

Inhalt

Kap. I. Das kleine Einmaleins der Kombinatorik

§ 1. Mengen	13
§ 2. Einfache Anzahlaussagen	17
1. Allgemeines	17
2. Die Formel $ M^N = M ^{ N }$	17
3. Die Formel $ S_n = n!$	18
4. Die Formel $ N = n \Rightarrow \mathfrak{P}_k(N) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$	19
§ 3. Das Prinzip von der Ein- und Ausschließung	23
1. Das Prinzip der Ein- und Ausschließung für beliebige Gewichtsfunktionen	24
2. Zahlentheoretische Anwendungen der Siebformel	26
3. Das Ménageproblem	28
4. Permanenten	30

Kap. II. Der Heiratssatz und seine Verwandten

§ 1. Der Heiratssatz [1935]	33
§ 2. Zum Heiratssatz verwandte Sätze	36
1. Die Sätze von König [1916] und Dilworth [1950]	37
2. Die logische Äquivalenz des Heiratssatzes, des Satzes von König und des Satzes von Dilworth	38
a) Aus dem Heiratssatz folgt der Satz von König	38
b) Aus dem Satz von König folgt der Heiratssatz	39
c) Aus dem Satz von Dilworth folgt der Satz von König	40
d) Aus dem Satz von König folgt der Satz von Dilworth	40
3. Verwandte Ergebnisse	42
a) Ein direkter Beweis des Satzes von Dilworth (nach Harper-Rota [1971])	42
b) Ein Resultat von Sperner [1928a]	43
4. Der Satz von Menger [1927]	44
5. Unendliche Heiraten	46
§ 3. Das Schnitt-Fluß-Theorem von Ford-Fulkerson [1956]	48
1. Einleitung	48
2. Orientierte Graphen	49
3. Netzwerke	50
4. Flüsse und Kapazitätsverteilungen	50

5. Schnitte	52
6. Flußmaximierung	53
7. Das Schnitt-Fluß-Theorem [1956]	53
8. Herleitung des Heiratssatzes aus dem Schnitt-Fluß-Theorem	56
9. Der Satz von Baranyai [1975]	58

Kap. III. Orthogonale lateinische Quadrate

§ 1. Problemstellung und Historisches	63
§ 2. Grundbegriffe und einfache Existenzaussagen	65
§ 3. Normierung lateinischer Quadrate. $N(n) \leq n - 1$	67
§ 4. $N(p^s) = p^s - 1$	69
§ 5. $N(p_1^{s_1} \dots p_q^{s_q}) = \min \{p_1^{s_1} - 1, \dots, p_q^{s_q} - 1\}$ (MacNeish [1922])	69
§ 6. Auflösbare orthogonale (k, n) -Anordnungen	72
§ 7. Ein Lemma von Ray-Chaudhuri	73
§ 8. Widerlegung der Euler'schen Vermutung	75

Kap. IV. Der Satz vom Diktator

§ 1. Einleitung	77
§ 2. Mächtige Familien	79
§ 3. Auswege	83

Kap. V. 0-1-Folgen

§ 1. Die Morse-Folge 01101001	85
§ 2. Fastperiodizität	89

Kap. VI. Der Satz von Ramsey

§ 1. Die klassische, finite Version des Satzes von Ramsey [1930]	93
§ 2. Die unendliche Version des Satzes von Ramsey	97

Kap. VII. Die Sätze von van der Waerden [1926] und Hales-Jewett [1963]

§ 1. Arithmetische Progressionen	101
§ 2. Schöne Mengen	101
§ 3. Der Satz von van der Waerden [1926]	102
§ 4. Umformungen des Satzes von van der Waerden	102
1. Die finite Version des Satzes	102
2. Die Interpretation der finiten Version als Färbungsproblem	103
§ 5. Zurückführung der chromatischen Version des Satzes von van der Waerden auf einen allgemeineren Satz	104

§ 6. Beweis von Satz 5.1	105
§ 7. Historische Bemerkungen	107
1. Die Vermutung von Erdős und Turán [1936] und der Satz von Szemerédi [1975]	107
2. Die Untersuchungen von Schur [1916], Rado [1933] und Deuber [1973]	109
§ 8. Das Hales-Jewett-Theorem [1963]	112
1. Bezeichnungen	112
2. Formulierung des Hales-Jewett-Theorems	112
3. Beweisplan für das Hales-Jewett-Theorem	113
4. Beweis von (11)	114
5. Beweis von (12)	116

Kap. VIII. Codes

§ 1. Einleitung	117
§ 2. Sofort entzifferbare und eindeutig entzifferbare Codes	117
§ 3. Fehlerentdeckende und fehlerkorrigierende Codes	121
§ 4. Elemente der algebraischen Code-Theorie	127
1. Vorbemerkungen	127
2. Grundlegende Aussagen über Codes	127
a) Allgemeine Anzahlabschätzungen für Codes	127
b) Lineare Codes	131
c) Hamming-Codes	133
d) Zyklische Codes und Polynomideale	134
3. BCH-Codes	136

Kap. IX. Projektive Ebenen

§ 1. Einleitung	139
1. Allgemeines	139
2. Einfache Anzahlaussagen	140
3. Ein Satz über Polaritäten	141
§ 2. Das Freundschaftstheorem von Erdős-Rényi-Sós [1966]	144
1. Problemstellung	144
2. Ein Beispiel	145
3. Das Theorem von Erdős-Rényi-Sós [1966]	146
§ 3. Das Nichtexistenz-Theorem von Bruck-Ryser [1949]	148

Kap. X. Blockpläne

§ 1. Einleitung	155
§ 2. Definitionen und erste Beispiele	156
§ 3. Grundlegende Anzahlaussagen	159

§ 4. Beispiele von (ggf. auflösbaren) Blockplänen	161
§ 5. Kompositionssätze	167
§ 6. Allgemeine Lösung des Kirkman-Problems	174

Kap. XI. Partitionen

§ 1. Grundbegriffe	181
§ 2. Erzeugende Funktionen	182
§ 3. Erzeugende Funktionen von Partitions-Anzahlen	183
§ 4. Euler's Pentagonalzahlen-Theorem	186

Kap. XII. Pólya's Abzähltheorie

§ 1. Einleitung	197
§ 2. Der Zyklenindex einer Permutationsgruppe	197
§ 3. Der Satz von Burnside	201
§ 4. Der Satz von Pólya	203
§ 5. Alkohole	206
1. Bäume und Strünke	207
2. Abzählung der Alkohol-Muster nach Pólya	208

Kap. XIII. Kombinatorische Betrachtungen topologischen Ursprungs

§ 1. Einleitung	211
§ 2. Das Königsberger Brückenproblem	211
§ 3. Der Euler'sche Polyedersatz	214
§ 4. Der Fünffarbensatz	216
§ 5. Hamilton'sche Kreise	222
1. Einleitung	222
2. Die Sätze von Dirac und Ore	224
3. Der Satz von Pósa	224
§ 6. Das Sperner'sche Lemma	228

Kap. XIV. Spiele auf Graphen

§ 1. Einleitung	231
§ 2. Das Kuhn'sche Gleichgewichts-Theorem für Baumspiele	231
§ 3. Spiele vom Typ „Nimm“	234
1. Eine einfache Variante des Nimm-Spiels	234
2. Das klassische Nimm-Spiel	235
3. Spiel-Graphen	237
a) Spiel-Graphen	237
b) Kerne von Spiel-Graphen	238
c) Grundy-Funktionen	239

Kap. XV. Spezielle Folgen von ganzen Zahlen

§ 1. Einleitung	243
§ 2. Die Fibonacci-Zahlen	244
§ 3. Die Rencontre-Zahlen	245
§ 4. Die ménage-Zahlen	247
§ 5. Die Bell'schen Zahlen	248
§ 6. Die Partitionszahlen	249
§ 7. Die Catalan'schen Zahlen	251
§ 8. Die Stirling-Zahlen 2. Art	253
§ 9. Die Stirling-Zahlen 1. Art	256
Literatur	259
Register	269