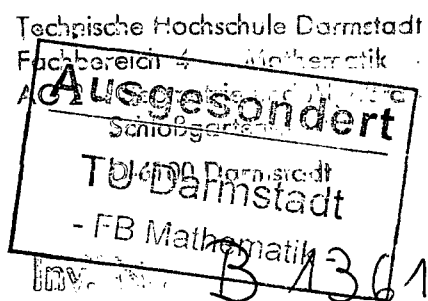


Oswald Giering

Vorlesungen über höhere Geometrie

unter Mitwirkung von Johann Hartl

Mit zahlreichen Aufgaben, Figuren und Tabellen



Friedr. Vieweg & Sohn

Braunschweig/Wiesbaden

INHALTSVERZEICHNIS

KAPITEL 1. PROJEKTIVER RAUM ÜBER EINEM VEKTORRAUM

1A. Begriff des projektiven Raumes	1
1B. k -Ebenen	4
1C. Dimensionsformel und Folgerungen	10
1D. Projektive Koordinaten	11
1E. Koordinatendarstellungen der k -Ebenen.	16

KAPITEL 2. PROJEKTIVE ABBILDUNGEN, KOLLINEATIONEN

2A. Begriff der projektiven Abbildung.	20
2B. Eigenschaften projektiver Abbildungen.	23
2C. Koordinatendarstellungen projektiver Abbildungen	27
2D. Projektivitäten, projektive Gruppe	31
2E. Kollineationen	37

KAPITEL 3. DUALITÄTSPRINZIP, KORRELATIONEN

3A. Dualitätsprinzip der projektiven Räume	42
3B. Koordinatendarstellungen des Dualitätsprinzips	46
3C. Korrelationen.	51

KAPITEL 4. QUADRIKEN

4A. Begriff der Quadrik.	52
4B. Koordinatendarstellungen der Quadriken	54
4C. Klassifikation der Quadriken, Normalformen, Quadrikinvarianten	55
4D. k -Ebenen und Quadriken	65
4E. Polarentheorie der Quadriken	72
4F. Weitere Quadrikeneigenschaften	80
4G. Quadriken mit Außen- und Innengebiet	91
4H. Dualisierung der Quadriken	95

KAPITEL 5. GEOMETRIE ALS INVARIANTENTHEORIE EINER GRUPPE

5A. Geometrie-Modelle und ihre Transformationsgruppen.	101
5B. Absolutfigur, Schauplatz, Ordnungsprinzip.	103
5C. Übertragungen, Geometrien.	106

KAPITEL 6. CAYLEY/KLEIN-RÄUME

6A. Begriff des Cayley/Klein-Raumes.	110
6B. Koordinatendarstellungen der Absolutfiguren.	113

6C. Entartete und nichtentartete Cayley/Klein-Räume.	116
6D. In k -Ebenen induzierte Cayley/Klein-Räume.	121
6E. Dualisierung der Absolutfiguren.	129
6F. Dreidimensionale Cayley/Klein-Räume.	135
6G. Cayley/Klein-Ebenen.	137
6H. Polsimplexe der Absolutfiguren.	139
KAPITEL 7. ÄHNLICHKEITEN UND BEWEGUNGEN AUF CAYLEY/KLEIN-RÄUMEN	
7A. F-Projektivitäten, Ähnlichkeits- und Bewegungs- invarianten.	146
7B. Ähnlichkeiten und Bewegungen mit Fixpunkten.	154
7C. Ähnlichkeits- und Bewegungsgruppen.	156
7D. Projektivspiegelungen, Streckungen.	161
7E. Ergänzungen. (1.Hyperbolische Räume 163, 2.Semieuklidische Räume 165)	163
KAPITEL 8. ABSTANDS- UND WINKELMETRIKEN IN CAYLEY/KLEIN-RÄUMEN	
8A. Geraden und Absolutfiguren.	166
8B. Abstands- und Winkelmetriken.	169
8C. Ergänzungen. (1.Hyperbolische Räume 183, 2.Elliptische Räume 184, 3.Eukli- dische und pseudoeklidische Räume 184, 4.Isotrope Räume 188)	183
8D. Strecken und Sektoren.	189
KAPITEL 9. K-EBENEN IN CAYLEY/KLEIN-RÄUMEN	
9A. k -Ebenen und Absolutebenen.	194
9B. Totalpolare einer regulären k -Ebene.	196
9C. Koordinatendarstellungen der Totalpolaren einer regulären k -Ebene.	198
9D. Orthogonalität in Cayley/Klein-Räumen.	201
9E. Ergänzungen. (1.Hyperbolische Räume 209, 2.Elliptische Räume 210, 3.Quasi- hyperbolische und quasielliptische Räume 211, 4.Euklidische und pseudoeklidische Räume 212)	209
KAPITEL 10. PROJEKTIVE NICHTSTANDARDMODELLE VON CAYLEY/KLEIN-RÄUMEN	
10A. Bündelmodelle.	216
10B. Gegenpunktmodelle auf Ovalquadriken, duale Modelle.	218
10C. Geraden-Modell der hyperbolischen Ebene.	219
10D. Geraden-Modell des hyperbolischen Raumes P^5_{13}	223
10E. Matrizen-Modell des hyperbolischen Raumes P^3_{12}	234

KAPITEL 11. KINEMATISCHE MODELLE VON CAYLEY/KLEIN-RÄUMEN

- 11A. Kinematisches Modell des elliptischen Raumes P^3_{10} . . . 236
- 11B. Kinematisches Modell des hyperbolischen Raumes P^7_{14} . . . 240
- 11C. Kinematisches Modell des quasielliptischen Raumes $P^3_{2|00}$. . . 244

KAPITEL 12. CLIFFORD-PARALLELITÄT IN ELLIPTISCHEN RÄUMEN

- 12A. Historische Motivation 253
- 12B. Vorbereitungen 257
- 12C. Erzeugendenscharen der Absolutquadrik. 261
- 12D. $(1, q-1)$ -Reguli, Clifford-parallelele $(q-1)$ -Ebenen. . . . 264
- 12E. Clifford-Reguli. 269
- 12F. Zur Transitivität der Clifford-Parallelität. 273

KAPITEL 13. LORENTZ-RAUM UND SPEZIELLE RELATIVITÄTSTHEORIE

- 13A. Galilei-Transformationen und Galilei-Raum $P^4_{11|000}$. . . 276
- 13B. Lichtausbreitung 278
- 13C. Minkowski-Welt, Lorentz-Transformationen 279
- 13D. Minkowski-Welt und Lorentz-Raum $P^4_{1|01}$ 282
- 13E. Spezielle Lorentz-Transformationen 284

KAPITEL 14. CAYLEY/KLEIN-GEOMETRIEN IN NICHTENTARTETEN CAYLEY/KLEIN-RÄUMEN

- 14A. Vorbemerkungen über Cayley/Klein-Geometrien. 288
- 14B. Hyperbolische Geometrie. 290
(1.Grundbegriffe 290, 2.Parabolkegel 296, 3.Fundamentalflächen 299, 4.Kongruenzsätze 303, 5.Trigonometrie 306, 6.Blick in die Literatur 307)
- 14C. Möbius-Geometrie 311
(1.Grundbegriffe 311, 2.Orthogonalität 315, 3.Möbius-Bündel 315, 4.Blick in die Literatur 316)
- 14D. Elliptische Geometrie. 316
(1.Grundbegriffe 316, 2.Orthogonalität 318, 3.Dualitätsprinzip 320, 4.Blick in die Literatur 321)
- 14E. Projektive Liniengeometrie, Plücker-Geometrie. . . . 323
(1.Grundbegriffe 323, 2.Blick in die Literatur 325)
- 14F. Lie-Geometrie. 326
(1.Grundbegriffe 326, 2.Blick in die Literatur 326)

KAPITEL 15. CAYLEY/KLEIN-GEOMETRIEN IN ENTARTETEN CAYLEY/KLEIN-RÄUMEN

- 15A. Laguerre-Geometrien. 327
(1.Grundbegriffe 327, 2.Blick in die Literatur 330)
- 15B. Quasielliptische Geometrien. 330
(1.Grundbegriffe 331, 2.Blick in die Literatur 333)
- 15C. Euklidische und pseudoeuklidische Geometrien, iso-

trope Geometrien, Galilei- und Flaggen-Geometrien . .	333
(1.Grundbegriffe 333, 2.Blick in die Literatur 334)	

KAPITEL 16. BEZIEHUNGEN ZWISCHEN CAYLEY/KLEIN-GEOMETRIEN

16A. Bewegungsgruppe $B_{ q_0}^n$ als Faktorgruppe der Bewegungsgruppe $B_{ q_0}^{n+1}$	336
16B. Bewegungsgruppe $B_{ q_0}^n$ als Faktorgruppe der Bewegungsgruppe $B_{ q_0}^{n+1}$	339
16C. Bewegungsgruppe $B_{ q_0-10}^n$ als Untergruppe der Bewegungsgruppe $B_{ q_0}^{n+1}$	342

KAPITEL 17. NICHTSTANDARDMODELLE DER CAYLEY/KLEIN-GEOMETRIEN

17A. Projektive Nichtstandardmodelle.	346
(1. Involutionen-Modell der ebenen hyperbolischen Geometrie 346, 2. Gegenpunktmodell der Möbius-Geometrie 349)	
17B. Modelle von Cayley/Klein-Geometrien in Cayley/Klein-Räumen	350
(1. Modelle der hyperbolischen Geometrie im euklidischen Raum 350, 2. Modelle der Möbius-Geometrie im euklidischen Raum 358, 3. Modelle der elliptischen Geometrie im euklidischen Raum 358, 4. Modelle der Laguerre-Geometrien im euklidischen Raum 360, 5. Modelle der quasielliptischen Geometrien im euklidischen Raum 369, 6. Modelle der Galilei-Geometrien im zugeordneten pseudo-euklidischen Raum 370)	

KAPITEL 18. STEREOGRAPHISCHE PROJEKTION

18A. Begriff der stereographischen Projektion	372
18B. Koordinatendarstellungen	375
18C. Stereographische Projektion der Sphären.	379
18D. Ergänzungen im P^2 und P^3	383

KAPITEL 19. INVERSION

19A. Begriff der Inversion, Koordinatendarstellung. . . .	390
19B. Eigenschaften der Inversion.	392
19C. Kugelbündel.	396

KAPITEL 20. KONFORME NICHTSTANDARDMODELLE

20A. Konforme Modelle der hyperbolischen Geometrie. . . .	398
(1. Poincaré-Modell 398, 2. Varianten des Poincaré-Modells 401, 3. Anwendungen 407)	
20B. Konformes Modell der Möbius-Geometrie.	408
(1. Grundbegriffe 408, 2. Orthogonalität 412, 3. Anwendung 413)	
20C. Konformes Modell der elliptischen Geometrie. . . .	414
20D. Konformes Modell der Lie-Geometrie	419
20E. Konforme Modelle der Laguerre-Geometrien	425

KAPITEL 21. LOKALE KURVENTHEORIE IN CAYLEY/KLEIN-RÄUMEN

21A. Kurvenbegriff, Schmiege-k-Ebenen.	431
21B. Begleitsimplex der Hauptkurven	435
21C. Invariante Parametrisierung der Hauptkurven.	438
21D. Ableitungsgleichungen.	443
21E. Ergänzungen.	452
(1.Hyperbolische Räume 452, 2.Elliptische Räume 453, 3.Quasi-hyperbolische und quasielliptische Räume 453, 4.Euklidische und pseudoeklidische Räume 455, 5.Flaggenräume 455)	

KAPITEL 22. LOKALE HYPERFLÄCHENTHEORIE IN CAYLEY/KLEIN-RÄUMEN

22A. Hyperflächenbegriff.	457
22B. Flächenkurven, Tangentenhyperebenen.	461
22C. Hauptflächen	465
22D. Abstandsmetrik der Hauptflächen, erste Grundformen.	471
22E. Begleitsimplex der Hauptflächen.	479
22F. Ergänzungen.	483
(1.Hyperbolische Räume 483, 2.Elliptische Räume 484, 3.Quasi-elliptische Räume, 4.Euklidische und pseudoeklidische Räume 485, 5.Isotrope Räume 485, 6.Flaggenräume)	
22G. Ableitungsgleichungen der Hauptflächen	486
22H. Zweite Grundform der Hauptflächen.	497
22I. Winkelmetrik der Hauptflächen, dritte Grundformen.	505
22J. Oberfläche einer Hauptfläche, Betrag der Gauß-Krümmung	509
22K. Ergänzungen.	514
(1.Nichtentartete Cayley/Klein-Räume 514, 2.Euklidische Räume 515)	
22L. Normalkrümmung, Meusnier-Formeln	517

KAPITEL 23. BLICK IN DIE DIFFERENTIALGEOMETRISCHE LITERATUR

23A. Nichtentartete Cayley/Klein-Räume.	526
23B. Einfach entartete Cayley/Klein-Räume	532
23C. Mehrfach entartete Cayley/Klein-Räume.	534
23D. Anwendungen der Cayley/Klein-Räume	535

LITERATURVERZEICHNIS.	538
-------------------------------	-----

SACHVERZEICHNIS	593
---------------------------	-----