

R. de Boer

# Vektor- und Tensorrechnung für Ingenieure

Mit 25 Abbildungen

Springer-Verlag  
Berlin Heidelberg New York 1982

# Inhaltsverzeichnis

1. Einführung.....	1
2. Einige Grundbegriffe.....	3
2.1. Symbole.....	3
2.2. Einsteinsche Summationskonvention.....	4
2.3. Das Kronecker Symbol.....	5
3. Vektoralgebra.....	7
3.1. Der Vektorbegriff und Vektoroperationen.....	7
3.2. Das Basissystem.....	14
3.3. Das reziproke Basissystem.....	17
3.4. Die ko- und kontravarianten Koeffizienten der Vektorkomponenten.....	18
3.5. Die physikalischen Koeffizienten eines Vektors.....	21
4. Tensoralgebra.....	23
4.1. Der Tensorbegriff (Lineare Abbildung).....	24
4.2. Algebra in Basissystemen.....	26
4.3. Das Skalarprodukt von Tensoren.....	34
4.4. Das Tensorprodukt.....	38
4.5. Spezielle Tensoren und Operationen.....	41
4.5.1. Der inverse Tensor.....	41
4.5.2. Der transponierte Tensor.....	43
4.5.3. Der symmetrische und der schiefsymmetrische Tensor..	46
4.5.4. Der orthogonale Tensor.....	47
4.5.5. Die Spur des Tensors.....	50
4.6. Die Zerlegung eines Tensors.....	51
4.6.1. Die additive Zerlegung.....	51
4.6.2. Die multiplikative Zerlegung (polare Zerlegung).....	53
4.7. Wechsel der Basis.....	55
4.8. Tensoren höherer Stufe.....	58
4.8.1. Einführung der Tensoren höherer Stufe.....	58

4.8.2.	Spezielle Operationen und Tensoren.....	60
4.8.3.	Algebra in Basissystemen.....	63
4.9.	Das äußere Produkt.....	64
4.9.1.	Das Vektorprodukt von Vektoren.....	64
4.9.2.	Das äußere Tensorprodukt von Vektor und Tensor.....	74
4.9.3.	Das äußere Tensorprodukt von Tensoren.....	76
4.9.4.	Das Vektorprodukt zweier Tensoren.....	79
4.9.5.	Spezielle Tensoren und Operationen.....	80
a)	Der adjungierte Tensor und die Determinante.....	81
b)	Das Eigenwertproblem und die Invarianten.....	82
c)	Drehung des starren Körpers.....	85
4.10.	Die Fundamentalensoren.....	92
5.	Vektor- und Tensoranalysis.....	98
5.1.	Funktionen von skalarwertigen Parametern.....	99
5.2.	Die Raumkurven.....	104
5.3.	Die Flächen.....	114
5.3.1.	Einführung der Basis.....	115
5.3.2.	Die Ableitung der Basisvektoren.....	117
5.3.3.	Die Ableitung von Vektoren und Tensoren.....	124
5.3.4.	Die Flächenkurve.....	124
5.4.	Die natürliche Geometrie des Raumes.....	130
5.4.1.	Einführung der natürlichen Basis.....	130
5.4.2.	Die Ableitung der Basisvektoren.....	133
5.4.3.	Die Ableitung von Vektoren und Tensoren.....	134
5.5.	Theorie der Felder.....	137
5.5.1.	Der Gradient.....	137
5.5.2.	Höhere Ableitungen.....	141
5.5.3.	Spezielle Operationen (Divergenz, Rotation, Laplace- Operator).....	142
5.5.4.	Spezielle Felder.....	145
5.6.	Funktionen von vektor- und tensorwertigen Variablen.....	146
5.7.	Analysis in Basissystemen.....	152
5.7.1.	Der Gradient der natürlichen Basis.....	153
5.7.2.	Der Gradient eines Skalar-, Vektor- und Tensorfel- des.....	153
5.7.3.	Die Ableitung nach einem Vektor und einem Tensor... ..	156
5.7.4.	Divergenz, Rotation und Laplace-Operator.....	158
5.8.	Integralsätze.....	161
5.8.1.	Umwandlung von Oberflächenintegralen in Volumenin- tegrale.....	161
5.8.2.	Umwandlung von Linienintegralen in Flächenintegrale .....	165

6. Einführung in die Kontinuumsmechanik.....	168
6.1. Einleitung und Zielsetzung.....	168
6.2. Grundbegriffe und kinematische Grundlagen.....	169
6.2.1. Körper, Plazierung, Bewegung.....	169
6.2.2. Lokale Deformation und Deformationsgeschwindigkeiten	171
6.2.3. Deformations- und Verzerrungsmaße.....	173
6.2.4. Die Transporttheoreme.....	177
6.2.5. Starrkörperbewegung, überlagerte Starrkörperbewegung	178
6.3. Die Erhaltungssätze der Mechanik.....	182
6.3.1. Die Erhaltung der Masse.....	182
6.3.2. Die Erhaltung der Bewegungsgröße.....	183
6.3.3. Die Erhaltung des Dralles.....	185
6.3.4. Alternative Formen der Bewegungsgleichungen.....	186
6.3.5. Die Kinetik des starren Körpers.....	189
6.4. Die mechanische Formänderungsarbeit.....	192
6.5. Spezielle konstitutive Gleichungen.....	193
6.5.1. Der elastische Werkstoff.....	193
6.5.2. Die viskose, kompressible Flüssigkeit.....	197
7. Die lineare Schalentheorie.....	200
7.1. Einführung und Zielsetzung.....	200
7.2. Geometrie und Kinematik der Deformationen.....	201
7.3. Die Gleichgewichtsbedingungen.....	206
7.4. Elastizitätsgesetz und Hauptgleichungen der Schalentheorie.	210
7.5. Die Randbedingungen.....	213
7.6. Spezielle Flächentragwerke.....	215
7.6.1. Die Scheibe.....	215
7.6.2. Die Platte.....	217
7.6.3. Die Kreiszylinderschale.....	218
Lösungen der Übungsaufgaben.....	220
Literatur.....	249
Namen- und Sachverzeichnis.....	252