HANSER

Leseprobe

Hans-Jochen Bartsch

Taschenbuch mathematischer Formeln für Ingenieure und Naturwissenschaftler

ISBN (Buch): 978-3-446-43800-2

ISBN (E-Book): 978-3-446-43735-7

Weitere Informationen oder Bestellungen unter

http://www.hanser-fachbuch.de/978-3-446-43800-2

sowie im Buchhandel.

Schwerpunkt S liegt auf der Verbindungslinie der Rechteckmitten im Abstand von der Grundfläche:

$$\frac{h}{2} \cdot \frac{ab + ad + cb + 3cd}{2ab + ad + bc + 2cd}$$

Keil

(Grundfläche rechteckig, Seitenflächen gleichschenklige Dreiecke und Trapeze)

$$V = \frac{bh}{6}(2a + c)$$

Schwerpunkt wie Obelisk mit $d = 0$

4.2.2.4 Die fünf regelmäßigen Polyeder

(*Platonische Körper*, von regelmäßigen kongruenten Vielecken begrenzt)

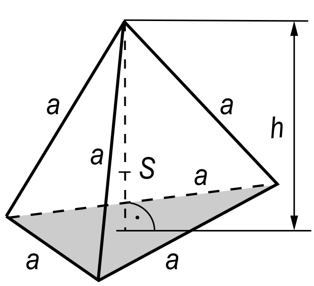
Tetraeder (dreiseitige regelmäßige Pyramide)

(6 Kanten, 4 Ecken, von 4 gleichseitigen Dreiecken begrenzt)

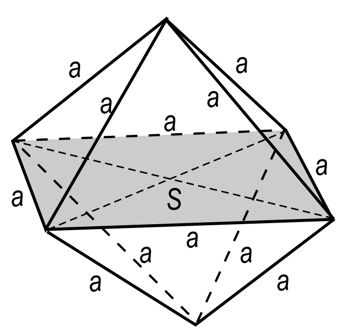
$$V = \frac{a^3}{12}\sqrt{2} \qquad A_{\mathrm{O}} = a^2\sqrt{3}$$

$$r_{\mathrm{i}} = \frac{a}{12}\sqrt{6} \qquad r_{\mathrm{u}} = \frac{a}{4}\sqrt{6}$$

Schwerpunkt S liegt auf der Höhe im Abstand $\frac{h}{4}$ von der Grundfläche. Er ist Mittelpunkt der ein- und umbeschriebenen Kugel.



Tetraeder



Oktaeder

Hexaeder (Würfel)

(12 Kanten, 8 Ecken, von 6 Quadraten begrenzt) siehe 4.2.2.1.

Oktaeder

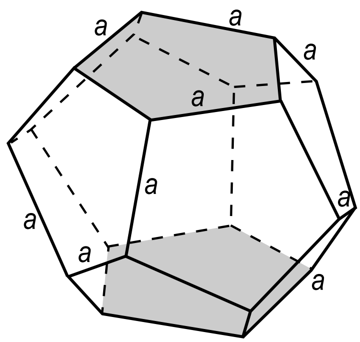
(12 Kanten, 6 Ecken, von 8 gleichseitigen Dreiecken begrenzt)

$$V = \frac{a^3}{3}\sqrt{2} \qquad A_\mathrm{O} = 2a^2\sqrt{3}$$

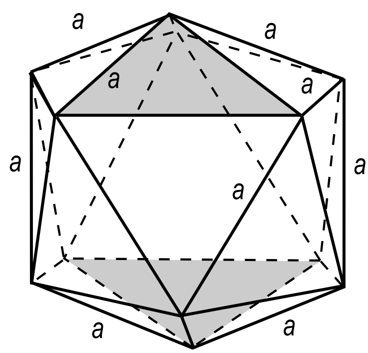
$$r_\mathrm{i} = \frac{a}{6}\sqrt{6} \qquad r_\mathrm{u} = \frac{a}{2}\sqrt{2}$$

Schwerpunkt S ist der Schnittpunkt der Diagonalen des gemeinsamen Grundquadrates.

4



Dodekaeder



Ikosaeder

Dodekaeder

(30 Kanten, 20 Ecken, von 12 regelmäßigen Fünfecken begrenzt)

$$V = \frac{a^3}{4}\left(15 + 7\sqrt{5}\right) \qquad A_\mathrm{O} = 3a^2\sqrt{5\left(5 + 2\sqrt{5}\right)}$$

$$r_\mathrm{i} = \frac{a}{20}\sqrt{10\left(25 + 11\sqrt{5}\right)} \qquad r_\mathrm{u} = \frac{a\sqrt{3}}{4}\left(1 + \sqrt{5}\right)$$

Ikosaeder

(30 Kanten, 12 Ecken, von 20 gleichseitigen Dreiecken begrenzt)

$$V = \frac{5a^3}{12}\left(3 + \sqrt{5}\right) \qquad A_\mathrm{O} = 5a^2\sqrt{3}$$

$$r_\mathrm{i} = \frac{a\sqrt{3}}{12}\left(3 + \sqrt{5}\right) \qquad r_\mathrm{u} = \frac{a}{4}\sqrt{2\left(5 + \sqrt{5}\right)}$$

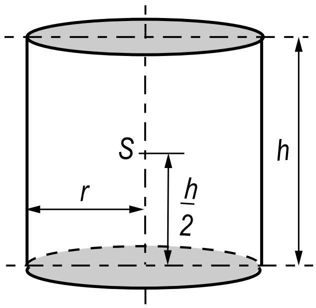
4.2.3 Krummflächig begrenzte Körper

4.2.3.1 Zylinder, Zylinderabschnitt

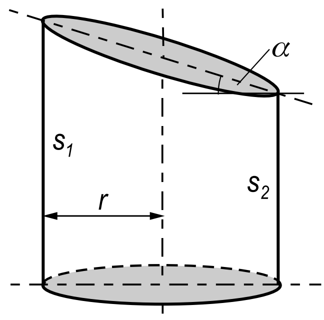
U Umfang des Querschnitts normal zur Achse
s Seitenlinie

$$V = A_G h$$

$$A_O = 2A_G + A_M \qquad A_M = Us$$



Gerader Kreiszylinder



Schief abgeschnittener Kreiszylinder

Gerader Kreiszylinder

$$V = \pi r^2 h \qquad s = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$A_M = 2\pi rh \qquad A_O = 2\pi r(r+h)$$

$$J = \frac{1}{2}mr^2 \quad \text{(Massenmoment 2. Grades)}$$

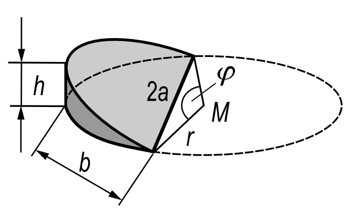
Schief abgeschnittener gerader Kreiszylinder

$$V = \frac{\pi r^2}{2}(s_1 + s_2)$$

$$A_M = \pi r(s_1 + s_2) \qquad A_O = \pi r\left(s_1 + s_2 + r + \sqrt{r^2 + \left(\frac{s_1 - s_2}{2}\right)^2}\right)$$

Schwerpunkt S liegt auf der Achse im Abstand $\frac{s_1 + s_2}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{r^2 \tan^2 \alpha^2}{s_1 + s_2}$ von der Grundfläche. α Neigungswinkel der Deckfläche gegen die Grundfläche.

Zylinderabschnitt (Zylinderhuf)



Zylinderhuf

φ Mittelpunktswinkel des Grundrisses
$2a$ Hufkante, r Radius des Grundkreises
h längste Mantellinie
b Lot vom Fußpunkt von h auf die Hufkante

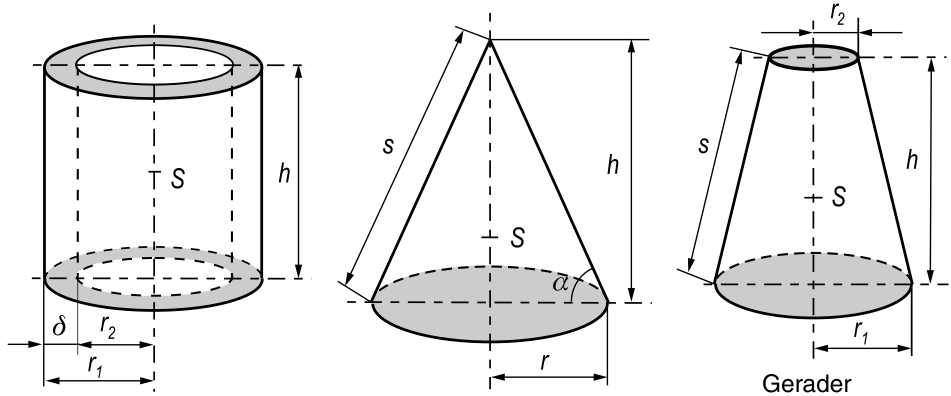
$$V = \frac{h}{3b}\left(a\left(3r^2 - a^2\right) + 3r^2\,(b-r)\,\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$A_\mathrm{M} = \frac{2rh}{b}\left((b-r)\frac{\varphi}{2} + a\right)$$

Für $a = b = r$ (Halbkreis) gelten nachstehende Formeln:

$$V = \frac{2}{3}r^2 h \qquad A_\mathrm{O} = A_\mathrm{M} + \frac{\pi}{2}r^2 + \frac{\pi}{2}r\sqrt{r^2 + h^2}$$

$$A_\mathrm{M} = 2rh$$



Hohlzylinder Gerader Kreiskegel Gerader Kreiskegelstumpf

Gerader Hohlzylinder (Rohr)

$\delta = r_1 - r_2$ Wanddicke

$r_\mathrm{m} = \dfrac{r_1 - r_2}{2}$ mittlerer Radius

$$V = \pi h\left(r_1^2 - r_2^2\right) = 2\pi r_\mathrm{m}\delta h$$

$A_\mathrm{M} = 2\pi h\left(r_1 + r_2\right)$ $A_\mathrm{O} = 2\pi\left(r_1 + r_2\right)\left(h + r_1 - r_2\right)$

$J = \dfrac{1}{2}m\left(r_1^2 - r_2^2\right)$ (Massenmoment 2. Grades)

4.2.3.2 Kegel, Kegelstumpf

$$V = \frac{1}{3}A_\mathrm{G}h \qquad A_\mathrm{O} = A_\mathrm{G} + A_\mathrm{M}$$

Gerader Kreiskegel

(Kreisfläche und gekrümmte, in eine Ebene abwickelbare Fläche, die in eine Spitze ausläuft), s Mantellinie, α *Böschungswinkel*