimalzahl 41
 diagonal dominante Matrix 177, 211
 diagonalähnliche Matrix 189
 Diagonaldominanz 176
 Diagonalen eines Parallelogramms 139
 Diagonalisierung einer Matrix 189
 – eines Spaltenvektors 177
 Diagonalmatrix 177
 Diametralebene einer Fläche 2.
 Ordnung 317
 – eines Ellipsoids 318
 – eines Hyperboloids 320
 dichotome Grundgesamtheit 680, 685
 Dichtefunktion 673
 Differenz 49
 – von Brüchen 51
 – von Ereignissen 664
 – von komplexen Zahlen 70
 – von Mengen 33
 – von reellen Zahlen 48
 – von Vektoren 249
 Differenzenapproximation 586
 Differenzenfolge 82
 Differenzenquotient 420
 Differenzenschema 361, 602
 Differenzenverfahren 592
 Differenzial der Bogenlänge 450
 – einer Funktion 422
 – einer Vektorfunktion 510
 –, höheres 425
 –, partielles 433
 –, totales 433, 514, 659
 –, vollständiges 433, 546
 Differenzialgleichung(en) 534
 – 1. Ordnung 537, 540
 – 2. Ordnung 537, 550
 –, Ähnlichkeits- 542

- , allgemeine Lösung 535
- , Anfangswertproblem 535, 574
- , Arten 534
- , Aufstellen von 538
- , Basislösungen 552
- , Bernoullische 548
- , Besselsche 560
- , Cauchy-Riemannsche 413
- , charakteristische 590
- , Clairautsche 549
- , Erniedrigung der Ordnung 536, 550, 553, 565
- , Eulersche 567
- , exakte 546
- , explizite Form 534
- , geometrische Deutung 536
- , gewöhnliche 534 f.
- , gleichgradige 1. Ord. 542
- , Grad 536
- , homogene lineare 1. Ord. 543
- , homogene lineare 2. Ord. 552 f.
- , implizite Form 534
- , inhomogene lineare 544
- , inhomogene lineare 2. Ord. 554, 558
- , Integral 535
- , Integration 535
- , lineare 543
- , lineare homogene 1. Ord. 543
- , lineare homogene 2. Ord. 552 f.
- , lineare inhomogene 544
- , lineare inhomogene 2. Ord. 554, 558
- , lineare n -ter Ord. 565
- , Lösung mit Laplace-Transformation 630
- , Lösungskurve einer 537
- mit trennbaren Variablen 540
- , Näherungslösungen für 1. Ord. 571
- n -ter Ordnung 565
- , Ordnung 534, 536
- , partielle 534, 589
- , partikuläre Lösung 535
- , Randwertproblem 535
- , Riccatische 548
- , separable 540
- , singuläre Lösung 535
- , spezielle Lösung 535
- , Störglied 554
- , Superpositionsprinzip 555
- , System von gew. 534
- , totale 546
- , vollständige 546
- Differenzialoperator, Hamiltonscher 515
- , partieller 431
- von Funktion einer Variablen 421
- Differenzialquotient einer Matrix 183
- , partieller 431
- von Funktion einer Variablen 420
- Differenzialrechnung 420
- Differenziation der Umkehrfunktion 425
- , grafische 428
- impliziter Funktionen 426
- in Parameterform 427
- in Polarkoordinaten 427
- , logarithmische 423, 429
- mit einer Variablen 420
- mittels Interpolationspolynom 429
- mittels Polynomsplines 429
- , numerische 428
- Differenziationsregeln 423, 510
- Differenziationssatz der Laplace-Transformation 628, 633
- Differenzierbarkeit 421
- Differenzierglied 635
- Digraph 37
- Dimension eines Vektorraums 170
- Dimensionsformel 224
- diophantische Gleichung 98, 136
- Dirac-Impuls 354, 635, 637, 639
- direkte Beweisführung 24
- Differenzenapproximation 586
- Proportionalität 52
- Direktrix einer Parabel 301
- Dirichlet, Satz von 610
- Dirichlet-Bedingungen 610
- disjunkte Ereignisse 665
- Mengen 33
- Disjunktion 23
- disjunktive Normalform 28
- diskontieren 88
- Diskontierungsfaktor 86
- diskontinuierliches Frequenzspektrum 609
- diskrete Approximation 429
- Funktion 79
- Gleichverteilung 679
- Variable 31
- zufällige Variable 672

- diskretes Frequenzspektrum 609
 – Merkmal 641
 Diskretisierung eines Randwertproblems 587
 Diskretisierungsfehler 575
 Diskriminante 357, 447
 – einer kubischen Gleichung 105
 – einer quadrat. Gleichung 102
 Distributivgesetz für Booleschen Verband 26
 – für Ereignisse 664
 – für Matrix und Skalar 184
 – für Matrizen 185
 – für Mengen 35
 – für reelle Zahlen 49
 – für Skalarprodukt 252
 – für Vektor und Skalar 251
 – für Vektorprodukt 254
 divergente Folge 80
 – Minorante 595
 Divergenz einer Potenzreihe 598
 – eines Vektorfeldes 516
 Dividend 48
 dividierte Differenzen 361
 Division von Binomen 66
 – von Brüchen 51
 – von komplexen Zahlen 71
 – von reellen Zahlen 48
 Divisor 48
 Dodekaeder 153
 Doppelintegral 493
 Doppelpunkt 290, 444
 Doppelstrich-Buchstaben 46
 doppelte Verneinung 26
 Drachenviereck 140
 Drehmatrix 236, 239, 241
 Drehsinn, mathematisch positiver 124, 257
 Drehstreckung 235
 Drehstrom, gleichgerichteter 621
 Drehung 236, 241 f.
 – des Koordinatensystems 239, 327, 332
 Drehvorgang 124
 Drehwinkel 125, 502
 Drehzeiger 387
 3/8-Formel von Newton 488
 Dreibein, begleitendes 454
 Dreieck(e) 127, 129
 –, ähnliche 128
 –, Einteilung 129
 –, gleichschenkliges 135
 –, gleichseitiges 135
 –, Grundaufgaben 134
 –, kongruente 129
 –, rechtwinkliges 136
 –, schiefwinkliges 130
 –, Schwerpunkt 285
 –, sphärisches 160
 Dreieckimpuls 618
 Dreieckimpulsfunktion 354
 Dreiecksmatrix 178, 196
 Dreiecksungleichung 57, 161, 171
 Dreifachintegral 496
 Dreipunktgleichung der Ebene 276
 dreireihige Determinante 194
 dreiseitige regelmäßige Pyramide 152
 DT_1 -Glied 635
 Dualitätsprinzip 223
 Dualsystem 41
 Duhamelsches Integral 635
 Durchlaufsin, Änderung des 522
 Durchmesser 145
 – einer Ellipse 296
 – einer Hyperbel 312
 – einer Parabel 305
 Durchmessersebene einer Fläche 2.
 Ordnung 317
 – eines Ellipsoids 318
 – eines Hyperboloids 320
 Durchschnitt 645
 Durchstoßpunkt 281
 dyadisches Produkt 185, 190
 – Zahlensystem 41
- E**
 e (Eulersche Zahl) 368
 ebene Koordinatensysteme 257
 – Kurve 450
 – Trigonometrie 124
 Ebene(n) 275 f.
 –, Abschnittsgleichung 279
 –, Abstand zu Gerade 281
 –, Abstand zu Punkt 280
 –, Abstand zwischen zwei 284
 –, achsenparallele 279
 –, allgemeine Gleichung 279
 –, drei und mehr 284
 –, Dreipunktgleichung 276
 –, durch drei Punkte 278

- durch einen Punkt 278
- , Durchstoßpunkt 281
- , Halb- 275
- , Hessesche Normalform 279
- , Lotgerade 280, 283
- , Normalenform 277
- , Normalenvektor 277
- , Orientierung 275
- , Parameterdarstellung 276
- , Projektion 280
- , Punkt-Richtungs-Form 276
- , rektifizierende 454, 457
- , Richtungskosinus 280
- , Richtungsvektoren 275 f.
- , Schnittgerade zweier 283
- , Schnittpunkt mehrerer 284
- , Spannvektoren 275
- , Stellungsvektor 277
- , Winkel mit Gerade 282
- , Winkel zwischen zwei 284
- , Winkelhalbierende zweier 284
- , zwei 283
- Ebenenbüschel 284
- ebenes Feld 512
- ebenflächig begrenzter Körper 149
- echt gebrochenrationale Funktion 365
- echte Teilmenge 774
- echter Bruch 51
 - Dezimalbruch 42
- Ecke, körperliche 234
- Eckenprinzip von Dantzig 217
- effektiver Zinssatz 87
- e-Funktion 368
- Eigenkreisfrequenz 562
- Eigenlösungen eines Randwertproblems 535
- Eigenpaar 187
- Eigenraum 188
- eigentliche Monotonie 435
- Eigenvektor 187, 570
- Eigenvektormatrix, orthogonale 189
- Eigenwert(e) 187, 535, 570
 - , betragsgrößter 192
 - , betragskleinster 193
 - einer quadratischen Form 327
- Eigenwertaufgabe 187, 535
- Eigenwertparameter 535
- Eigenwertproblem 187
- Einbettungsformeln 580
- eindeutige Relation 37
- Eindeutigkeitssatz für gew. Dgl. 539
- eineindeutige Relation 37
- einfache Aussage 21
- einfacher Gaußscher Algorithmus 203
 - Term 93
- einfach-zusammenhängendes Gebiet 523
- Eingabefehler 56
- Eingabefehler, relativer 660
- Eingangsfehler 56
- Eingangssignal 634
 - , periodisches 636
- eingipflige Verteilung 681
- Einheitskreis 372
- Einheitskugel 160
- Einheitsmatrix 177
- Einheitssprungfunktion 354, 628, 636 f., 639
- Einheitsvektor 170, 248
- Einheitswurzeln, komplexe 72
- Einhüllende 549
- einparametrische Kurvenschar 339
- Eins 49
- einschaliges Hyperboloid 320
- Einschließungskriterium 81
- Einschrittverfahren 575
 - , explizite 577
- Einschwingphase 564
- Einsdreiecksmatrix 178
- einseitiger Grenzwert 342
 - Test 705, 710–713
- Einsetzungsmethode 99
- Einsiedlerpunkt 444
- Einsvektor 248
- Einweggleichrichtung 620 f.
- elektrischer Schwingkreis 563
- elektrisches Feld 520
- Element 30
 - einer Determinante 193
 - einer Matrix 172
 - , inverses 49
 - , komplementäres 26
 - , neutrales 26, 49, 91
- Elementardisjunktion 27
- elementare Geometrie 124
- Elementarereignisraum 663
- Elementarkonjunktion 27
- Elementarmatrix 178

- elementfremde Mengen 33
 Eliminationsmatrix 179, 203
 Eliminationsverfahren für lineare
 Dgl.-Systeme 570
 Ellipse 293
 –, achsparallele Lage 294
 –, allgemeine Gleichung 294
 –, Brennpunkte 293
 –, Brennstrahlen 293, 295
 –, Brennweite 293
 –, Durchmesser 296
 –, Evolute 298
 –, exzentrische Anomalie 293
 –, Fadenkonstruktion 300
 –, Flächeninhalt 298
 –, Gärtnerkonstruktion 300
 –, Gleichung in Polarkoordinaten 295
 –, Halbachsen 293
 –, Hauptachse 293
 –, Hauptform der Gleichung 294
 –, Hauptkreis 298
 –, Hauptscheitel 293
 –, inverse Gleichungen 294
 –, konjugierte Durchmesser 297
 –, Krümmungsmittelpunkt 297
 –, Krümmungsradius 297
 –, lineare Exzentrizität 293
 –, Mittelpunktsgleichung 293
 –, Mittelpunktslage 293
 –, Normale 296
 –, Nebenachse 293
 –, Nebenkreis 298
 –, Nebenscheitel 293
 –, numerische Exzentrizität 293
 –, Parameterdarstellung 293 f.
 –, Polare 297
 –, Satz des Apollonius 297
 –, Scheitelgleichung 294
 –, Schnittpunkte mit Gerade 295
 –, Tangente 296
 –, Umfang 298
 Ellipsenkonstruktionen 299
 Ellipsensegment 298
 Ellipsensektor 298
 Ellipsenzirkel 300
 Ellipsoid 318
 –, Rotations- 318 f.
 elliptischer Zylinder 322
 elliptisches Paraboloid 324
 Elongation 380, 562
 Emission von α -Teilchen 684
 empirische Standardabweichung 652 f.
 – Varianz 651, 653
 – Verteilungsfunktion 642, 644 f., 672
 – Wahrscheinlichkeiten 665
 Endbestand 86
 Endbetrag 86, 88
 Endglied 79
 Endkapital 86
 endliche Folge 79
 endlicher Dezimalbruch 42, 48
 endliches Intervall 38
 Endwert 86, 371
 energieloses System 634
 Energiesparlampen 691
 entgegengesetzte Vektoren 245, 249
 – Winkel 126
 Entität 696
 Entscheidungsvariable 216
 Entwicklung in Potenzreihen 599
 Entwicklungssatz für Dreifach-Vektor-
 produkt 256
 – für Vektoren 189
 – von Laplace 195
 Entwicklungsstelle einer Potenzrei-
 he 597
 Enveloppe 446
 Epitrochoide 406
 Epizykloide 405
 eps 44
 ε -Umgebung 80
 Erdradius 165
 Ereignis(se) 664
 –, Additionssatz 667
 –, disjunkte 665 f.
 –, Elementar- 663
 –, Gegen- 664
 –, Multiplikationssatz 669 f.
 –, Operationen 664
 –, paarweise unabhängige 670
 –, Rechenregeln 664
 –, Relationen 664
 –, schnittfremde 665
 –, sicheres 664
 –, unabhängige 669
 –, unmögliches 664
 –, unvereinbare 665
 erf, erfc 639, 692

- Erfolgseignis 680
 erfüllbarer Ausdruck 30
 Ergänzungswinkel 126
 Ergiebigkeit einer Quelle 517
 Erniedrigung der Ordnung einer
 Dgl. 536, 550, 553, 565
 error function 639, 692
 Ersatzfunktion 358, 365
 erste Ableitung 420 f.
 – der elementaren Funktionen 422
 erwartete Besetzungszahl 714
 Erwartungstreue 698, 700 f.
 Erwartungswert einer Funktion 676
 – einer Summe 675
 – einer Verteilung 674
 – einer zufälligen Variablen 674
 –, Linearitätssatz 675
 erweitern 51, 53
 erweiterte Koeffizientenmatrix 198
 erzeugende Gerade eines hyperboli-
 schen Paraboloids 325
 – eines Hyperboloids 320
 – eines Kreiskegels 322
 erzwungene Sinusschwingung 564
 Euklid, Satz des 137
 Euklidische Norm 171, 182
 Euklidischer Vektorraum 251
 Euler-Affinität 231
 Euler-Cauchy-Verfahren 577
 –, verbessertes 578
 Euler-Fourier-Formeln 609
 Euler-Mascheronische Konstante 83,
 481, 764
 Eulersche Arkustangens-Formel 597
 – Differenzialgleichung 567
 – Formel 69, 379
 – Reduktionsmethode 98
 – Zahl 82, 368
 – Zahlen 606, 752
 Eulerscher Multiplikator 547
 – Polyedersatz 149
 Eulersches Dreieck 160
 – Integral 1. Art 762
 – Integral 2. Art 560, 762
 Euler-Transformation 602
 Evolute 437
 – einer Ellipse 298
 – einer Hyperbel 314
 – einer Parabel 305
 Evolvente 438
 ewige Rente 89
 exakte Differenzialgleichung 546
 Existenzquantor 29
 Existenzsatz für gew. Dgl. 539
 explizite Darstellung einer Folge 79
 – Einschrittverfahren 577
 – Form einer Funktion 336
 – Form einer gew. Dgl. 534
 – Form eines Systems gew. Dgl. 534
 – Mehrschrittverfahren 580 f.
 – Verfahren 575, 579
 Exponent 43, 59
 Exponentialfunktion 368
 –, Integrale 744, 763
 –, Reihen für 604
 Exponentialgleichung 111
 Exponentialreihen 604
 Exponentialverteilung 686, 693
 Extensionalitätsprinzip 21
 Extrapolation 358
 Extrapolationsverfahren 575
 – von Bulirsch-Stoer-Gragg 583
 extremaler Punkt 217
 Extremstelle 439, 447
 Extremum, absolutes 440
 – einer Funktion von 1 Variablen 439
 – einer Funktion von n Variablen 447
 – einer gebrochenen Funktion 441
 – einer impliziten Funktion 442
 – einer parametrisierten Kurve 442
 –, globales 440
 –, lokales 439, 447
 – mit Nebenbedingungen 448
 –, relatives 439, 447
 Extremwertsatz 351
 exzentrische Anomalie 293
 Exzentrizität, lineare 286, 293, 301,
 308
 –, numerische 286, 301, 308
 Exzess 679
 –, sphärischer 161
- F**
- Fadenkonstruktion einer Ellipse 300
 Fahne 276
 Faktor 48
 Faktorielle 76
 Faktorisieren 50

- Faktorregel der Differenzialrechnung 423
 – der Integralrechnung 473
 Fakultät 63
 Falk-Schema 184
 fallende Faktorielle 76
 Falsum 22
 Faltung 628, 635
 Faltungssatz der Fourier-Transformation 624
 – der Laplace-Transformation 629, 632
 Fass 158
 Fassformel von Kepler 487
 fast fourier transform 616
 Faustregel der Poisson-Verteilung 683
 – der t -Verteilung 703
 – für de Moivre und Laplace 691
 – für Klasseneinteilung 714
 Federkonstante 562
 Fehler 1. Art 706
 – 2. Art 706
 –, absoluter 54 f.
 –, prozentualer 55
 –, relativer 55
 –, wahrer 55
 Fehlerfortpflanzung 659
 Fehlerfortpflanzungsgesetz, Gaußsches 661
 Fehlerfunktion 639, 692
 Fehlergrößen 55
 Fehlerquadratsumme 215, 655
 –, minimale 657
 Fehlerrechnung 55
 Fehlerschranke 55
 Feld, axialsymmetrisches 513
 –, ebenes 512
 – eines Vektors 522, 528
 –, elektrisches 520
 –, Gradienten- 524
 –, kugelsymmetrisches 513
 –, Laplacesches 520
 –, Potenzial- 513, 524
 –, quellenfreies 520, 530
 –, radialsymmetrisches 513
 –, skalares 511
 –, stationäres 512
 –, Vektor- 512
 –, wirbelfreies 520
 –, zentralsymmetrisches 513
 –, zylindersymmetrisches 513
 Felder 511
 Feldfunktion 511
 Feldlinie 512
 Festkommadarstellung 41
 feststellende Ungleichung 93
 FFT 615
 Finanzmathematik 86
 finite Ausdrücke 588
 – Differenzen, Methode der 586
 Fixebene 230
 Fixelement einer Abbildung 230
 Fixgerade 230
 Fixpunkt 116, 230
 Fixpunktgleichung 116
 Fixpunktiteration 116
 Fixpunktsatz 116
 Fixvektor 230
 Fläche 2. Ordnung 316
 –, glatte 460, 526
 – im Raum 459
 –, krumme 460, 526
 Flächendifferenzial 493
 Flächenelement 493
 – in Polarkoordinaten 495
 Flächenfunktion 467
 Flächeninhalt 285
 – einer Ellipse 298
 – einer Fläche im Raum 464
 – einer krummen Fläche 527
 – eines Dreiecks im Raum 285
 – eines ebenen Dreiecks 133
 – eines Eulerschen Dreiecks 161
 – eines konvexen n -Ecks 285
 – eines Kreises 146
 – eines rechtwinkligen Dreiecks 137
 – eines Vierecks 138
 – unter einem Funktionsgraphen 497
 – zwischen zwei Kurven 498
 Flächenintegral 526
 –, vektorielle Darstellung 528
 Flächenmoment 1. Grades 503
 – 2. Grades 507
 – 2. Grades eines Kreisrings 147
 – 2. Grades eines Rhomboids 139
 – 2. Grades eines Sechsecks 142
 – 2. Grades eines Trapezes 138
 Flächennormale 462, 527
 Flächenträgheitsmoment 507
 – eines ebenen Dreiecks 132

- Flächenvergrößerung 128
 Flachpunkt 465
 floating point number 43
 floor 776
 Fluss eines Vektorfeldes 528
 Fokus einer Parabel 301
 Folge 79
 –, arithmetische 83 ff.
 –, Differenzen- 82
 –, divergente 80
 –, endliche 79
 –, geometrische 83 f.
 –, Glieder 79
 –, Grenzwert 80
 –, konvergente 80
 –, Null- 81
 –, Quotienten- 82
 –, Schranke 80
 –, Teil- 82
 –, uneigentlicher Grenzwert 81
 –, unendliche 79
 – von Partialsummen 593
 – von Teilsommen 593
 Form, quadratische 176
 Formel(n), aussagenlogische 21
 –, prädikatenlogische 29
 –, universell gültige 24
 – von Bayes 671
 – von Cardano 105
 – von de Morgan 35
 – von Euler 69
 – von Euler-Fourier 609
 – von Frenet 454
 – von Gauß 163
 – von Heron 133
 – von Leibniz 426
 – von L'Huilier 164
 – von MacLaurin 601
 – von Moivre 379, 397
 – von Mollweide 131
 – von Newton-Cotes 484
 – von Simpson 487
 – von Stirling 83
 – von Taylor 599
 – von Tschebyscheff 484
 Formenmatrix 316, 326
 Formvariable 94
 fortlaufende Proportionen 52
 Fortpflanzungsfehler 56, 659
 –, maximaler 659
 –, relativer 660
 –, relativer maximaler 660
 Fourier-Amplitude 611
 Fourier-Analyse 609
 Fourier-Integral 622
 Fourier-Koeffizienten, komplexe 611
 –, reelle 609, 611
 Fourier-Kosinus-Transformation 624
 Fourier-Reihe(n) 609
 – einer geraden Funktion 612
 – einer ungeraden Funktion 612
 –, komplexe Form 611, 613
 –, Spektraldarstellung 611
 –, spezielle 616
 –, trigonometrische Form 611, 613
 Fourier-Sinus-Transformation 624
 Fourier-Transformation 622
 –, inverse 623
 –, Rechenregeln 624
 –, schnelle 615
 Fourier-Transformierte 623
 fractional part function, frac 353
 Fraktal 158
 Fraktile 648
 freie gedämpfte Sinusschwingung 563
 – ungedämpfte Sinusschwingung 562
 freie Individuenvariable 29
 freie Variable 31
 freier Vektor 223, 244
 Freiheitsgrad eines linearen Gleichungssystems 199
 Freiheitsgrade 694 f.
 Frenetsche Formeln 454
 Frequenz 381
 Frequenzänderung 381
 Frequenzbereich 623
 Frequenzgang 565, 636
 Frequenzmodulation 383
 Frequenzspektrum, diskontinuierliches 609
 –, kontinuierliches 622
 Frobenius-Norm 182
 Füllmenge 704
 Fundamentalgrößen 1. Art 463
 – 2. Art 465
 Fundamentalmatrix 570
 Fundamentalprinzip der Kombinatorik 74
 Fundamentalsatz der Algebra 107

- Fundamentalsystem 566
 Fünfeck, regelmäßiges 142 f.
 50 %-Punkt 649
 Funktion 335
 Funktion(en) 334, 534
 – 2. Grades 302, 356
 – 3. Grades 357
 –, algebraische 338
 –, allgemeine Potenz- 367
 –, analytische 413
 –, Arkus- 389
 – auf eine Menge 335
 –, äußere 340, 424
 –, beschränkte 347
 –, Betrags- 353
 –, Boolesche 22
 –, charakteristische 39
 –, Darstellungen 336, 338
 –, Definitionslücke 352
 –, Delta- 354, 635
 –, Differenzial 422
 –, Dirac-Impuls- 354, 635
 –, diskrete 79
 –, Dreieckimpuls- 354
 –, e- 368
 – einer Variablen 420
 –, Einheitssprung- 354
 –, Einteilung 338
 –, Exponential- 368
 –, ganzrationale 355
 –, gebrochenrationale 365
 –, gerade 348
 –, glatte 421
 –, Gleichheit 346
 –, gleichmäßig stetig 351
 –, grafische Darstellung 336, 339
 –, Grenzwert 341
 –, Heaviside- 354
 –, Hintereinanderausführung 340
 –, Höhenlinie 339
 –, holomorphe 413
 –, homogene 340
 –, Hyperbel- 393
 –, Identität 346
 – in eine Menge 335
 –, injektive 335
 –, innere 340, 424
 –, Integer- 353
 –, inverse 337
 –, Karte 339
 –, Kehrwert- 340
 –, komplexwertige 412
 –, Komposition 340
 –, konkave 436
 –, konvexe 436
 –, Kosekans- 373
 –, Kosinus- 372
 –, Kotangens- 372
 –, Krümmung 436
 –, Krümmungsverhalten 435
 –, kubische 357
 –, lineare 356
 –, Logarithmus- 371
 – mehrerer Variablen 431
 – mit einer Variablen 334
 – mit mehreren Variablen 338
 –, Monotonie 435
 –, nichtrationale 367
 –, Niveaulinie 339
 –, Nullstelle 349
 –, periodische 347
 –, Polstelle 352
 –, Polynom- 355
 –, quadratische 302, 356
 –, rationale 355
 –, rationale Operationen 340
 –, Rechteckimpuls- 354
 –, reelle 335, 338, 346
 –, Rest- 353
 –, Sättigungs- 371
 –, Sekans- 373
 –, Signum- 353
 –, Sinus- 372
 –, Skalierung 348
 –, Spiegelung 348
 –, Sprung- 354
 –, stetig differenzierbar 421
 –, Stetigkeit 350
 –, Stoß- 354
 –, streng monotone 337
 –, surjektive 335
 –, symmetrische 348
 –, Tabelle der 1. Ableitungen 422
 –, Tangens- 372
 –, trigonometrische 372
 –, Umkehr- 337
 –, Unendlichkeitsstelle 352
 –, ungerade 348

–, Unstetigkeitsstelle 350
 –, verallgemeinerte 354
 –, Verhalten im Unendlichen 344
 –, Verkettung 340
 –, Verschiebung 348
 –, Wertetabelle 336
 –, Wertevorrat 334
 –, Winkel- 372
 –, zyklometrische 389
 Funktionaldeterminante 495, 497
 Funktionalmatrix 121
 funktionelle Vollständigkeit 24
 Funktionenreihe 597
 Funktionentheorie 413
 Funktionsbildungsoperator 334
 Funktionsgleichung 93, 99, 336
 Funktionsgraph 337
 Funktionstafel 336
 Funktionswert 79, 334 f.
 Fuzzy-Set 38
G
 Gammafunktion 561, 640, 762
 ganze Zahlen 47
 ganzrationale Funktion 355
 ganzrationaler Term 93
 Gärtnerkonstruktion einer Ellipse 300
 Gauß-Elimination 202
 Gauß-Jordan-Verfahren 207
 Gauß-Klammer 776
 Gaußsche Formeln 163
 – Fundamentalgrößen 1. Art 463
 – 2. Art 465
 – Fundamentalgrößen 1. Ordnung 527
 – Glockenkurve 688
 – Krümmung 465
 – Methode der kleinsten Quadrate 215, 609
 – Minimumsbedingung 655
 – Normalverteilung 687
 – Stützstellen 490
 – Zahlenebene 67, 388, 412
 Gaußscher Algorithmus 202
 –, einfacher 203
 – für symmetrische positiv definite Koeffizientenmatrix 208
 – mit m rechten Seiten 206
 –, Rechenschema 205
 –, verketteter 203
 – Integralsatz 529, 531

Gaußsches Fehlerfortpflanzungsgesetz 661
 – Normalgleichungssystem 656 ff.
 – Quadraturverfahren 490
 Gauß-Seidelsches Iterationsverfahren 210
 Gauß-Verteilung 687
 Gebiet 141, 217
 –, einfach-zusammenhängendes 523
 Gebietsintegrale 493
 gebrochenlineare Abbildung 416
 gebrochenrationale Funktion 365
 gebundene Individuenvariable 29
 gebundener Vektor 244
 Gedächtnislosigkeit 686, 693
 Gegenereignis 664
 Geiger-Müller-Zählrohr 684
 gemeiner Bruch 47, 51
 – Logarithmus 62
 gemischte partielle Ableitung 432
 – Zahl 51
 gemischtes Flächenmoment 508
 – Produkt von Vektoren 255
 gemischtperiodischer Dezimalbruch 47
 gemischtquadratische Gleichung 101 f.
 Generalisator 29
 Geografie, mathematische 165
 geografische Breite 166
 – Koordinaten 165
 – Länge 166
 – Meile 165
 Geometrie, analytische 244
 –, elementare (klassische) 124
 –, fraktale 158
 geometrische Anwendungen der Integralrechnung 497
 – Deutung einer Dgl. 536
 – Folge 83 f., 686
 – Reihe 85, 595
 – Summe 84, 686
 – Verteilung 686
 geometrische Summe 84, 686
 geometrischer Ort 286, 336
 geometrisches Mittel 53, 84, 137, 145, 646
 geordnetes n -Tupel 31
 – Paar 31
 – Tripel 31, 256
 gerade Funktion 348
 –, Fourier-Reihe einer 612

- Gerade(n) 262
 –, Abstand paralleler 275
 –, Abstand zu Punkt 269
 –, Abstand zweier 274
 –, Achsenabschnittsform 265
 –, allgemeine Gleichung 266, 268
 –, Hauptform 265
 –, Hessesche Normalform 265
 – im Raum 266
 – in der Ebene 264
 – in zwei projizierenden Ebenen 268
 –, kartesische Form 265
 –, Lagebeziehungen 270
 –, Lot- 274
 –, mehrere 270
 –, Normalform 265
 –, orientierte 262
 –, Orientierungsvektor 262
 –, orthogonale 262, 272
 –, parallele 263, 272
 –, Parameterdarstellung 264, 266
 –, Polarform 266
 –, Punkt-Richtungs-Form 264, 266
 –, Richtungskosinus 268
 –, Richtungsvektor 262, 264, 266
 –, Richtungswinkel 269
 –, Schnittpunkt dreier 275
 –, Schnittpunkt zweier 270
 –, Schnittwinkel zweier 272
 –, senkrechte 262, 272
 –, windschiefe 274
 –, Winkel mit Ebene 282
 –, Zweipunkt-Form 264, 267
 Geradenbüschel 275
 Geradenschar 549
 gerader Hohlzylinder 155
 – Kreiskegel 155, 322
 – Kreiszyylinder 154
 gerundet gleich 54, 770
 Gesamtschrittverfahren 210
 geschlossene Kurve 522
 Geschwindigkeit 502, 511
 gestaffeltes Gleichungssystem 202
 Gestrecktheitsmaß 286
 Gewicht 483
 gewichtetes arithmetisches Mittel 645
 – geometrisches Mittel 647
 – harmonisches Mittel 648
 – quadratisches Mittel 648
 Gewichtsfunktion 635
 gewöhnliche Differenzialgleichungen 534
 gewöhnliche Zykloide 404
 glatte Fläche 460, 526
 – Funktion 421
 – Kurve 450
 Gleichanteil 609
 gleiche Vektoren 245
 gleichgerichteter Drehstrom 621
 gleichgradige Dgl. 1. Ordnung 542
 Gleichheit von Ereignissen 664
 – von komplexen Zahlen 70
 – von Matrizen 183
 – von Mengen 33
 Gleichheitsrelation 36
 gleichmächtige Mengen 48
 gleichmäßig stetig 351
 gleichnamige Brüche 51
 gleichschenkliges Dreieck 135
 gleichseitige Hyperbel 308, 312
 gleichseitiges Dreieck 135
 Gleichsetzungsmethode 99
 Gleichung 93
 – 2. Grades 101
 – 3. Grades 104
 – 4. Grades 106
 –, algebraische 96, 101
 –, allgemeine Form 101, 104
 –, Bestimmungs- 93
 –, Betrags- 114
 –, biquadratische 106
 –, Bruch- 96
 –, charakteristische 187
 –, Definitions- 93
 –, diophantische 98
 –, Exponential- 111
 –, Fixpunkt- 210
 –, Funktions- 93, 99
 –, gemischtquadratische 101 f.
 –, goniometrische 113
 –, grafische Lösung 123
 –, identische 93
 –, kubische 104
 –, lineare algebraische 96
 –, logarithmische 112
 – mit einer Variablen 96
 – mit mehreren Variablen 98
 –, nichtlineare 101

- , n -ten Grades 107
- , quadratische 101
- , reduzierte Form 104
- , reinquadratische 102
- , symmetrische 106
- , transzendente 101, 111
- , Wurzel- 111
- , Wurzel einer 101
- Gleichungen von Matrizen 186
- Gleichungssystem, lineares 99 f., 198
 - , lineares, äquivalente Umformung 201
 - , lineares, gestaffeltes 202
 - , lineares, homogenes 199
 - , lineares, inhomogenes 199
 - , lineares, inkonsistentes 215
 - , lineares, Lösbarkeit 199
 - , lineares, Lösungsverfahren 201
 - , lineares, quadratisches 200
 - , lineares, Rang 199
 - , lineares, überbestimmtes 199, 214
 - , lineares, unterbestimmtes 200
 - , lineares, mit symmetrischer, tridiagonaler, positiv definitiver Matrix 209
 - mit zwei Variablen 99, 123
 - , nichtlineares 120
 - , quadratisches 103
 - , reinquadratisches 103
- Gleichverteilung, diskrete 679
 - , stetige 687
- gleichwahrscheinliche Elementarereignisse 667
- gleichwertig 94
- Gleitpunktzahl 43
- globaler Quadraturfehler 486
 - Verfahrensfehler 575
- globales Extremum 440
- Glockenkurve, Gaußsche 688
- Goldener Schnitt 127
- Gon 125
- goniometrische Beziehungen 376
 - Gleichung 113
- Grad einer Differenzialgleichung 536
 - einer partiellen Dgl. 589
- Gradient eines skalaren Feldes 514
- Gradientenfeld 520, 523 f.
- Gradmaß 124
- grafische Darstellung einer Folge 79
 - – einer Funktion 336
 - Differenziation 428
 - Integration 482
 - Integration einer Dgl. 537
 - Lösung von Gleichungen 123
 - Lösung von Ungleichungssystemen 218
- Graggsche Funktionen 583
- Graph 337
- Greenscher Satz 531
- Grenzkurve 445
- Grenzmatrix 183
- Grenzwert(e) ausgewählter Folgen 82
 - ausgewählter Funktionen 344
- , bestimmtes Integral 467
 - einer Folge 80
 - einer Funktion 341
 - einer Matrix 183
 - , einseitiger 342
 - , linksseitiger 342
 - , Rechenregeln 342
 - , rechtsseitiger 342
 - , uneigentlicher 81, 343
- Grenzwertsatz von de Moivre und Laplace 682, 691, 700, 707
 - von Poisson 683
 - , zentraler 691
- Grenzwertsätze 342
 - der Laplace-Transformation 630
- griechisches Alphabet 777
- groß O 776
- größer 770
- größer gleich 93, 770
- Großkreis 160
- größter gemeinsamer Teiler 50
- Grundaufgaben im ebenen Dreieck 134
 - im Kugeldreieck 164
- Grundbereich 94
- Grundbetrag 86
- Grundgesamtheit 641, 696
- Grundintegrale 472, 717
- Grundkreisfrequenz 610
- Grundmenge 31
- Grundrechenarten mit Brüchen 51
 - mit komplexen Zahlen 70
 - mit reellen Zahlen 48
- Grundwert der Prozentrechnung 53
 - der Zinsrechnung 86
 - eines Winkels 124 f.

- Gruppe 91
 –, abelsche 91
 Gruppenaxiome 91
 Guldinsche Regeln 148
 gültige Dezimale 54
 Gütefunktion 707, 710
 Guthaben 86
- H**
- Hakenintegral 525
 Halbachsen einer Ellipse 293
 Halbebene 275
 Halbgerade 262
 Halbgruppe 91
 halbhomogenes Randwertproblem 584
 halblogarithmische Darstellung 62
 halboffenes Intervall 38
 Halbordnung 38
 Halbperiode 612
 Halbschrittverfahren 578
 Halbseitensatz 162
 Halbwertszeit 370, 694
 Halbwinkelsatz im ebenen Dreieck 132
 – im Kugeldreieck 163
 Hamiltonscher Differenzialoperator 515
 harmonische Analyse 609
 – –, numerische 615
 – Proportion 53
 – Reihe 595
 – Reihe, alternierende 596
 – Schwingung 380
 – Teilung 292
 – – einer Strecke 127
 harmonisches Mittel 53, 647
 Häufigkeit, absolute 642
 –, kumulierte 642, 644
 –, relative 642
 Häufigkeitspolygon 644
 Häufigkeitstabelle, klassierte 643
 –, primäre 642
 –, sekundäre 643
 –, unklassierte 642
 häufigster Wert 650, 653
 Hauptabschnittsdeterminante 194
 Hauptabschnittsmatrix 174
 Hauptachse einer Ellipse 293
 Hauptachsentransformation 238, 325
 Hauptdiagonale 172, 174, 193
 Hauptdiagonalform 189
 Hauptform der Ellipsengleichung 294
 – der Geradengleichung 265
 – der Hyperbelgleichung 308
 – der Kreisgleichung 288
 – der Parabelgleichung 302
 Hauptkonvergenzkriterium für Reihen
 mit pos. Gliedern 594
 Hauptkreis einer Ellipse 298
 – einer Hyperbel 314
 Hauptkrümmungen 465
 Hauptnenner 51
 Hauptnormale einer Raumkurve 454 f.
 Hauptnormaleneinheitsvektor 454
 Hauptsatz der Theorie der Fourier-Reihen 610
 Hauptsatz der Differenzial- und
 Integralrechnung 468, 674
 Hauptscheitel einer ebenen Kurve 436
 – einer Ellipse 293
 Haupttangente 372
 Hauptwert, Cauchyscher 470
 – des Arguments 68, 73, 414
 – des komplexen Logarithmus 73
 – eines Winkels 113
 Hauptwurzel 72
 Hausdorff-Dimension 158
 Heaviside-Funktion 354, 628, 636 f.,
 639
 hebbare Definitionslücke 352, 366
 Helix 459
 hermitesche Matrix 175, 187
 Heronische Formel 133
 Herzkurve 406
 Hesse-Matrix 448
 Hessesche Normalform der Ebenen-
 gleichung 279
 – der Geradengleichung 265
 Heun-Verfahren 579
 Hexadezimalzahl 41
 Hexaeder 152
 hinreichende Bedingung 24
 Hintereinanderausführung von
 Funktionen 340
 Histogramm 644
 Hodograph 510
 Höhe einer unscharfen Menge 40
 – eines rechtwinkligen Dreiecks 137
 – im ebenen Dreieck 132

- im gleichschenkligen Dreieck 135
 - im rechtwinkligen Dreieck 136
 - Höhenlinie 339
 - Höhensatz 137
 - höhere Ableitungen von einer Variablen 425
 - höhere partielle Ableitungen 432
 - Hohlzylinder, gerader 155
 - holomorphe Funktion 413
 - homogene Eulersche Dgl. 568
 - Funktion 340
 - Koordinaten 240
 - lineare Dgl. 1. Ordnung 543
 - lineare Dgl. 2. Ordnung 552 f.
 - lineare Dgl. n -ter Ordnung 566
 - statistische Masse 652
 - homogenisierende Koordinate 240
 - Homogenitätsgrad 340
 - Horner-Schema 42, 108, 602
 - Householder-Matrix 190
 - Householder-Transformation 190 f.
 - Hüllkurve 446
 - Hyperbel 307, 367
 - , achsparallele Lage 308
 - , allgemeine Gleichung 308
 - , Asymptoten 310, 312
 - , Brennpunkte 308
 - , Brennstrahlen 308, 310
 - , Brennweite 308
 - , Durchmesser 312
 - , Evolute 314
 - , gleichseitige 308, 312
 - , Gleichung in Polarkoordinaten 310
 - , Hauptform der Gleichung 308
 - , Hauptkreis 314
 - , inverse Gleichungen 309
 - , konjugierte Durchmesser 313
 - , Krümmungsmittelpunkt 313
 - , Krümmungsradius 313
 - , lineare Exzentrizität 308
 - , Mittelpunktsgleichung 308
 - , numerische Exzentrizität 308
 - , Parameter 308
 - , Parameterdarstellung 308
 - , Polare 312
 - , rechtwinklige 308, 312
 - , Scheitelgleichung 308
 - , Schnittpunkte mit Gerade 310
 - , Tangente 311
 - Hyperbelfunktionen 393
 - , Integrale 745
 - mit komplexen Argumenten 398
 - , Reihen für 606
 - Hyperbelkonstruktionen 314
 - Hyperbelkosekans 393
 - Hyperbelkosinus 393
 - Hyperbelkotangens 393
 - Hyperbelsegment 314
 - Hyperbelsekans 393
 - Hyperbelsektor 314
 - Hyperbelsinus 393
 - Hyperbeltangens 393
 - hyperbolische Spirale 410
 - hyperbolischer Pythagoras 394
 - Zylinder 323
 - hyperbolisches Paraboloid 324
 - Hyperboloid 319
 - , einschaliges 320
 - , Rotations- 321
 - , zweischaliges 320
 - Hyperfläche 316, 326
 - hypergeometrische Verteilung 685
 - Hypermatrix 173
 - Hypotenuse 136
 - Hypothese 705
 - Hypothesentest 705
 - hypothetische Verteilungsfunktion 714
 - Wahrscheinlichkeiten 715
 - Hypotrochoide 408
 - Hypozykloide 407
- I**
- Idempotenz 26
 - identische Abbildung 224
 - Funktionen 346
 - Gleichung 93
 - Relation 36
 - Identität 770
 - , logische 24
 - Identitätssatz für Taylorsche Reihe 599
 - I -Glied 635
 - Ikosaeder 153
 - imaginäre Einheit 67, 379
 - Zahl 67
 - Imaginärteil einer komplexen Zahl 67
 - Implikation 23, 30
 - implizit Differenzieren 426
 - implizite Form einer Funktion 336
 - Form einer gew. Dgl. 534

- Form eines Systems gew. Dgl. 534
- Mehrschrittverfahren 580
- Trapezmethode 579
- Verfahren 575
- Impuls 352
- Impulsantwort 635
- Impulsbreite 355
- Impulsfläche 355
- Impulshöhe 355
- indefinit 176
- Index 79, 560
- Indexverschiebung 58 f.
- indirekte Beweisführung 24
 - Proportionalität 52
- Individuenbereich 29
- Individuenvariable 29
- Individuum einer Menge 30
 - , prädikatenlogisches 29
- Induktion, vollständige 25
- Induktionsschritt 25
- induktiv 25
- induktive Statistik 696
- induktives Denken 697
- Infimum einer Folge 80
 - einer Funktion 347
 - einer Menge 32
- Infix-Notation 36
- Inflationsrate 54
- Information 382
- Informationstechnik 634
- Inhalt einer Fläche im Raum 464
- inhomogene Eulersche Dgl. 568
 - lineare Dgl. 1. Ordnung 544
 - lineare Dgl. 2. Ordnung 554, 558
 - lineare Dgl. n -ter Ordnung 567
- inhomogenes Randwertproblem 584
- Injektion 224, 335
- Inklusion 32, 35
- inkonsistentes Gleichungssystem 215
- Inkreis im Dreieck 133
 - im Viereck 140
- Inkreisradius des ebenen Dreiecks 130
 - des Kugeldreiecks 163
- Inkugel 147
- Innenwinkel im Viereck 138
- innere Funktion 340, 424
 - Genauigkeit 44
 - Verknüpfung 168
- innerer Teilungspunkt 263
- inneres Integral 493
 - Produkt von Vektoren 251
- in-situ-Realisierung 203
- instabiler Algorithmus 56
- Integerfunktion 353, 679, 776
- Integrabilitätsbedingungen 524, 546
- Integral(e) algebraischer Funktionen 762
 - , Arbeits- 525
 - , äußeres 493
 - , Bereichs- 493
 - , bestimmtes 467
 - , binomische 476
 - der Areafunktionen 761
 - der Arkusfunktionen 760
 - der Exponentialfunktion 744, 763
 - der Hyperbelfunktionen 745
 - der Logarithmusfunktion 747, 765
 - der trigonometrischen Funktionen 748, 766
 - , Doppel- 493
 - , Dreifach- 496
 - einer Differenzialgleichung 535
 - einer Matrix 183
 - einer partiellen Dgl. 589
 - , Eulersches 560
 - , Gebiets- 493
 - , Grund- 472
 - , Haken- 525
 - , inneres 493
 - , Kurven- (Linien-) 520
 - mit unbeschränktem Integranden 470
 - mit unbeschränktem Integrationsbereich 470
 - , Monotonie 469
 - nichtrationaler Funktionen 728
 - , Rand- 522
 - rationaler Funktionen 718
 - , Raum- 496
 - , Riemannsches 467
 - , Stamm- 472
 - transzendenter Funktionen 744
 - , unbestimmtes 466
 - , uneigentliche 470
 - , Volumen- 496
- Integralexponentialfunktion 481, 744
- Integralfunktion 467
- Integralkosinus 481
- Integralkurve 537

- Integrallogarithmus 481
Integralmittelwert 468
Integralrechnung 466
–, geometrische Anwendungen 497
–, physikalische Anwendungen 502
–, technische Anwendungen 502
Integralsatz von Gauß 529
– von Green 531
– von Stokes 531
Integralsinus 481
Integraltabellen 717
Integraltransformation 625
Integralzeichen 466
Integrand 466
Integration 466
– durch Substitution 473, 544
– durch Variation der Konstanten 545, 554, 558, 560
– einer Differenzialgleichung 535
– einer gebrochen rationalen Funktion 477
–, grafische 482
–, grafische einer Dgl. 537
–, logarithmische 473
– nach Partialbruchzerlegung 477
– nach Reihenentwicklung 480
–, numerische 483
–, partielle 477
Integrationsbereich 466
Integrationsdifferenzial 466
Integrationsgrenze 468
Integrationskonstante 466
Integrationsregeln 473
Integrationsatz der Laplace-Transformation 628
Integrationsvariable 466
Integrationsverfahren 473
integrierbare Funktion 467
integrierender Faktor 544, 547
Integrierglied 635
Interpolation 358
–, lineare 359, 644
–, trigonometrische 615
Interpolationsformel von Lagrange 359
– von Newton 360
Interpolationspolynom 359
–, Ableitung mittels 429
Interpolationspunkte 358
Interpolationsquadraturformeln 484
Intervall 38
Intervall-Halbierung 115
Intervallschätzungen 699
inv 439
Invariante einer Koordinatentransformation 326
– einer Matrix 187
Inverse 180
inverse Fourier-Transformation 623
– Funktion 337
– –, Ableitung der 425
– Iteration 193
– Laplace-Transformation 626
– Matrix 180
– Vektoren 245, 249
inverses Element 49
Inversion 75
– am Einheitskreis 417
Inversionsregel 95
Inversionssätze 418 f.
Involute 439
Involutionenregel 26
irrationale Zahlen 48
irreduzibler Fall 105, 479
irreflexive Relation 37
Irrtumswahrscheinlichkeit eines Hypothesentests 706
– eines Konfidenzintervalls 699
isogonale Trajektorien 537
Isoklinen 537
isolierter Punkt 444
isomorph 27, 224
Istwert 55
 IT_1 -Glied 635
Iteration, inverse 193
Iterationsfolge 116
Iterationsverfahren 116, 209
– von Gauß-Seidel 210
– von Picard-Lindelöf 573
– von v.-Mises 192
- J**
Jacobi-Determinante 495
Jacobi-Matrix einer Vektorfunktion 121
Jacobi-Verfahren 210
Jochpunkt 447
Junktoren 22
- K**
kardinales Merkmal 641

- Kardinalität 34, 40
 Kardinalzahl 46
 Kardioiden 406
 Karte einer Funktion 339
 kartesische Form der Geradengleichung 265
 – komplexer Zahlen 69
 kartesisches Blatt 401
 – Koordinatensystem 257, 259
 – Produkt 34
 Kathete 136
 Kathetensatz 137
 kausale Funktion 626
 Kegel 155, 321
 – 2. Ordnung 464
 Kegelschnitt 286
 Kegelsumpf 155
 Kehrmatrix 180
 Kehrwert 51
 – einer komplexen Zahl 417
 – einer reellen Zahl 59
 Kehrwertfunktion 337, 340
 Keil 152
 Kennkreisfrequenz 562
 Kennzahl 62
 Keplersche Fassformel 487
 Kern einer linearen Abbildung 224
 Kettenlinie 395, 411 f.
 Kettenregel für eine Variable 424
 – für zwei Variable 433
 Kinematik 502
 $k\sigma$ -Intervall 678
 – der Normalverteilung 689
 Klammern, Auflösen von 50
 Klasse von Kombinationen 77
 – von Variationen 76
 Klassenanzahl 643
 Klassenbreite 643
 Klassenhäufigkeit 644, 714
 Klassenmitte 643, 715
 Klassenrepräsentant 643
 klassierte Häufigkeitstabelle 643
 klassische Geometrie 124
 klein o 776
 kleiner 770
 kleiner gleich 93, 770
 kleiner Stichprobenumfang 703
 Kleiner-gleich-Relation 36
 kleinstes gemeinsames Vielfaches 50
 Kleinwinkelnäherungen 380
 Knoten 358
 Kochsche Schneeflocke 159
 Koeffizient 31, 96
 Koeffizientenmatrix 198
 –, erweiterte 198
 Koeffizientenvergleich 477, 479
 Kofaktor einer Matrix 194
 kollineare Punkte 226
 – Vektoren 245, 254
 Kolmogoroffsche Axiome 666
 Kombination 77
 Kombinatorik 74
 kommutative Matrizen 185
 kommutativer Ring 92
 Kommutativgesetz der Faltung 629
 – für Booleschen Verband 26
 – für Ereignisse 664
 – für Matrix und Skalar 184
 – für Matrizen 183
 – für Mengen 35
 – für reelle Zahlen 49
 – für Skalarprodukt 252
 – für Vektor und Skalar 251
 – für Vektoren 249
 Kompassrose 165
 komplanare Vektoren 246, 255
 Komplanatation 500
 Komplement 23
 –, algebraisches 194
 – eines Ereignisses 664
 – von Mengen 33
 komplementäres Element 26
 Komplementbeziehungen für trigonometrische Funktionen 375
 Komplementgesetz 35
 Komplementwinkel 125
 komplex differenzierbar 413
 komplexe Amplitude 387
 – Einheitswurzeln 72
 – Exponentialfunktion 414
 – Funktion 412
 – Matrix 173
 – n -te Wurzel 72
 – Umkehrformel 626
 – Variable 412
 – Zahlen, Argument 68
 – –, Betrag 68
 – –, Darstellung 69

- –, Grundrechenarten 70
- –, in der Gaußschen Zahlenebene 67
- –, kartesische Form 69
- –, konjugiert 67
- –, natürlicher Logarithmus 73
- –, Polarform 69
- –, Potenz 71
- –, Signum 68
- –, trigonometrische Form 69
- –, Umwandlungen 69
- –, Wurzel 71
- Zahlenebene 66, 388, 412
- Zeigerdarstellung 387
- komplexer Augenblickswert 387
- Vektorraum 168
- Zeiger 67, 387
- Komplexifizierung 387
- komplexwertige Funktion 412
- Komponentenzerlegung eines Vektors 250
- Komposition von Funktionen 340
- Konchoide 402
- Kondensator 503
- Kondition 660
- Kondition eines Modells 56
- Konditionszahl 660
- Konfidenzintervall 699
 - für den Anteil 700
 - für den Erwartungswert 701
 - für die Standardabweichung 704
 - für die Varianz 704
- Konfidenzniveau 699
- konforme Abbildung 415
- kongruente Dreiecke 129
 - Winkel 125
- Kongruenz 129
- Kongruenzabbildung 235
- Kongruenzrelation 36
- konjugiert komplexe Zahl 67, 108
- konjugierte Durchmesser einer Ellipse 297
 - einer Hyperbel 313
- konjugiert-komplexe Matrix 174
- Konjunktion 23
- konjunktive Normalform 28
- konkave Bögen einer Kurve 443
 - Funktion 436
- konservatives Vektorfeld 523 f.
- Konsistenz 698, 700 f.
- Konsistenzordnung 575
- Konstantenregel 422
- Konstantenvektor 198
- Kontingenztafel 669
- Kontingenzwinkel 436, 457
- kontinuierliches Frequenzspektrum 622
- kontinuierliches Wachstum 369
- Kontradiktion 24, 26, 30
- kontragrediente Matrix 180
- Kontraktionskonstante 116
- Kontraosition 23, 26
- kontravariantes Koordinatensystem 256
- konvergente Folge 80
 - Majorante 595
 - Reihe 593
 - uneigentliche Integrale 470
- Konvergenz einer Potenzreihe 598
 - , stochastische 698
- Konvergenzabszisse 627
- Konvergenzbereich 598
- Konvergenzkriterien für Reihen 594
- Konvergenzordnung 116
- Konvergenzradius 480, 598
- Konvergenzverbesserung 602
- konvexe Bögen einer Kurve 443
 - Funktion 436
 - Punktmenge 217
- konvexes n -Eck 141
 - Polyeder 217, 285
- Koordinaten, geografische 165
 - , homogene 240
 - , krummlinige 460
- Koordinatenachse 258
- Koordinatendarstellung eines Vektors 248
- Koordinatenebene 258
- Koordinatenfläche 259 f.
- Koordinatenfunktionen 510
- Koordinatenlinien, krummlinige 460
- Koordinatenmatrix 225
- Koordinatensystem(e) 256
 - , affines 256
 - , Beziehungen zwischen (3D) 260
 - , ebene 257
 - , kartesisches 257, 259
 - , kontravariantes 256

- , krummlinige 259
- , Kugel- 259
- , orthonormiertes 257
- , Parallel- 256
- , Polar- 258, 260
- , räumliche 258
- , schiefwinkliges 257
- , sphärisches 165
- , Zylinder- 260
- Koordinatentransformation 238
 - im Raum 240
 - in der Ebene 239
- Koordinatenumrechnung 225
- Koordinatenursprung 257
- Korkenzieherregel 259
- Körper, algebraischer 47, 49, 92
 - , angeordneter 50
 - , ebenflächig begrenzter 149
 - , geometrischer 147
 - , krummflächig begrenzter 154
 - , platonischer 152
 - , prismatischer 149
- Körperaxiome 49
- körperliche Ecke 234
- Korrektor 575, 579
- Korrelation 653
- Korrelationskoeffizient 654
- Korrespondenzen der Laplace-Transformation 626
- Korrespondenztabelle der Laplace-Transformation 637
- korrespondierende Addition und Subtraktion 53
- Kosekansfunktion 373
- Kosinusbogen 640
- Kosinusfunktion 372
- Kosinusimpuls 621
- Kosinuskurve 620
- Kosinussatz im ebenen Dreieck 131
 - im Kugeldreieck 162
- Kotangensfunktion 372
- Kovarianz 654
 - , normierte 654
- Kraftzerlegung, orthogonale 250
- $k\sigma$ -Regeln 690
- Kreis(e) 144, 288
 - , Berechnungen 145
 - , Berührungsehne 291
 - , Chordale zweier 292
 - des Apollonius 128
 - des Thales 144
 - durch drei Punkte 290
 - , Durchmesser 145
 - , Fläche 146
 - , Gleichung in Polarkoordinaten 289
 - , Hauptform der Gleichung 288
 - , komplexe Form der Gleichung 288
 - , Mittelpunktsgleichung 288
 - , Normale 291
 - , Parameterdarstellung 288
 - , Polare 291
 - , Potenz 292
 - , Radius 145, 288
 - , Scheitelgleichung 289
 - , Schnittwinkel 292
 - , Tangente 291
 - , Umfang 146
 - , Ursprungsgleichung 288
 - , Vektorform der Gleichung 288
- Kreisabschnitt 146
- Kreisausschnitt 146
- Kreisbogen 146
- Kreisbüschel 293
- Kreisevolvente 438
- Kreisfläche 146
- Kreisfrequenz 380 f., 387
 - der Oberschwingungen 610
- Kreiskegel 322
 - , gerader 155, 322
- Kreiskegelstumpf 156
- Kreislinie 146, 288
- Kreisperipherie 288
- Kreisring 147
- Kreissegment 146
- Kreissektor 146
- Kreisumfang 146
- Kreiszahl (π) 146
- Kreiszyylinder 322
 - , gerader 154
- Kreuzprodukt 253
- Kriechfall 564
- Kriterium von Routh-Hurwitz 566
- kritischer Bereich 707
 - Punkt 447
- Kronecker-Symbol 177, 252
- krumme Fläche 339, 460, 526
- krummflächig begrenzter Körper 154
- krummlinige Koordinaten 460
 - Koordinatensysteme 259

- Krümmung 511
 – einer ebenen Kurve 436
 – einer Fläche 465
 – einer Raumkurve 454, 457
 –, Gaußsche 465
 –, mittlere 465
 Krümmungskreis einer ebenen
 Kurve 436
 – einer Raumkurve 457
 Krümmungsmittelpunkt einer ebenen
 Kurve 436
 – einer Ellipse 297
 – einer Hyperbel 313
 – einer Parabel 305
 – einer Raumkurve 457
 Krümmungsradius 511
 – einer ebenen Kurve 436
 – einer Ellipse 297
 – einer Hyperbel 313
 – einer Parabel 305
 – einer Raumkurve 457
 Krümmungsverhalten 435
 k -stellige Relation 36
 Kubatur 500
 Kubikwurzel 60
 Kubikzahl 59
 kubische Funktion 357
 – Gleichung 104
 – Parabel 357
 – Splinefunktion 362
 Kugel 156, 317
 Kugelabschnitt 157
 Kugeldreieck 160, 163
 Kugelgleichungen 317
 Kugelkappe 157
 Kugelkeil 161
 Kugelkoordinaten 259, 317
 Kugelschicht 157
 Kugelsegment 157
 kugelsymmetrisches Feld 513
 Kugelzone 157
 Kugelzweieck 160 f.
 kumulierte relative Häufigkeit 642,
 644
 Kurswinkel 166
 Kurtosis 679
 Kurve(n) 336 f.
 – 1. Ordnung 261
 – 2. Ordnung 286
 – 3. Ordnung 401
 – 4. Ordnung 402
 – auf krummer Fläche 461
 –, Berührung zweier 452
 –, Binormale 456
 –, Bogenelement 450, 453
 –, Cassinische 403
 –, ebene 450
 –, glatte 450
 –, Hauptnormale 455
 – höherer Ordnung 400
 –, Hüll- 446
 –, Krümmung 436, 454, 457
 –, linksgewundene 458
 –, Normale 450, 453
 –, Raum- 453
 –, rechtsgewundene 458
 –, Schnittwinkel zweier 452
 –, singuläre Punkte 443
 –, Tangente 450, 453, 455
 –, Torsion 458
 –, transzendente 404
 –, Wendepunkte 443
 –, windschiefe 458
 –, Windung 458
 Kurvenanpassung 655
 Kurvenanstieg 420
 Kurvendiskussion 447
 Kurvenintegral 520
 – erster Art 520
 –, vektorielle Darstellung 522
 –, Wegunabhängigkeit 523
 – zweiter Art 521
 Kurvenschar 536
 –, einparametrische 339
 kürzen 51, 53
 kürzeste Entfernung auf der Erde 166
- L**
- Lagebeziehungen zwischen zwei
 Geraden 270
 Lageparameter 645
 Lagrange, Interpolationsformel
 von 359
 –, Interpolationsquadraturformel
 von 483
 –, Stützpolynome von 359, 483
 Lagrangescher Multiplikator 449
 Lagrangesches Restglied 600 f.
 Landau-Symbole 776

- Landschaft 414
 Längenkreis 259
 Längenmaß 165
 längentreu 235
 Laplace, Satz von 667, 669
 Laplace-Annahme 667
 Laplace-Gleichung 520
 Laplace-Integral 626
 Laplace-Operator 517
 Laplace-Rücktransformation 626
 Laplacescher Entwicklungssatz 195
 Laplacesches Feld 520
 Laplace-Transformation 625
 –, Anwendungen 630
 –, einer periodischen Funktion 629
 –, inverse 626
 –, Korrespondenztabelle der 637
 –, Rechenregeln 627
 Laplace-Transformierte 626
 –, von Ableitungen 628
 Laplace-Würfel 667, 686
 –, Erwartungswert 675
 –, Test auf 708
 –, Varianz 677
 –, Verteilungsfunktion 679
 Laufzeit 86, 88
 least squares method 655
 Lebensdauer 693
 –, mittlere 370
 leere Menge 31
 – Summe 57
 leeres Produkt 58
 Legendresche Polynome 490
 Leibnizsche Arkustangens-Formel 597
 – Formel 426
 – Sektorformel 499
 – Zinseszinsformel 87
 Leibnizsches Konvergenzkriterium 595
 Leibrente 89
 Leitlinie einer Parabel 301
 – eines Kegelschnitts 286
 Leitstrahl 258
 Lemniskate 403
 lexikografische Ordnung 75
 l'Hospitalsche Regel 344
 L'Huiliersche Formel 164
 Limes 341
 lineare Abbildung 223
 – Abhängigkeit 169
 – Algebra 168
 – algebraische Gleichung 96
 – Ausgleichsrechnung 655
 – Dgl. 1. Ordnung 543
 – Dgl. 2. Ordnung 552 ff., 558
 – Dgl. n -ter Ordnung 565
 – Dgl.-Systeme 569
 – Exzentrizität 286
 – – einer Ellipse 293
 – – einer Hyperbel 308
 – – einer Parabel 301
 – Funktion 356
 – Interpolation 359, 644
 – konforme Abbildung 415
 – Optimierung 216
 – Programmierung 216
 – Regression 656
 – Relation 37
 – Transformation 675, 677
 – – des arithmetischen Mittels 646
 – Übertragungsglieder 634
 – Unabhängigkeit 169
 linearer Mittelwert 468
 – Operator 225
 – Raum 168
 – Term 93
 lineares Ausgleichsproblem 656
 – Gleichungssystem 99 f., 198
 – –, äquivalente Umformung 201
 – –, homogenes 199
 – –, inhomogenes 199
 – –, inkonsistentes 215
 – –, Lösbarkeit 199
 – –, Lösungsverfahren 201
 – –, quadratisches 200
 – –, Rang 199
 – –, überbestimmtes 199, 214
 – –, unterbestimmtes 200
 – Modell 656
 – Quadratmittelpunktproblem 215
 – Randwertproblem 585
 Linearfaktor 107, 356
 –, Abspalten 109
 Linearisierung 659
 – einer Funktion von 1 Var. 600
 – einer Funktion von 2 Var. 602
 Linearität der Integration 473
 Linearitätsbedingungen 223

- Linearitätssatz der Fourier-Transformation 624
 – der Laplace-Transformation 627
 – für den Erwartungswert 675
 Linearkombination von linearen Gleichungen 201
 – von Termen 93
 – von Vektoren 169
 Linearplanung 216
 linguistische Variable 39
 Linienelement 537
 linienflüchtiger Vektor 244
 Linienintegral 520
 Linienspektrum 611, 614
 linksgekrümmte Funktion 436
 linksgewunden 458
 linksseitiger Grenzwert 342
 linkssteile Verteilung 681, 683
 Linkssystem 240
 Lipschitz-Bedingung 118
 Lipschitz-Konstante 116
 Lissajous-Figur 386
 Literal 21
 Logarithmand 61
 Logarithmen 61
 Logarithmengesetze 62
 Logarithmensysteme 63
 logarithmische Ableitung 423, 429
 – Gleichung 112
 – Integration 473
 – Reihen 605
 – Spirale 409
 logarithmisches Dämpfungsdecrement 563
 Logarithmus, binärer 63
 –, Briggsscher 62
 –, dekadischer 62
 –, gemeiner 62
 –, natürlicher 372
 –, natürlicher 63
 Logarithmusfunktion 371
 –, Integrale 747, 765
 –, Reihen für 605
 Logarithmusreihen 605
 Logik 21
 logisches Produkt 23
 lokaler Verfahrensfehler 575
 lokales Extremum 439, 447
 Lösung einer partiellen Dgl. 589
 Lösungsansätze linearer Dgln. 555
 Lösungskurve 537
 Lösungsmenge 94, 99
 Lösungsvariable 94, 96
 Lösungsvektor 198
 Lot 274
 Lotgerade 274
 – auf Ebene 280, 283
 Loxodrome 167
 LR-Zerlegung 178, 203
 Ludolfsche Zahl (π) 146
- M**
- Machinsche Arkustangens-Formel 597
 Mächtigkeit 34, 46
 – einer Menge 667
 – eines Tests 707
 MacLaurinsche Formel 601
 – Reihe 599
 Majorante, konvergente 595
 Mantelflächen von Rotationskörpern 500
 Mantissee 43, 62
 Mascheronische Konstante 83
 Maschinengenauigkeit 44
 Maschinenzahl 43
 Masse, statistische 641
 Massenmoment 2. Grades 508
 Massenscreening 671
 Massenträgheitsmoment 508
 mathematisch positiver Drehsinn 124, 257
 mathematische Geografie 165
 – Zeichen 770
 mathematisches Modell 216
 Matrix 172
 –, Abbildungs- 224
 –, adjungierte 174
 –, Adjunkte 194
 –, algebraisches Komplement 194
 –, antisymmetrische 175
 –, Band- 176
 –, bidiagonale 177
 –, darstellende 224
 –, Defekt 182
 – des lin. Ausgleichsproblems 656 f.
 –, Determinante 193
 –, Diagonal- 177
 –, diagonal dominante 177
 –, diagonalähnliche 189

- , diagonalisierbare 189
- , Differenzialquotient 183
- , Dreh- 236, 239, 241
- , Dreiecks- 178, 196
- , Eigenvektor- 189
- einer linearen Abbildung 224 f.
- , Einheits- 177
- , Einsdreiecks- 178
- , Element 172
- , Elementar- 178
- , Eliminations- 179, 203
- , Grenzwert 183
- , hermitesche 175, 187
- , Hesse- 448
- , Householder- 190
- , Hyper- 173
- , indefinite 176
- , Integral 183
- , Invarianten 187
- , inverse 180, 206
- , Jacobi- 121
- , Kehr- 180
- , Koeffizienten- 198
- , Kofaktor 194
- , kommutative 185
- , komplexe 173
- , konjugiert-komplexe 174
- , kontragrediente 180
- , Koordinaten- 225
- , Modal- 189
- , Multiplikation mit Matrix 184
- , Multiplikation mit Skalar 183
- , Multiplikator- 178
- , negativ definite 176
- , negativ semidefinite 176
- , Norm 182
- , n -reihige (n -ter Ordnung) 174
- , Nullität 182
- , Ordnung 174
- , orthogonale 175, 239
- , Permutations- 179
- , positiv definite 176
- , positiv semidefinite 176
- , Potenz 185
- , quadratische 174
- , Rang 181
- , Rangabfall 182
- , reguläre 174
- , schief-hermitesche 175
- , schiefsymmetrische 175
- , singuläre 174
- , Skalar- 177
- , Skalier- 238, 242
- , Spalte 172
- , Spektral- 189
- , Spiegelungs- 240
- , streng reguläre 175
- , Subdiagonal- 178
- , Superdiagonal- 178
- , symmetrische 175 f., 187
- , System- 198
- , transjugierte 174
- , transponierte 173
- , Trapezform 181
- , Treppenform 202
- , tridiagonale 177
- , unitäre 175
- , Vandermondesche 484
- , Vertauschungs- 179
- von Matrizen 173
- , Zeile 172
- , Zeilenstufenform 202
- Matrixinversion 207
- Matrizengesetze 183
- Matrizengleichungen 186
- Matrizenmultiplikation 184
- Matrizenverfahren für lineare
Dgl.-Systeme 570
- maximaler Fortpflanzungsfehler 659
- Maximum 439, 447
- einer Funktion 347
- einer Menge 32
- Maximumnorm 171
- Max-Term 27
- Median 649 f., 653
- mehrdeutige Relation 37
- mehrfache Produkte von Vektoren 255
- Mehrfachmessung 659, 661
- Mehrschrittverfahren 575, 580
- Mehrzielverfahren 586
- Menge 30
- , abzählbare 34
- , beschränkte 32
- der komplexen Zahlen 66
- der reellen Zahlen 46
- , Differenz- 33
- , Grund- 31
- , leere 31

- , Ober- 32
- , Potenz- 34
- , Produkt- 34
- , Punkt- 31
- , Schnitt- 33
- , Teil- 32
- , Universal- 31
- , unscharfe 38
- , Unter- 32
- , Vereinigungs- 33
- , Zweier- 31
- Mengenoperationen 33
- Meridian 165, 259
- Merkmale der Statistik 641
- Merkmalsausprägung 641
- Merkmalsträger 641
- Messwert 55
- Methode der finiten Differenzen 586
 - der kleinsten Quadrate 215, 609, 655
- metrische affine Abbildung 235
 - Koeffizienten 252
 - Normalform 325, 327, 333
- metrischer affiner Raum 244
- metrisches Merkmal 641
- minimale Fehlerquadratsumme 657
- minimales Erzeugendensystem 170
- Minimalfläche 465
- Minimierung 222
- Minimum 439, 447
 - einer Funktion 347
 - einer Menge 32
- Minimumseigenschaft des arithmetischen Mittels 646
 - des Zentralwerts 649
- Minor 194
- Minorante, divergente 595
- Min-Term 27
- Minuend 48
- Minute 124
- Mittel, arithmetisches 53, 83, 645
 - , geometrisches 53, 84, 646
 - , gewichtetes arithmetisches 645
 - , gewichtetes geometrisches 647
 - , gewichtetes harmonisches 648
 - , gewichtetes quadratisches 648
 - , harmonisches 53, 647
 - , quadratisches 469, 648
- Mittelparallele 138
- Mittelpunkt einer Potenzreihe 597
 - einer Strecke 263
- Mittelpunktsfläche 317
- Mittelpunktsgleichung einer Ellipse 293
 - einer Hyperbel 308
 - eines Kreises 288
- Mittelpunktswinkel 145
- Mittelwert 645
 - 1. Ordnung 468
 - 2. Ordnung 469
- Mittelwertsatz der Differenzialrechnung für eine Variable 430
 - der Differenzialrechnung für zwei Variable 435
 - der Differenzialrechnung, verallgemeinerter 431
 - der Integralrechnung 468
- Mittelwertsformeln 484
- Mitternachtsformel 101
- mittlere absolute Abweichung vom Zentralwert 651, 653
 - Krümmung 465
 - Lebensdauer 370
 - Proportionale 53, 145
 - Wachstumsrate 647
- mittlerer Wachstumsfaktor 647
 - Zinssatz 647
- Möbius-Abbildung 416
- Modalmatrix 189, 327
- Modalwert 650, 653, 683
- Modell, mathematisches 216
- Modellfunktion 655
- Modul im Polarkoordinatensystem 258
- Modulation 381
- modulierte Trägerschwingung 382 f.
- Moivre, Satz von 72, 379, 397
- Mollweidesche Formeln 131
- Moment(e) 1. Grades 503
 - 2. Grades 507
 - einer zufälligen Variablen 676
- , statisches 503
- Monoid 91
- monoton fallende Folge 80
 - fallende Funktion 435
 - wachsende Folge 80
 - wachsende Funktion 435
- Monotonie der Addition 50
 - der Multiplikation 50
 - der Wahrscheinlichkeit 666
 - des Integrals 469

- , eigentliche 435
- einer Funktion 435
- , strenge 435
- multiple Regression 658
- Multiplikand 48
- Multiplikation einer Matrix mit
 - Skalar 183
- , skalare 168
- von Brüchen 51
- von drei und mehr Matrizen 186
- von komplexen Zahlen 70
- von Matrizen 184
- von reellen Zahlen 48
- von Vektor mit Skalar 251
- von Zeilen- und Spaltenvektor 185
- Multiplikationssatz der Laplace-Transformation 629
 - für beliebige Ereignisse 670
 - für unabhängige Ereignisse 669
- Multiplikationstheorem für Determinanten 194
- Multiplikator 48
- , Eulerscher 547
- , Lagrangescher 449
- Multiplikatormatrix 178
- N**
- Nabelpunkt 465
- Nabla-Operator 515
- Nachbereich 36
- nacheindeutige Relation 37
- nachschüssige Zahlung 88, 90
- Näherung 54
- Näherungsformeln für kleine Werte 607
- Näherungskonstruktion für regelmäßige Vielecke 144
- Näherungslösungen für Dgln. 1. Ordnung 571
- Näherungswert 55
- NAND, logisches 23
- natürliche kubische Splinefunktion 363
- natürliche Zahlen 46
- natürlicher Logarithmus 372
 - einer komplexen Zahl 73
 - einer reellen Zahl 63
- natürlicher Parameter 521
- natürliches Wachstum 369
- n -dimensionaler Raum 245
- Nebenachse einer Ellipse 293
- Nebendiagonale 174, 193
- Nebenkreis einer Ellipse 298
 - einer Kugelfläche 160
- Nebenscheitel einer ebenen Kurve 436
 - einer Ellipse 293
- Nebentangente 372
- Nebenwerte der Arkusfunktionen 390
 - des komplexen Logarithmus 73
- Nebenwinkel 125
- Nebenwurzel 72
- n -Eck 141
- Negation 23, 30
- negativ definit 80, 176
- negativ semidefinit 176
- negative Korrelation 654
- Neilsche Parabel 305, 401
- Nenner 48
 - , Rationalmachen 61
- Nennergrad 365
- Nepersche Analogien 163
 - Regel 161, 166
- Neugrad 125
- neutrales Element 26, 49, 91
- Newton, Interpolationsformel von 360
- Newton-Cotes-Formeln 484
- Newtonsche 3/8-Formel 488
- Newton-Verfahren, einfaches 118
 - , mehrdimensionales 121
 - , n -dimensionales 121
- n -Fakultät 58, 63
- nicht-abbrechender Dezimalbruch 42
- Nicht-Ablehnung der Null-Hypothese 705
- nicht-äquivalente Umformung 111
- Nichtbasisvariable 217
- nichtlineare Gleichung 101
- nichtlineares Gleichungssystem 120
 - Randwertproblem 586
- nicht-negative ganze Zahlen 46
- Nichtnegativitätsbedingung 216
- nicht-orientierter Winkel 124
- nicht-parametrischer Test 714
- nichtrationale Funktion 367
 - , Integrale 728
- Niveaufläche 512
- Niveaulinie 339, 512
- nominales Merkmal 641
- NOR, logisches 23

- Norm der Komponenten-Betragssumme 171
 – einer Matrix 182
 – eines Ortsvektors 248
 – eines Vektors 170, 248, 252
 –, Euklidische 171, 182
 Normalbeschleunigung 511
 Normaldarstellung 51
 Normale an Ellipse 296
 – an Hyperbel 311
 – an Kreis 291
 – an Parabel 304
 – einer ebenen Kurve 450
 – einer Raumkurve 453
 Normalebene 454, 456
 Normaleneinheitsvektor 280, 511
 Normalenform der Ebenengleichung 277
 Normalenlänge 452
 Normalenvektor einer Ebene 277
 Normalfall der linearen Optimierung 216
 Normalform der Geradengleichung 265
 – einer kubischen Gleichung 104
 – einer linearen Dgl. 543
 – einer quadratischen Gleichung 102
 – eines Polynoms 359
 –, metrische 325, 327, 333
 Normalgleichungen 215
 Normalgleichungssystem 656 ff.
 Normalparabel 356 f.
 Normalverteilung 687
 normierte Kovarianz 654
 normierter Vektor 170, 248
 normiertes Polynom 107
 notwendige Bedingung 24
 n -reihige Determinante 195
 – Matrix 174
 n -Tupel, geordnetes 31, 170
 Null 49
 Nullabbildung 224
 Nullfolge 81
 Null-Hypothese 705
 Nullität einer Matrix 182
 Nullmatrix 173, 182
 Nullmeridian 165
 Nullphasenwinkel 380 f., 387, 562, 611
 Nullpunkt 257 f.
 Nullraum 224
 Nullstelle einer Funktion 349
 – einer gebrochenrationalen Funktion 365
 – eines Polynoms 107
 Nullstellenaufgabe 114
 Nullstellensatz von Bolzano 351
 Nullteiler 185
 nullteilerfrei 49, 92
 Nullvektor 245
 numerische Berechnung von Reihen 602
 – Differenziation 428
 – Exzentrizität 286
 – – einer Ellipse 293
 – – einer Hyperbel 308
 – – einer Parabel 301
 – Gleichungslösung 114
 – harmonische Analyse 615
 – Integration 483
 – Quadratur 483
 – Verfahren bei Matrizen 190
 Numerus 61
- O**
 Obelisk 151
 obere Dreiecksmatrix 178
 Oberflächenelement 464, 526, 530
 Oberflächenintegral 526
 Oberfunktion 626
 Obermenge 32
 Oberreihe 595
 offene Quadraturformel 489
 offenes Intervall 38
 Öffnung einer Parabel 302
 Oktaeder 153
 Oktalzahl 41
 ON-Standardbasis 170, 248
 ON-System 248
 Operand 91
 Operation, binäre 91
 Operator 91
 –, Hamiltonscher Differenzial- 515
 –, Laplace- 517
 –, linearer 225
 –, Nabla- 515
 optimale Lösung 217
 optimales Programm 217
 Optimierung, lineare 216

OR, logisches 23
 ordinales Merkmal 641
 Ordinalzahl 46
 Ordinate 337
 Ordinatenachse 257
 Ordnung 38, 261
 – einer arithmetischen Folge 85
 – einer Determinante 193
 – einer Differenzialgleichung 534, 536
 – einer Nullstelle 349
 – einer partiellen Dgl. 589
 – einer quadratischen Matrix 174
 – eines Dgl.-Systems 569
 – eines Quantils 648
 organisches Wachstum 369
 orientierte Gerade 262
 orientierter Winkel 124
 Orientierung einer Ebene 275
 Orientierungsvektor 245, 262
 Original 224
 Originalbereich 626
 Originalfunktion 623, 626
 Originalraum 626, 630
 Ort, geometrischer 286, 336
 Orthodrome 166
 orthodrome Entfernung 166
 orthogonale Achsen 257
 – Ähnlichkeitstransformation 189
 – Drehmatrix 239
 – Eigenvektormatrix 189
 – Geraden 262, 272
 – Hauptachsentransformation 325
 – Komponente eines Vektors 252
 – Koordinatentransformation 238
 – Kraftzerlegung 250
 – Kurvenscharen 414
 – Matrix 175
 – Projektion eines Vektors 253
 – Trajektorien 537
 – Vektoren 252 f.
 – Zerlegung eines Vektors 252
 Orthonormalsystem 189, 257
 orthonormiertes Koordinatensystem 257
 Ortsfunktion 511, 516
 Ortskurve 412, 418
 – der Fourier-Transformierten 623
 – des Frequenzganges 625, 636
 Ortsvektor 227, 246, 261

P

Paar, geordnetes 31
 paarweise unabhängige Ereignisse 670
 Parabel 301
 –, achsparallele Lage 302
 –, allgemeine Gleichung 302
 –, Brennpunkt 301
 –, Brennstrahlen 301, 306
 –, Brennweite 301
 –, Direktrix 301
 –, Durchmesser 305
 –, Evolute 305
 –, Fokus 301
 –, Gleichung in Polarkoordinaten 303
 –, Hauptform der Gleichung 302
 –, Krümmungsmittelpunkt 305
 –, Krümmungsradius 305
 –, kubische 357
 –, lineare Exzentrizität 301
 –, Neilsche 305, 401
 –, Normale 304
 – n -ten Grades 357
 –, numerische Exzentrizität 301
 –, Öffnung 302
 –, Parameter 301
 –, Parameterdarstellung 301
 –, Polare 304
 –, quadratische 356
 –, Scheitelgleichung 301
 –, Scheitelpunkt 301
 –, Schnittpunkte mit Gerade 303
 –, semikubische 305, 401
 –, Tangente 304
 –, Wende- 357
 Parabelbogen 305, 621 f.
 Parabelkonstruktionen 306
 Parabelsegment 305
 parabolischer Zylinder 323
 Paraboloid 323
 –, elliptisches 324
 –, hyperbolisches 324
 parallele Geraden 123, 263, 272
 – Vektoren 245
 Parallelkoordinatensystem 244, 256, 258
 Parallelogramm 139, 254
 Parallelogrammregel 70, 249
 Parallelprojektion 225
 Parallelstreckung 232

- Parallelverschiebung 235
 – des Koordinatensystems 328
 Parameter 336
 – einer Ellipse 293
 – einer Grundgesamtheit 697, 705
 – einer Hyperbel 308
 – einer Parabel 301
 Parameterdarstellung einer Ebene 276
 – einer Ellipse 293 f.
 – einer Fläche im Raum 459
 – einer Funktion 336
 – einer Geraden 264, 266
 – einer Hyperbel 308
 – einer Kugel 317
 – einer Parabel 301
 – eines Ellipsoids 318
 – eines Kreises 288
 – eines Kreiszyinders 322
 Parameterregel 427
 Parametertest 705
 Partialbruchzerlegung 477, 631 f.
 Partialdivision 52, 109
 Partialsumme 84, 593, 595
 partielle Ableitung 431
 – Differenzialgleichungen 534, 589
 – Integration 477
 partieller Differenzialoperator 431
 – Differenzialquotient 431
 partielles Differenzial 433
 partikuläre Lösung einer gew. Dgl. 535
 – Lösung einer partiellen Dgl. 589
 Partikularisator 29
 Pascalsches Dreieck 65
 Peanosches Axiomensystem 46
 Pentagramm 142
 Periode 125, 347, 374
 Periodendauer 381, 387, 562, 611
 periodische Fourier-Reihe 609
 – Funktion 347
 periodischer Dezimalbruch 47
 periodisches Eingangssignal 636
 Periodizität 347, 374
 Peripheriewinkel 144 f.
 Permanenzprinzip 70
 Permutation 64, 74
 Permutationsmatrix 179
 Perzentil 649
P-Glieder 634
 Phase 562
 – des Frequenzganges 636
 – einer komplexen Zahl 68
 – im Polarkoordinatensystem 258
 Phasenänderung 381
 Phasenhub 382
 Phasenlage 387, 562, 611
 Phasenmodulation 382
 Phasenspektrum 623
 Phasenverschiebung 611
 Phasenwinkel 381, 387, 562
 physikalische Anwendungen der
 Integralrechnung 502
 Picard-Lindelöf-Iteration 573
 Pivotelement 204, 220
 Pivotspalte 219
 Pivotzeile 220
 Planimetrie 124
 platonischer Körper 152
 Poisson-Gleichung 520
 Poisson-Verteilung 683
 Pol im Polarkoordinatensystem 258
 Polarachse 258
 Polare eines Punktes in Bezug auf
 Ellipse 297
 – in Bezug auf Hyperbel 312
 – in Bezug auf Kreis 291
 – in Bezug auf Parabel 304
 Polarebene eines Punktes in Bezug zu
 Ellipsoid 318
 – in Bezug zu Hyperboloids 320
 – in Bezug zu Kugel 318
 – in Bezug zu Paraboloid 324
 polares Flächenmoment 508
 Polarform der Ellipsengleichung 295
 – der Geradengleichung 266
 – der Hyperbelgleichung 310
 – der Kreisgleichung 289
 – der Parabelgleichung 303
 – komplexer Zahlen 69
 Polarkoordinatensystem 258, 260
 Polarnormalenlänge 452
 Polarsubnormalenlänge 452
 Polarsubtangentenlänge 452
 Polartangentenlänge 452
 Polarwinkel 68, 258
 Polasymptote 365
 Polstelle 352
 – einer gebrochenrationalen Funkti-
 on 365
 polyadische Darstellung 40

- polyadisches Zahlensystem 40
 Polyeder 149
 –, konvexes 217, 285
 –, regelmäßiges 152
 Polyedersatz, Eulerscher 149
 Polygon 141
 Polygonzugverfahren von Euler-Cauchy 577
 – von Euler-Cauchy, verbessertes 578
 Polynom 93, 355
 –, charakteristisches 187
 –, normiertes 107
 –, n -ten Grades 107
 –, trigonometrisches 610
 –, Zerlegung in Linearfaktoren 356
 Polynomdivision 52, 109, 365
 Polynomkoeffizient 75
 Polynomspline, Ableitung mittels 429
 Polynomzerlegung 356
 Ponton 151
 Positionssystem 40
 positiv definit 80, 171, 176, 252
 – semidefinit 176
 positive ganze Zahlen 46
 – Korrelation 654
 postnumerando 88
 Potenz der imaginären Einheit 72
 – einer komplexen Zahl 71
 – einer quadratischen Matrix 185
 – einer reellen Zahl 59
 – eines Punktes in Bezug zu Kreis 292
 – – in Bezug zu Kugel 318
 – mit ganzzahligem Exponenten 59
 – mit gebrochenem Exponenten 60
 Potenzebene zweier Kugeln 318
 Potenzgesetze 60
 Potenzial eines Vektorfeldes 524
 Potenzialdifferenz 524
 Potenzialfeld 513, 524
 Potenzialfläche 538
 Potenzialgleichung 592
 Potenziallinie 538
 potenzieren 59
 Potenzlinie 292
 – dreier Kugeln 318
 Potenzmenge 34
 Potenzmethode 192
 Potenzprodukt 660
 Potenzregel der Integralrechnung 473
 Potenzreihe(n) 597
 –, binomische 603
 –, Divergenz 598
 –, Entwicklung von Funktionen 599
 –, Entwicklungsstelle 597
 –, gliedweise Differenzieren 598
 –, gliedweise Integrieren 598
 –, Konvergenz 598
 –, Konvergenzbereich 598
 –, Konvergenzradius 598
 –, MacLaurinsche Reihe 599
 –, Mittelpunkt 597
 –, spezieller Funktionen 603
 –, Taylorsche Reihe 599
 Potenzreihenansatz 571 f.
 Power eines Tests 707
 pq -Formel 101
 Prädikat 29
 Prädikatenlogik 29
 Prädiktor 575, 579
 Prädiktor-Korrektor-Verfahren 575, 580
 – von Adams-Moulton 581
 Prämisse 24
 pränumerando 88
 primäre Häufigkeitstabelle 642
 Primaussage 21
 Primfaktor 47, 50
 Primimplikant 28
 primitive Periode 347, 374, 609, 611
 Primzahl 47
 Prisma 149 f.
 Prismoid 151
 Produkt, dyadisches 185, 190
 – einer Matrix mit Skalar 183
 –, kartesisches 34
 –, logisches 23
 – von drei und mehr Matrizen 186
 – von drei Vektoren 256
 – von Ereignissen 664
 – von komplexen Zahlen 70
 – von Matrizen 184
 – von Mengen 34
 – von reellen Zahlen 48
 – von vier Vektoren 256
 –, Wallissches 83
 Produktbeziehung 36
 Produktform einer quadratischen Gleichung 101
 – eines Polynoms 108, 356

- Produktintegration 477
 Produktmenge 34
 Produktregel der Differenzialrechnung 423
 Produktzeichen 58
 Programmierung, lineare 216
 Projektion einer ebenen Fläche 280
 – einer Raumkurve 453
 – eines Ortsvektors 247
 Proportion 52
 –, fortlaufende 52
 –, harmonische 53
 –, stetige 53
 Proportionale, vierte 127
 Proportionalglied 634
 Proportionalitätsfaktor 52
 Prozent auf/in Hundert 54
 Prozentrechnung 53
 Prozentsatz 53
 prozentualer Fehler 55
 Prozentwert 53
 PT_1 -Glied 634
 PT_2 -Glied 635
 Ptolemäus, Satz des 140
 Punkt(e) 261
 –, extremaler 217
 –, kollineare 226
 –, kritischer 447
 –, stationärer 447 f.
 Punktfolge 79
 Punktkoordinaten 246
 Punktmenge 31
 –, konvexe 217
 Punktmenge einer Kurve 262
 Punktprodukt von Vektoren 251
 Punkt-Richtungs-Form der Ebenengleichung 276
 – der Geradengleichung 264, 266
 Punktschätzung 697
 Punktspiegelung 237
 punktsymmetrisch 129
 Punktwolke 654 f., 658
 Pyramide 150
 –, dreiseitige, Volumen 285
 Pyramidenstumpf 150
 Pythagoras, hyperbolischer, Satz des 394
 –, räumlicher Satz des 248
 –, Satz des 136, 247
 –, trigonometrischer, Satz des 375
 –, verallgemeinerter Satz des 133
 pythagoreische Zahlen 136
- Q**
 QR-Zerlegung 190
 Quader 149
 Quadrantenbezeichnung 257, 373
 Quadrantenregel 68
 Quadrat 140, 143
 quadratische Ergänzung 102
 – Ergänzung 328, 330 f.
 – Form 176
 – Funktion 302, 356
 – Gleichung 101
 – Glieder 328
 – konforme Abbildung 416
 – Konvergenz 118
 – Matrix 174
 – Parabel 356
 – Ungleichung 102
 quadratischer Term 93
 quadratisches Gleichungssystem 103
 – lineares Gleichungssystem 200
 – Mittel 469, 648
 – Modell 656
 Quadratmittelapproximation 610
 Quadratmittelproblem, lineares 215
 Quadratur 497
 –, numerische 483
 Quadraturfehler 483
 –, globaler 486
 Quadraturformeln 483 f.
 –, summierte 486
 –, zusammengesetzte 486
 Quadraturkoeffizient 483
 Quadraturverfahren von Gauß 490
 – von Romberg 491
 Quadratwurzel 60
 Quadratzahl 59
 qualitatives Merkmal 641
 Quantifizierung 29
 Quantil 648, 695 f.
 quantitatives Merkmal 641
 Quantoren 29
 Quartil 649 f.
 Quartilsabstand 651, 653
 quasilineare partielle Dgl. 1. Ord. 590
 Quellendichte 520
 Quellenergiebigkeit 517, 530

- quellenfreies Feld 520, 530
 Quotient von komplexen Zahlen 71
 – von reellen Zahlen 48 f.
 Quotientenfolge 82
 Quotientenkriterium 594
 Quotientenregel der Differenzialrechnung 423
- R**
- Rabatt 54
 RAD 124
 radialsymmetrische Figur 129
 radialsymmetrisches Feld 513
 Radiant 124
 Radikand 60
 radioaktiver Zerfall 370, 684, 693 f.
 Radius 145, 288
 Radiusvektor 258
 radizieren 59 f.
 Rampenfunktion 639
 Randbedingungen 583
 Randgerade 275
 Randintegral 522
 Randklasse 644
 Randwertproblem 535, 583, 586
 –, Diskretisierung 587
 –, Einteilung 584
 Rang einer linearen Abbildung 224
 – einer Matrix 181
 – eines linearen Gleichungssystems 199
 Rangabfall einer Matrix 182
 Rate 86, 88
 Raten-Rentenformel 88
 Ratentilgung 89
 rationale Funktion 355
 – – Integrale 718
 – Operationen 340
 – Zahlen 47
 rationaler Term 93
 Rationalmachen des Nenners 61
 Raum, affiner 226, 244
 –, linearer 168
 –, n -dimensionaler 245
 Raumintegral 496
 Raumkurve 453
 räumliche Koordinatensysteme 258
 – Polarkoordinaten 259
 räumlicher Pythagoras 248
 Raumwinkel 148
- Raute 139
 Realisation einer Testgröße 706
 – einer zufälligen Variablen 672
 Realteil einer komplexen Zahl 67
 Rechenfehler 56, 486, 576
 Rechenregeln der Fourier-Transformation 624
 – der Laplace-Transformation 627
 Rechteck 139
 Rechteckformel 486
 Rechteckimpuls 617, 640
 Rechteckimpulsfunktion 354
 Rechteckkurve 616 f., 640
 Rechteckverteilung 687
 Rechte-Hand-Regel 254, 259
 Rechkant 149
 rechtsgewunden 458
 rechtsseitig stetig 673
 rechtsseitiger Grenzwert 342
 rechtssteile Verteilung 681
 Rechtssystem 254, 259
 rechtwinklige Hyperbel 308, 312
 rechtwinkliges ebenes Dreieck 136
 – sphärisches Dreieck 161
 Reduktionsformeln für trigonometrische Funktionen 374
 Reduktionsmethode von Euler 98
 Reduktionsregeln 26
 reduzierte Form einer Gleichung 104
 reelle Form des Fourier-Integrals 623
 – Funktion 335, 338
 – Zahlen 46
 – –, Axiomensystem 49
 – Zahlenfolge 79
 reeller Vektorraum 168
 Referenzintervall 483
 reflexive Relation 37
 Reflexivität 35
 Regel von Bernoulli und l'Hospital 344
 Regel(n), Guldinsche 148
 –, Nepersche 161
 –, Simpsonsche 148
 – von Cramer 213
 – von Sarrus 194
 regelmäßiges Polyeder 152
 – Vieleck 141
 Regelstrecke 634
 Regelungstechnik 634

- Regressand 658
 Regression, lineare 656
 –, multiple 658
 Regressionsebene 659
 Regressionsgerade 657
 Regressionshyperebene 658
 Regressionsparameter 656
 Regressor 658
 Regula falsi 119
 reguläre Matrix 174
 – Pyramide 151
 Reibungsfaktor 562
 Reihe(n), absolut konvergente 593
 –, alternierende 595
 –, arithmetische 595
 –, bedingt konvergente 593
 –, bestimmt divergente 593
 –, binomische 603
 –, divergente Minorante 595
 –, Fourier- 609
 –, Funktionen- 597
 – für Areafunktionen 607
 – für Exponentialfunktionen 604
 – für Hyperbelfunktionen 606
 – für logarithmische Funktionen 605
 – für trigonometrische Funktionen 605
 – für zyklometrische Funktionen 606
 –, geometrische 85, 595
 –, harmonische 595
 –, Hauptkonvergenzkriterium 594
 –, konvergente 593
 –, konvergente Majorante 595
 –, Konvergenzkriterien 594
 –, Konvergenzverbesserung 602
 –, Leibnizkriterium 595
 –, numerische Berechnung 602
 –, Partialsumme 593
 –, Quotientenkriterium 594
 –, Restglied 593
 –, trigonometrische 609
 –, unbedingt konvergente 593
 –, unbestimmt divergente 593
 –, unendliche 84, 593
 –, Vergleichskriterium 594
 –, Wurzelkriterium 594
 Reihenentwicklung zur Integration 480
 Reihenfolge bei Anordnungen 78
 Reihenvergleichs-Kriterium 594
 reinperiodischer Dezimalbruch 47
 reinquadratische Gleichung 102
 reinquadratisches Gleichungssystem 103
 Rektifikation 500
 rektifizierende Ebene 454, 457
 Rekursionsformel der Binomialverteilung 681
 rekursive Definition 57 f.
 – einer Folge 79
 Relation 36
 – zwischen Ereignissen 664
 Relationsgraph 37
 Relationspfeil 37
 relative Besetzungszahl 644
 – Häufigkeit 642
 relativer Eingabefehler 660
 – Fehler 55
 – Fortpflanzungsfehler 660
 – maximaler Fortpflanzungsfehler 660
 relatives Extremum 439, 447
 – Komplement 33
 – Streuungsmaß 652, 678
 Relief 414
 Rente 86, 89
 Rentenrechnung 88
 Repräsentant einer Verschiebung 236
 – eines Vektors 244
 Residuum 215, 655
 Resonanzfall 554 f., 557, 565
 Resonanzfrequenz 565
 Restfunktion 353
 Restglied 593
 Restglieder von Taylorreihen 600
 Restriktion 216
 reziproke Radian 417
 – Zahl 59
 Reziprokenregel der Differenzialrechnung 424
 Rhomboid 139
 Rhombus 139
 Riccatische Dgl. 548
 Richtungsableitung 514
 Richtungsfaktor 264
 Richtungsfeld 537
 Richtungskosinus 530
 – einer Geraden 268
 – eines Normalenvektors 280
 – eines Ortsvektors 247
 – von Tangente, Haupt- und Binormale 455

- Richtungsvektor(en) einer Ebene 275 f.
 – einer Geraden 262, 264, 266
 – zweier Strahlen 124
 Richtungswinkel 261
 – einer Geraden 269
 – eines Ortsvektors 247
 – im Polarkoordinatensystem 258
 Riemannsche Summe 467
 Riemannsches Integral 467
 Ring, algebraische Struktur 92
 –, kommutativer 92
 –, Torus 158
 Risiko 1. Art 710
 – 2. Art 710
 Rohr 155
 Rolle, Satz von 430
 Rollkurve 404
 Romberg-Quadraturverfahren 491
 Romberg-Schema 491
 Rotation 241
 – des Koordinatensystems 239
 – eines Vektorfeldes 518
 Rotationsellipsoid 318 f.
 Rotationsfläche 465
 Rotationshyperboloid 321
 Rotationskörper 148
 –, Mantelfläche 500
 –, Volumen 500
 Rotationsparaboloid 324
 –, abgestumpftes 325
 Rotationssektor 148
 Routh-Hurwitz, Kriterium von 566
 Rückkehrpunkt 444
 Rücksubstitution 206
 runden 54
 Rundungsfehler 44
 Runge-Kutta-Fehlberg-Verfahren 580
 Runge-Kutta-Verfahren 579
- S**
- Sägezahnimpuls 620
 Sägezahnkurve 619, 629
 Sarrus, Regel von 194
 Sattelfläche 323
 Sattelpunkt 447 f.
 Sättigungsfunktion 371
 Satz des Apollonius 297
 – des Euklid 137
 – des Ptolemäus 140
 – des Pythagoras, am rechtwinkligen
 Dreieck 136
 – –, für Richtungswinkel 247
 – –, hyperbolischer 394
 – –, räumlicher 248
 – –, trigonometrischer 375
 – –, verallgemeinerter 133
 – des Thales 144
 – vom konstanten Dreieck 312
 – vom konstanten Parallelogramm 312
 – von Bolzano 351
 – von Cauchy 53, 539
 – von Cavalieri 147
 – von der totalen Wahrscheinlichkeit 670
 – von Dirichlet 610
 – von Green 531
 – von Laplace 667, 669
 – von Moivre 72, 379, 397
 – von Rolle 430
 – von Schwarz 432
 – von Steiner 508
 – von Stokes 531
 – von Taylor 599
 – von Vieta 102, 105
 – von Weierstraß 351
 Säulendiagramm 643
 Schachbrettregel 194
 Schaltalgebra 27
 Schaltfunktion 27
 Schaltvorgang 352
 Schärfe eines Tests 707
 Schätzfunktion 697
 –, Eigenschaften 698
 Schätzprinzip der Statistik 697
 Schätzwert 697
 Schaubild 337
 Scheitelgleichung einer Ellipse 294
 – einer Hyperbel 308
 – einer Parabel 301
 – eines Kreises 289
 Scheitelpunkt einer ebenen Kurve 436
 – einer Parabel 301
 Scheitelwinkel 125
 Schema eines statistischen Tests 706
 – von Falk 184
 – von Horner 108, 602
 – von Romberg 491
 Scherung 233 f.

- Schiefe 678, 681
 schief-hermitesche Matrix 175
 schief-symmetrische Matrix 175
 schiefwinkliges Dreieck 130
 – Koordinatensystem 257
 – sphärisches Dreieck 162
 Schießverfahren 585
 Schleifenkurve 403
 Schleppkurve 412
 schließende Statistik 696
 Schlupfvariable 217
 Schmiegebene 454, 456
 Schmiegekreis 436
 Schmiegeparabel 600
 Schneeflocke, Kochsche 159
 schnelle Fourier-Transformation 615
 schnittfremde Ereignisse 665
 Schnittgerade zweier Ebenen 283
 Schnittkurve 339
 Schnittmenge 33
 Schnittpunkt(e) dreier Geraden 275
 – einer Geraden mit Ellipse 295
 – einer Geraden mit Hyperbel 310
 – einer Geraden mit Kreis 290
 – einer Geraden mit Parabel 303
 – mehrerer Ebenen 284
 – zweier Geraden 270
 Schnittwinkel zweier ebener Kurven 452
 – zweier Flächenkurven 463
 – zweier Geraden 272
 – zweier Kreise 292
 Schnurrhaar 650
 schräge Asymptote 366, 445
 Schrägspiegelung 233
 Schranke einer Folge 80
 – einer Funktion 347
 – einer Menge 32
 Schraubenfläche 460
 Schraubenlinie 459, 525
 Schrittfunktion 210
 Schrittweitensteuerung 576
 Schuldentilgung 89
 schwache Dämpfung 564
 Schwarz, Satz von 432
 Schwarzsche Integritätsbedingung 524
 Schwerpunkt 285, 505
 – einer diskreten Verteilung 674
 – einer Pyramide 151
 – eines Dreiecks 285
 – eines ebenen Dreiecks 132
 – eines ebenen Flächenstücks 505
 – eines ebenen Kurvenstücks 505
 – eines geraden Kreiskegels 156
 – eines Körpers 506
 – eines Kreisbogens 146
 – eines Kreiskegelstumpfs 156
 – eines Kreissegments 146
 – eines Kreissektors 146
 – eines Kugelabschnitts 157
 – eines Kugelsektors 158
 – eines Obelisks 152
 – eines Prismas 149
 – eines Quaders 149
 – eines Rotationskörpers 506
 – eines schiefen Kreiszyinders 154
 – eines Tetraeders 152
 Schwerpunktseigenschaft des arithmetischen Mittels 646
 Schwingkreis, elektrischer 563
 Schwingungen, harmonische 380
 –, Superposition 383
 –, Überlagerung 383
 Schwingungsdauer 380 f., 387, 562, 611
 Schwingungsfall 564
 secans hyperbolicus 393
 Sechseck, regelmäßiges 142
 Seelenradius 158
 Seemeile 165
 Sehne 146
 Sehnen-Näherungsverfahren 119
 Sehnensatz 145
 Sehnentangentenwinkel 144
 Sehnentrapezformel 487
 Sehnenviereck 140
 Seitenhalbierende 132
 Seitenkosinussatz 162
 Seitensätze im ebenen Dreieck 132
 Seitenschwingung 382
 Sekansfunktion 373
 Sekante, Anstieg der 420
 – eines Kreises 290
 Sekantendreieck 420
 Sekantenmethode 119
 Sekantensatz 145
 Sekantentangentensatz 145

- Sektorformel von Leibniz 499
 sekundäre Häufigkeitstabelle 643
 Sekunde 124
 seltene Ereignisse, Verteilung der 684
 semikubische Parabel 305, 401
 senkrechte Asymptote 343, 365, 445
 – Geraden 262, 272
 Senkrechtstehen 237, 277
 Sensitivität eines Tests 671
 separable Differenzialgleichung 540
 sexagesimale Teilung 124
 shift-Strategie 192
 sichere Dezimale 54
 sicheres Ereignis 664
 Sicherheitswahrscheinlichkeit 706
 Sierpinski-Schwamm 159
 signifikant 707, 711
 Signifikanzniveau 706
 Signum einer komplexen Zahl 68
 – einer reellen Zahl 57
 Signumfunktion 353
 Simplex 219
 Simplextafel 220
 Simpsonsche Formel 487
 – Regel 148, 151, 579
 singuläre Flächenpunkte 464
 – Kurvenpunkte 444
 – Lösungen einer gew. Dgl. 535
 – Matrix 174
 – Stelle 470
 sinus hyperbolicus 393
 Sinusbogen 640
 Sinusfunktion 372
 –, allgemeine 380
 Sinusimpuls 620
 Sinuskurve 620
 Sinussatz im ebenen Dreieck 131
 – im Kugeldreieck 162
 Sinusschwingung, erzwungene 564
 –, freie gedämpfte 563
 –, freie ungedämpfte 562
 SI-Vorsätze 777
 Skalar 168, 245
 skalare Funktion 120
 – Multiplikation 168
 skalares Feld 511
 Skalarfeld 511
 Skalarmatrix 177
 Skalarprodukt 185, 251
 Skaliermatrix 238, 242
 Skalierung 233, 238, 241, 348
 Skalierungsfaktor 158, 234
 Skatenspiel 668, 670, 685
 Sollwert 55, 705
 SOR-Verfahren 212
 Spalte einer Matrix 172
 Spaltenindex 172
 Spaltenraum 224
 Spaltensummennorm 182
 Spaltenvektor 173
 – der Vektorkoordinaten 245
 Spannung, elektrische 503
 Spannvektoren einer Ebene 275
 Spannweite 643, 650, 653
 Sparkassenformel 88
 Spat 255
 Spatprodukt 255, 286
 Spatvolumen 255
 Spektralfunktion 623
 Spektralmatrix 189, 327
 Spektralnorm 182
 Spektralradius 211
 Spektralverschiebung 192
 Spektrum einer periodischen Funktion 611
 spezielle Lösung einer gew. Dgl. 535
 Spezifität eines Tests 671
 sphärische Trigonometrie 160
 sphärischer Defekt 161, 164
 – Exzess 161
 sphärisches Dreieck 160
 – Koordinatensystem 165
 – rechtwinkliges Dreieck 161
 – schiefwinkliges Dreieck 162
 – Zweieck 160 f.
 Sphäroid 319
 Spiegelstreckung 235
 spiegelsymmetrische Figur 129
 Spiegelung 242, 348
 – an Koordinatenachse 238
 – des Koordinatensystems 240
 Spiegelungsmatrix 240
 Spirale, Archimedische 410
 –, hyperbolische 410
 –, logarithmische 409
 Spirallinie 409
 Spitze 444
 spline on spline 429

- Splinefunktion 362
Sprung einer Funktion 352
Sprungantwort 636
Sprungfunktion 354, 628, 636 f., 639
Spule 503
Spur einer Matrix 174, 187
 s -Shift 627
Stabdiagramm 643, 672
Stammbruch 51
Stammfunktion 466
– eines Vektorfeldes 523 f.
Stammintegrale 472
Standardabweichung der Einzelmessung 652, 661 f.
– des arithmetischen Mittels 652, 661 f.
– einer zufälligen Variablen 677
–, empirische 652 f.
Standardbasis 170, 248, 256
standardisierte zufällige Variable 678
Standard-Maximum-Aufgabe 216
Standard-Normalverteilung 688
–, Tabelle 778
Standard-Zahlenmengen 46
Stärke des linearen Zusammenhangs 654
starke Dämpfung 564
stationäre Lösung 564
stationärer Punkt 447
stationäres Feld 512
statische Linearität 634
statisches Feld 512
– Moment 503
Statistik 641
–, beschreibende 641
–, deskriptive 641
–, induktive 696
–, schließende 696
statistische Einheit 641
– Masse 641
statistischer Test 705
– Zusammenhang 654
statistisches Element 641
– Merkmal 641
Stauchung 234
steigende Faktorielle 76
Steigung der Regressionsgeraden 656
Steiner, Satz von 508
Stellen 42
Stellenwertsystem 40
Stellungsvektor einer Ebene 277
Steradian 149
Stereometrie 147
sternförmiges n -Eck 141
Sternkurve 408
stetig differenzierbare Funktion 421
– fortsetzbare Funktion 352
stetige Funktion 350
– Gleichverteilung 687
– Proportion 53
– Teilung 127
– Verzinsung 87
– zufällige Variable 673
stetiges Merkmal 641
– Wachstum 369
Stetigkeit in einem Intervall 350
– in einem Punkt 350
Stetigkeitskorrektur 691
Stichprobenanteil 698, 700
Stichprobenfunktion 697
Stichprobenmittel 698, 715
Stichprobenstandardabweichung 652, 703, 712, 715
Stichprobenumfang, erforderlicher 701 f.
Stichprobenvariable 697, 700, 706, 710
Stichprobenvarianz 651, 698, 704, 715
Stirlingsche Formel 83
Stochastik 663
stochastische Konvergenz 698
Stokesscher Satz 531
Störfunktion 543 f., 558, 565
Störglied 554
Störgliedansätze linearer Dgln. 555
Stoßfunktion 354, 635
Strahl 262
Strahlensatz 126
Strecke 262
Streckscherung 233 f.
Streckung, zentrische 233, 235
Streckungsfaktor 128, 234
streng reguläre Matrix 175
strenge Monotonie 337, 435
Streuungsparameter 650
Strich der Kompassrose 165
Strom, elektrischer 503
Strophoide 402

- Struktur, algebraische 91
 Student-Verteilung 695, 703, 712
 Stufenpunkt 444
 Stufenwinkel 125
 Stürzung 417
 Stützpolynome von Lagrange 359
 Stützpunkte 358
 Stützstellen 358
 Stützstellen 483
 Subdiagonalmatrix 178
 subjektive Wahrscheinlichkeiten 666
 Subjunktion 23
 Subnormalenlänge 452
 Substitutionen 474 f.
 – von Euler 476
 Substitutionsmethode 99
 Substitutionsregel der Integration 474
 – für Doppelintegrale 495
 Subtangentenlänge 452
 Subtrahend 48
 Subtraktion von Brüchen 51
 – von komplexen Zahlen 70
 – von reellen Zahlen 48
 – von Vektoren 249
 Summand 48
 Summe einer unendlichen Reihe 593
 –, geometrische 84, 686
 –, Riemannsche 467
 – von Brüchen 51
 – von Ereignissen 664
 – von komplexen Zahlen 70
 – von Matrizen 183
 – von reellen Zahlen 48
 – von speziellen Zahlenreihen 596
 – von Vektoren 168, 249
 Summenhäufigkeitsfunktion 644, 672
 Summenregel der Differenzialrechnung 423
 – der Integralrechnung 473
 Summenzeichen 57
 summierte Quadraturformeln 486
 Superdiagonalmatrix 178
 Superposition 388
 – von Schwingungen 383
 Superpositionsprinzip 555
 – der Laplace-Transformation 627
 sup-Norm 171
 Supplementwinkel 125
 Supremum einer Folge 80
 – einer Funktion 347
 – einer Menge 32
 Surjektion 224, 335
 Symmetrie bei Fourier-Reihen 612
 – des Skalarprodukts 252
 – ebener Figuren 129
 – einer Funktion 348
 Symmetrieachse 129
 Symmetriesatz für Binomialkoeffizienten 64
 Symmetriezentrum 129
 symmetrische ebene Figur 129
 – Gleichung 106
 – Matrix 175 f., 187
 – Relation 37
 – Verteilung 675, 681
 System, energieloses 634
 – linearer Dgln. 569, 631
 – von gew. Dgln. 534
 – von zwei Dgln., Näherung 573
 Systemmatrix 198
- T**
 tabellarische Darstellung einer Folge 79
 Tabelle der bestimmten Integrale 762
 – der Quantile der χ^2 -Verteilung 780
 – der Quantile der t -Verteilung 779
 – der Standard-Normalverteilung 778
 – der unbestimmten Integrale 717
 – der uneigentlichen Integrale 762
 Tageszinsen 86
 tangens hyperbolicus 393
 Tangensfunktion 372
 Tangenssatz 131
 Tangente 290
 – an eine Raumkurve 455
 – an Ellipse 296
 – an Hyperbel 311
 – an Kreis 291
 – an Parabel 304
 –, Anstieg der 420
 – einer ebenen Kurve 450
 – einer Raumkurve 453
 Tangendendreieck 420
 Tangenteinheitsvektor 454, 511
 Tangentenlänge 452
 Tangenten-Näherungsverfahren 118
 Tangententrapezformel 489

- Tangentenvektor 461, 510, 523
Tangentenviereck 140
Tangentialbeschleunigung 511
Tangentialebene an Ellipsoid 318
– an Kegel 321
– an Kreiskegel 322
– an krumme Fläche 461
– an Kugel 317
– an Paraboloid 324
– an Zylinder 323
– einer Funktion von 2 Variablen 434
Tautologie 24, 30
Taylor-Entwicklung eines Polynoms 110
Taylor-Polynom 600
Taylorsche Formel für 1 Variable 599
– Formel für 2 Variable 601
Taylorscher Satz 599
technische Anwendungen der Integralrechnung 502
teilerfremde ganze Zahlen 47
Teilfolge 82
Teilmenge 32, 40, 774
Teilmengenbeziehung 35
Teilschwerpunktsatz 506, 646
Teilschwingungen 609
Teilsomme 84, 593
Teilsammenfolge 593
Teilung einer Strecke 263
–, harmonische 127, 292
–, stetige 127
Teilungspunkt 263
Teilverhältnis 263
Tensor 171
Term 93
Terrassenpunkt 440, 444
Test, χ^2 -Anpassungstest 714
–, einseitiger 705, 710–713
– linearer Übertragungsglieder 634
–, nicht-parametrischer 714
–, Schema 706
–, statistischer 705
–, t -Test 712
– über den Anteil 707
– über den Erwartungswert 710, 712
– über die Varianz 713
–, z -Test 710
–, zweiseitiger 705, 707, 710 ff.
Testentscheidung 706
Testgröße 706
Testsignale 635
Tetraeder 152, 255
–, Volumen 285
Thales, Kreis (Satz) des 144
Tilgungsdauer 89 f.
Tilgungsrate 89 f.
Tonne 158
Torsion 454, 458
Torus 158
totale Ableitung 433
– Differenzialgleichung 546
– Wahrscheinlichkeit 670
totales Differenzial 433, 514, 659
Totzeit 635
tragende Ziffer 42
Träger einer Information 382
– einer unscharfen Menge 40
Trägerschwingung 382
Trägheitsmoment 508
Trajektorien 537
Traktrix 412
Transformationsmatrix 327
–, orthogonale 327
transitive Relation 37
Transitivität 35, 50
transjugierte Matrix 174
Translation 235, 239, 241
Translationsmatrix 241
Translationsvektor 227, 236, 239
transponierte Matrix 173
transzendente Funktion, Integrale 744
– Gleichung 101, 111
– Kurve 404
– Zahl 48
Trapez 138
Trapezform einer Matrix 181
Trapezformel 487
Trapezimpuls 617
Trefferwahrscheinlichkeit 680, 686
trennbare Variable bei Dgl. 1. Ordnung 540
Trennung der Variablen 541 ff., 550 f., 554
Treppenform 202
Treppenfunktion 642, 673
Treppenkurve 640
Trichotomie 49
tridiagonale Matrix 177

- Trigonometrie, ebene 124
 –, sphärische 160
 trigonometrische Form des Fourier-Integrals 623
 – Interpolation 615
 – Reihe 609
 trigonometrische Funktionen 372
 –, Additionstheoreme 376
 –, am rechtwinkligen Dreieck 136
 –, besondere Funktionswerte 374
 –, doppelte und halbe Winkel 376
 –, Eigenschaften 373
 –, Integrale 748, 766
 –, Komplementbeziehungen 375
 –, mit komplexen Argumenten 380
 –, Näherungsformeln 380
 –, Periodizität 374
 –, Potenzen 378
 –, Produkte 378
 –, Reduktionsformeln 374
 –, Reihen für 605
 –, Summen und Differenzen 377
 –, Vielfache eines Winkels 377
 –, Vorzeichen 373
 –, Zusammenhang mit e-Funktion 379
 trigonometrischer Pythagoras 375
 trigonometrisches Polynom 610
 Tripel, geordnetes 31, 256
 triviale Lösungsmenge 169, 199
 Trochoide 405
 Tschebyscheff, Ungleichung von 678
 Tschebyscheffsche Formeln 484
t-Shift 628
t-Test 712
 Tupel 79
t-Verteilung 695, 703, 712
 –, Tabelle der Quantile 779
- U**
- überbestimmtes lineares Gleichungssystem 199, 214
 Überführungsgesetz 35
 Übergangsfunktion 636
 Überlagerung 565
 – von Schwingungen 383
 Übertragungsfunktion 634
 Übertragungsglieder, lineare 634
 Umdrehungsfläche 465
 Umfang einer Ellipse 298
 Umfangswinkel 145
 Umformung, äquivalente 95
 –, nicht-äquivalente 111
 Umkehrabbildung 224, 228
 Umkehrfunktion 337
 –, Ableitung der 425
 Umkehrregel der Differenzialrechnung 425
 Umkehrtransformation der FFT 616
 Umklappung 237
 Umkreis am Dreieck 132
 – am Viereck 140
 Umkreisradius des ebenen Dreiecks 130
 – des Kugeldreiecks 163
 Umkugel 147
 Umlegung 237
 Umordnung 74
 Umrechnungsformel der Normalverteilung 689
 unabhängige Ereignisse 669
 – zufällige Variable 677
 unabhängige Variable 335
 Unabhängigkeitstest 705
 unbedingt konvergente Reihe 593
 Unbekannte 94
 unbestimmt divergente Reihe 593
 unbestimmte Koeffizienten 477
 unbestimmter Ausdruck 344
 unbestimmtes Integral 466
 unbiased 698
 unecht gebrochenrationale Funktion 365
 unechter Bruch 51
 uneigentliche Integrale 470
 –, Tabelle 762
 uneigentlicher Grenzwert 81, 343
 unendliche Folge 79
 – Reihe 84, 593
 – Zahlenreihe 593
 unendlicher Dezimalbruch 42
 unendliches Intervall 38
 Unendlichkeitsstelle 352, 365, 470
 Unendlich-Zeichen 770
 Unerfüllbarkeit 94
 ungerade Funktion 348
 –, Fourier-Reihe einer 612
 Ungleichung 93
 –, Bestimmungs- 93
 –, Betrags- 114

- , Bruch- 97
- , feststellende 93
- , lineare 97
- mit einer Variablen 96 f.
- mit mehreren Variablen 98
- mit zwei Variablen 100
- , quadratische 102
- , Rechnen mit 95
- von Bernoulli 96
- von Tschebyscheff 678
- zwischen den Mittelwerten 648
- unimodale Verteilung 681, 683
- unitäre Matrix 175
- Universalmenge 31
- unklassierte Häufigkeitstabelle 642, 653
- unkorreliert 654
- unmögliches Ereignis 664
- unscharfe Menge 38
- Unstetigkeitsstelle 350
- unterbestimmtes lineares Gleichungssystem 200
- Unterdeterminante 194
- untere Dreiecksmatrix 178
- Unterfunktion 626
- Untergruppe 91
- Untermenge 32
- Unterreihe 595
- unvereinbare Ereignisse 665
- unverfälschte Schätzfunktion 698
- Urbild 79, 224, 335, 343
- Urbildfunktion 626
- Urbildmenge 334
- Urliste 642
- Urnenmodell 74 f., 680, 685
- Ursprung 257
- Ursprungsgleichung eines Kreises 288
- V**
- Vandermond'sche Matrix 484
- Variabilitätskoeffizient 678
- Variable 94
 - , abhängige 335
 - , aussagenlogische 21
 - , binäre 21
 - , Boolesche 21
 - , diskrete 31
 - , Form- 94
 - , freie 31
 - , komplexe 412
 - , linguistische 39
 - , Lösungs- 94, 96
 - , Schlupf- 217
 - , unabhängige 335
 - , zweiwertige 21
- Variablen-Grundbereich 94
- Variablentransformation in Doppelintegralen 495
- in Dreifachintegralen 497
- Variablenvektor 120
- Varianz einer Summe 677
 - einer zufälligen Variablen 676
- , empirische 651, 653
- Variation 76
- Variation der Konstanten 545, 554, 558, 560
- Variationsbreite 650
- Variationskoeffizient 652 f., 678
- Vektor(en) 168, 172, 244
 - , antiparallele 245
 - , äußeres Produkt 253
 - , Basis- 170
 - , Betrag 171, 245, 248
 - , Einheits- 248
 - , Eins- 248
 - , entgegengesetzte 245, 249
 - , freier 223, 244
 - , gebundener 244
 - , gleiche 245
 - , inneres Produkt 251
 - , inverse 245, 249
 - , kollineare 245, 254
 - , komplanare 246, 255
 - , Kreuzprodukt 253
 - , linear abhängige 169
 - , linear unabhängige 169
 - , Linearkombination 169
 - , linienflüchtiger 244
 - , mehrfache Produkte 255
 - , Norm 248
 - , normierter 248
 - , Null- 245
 - , Orientierungs- 245
 - , orthogonale 253
 - , Orts- 227, 246
 - , parallele 245
 - , Punktprodukt 251
 - , Repräsentant 244
 - , Skalarprodukt 251

- , Spatprodukt 255
- , Translations- 236
- , Vektorprodukt 253
- , Verschiebungs- 246
- , Zerlegung 250
- Vektorabbildung 224, 229
- Vektoralgebra 249
- Vektoranalysis 510
- Vektorfeld 512
- , konservatives 523 f.
- Vektorfunktion 120, 510
- Vektoriteration 192
- Vektorkomponente 170, 247
- Vektorkoordinate 170, 245, 247
- Vektornorm 170
- Vektorpotenzial 518
- Vektorprodukt 253
- von drei Vektoren 256
- Vektorraum 168, 225, 244
- Venn-Diagramm 31
- verallgemeinerte Ableitung 355
- Funktion 354
- Verband 92
- , Boolescher 26
- Vereinigungsmenge 33
- Verfahren, CG- 213
- der konjugierten Gradienten 213
- der sukzessiven Überrelaxation 212
- , SOR- 212
- unbestimmter Koeffizienten 571
- von Adams-Bashforth 581
- von Adams-Moulton 581
- von Bulirsch-Stoer-Gragg 583
- von Cholesky 208
- von Euler-Cauchy 577
- von Euler-Cauchy, verbessertes 578
- von Gauß-Jordan 207
- von Heun 579
- von Jacobi 210
- von Runge-Kutta 579
- von Runge-Kutta-Fehlberg 580
- von v.-Mises 192
- Verfahrensfehler 56
- , globaler 575
- , lokaler 575
- Verfolger 412
- Verfolgungskurve 412
- Vergleichskriterium 81
- Verhalten im Unendlichen 344, 366, 447
- Verhältnisgleichung 52
- Verkehrsunfälle 684
- verketteter Gaußscher Algorithmus 203
- Verkettung von Abbildungen 225
- von Funktionen 340
- von Punktabbildungen 229
- verkürzte Zykloide 405
- verlängerte Zykloide 405
- vernachlässigbar klein 770
- Verneinung 23, 30
- , doppelte 26
- Verschiebung 230, 235, 240 f., 348
- des Koordinatensystems 332
- des Ursprungs 239
- Verschiebungssatz 508
- der Fourier-Transformation 624
- der Laplace-Transformation 628
- Verschiebungssatz für Varianzen 677
- Verschiebungssätze der Logik 30
- Verschiebungsvektor 246
- Verschiebungsweite 236
- eines Vektors 171
- Verschleiß 693
- Versor 387
- Versuch 663
- Vertauschungsgesetz 35
- Vertauschungsmatrix 179
- Vertauschungssätze 53
- Verteilung der seltenen Ereignisse 684
- Verteilungsfunktion einer diskreten zuf. Variable 673
- einer stetigen zuf. Variable 674
- einer zufälligen Variablen 672
- , empirische 642, 644 f.
- , hypothetische 714
- Verteilungsgesetz 35
- Verteilungssätze 30
- Vertrauensintervall 699
- Vertrauensniveau 699
- Vertrauenswahrscheinlichkeit 699
- Verum 22
- Vervielfachung 238
- Vieleck 141, 149
- , Konstruktion 143
- , regelmäßiges, Näherungskonstruktion 144
- Vielflach 149
- Viereck 138

- vierte Proportionale 127
 Vietascher Wurzelsatz 102, 105
 v.-Mises-Verfahren 192
 vollhomogenes Randwertproblem 584
 vollständige Differenzialgleichung 546
 – Induktion 25
 vollständiges Differenzial 433, 546
 Vollständigkeit, funktionelle 24
 Volumen eines Ellipsoids 319
 – eines Körpers 501
 – eines Rotationskörpers 500
 – eines Spats 255
 – eines Tetraeders 255
 – eines Zylinders 502
 Volumenableitung 516, 518
 Volumendifferenzial 496
 Volumenelement 496, 529
 Volumenintegral 496
 Volumenmoment 1. Grades 503
 Vomhundertsatz 54
 Vorbereich 36
 voreindeutige Relation 37
 vorschüssige Zahlung 88, 90
 Vorzeichen 57
 Vorzeichenbit 43
 Vorzeichenregeln 50, 59
 Vorzugszahlen 85
- W**
- waagerechte Asymptote 344, 366, 445
 Wachstum 369
 Wachstumsfaktor 647
 Wachstumsintensität 369
 Wachstumsrate 647
 wahrer Fehler 55
 – Wert 55
 Wahrheits(wert)funktion 22
 Wahrheitstafel 22
 Wahrscheinlichkeit(en), axiomatische
 Definition 666
 –, bedingte 668, 671
 – des Gegenreignisses 666
 – des unmöglichen Ereignisses 666
 –, empirische 665
 –, hypothetische 715
 –, Monotonie 666
 –, Sätze über 666
 –, subjektive 666
 Wahrscheinlichkeitsdichte 673
 Wahrscheinlichkeitsfunktion 672
 Wahrscheinlichkeitsrechnung 663
 Wahrscheinlichkeitsverteilungen,
 Bernoulli-Verteilung 680 f.
 –, Binomialverteilung 680, 709
 –, χ^2 -Verteilung 694, 704
 –, diskrete 679
 –, diskrete Gleichverteilung 679
 –, Exponentialverteilung 693
 –, Gauß-Verteilung 687
 –, geometrische Verteilung 686
 –, hypergeometrische Verteilung 685
 –, Normalverteilung 687
 –, Poisson-Verteilung 683
 –, Rechteckverteilung 687
 –, Standard-Normalverteilung 688
 –, stetige 687
 –, stetige Gleichverteilung 687
 –, Student-Verteilung 695, 703, 712
 –, t -Verteilung 695, 703, 712
 Wallissches Produkt 83
 Wälzwinkel 404, 439
 Wartezeit 687
 Wechselwinkel 125
 Wegunabhängigkeit des Kurveninte-
 grals 523
 Weierstraß, Satz von 351
 Wendelfläche 460
 Wendeparabel 357
 Wendepunkt 436, 440
 – einer Kurve 443
 Wendetangente 443
 Wertebereich einer Folge 79
 – einer Funktion 334
 – einer Relation 36
 Wertetabelle 336
 Wertevorrat einer Funktion 334
 whisker 650
 Widerspruch 26
 Widerspruchsbeweis 24
 windschiefe Geraden 274
 – Kurve 458
 Windung 454, 458
 Winkel 124
 – an geschnittenen Parallelen 125
 –, äquivalente 125
 –, entgegengesetzte 126
 –, Größeneinteilung 125
 –, kongruente 125
 – mit paarweise senkrechten Schen-
 keln 126

- , nicht-orientierter 124
 - , orientierter 124
 - zwischen Gerade und Ebene 282
 - zwischen zwei Ebenen 284
 - zwischen zwei Ortsvektoren 261
 - zwischen zwei Vektoren 252
 - Winkelbeschleunigung 502
 - Winkelbeziehungen im Dreieck 130
 - Winkelfeld 126
 - Winkelfunktionen 372
 - Winkelgeschwindigkeit 380, 387, 502
 - Winkelhalbierende im Dreieck 132
 - zwischen zwei Geraden 273
 - winkelhalbierende Ebene 284
 - Winkelkosinussatz 162
 - Winkelmaß 124, 165
 - Winkelminute 124
 - Winkelpythagoras 247
 - Winkelsekunde 124
 - Winkelsumme im Dreieck 130
 - im Vieleck 141
 - im Viereck 138
 - winkeltreu 235
 - winkeltreue Abbildung 415
 - Wirbeldichte 518
 - Wirbelfeld 520
 - wirbelfreies Feld 520
 - wirksamere Schätzfunktion 698
 - Wölbung 679
 - Wortdarstellung einer Folge 79
 - Wronski-Determinante 560, 566
 - Wulstradius 158
 - Würfel 150, 152
 - Wurzel aus einer komplexen Zahl 71
 - aus einer reellen Zahl 60
 - einer Gleichung 101, 107
 - Wurzelexponent 60
 - Wurzelgesetze 60
 - Wurzelgleichung 111
 - Wurzelkriterium 594
 - Wurzelsatz von Vieta 102, 105
 - Wurzelwert 60
- X**
- XOR, logisches 23
- Z**
- Zahl, Eulersche 82, 368
 - , Ludolfsche (π) 146
 - Zahlen, algebraische 48
 - , Bernoullische 604, 749, 759
 - , Eulersche 606, 752
 - , ganze 47
 - , gemischte 51
 - , imaginäre 67
 - , irrationale 48
 - , komplexe 66
 - , konjugiert komplexe 67
 - , natürliche 46
 - , nicht-negative ganze 46
 - , positive ganze 46
 - , pythagoreische 136
 - , rationale 47
 - , reelle 46
 - , transzendente 48
 - Zahlenebene, Gaußsche 67, 388, 412
 - Zahlenfolge 79
 - Zahlengerade 47
 - Zahlenkörper 49
 - Zahlenreihe(n), Summen von 596
 - , unendliche 593
 - Zahlenstrahl 46
 - Zahlensystem, polyadisches 40
 - , römisches 45
 - Zahlentripel 256
 - Zähler 48
 - Zählergrad 365
 - Zählprinzip 74
 - Zangenregel 81, 343
 - Zehneck, regelmäßiges 143
 - Zehnerpotenzen 777
 - Zeigeraddition 70
 - Zeigerdarstellung 387
 - Zeigerdiagramm 388
 - Zeile einer Matrix 172
 - Zeilenindex 172
 - Zeilenstufenform 202
 - Zeilensummennorm 182
 - Zeilenvektor 173
 - Zeitbereich 623, 626
 - Zeitkonstante 369
 - Zeitreihe 647
 - Zeitrente 89
 - zentraler Grenzwertsatz 691
 - zentrales Moment 2. Ordnung 676
 - einer zufälligen Variablen 676
 - zentralsymmetrisch 129, 357
 - zentralsymmetrisches Feld 513
 - Zentralwert 649 f., 653
 - zentrifugales Flächenmoment 508

- zentrische Streckung 233, 235
 Zenriwinkel 145
 Zentrum einer Ellipse 294
 – einer Hyperbel 308
 – eines Kreises 288
 Zerfall, radioaktiver 370, 684, 693 f.
 Zerfallen einer Fläche 2. Ordnung 317
 Zerfallsgeschwindigkeit 370
 Zerfallskonstante 370
 Zerlegung eines Vektors 250
 – in Linearfaktoren 356
 Ziehen mit Zurücklegen 669, 680
 – ohne Zurücklegen 669 f., 685, 696 f.
 Zielfunktion 216
 Ziffer 40
 Ziffernauslöschung 61
 Zinsen 86
 Zinseszinsseffekt 647
 Zinseszinsformel von Leibniz 87
 Zinseszinsrechnung 87
 Zinsfaktor 86
 Zinsfuß 86, 88
 Zinsperioden 86
 Zinsrechnung 86
 Zirkulation eines Vektorfeldes 518,
 522, 531
 Zissoide 402
 z-Test 710
 Zufall 663
 zufällige Variable 671
 –, Dichtefunktion 673
 –, diskrete 672
 –, Erwartungswert 674
 –, Exzess 679
 –, Kurtosis 679
 –, Momente 676
 –, Schiefe 678
 –, Standardabweichung 677
 –, standardisierte 678
 –, stetige 673
 –, unabhängige 677
 –, Varianz 676
 –, Verteilungsfunktion 673 f.
 –, Wahrscheinlichkeitsfunktion 672
 –, Wölbung 679
 –, zentrale Momente 676
 Zufallsexperiment 663
 Zufallsgröße 671
 Zufallsstichprobe 667, 696 f.
 Zufallsvariable 671
 Zugehörigkeitsfunktion 39
 Zugehörigkeitsgrad 39
 zulässige Basislösung 218
 – kanonische Form 218
 – Lösung 217 f.
 Zusammenfassungsgesetz 35
 zusammengesetzte Quadraturfor-
 meln 486
 zusammengesetzter Term 93
 Zweckfunktion 216
 Zweieck, sphärisches 160 f.
 Zweierlogarithmus 63
 Zweiermenge 31
 Zweiersystem 41
 Zweipunkt-Form der Geradenglei-
 chung 264, 267
 zweireihige Determinante 194
 zweischaliges Hyperboloid 320
 zweiseitiger Test 705, 707, 710 ff.
 Zweiweggleichrichtung 620
 zweiwertige Variable 21
 Zwischenwertsatz 352
 Zwölfeck, regelmäßiges 143
 zyklische Vertauschung 131
 Zykloide 404
 –, gewöhnliche 404
 –, verkürzte 405
 –, verlängerte 405
 zyklometrische Funktionen 389
 – –, Reihen für 606
 – Reihen 606
 Zylinder 154, 322
 –, elliptischer 322
 –, hyperbolischer 323
 –, parabolischer 323
 –, Volumen 502
 Zylinderabschnitt 154
 Zylinderfunktion 561
 Zylinderhuf 154
 Zylinderkoordinaten 260, 322
 zylindersymmetrisches Feld 513