

# Inhaltsverzeichnis

<u>1. Einführung und Übersicht</u> .....	1
1.1 Systembegriff .....	1
1.2 Aufgaben der Systemdynamik .....	2
1.3 Übersicht .....	3
 <u>2. Mechanische Systeme mit endlich vielen Freiheitsgraden</u> .....	6
2.1 Betrachtetes System und Bezeichnungen .....	6
2.2 Bindungen .....	6
2.2.1 Geometrische Bindungen .....	7
2.2.2 Kinematische Bindungen .....	9
2.2.3 Holonome und nichtholonome Bindungen .....	10
2.3 Freiheitsgrade und virtuelle Verschiebungen .....	11
2.4 Hauptproblem der Dynamik .....	13
2.4.1 Eingeprägte Kräfte, Reaktionskräfte .....	13
2.4.2 Bewegungsgleichungen des gebundenen Systems .....	14
2.4.3 Ideale Bindungen .....	15
2.5 Fundamentalgleichung der Dynamik .....	17
2.6 Gesetze der Statik .....	17
2.6.1 Prinzip der virtuellen Verschiebungen .....	17
2.6.2 Gleichgewichtsbedingungen für den starren Körper ...	18
2.7 Prinzip von d'ALEMBERT .....	19
2.8 Gesetze der Dynamik .....	20
2.8.1 Energiesatz für skleronome Systeme .....	20
2.8.2 LAGRANGESche Gleichungen erster Art .....	21
 <u>3. Holonome Systeme</u> .....	28
3.1 Verallgemeinerte Koordinaten .....	28
3.2 Verallgemeinerte Kräfte .....	29
3.3 LAGRANGESche Gleichungen zweiter Art .....	31
3.4 Beispiele zu den LAGRANGESchen Gleichungen zweiter Art ...	35
3.5 Kinetische Energie in verallgemeinerten Koordinaten .....	45
3.6 Änderung der Gesamtenergie eines holonomen Systems .....	48

3.7 Herleitung der LAGRANGESchen Gleichungen zweiter Art aus dem Prinzip der kleinsten Wirkung von HAMILTON .....	51
3.8 Kanonische Gleichungen von HAMILTON .....	53
3.8.1 Gleichungen mit verallgemeinerten Impulsen .....	54
3.8.2 HAMILTONsche Gleichungen .....	55
3.8.3 Kanonische Gleichungen von HAMILTON für holonome Systeme in Potentialfeldern .....	56
3.8.4 Erste Integrale (Erhaltungssätze) .....	56
3.8.5 HAMILTON-JACOBI-Gleichung .....	58
3.8.6 Zusammenhang zwischen HAMILTON-JACOBI-Gleichung und der Theorie der optimalen Systeme .....	60
3.9 Drehbewegungen starrer Körper .....	60
3.9.1 EULER-Winkel .....	61
3.9.2 KARDAN-Winkel .....	64
3.9.3 Vergleich zwischen EULER-Winkeln und KARDAN-Winkeln .....	66
3.9.4 Dynamische EULER-Gleichungen .....	67
3.9.5 Drehbewegungen eines Satelliten bezüglich des bahnfesten Systems .....	69
3.9.6 Gravitationsstabilisierung eines Satelliten auf einer Kreisbahn .....	72
<u>4. Nichtholonome Systeme</u> .....	73
4.1 Beispiele nichtholonomer Systeme .....	73
4.2 Anzahl der Freiheitsgrade eines nichtholonomen Systems ...	75
4.3 Bewegungsgleichungen mit LAGRANGESchen Multiplikatoren ...	78
4.4 Pseudogeswindigkeiten und Gleichungen von APPELL .....	83
4.5 Herleitung der APPELLschen Gleichungen aus dem Prinzip des kleinsten Zwangs von GAUSS .....	93
4.5.1 Prinzip des kleinsten Zwangs .....	93
4.5.2 Gleichungen von APPELL .....	94
<u>5. Modelle technischer Systeme</u> .....	96
5.1 Gleichungen im Zustandsraum .....	96
5.2 Klassifikation der Kräfte .....	98
5.3 Linearisierung .....	99
5.4 Probleme der Systemdynamik .....	103
5.5 Systemdynamik und Mechanik .....	105
<u>6. Lösung linearer zeitinvarianter Systeme</u> .....	107
6.1 Klassisches Lösungsverfahren .....	107
6.2 Modernes Lösungsverfahren .....	109
6.2.1 Potenz und Funktion einer Matrix .....	109
6.2.2 Die Matrix $e^{At}$ .....	110

6.2.3 Lösung der homogenen Gleichung .....	112
6.2.4 Lösung der inhomogenen Gleichung .....	116
6.2.5 Physikalische Deutung der Fundamentalmatrix .....	118
6.3 Normalkoordinaten .....	123
6.3.1 Invarianz der Eigenwerte .....	123
6.3.2 Ungesteuerte Bewegung bei einfachen Eigenwerten ....	125
6.3.3 Auswirkung mehrfacher Eigenwerte .....	130
6.3.4 JORDANSche Normalform .....	132
6.3.5 Ungesteuerte und gesteuerte Bewegung bei mehr- fachen Eigenwerten .....	138
6.4 Anwendungsbeispiel Rendezvous-Problem .....	139
6.4.1 Bewegungsgleichungen .....	139
6.4.2 Lösung in den Koordinaten $x_1$ .....	142
6.4.3 Bewegungsgleichungen in Normalkoordinaten .....	143
6.4.4 Diskussion .....	146
<u>7. Stabilität linearer zeitinvarianter Systeme .....</u>	<u>149</u>
7.1 Gleichgewichtslagen .....	149
7.2 Zeitliches Verhalten der Lösungen .....	152
7.3 Stabilitätskriterien .....	155
7.3.1 Notwendige Stabilitätsbedingungen .....	155
7.3.2 Notwendige und hinreichende Stabilitätsbedingungen ..	156
7.4 Stabilitätsgebiete, Stabilitätsreserve, Stabilitätsgrad ..	160
7.5 Stabilität in erster Näherung .....	163
7.6 Anwendungsbeispiel Stabilität einer Drehzahlregelung .....	165
7.6.1 Bewegungsgleichungen .....	166
7.6.2 Stabilitätsbedingungen .....	168
7.7 Qualitative Betrachtung linearer Systeme .....	169
7.7.1 Betrachtung in Normalkoordinaten .....	170
7.7.2 Klassifikation linearer Systeme zweiter Ordnung ....	174
7.7.3 Strukturstabilität linearer Systeme zweiter Ordnung	177
<u>8. Lösung und Stabilität linearer holonomer Systeme .....</u>	<u>182</u>
8.1 Kleine Schwingungen konservativer Systeme .....	182
8.1.1 Bewegungsgleichungen .....	182
8.1.2 Lösung der Bewegungsgleichungen .....	185
8.1.3 Normalkoordinaten .....	193
8.1.4 Einige klassische Ergebnisse .....	199
8.2 Skleronome Systeme .....	201
8.2.1 Bewegungsgleichungen .....	201
8.2.2 Stabilitätskriterien .....	203

8.2.3 Gesteuerte Systeme ..... 207

8.3 Schlußbemerkung ..... 210

Anhang ..... 211

Literaturverzeichnis ..... 218

Sachverzeichnis ..... 222