

# Inhaltsverzeichnis

<b>Differential- und Integralrechnung, Kapitel 1 – 14</b>	<b>1</b>
<b>1 Grundlagen und Bezeichnungen</b>	<b>3</b>
1.1 Mengen und Abbildungen . . . . .	3
1.2 Elemente der Logik . . . . .	5
<b>2 Zahlen</b>	<b>7</b>
2.1 Natürliche und rationale Zahlen . . . . .	7
2.1.1 Natürliche Zahlen . . . . .	7
2.1.2 Rationale Zahlen . . . . .	12
2.2 Reelle Zahlen . . . . .	14
2.3 Komplexe Zahlen . . . . .	15
<b>3 Folgen und Grenzwerte</b>	<b>17</b>
<b>4 Reihen</b>	<b>23</b>
<b>5 Elemente der Topologie und der Funktionalanalysis</b>	<b>27</b>
5.1 Mächtigkeit von Mengen . . . . .	27
5.2 Metrische Räume . . . . .	29
5.3 Reelle Punktmengen . . . . .	32
5.4 Kompakte Mengen . . . . .	35
5.5 Normierte Räume und Hilberträume . . . . .	38
<b>6 Stellenwertsysteme und die Zahl <math>e</math></b>	<b>43</b>
6.1 Stellenwertsysteme . . . . .	43
6.2 Die Zahl $e$ . . . . .	45
<b>7 Funktionen einer reellen Veränderlichen</b>	<b>47</b>
7.1 Stetige Funktionen . . . . .	47
7.2 Funktionenfolgen . . . . .	55
7.3 Elementare Funktionen . . . . .	58
7.3.1 Die Exponentialfunktion und der Logarithmus . . . . .	58
7.3.2 Sinus, Cosinus und Hyperbelfunktionen . . . . .	60

7.4	Differenzierbare Abbildungen . . . . .	64
7.5	Der Mittelwertsatz und Folgerungen . . . . .	68
<b>8</b>	<b>Integration im <math>\mathbb{R}^1</math></b>	<b>75</b>
8.1	Stammfunktionen . . . . .	75
8.2	Treppenfunktionen und ihre Integrale . . . . .	79
8.3	Regelfunktionen . . . . .	83
8.4	Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung . . . . .	87
8.5	Vertauschung von Grenzprozessen . . . . .	89
8.6	Parameterabhängige Integrale . . . . .	92
8.7	Uneigentliche Integrale . . . . .	94
8.8	Das Riemannsche Integral . . . . .	98
<b>9</b>	<b>Reihen von Funktionen</b>	<b>101</b>
9.1	Differentiation und Integration . . . . .	101
9.2	Potenzreihen . . . . .	103
9.3	Taylorreihen . . . . .	109
9.4	Der Weierstraßsche Approximationssatz . . . . .	114
9.5	Orthonormalsysteme . . . . .	119
9.6	Konvergenz von Fourierreihen . . . . .	124
<b>10</b>	<b>Die Topologie des <math>\mathbb{R}^n</math></b>	<b>131</b>
10.1	$\mathbb{R}^n$ als normierter Vektorraum . . . . .	131
10.2	Stetigkeit und Kompaktheit . . . . .	134
<b>11</b>	<b>Funktionen mehrerer Veränderlicher</b>	<b>139</b>
11.1	Differenzierbare Abbildungen . . . . .	139
11.2	Der Mittelwertsatz . . . . .	148
11.3	Höhere Ableitungen . . . . .	150
11.4	Extrema unter Nebenbedingungen . . . . .	160
<b>12</b>	<b>Kurven und Flächen</b>	<b>165</b>
12.1	Weglängen . . . . .	165
12.2	Kurven in der Ebene und im Raum . . . . .	169
12.3	$m$ -dimensionale Flächen im $\mathbb{R}^n$ . . . . .	171
<b>13</b>	<b>Integration im <math>\mathbb{R}^n</math></b>	<b>177</b>
13.1	Maße und messbare Funktionen . . . . .	177
13.2	Das Lebesgue-Integral . . . . .	184
13.3	Iterierte Integrale . . . . .	191
13.4	Der Transformationssatz . . . . .	194
13.5	Kurvenintegrale und Flächenintegrale . . . . .	197
13.6	Die Integralsätze von Gauß und Stokes . . . . .	207

<b>14 Lokale Umkehrbarkeit und implizite Funktionen</b>	<b>217</b>
14.1 Lokale Umkehrbarkeit . . . . .	217
14.2 Implizite Funktionen . . . . .	219
<b>Gewöhnliche Differentialgleichungen, Kapitel 15 – 19</b>	<b>225</b>
<b>15 Differentialgleichungen – Beispiele</b>	<b>227</b>
<b>16 Klassische Existenz- und Eindeutigkeitsätze</b>	<b>233</b>
<b>17 Spezielle Lösungsmethoden</b>	<b>243</b>
17.1 Spezielle Gleichungen . . . . .	243
17.2 Lineare Systeme . . . . .	248
<b>18 Qualitative Aspekte</b>	<b>257</b>
18.1 Stabilität . . . . .	261
18.2 Periodische Lösungen (im $\mathbb{R}^2$ ) . . . . .	266
18.3 Phasenporträts: Beispiele . . . . .	267
<b>19 Rand- und Eigenwertaufgaben</b>	<b>273</b>
19.1 Lineare Randwertaufgaben $n$ -ter Ordnung . . . . .	274
19.2 Die Greensche Funktion . . . . .	277
19.3 Eigenwertaufgaben . . . . .	283
<b>Prüfungsvorbereitung</b>	<b>293</b>
<b>20 Prüfungsvorbereitung</b>	<b>295</b>
20.1 Analysis I: Kapitel 1 – 9 . . . . .	295
20.2 Analysis II: Kapitel 10 – 14 . . . . .	298
20.3 Analysis III: Gewöhnliche Differentialgleichungen . . . . .	301
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>303</b>
<b>Notation</b>	<b>305</b>
<b>Index</b>	<b>309</b>