

Inhaltsverzeichnis

Differential- und Integralrechnung, Kapitel 1 – 14	1
1 Grundlagen und Bezeichnungen	3
1.1 Mengen und Abbildungen	3
1.2 Elemente der Logik	5
2 Zahlen	7
2.1 Natürliche und rationale Zahlen	7
2.1.1 Natürliche Zahlen	7
2.1.2 Rationale Zahlen	12
2.2 Reelle Zahlen	14
2.3 Komplexe Zahlen	15
3 Folgen und Grenzwerte	17
4 Reihen	23
5 Elemente der Topologie und der Funktionalanalysis	27
5.1 Mächtigkeit von Mengen	27
5.2 Metrische Räume	29
5.3 Reelle Punktmengen	32
5.4 Kompakte Mengen	35
5.5 Normierte Räume und Hilberträume	38
6 Stellenwertsysteme und die Zahl e	43
6.1 Stellenwertsysteme	43
6.2 Die Zahl e	45
7 Funktionen einer reellen Veränderlichen	47
7.1 Stetige Funktionen	47
7.2 Funktionenfolgen	55
7.3 Elementare Funktionen	58
7.3.1 Die Exponentialfunktion und der Logarithmus	58
7.3.2 Sinus, Cosinus und Hyperbelfunktionen	60

7.4 Differenzierbare Abbildungen	64
7.5 Der Mittelwertsatz und Folgerungen	68
8 Integration im \mathbb{R}^1	75
8.1 Stammfunktionen	75
8.2 Treppenfunktionen und ihre Integrale	79
8.3 Regelfunktionen	83
8.4 Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	87
8.5 Vertauschung von Grenzprozessen	89
8.6 Parameterabhängige Integrale	92
8.7 Uneigentliche Integrale	94
8.8 Das Riemannsche Integral	98
9 Reihen von Funktionen	101
9.1 Differentiation und Integration	101
9.2 Potenzreihen	103
9.3 Taylorreihen	109
9.4 Der Weierstraßsche Approximationssatz	114
9.5 Orthonormalsysteme	119
9.6 Konvergenz von Fourierreihen	124
10 Die Topologie des \mathbb{R}^n	131
10.1 \mathbb{R}^n als normierter Vektorraum	131
10.2 Stetigkeit und Kompaktheit	134
11 Funktionen mehrerer Veränderlicher	139
11.1 Differenzierbare Abbildungen	139
11.2 Der Mittelwertsatz	148
11.3 Höhere Ableitungen	150
11.4 Extrema unter Nebenbedingungen	160
12 Kurven und Flächen	165
12.1 Weglängen	165
12.2 Kurven in der Ebene und im Raum	169
12.3 m -dimensionale Flächen im \mathbb{R}^n	171
13 Integration im \mathbb{R}^n	177
13.1 Maße und messbare Funktionen	177
13.2 Das Lebesgue-Integral	184
13.3 Iterierte Integrale	191
13.4 Der Transformationssatz	194
13.5 Kurvenintegrale und Flächenintegrale	197
13.6 Die Integralsätze von Gauß und Stokes	207

14 Lokale Umkehrbarkeit und implizite Funktionen	217
14.1 Lokale Umkehrbarkeit	217
14.2 Implizite Funktionen	219
Gewöhnliche Differentialgleichungen, Kapitel 15 – 19	225
15 Differentialgleichungen – Beispiele	227
16 Klassische Existenz- und Eindeutigkeitssätze	233
17 Spezielle Lösungsmethoden	243
17.1 Spezielle Gleichungen	243
17.2 Lineare Systeme	248
18 Qualitative Aspekte	257
18.1 Stabilität	261
18.2 Periodische Lösungen (im \mathbb{R}^2)	266
18.3 Phasenporträts: Beispiele	267
19 Rand- und Eigenwertaufgaben	273
19.1 Lineare Randwertaufgaben n -ter Ordnung	274
19.2 Die Greensche Funktion	277
19.3 Eigenwertaufgaben	283
Prüfungsvorbereitung	293
20 Prüfungsvorbereitung	295
20.1 Analysis I: Kapitel 1 – 9	295
20.2 Analysis II: Kapitel 10 – 14	298
20.3 Analysis III: Gewöhnliche Differentialgleichungen	301
Literaturverzeichnis	303
Notation	305
Index	309