

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>I Theoretische Grundlagen</b>	<b>9</b>
<b>2 Problemlösen</b>	<b>11</b>
2.1 Mathematisches Problemlösen nach Polya . . . . .	11
2.2 Abgrenzungen der Begriffe Wissen und Kompetenz . . . . .	14
2.2.1 Wissen . . . . .	14
2.2.2 Kompetenz . . . . .	16
2.3 Problemlösen und Modellieren . . . . .	20
2.4 Mathematik treiben und verstehen . . . . .	25
2.5 Problemlösen in der Begabtenförderung . . . . .	27
2.6 Problemlösen im Schulalltag . . . . .	30
2.6.1 Argumente gegen und für Problemlösen im Unterricht . . . . .	30
2.6.2 Problemlösen im Rahmen der Bildungsstandards . . . . .	32
2.6.3 Kompetenzmessung in der Schule . . . . .	34
2.6.4 Lehrerfortbildungen zum Problemlösen . . . . .	35
2.7 Charakterisierung des Problemlösens über Aufgaben . . . . .	38
2.8 Zusammenfassung . . . . .	40
<b>3 Problemlöseprozesse als Erkenntnisprozesse</b>	<b>43</b>
3.1 Lerntheoretische Betrachtungen . . . . .	43
3.2 Lernstrategien im Lernprozess . . . . .	45
3.3 Metakognition im Lernprozess . . . . .	47
3.4 Heurismen in Problemlöseprozessen . . . . .	49
3.5 Begriffsentwicklung in Problemlöseprozessen . . . . .	52
3.6 Lernen und Interaktion . . . . .	54
3.7 Epistemologische Analyse von Lernprozessen . . . . .	57
3.8 Zusammenfassung . . . . .	59

<b>4 Interaktion und Lehrerintervention im Mathematikunterricht</b>	<b>61</b>
4.1 Sokratischer Dialog als Ursprung des mathematischen Lehr-Lern-Gespräches . . . . .	61
4.2 Interaktionsform und Unterrichtsform . . . . .	64
4.3 Lehrerinterventionen nach Unterrichtsformen . . . . .	65
4.3.1 Selbstständiges Lernen . . . . .	66
4.3.2 Unterricht in Kleingruppen . . . . .	66
4.3.3 Rolle der Lehrperson im Klassengespräch . . . . .	69
4.3.4 Rolle der Lehrperson in Unterrichtssequenzen . . . . .	70
4.4 Lehrerinterventionen in selbstständigkeitsorientierten Lernprozessen	72
4.4.1 Historisches zum Instruktionsdesign . . . . .	72
4.4.2 Scaffolding und Tutoring . . . . .	73
4.4.3 Lehrerinterventionen im Mathematikunterricht . . . . .	75
4.5 Besonderheiten von Lehrerinterventionen in Problemlöseprozessen	76
4.6 Beispiele für Lehrerinterventionen in Problemlöseprozessen . . . . .	82
4.7 Interventionsarten . . . . .	87
4.8 Strategische Lehrerinterventionen . . . . .	91
4.9 Zusammenfassung . . . . .	93
<b>5 Lehrerinterventionen in Problemlöseprozessen</b>	<b>95</b>
5.1 Problemlösen aus epistemologischer Perspektive . . . . .	95
5.2 Interventionen aus konstruktivistischer und epistemologischer Sicht	98
5.3 Interventionen im Rahmen des Interaktionismus . . . . .	101
5.4 Zusammenfassung der theoretischen Überlegungen . . . . .	104
<b>II Untersuchungsdesign, Methoden der Datenauswertung und methodologische Überlegungen</b>	<b>109</b>
<b>6 Richtungsweisende Voruntersuchungen</b>	<b>111</b>
6.1 Aufgabenauswahl . . . . .	111
6.2 Interventionen ohne Anleitung . . . . .	113
6.3 Analyse der Aufgaben . . . . .	114
6.3.1 Aufgabe Steinplatten . . . . .	115
6.3.2 Aufgabe Turm . . . . .	116
6.3.3 Aufgabe Tangram . . . . .	121
6.3.4 Aufgabe Rasen mähen . . . . .	124
6.3.5 Aufgabe Eis aussuchen . . . . .	129
6.3.6 Zusammenfassende Analyse . . . . .	133

<b>7 Untersuchungsdesign</b>	<b>135</b>
7.1 Beobachtung im Einzelgespräch . . . . .	135
7.2 Auswahl der Lehrpersonen . . . . .	136
7.3 Fortbildung . . . . .	136
7.4 Supervision . . . . .	139
7.5 Auswahl der Schülerinnen und Schüler . . . . .	139
7.6 Materialeinsatz . . . . .	140
7.7 Zusammenfassender Überblick über den Studienaufbau . . . . .	141
<b>8 Methoden der Datenauswertung</b>	<b>143</b>
8.1 Transkription . . . . .	143
8.2 Interpretation der Transkripte . . . . .	145
8.2.1 Identifikation der Lernmomente . . . . .	145
8.2.2 Zuordnung der Lehrerinterventionen . . . . .	147
8.3 Entwicklung einer Grounded Theory . . . . .	147
<b>9 Methodologische Überlegungen</b>	<b>151</b>
<b>III Ergebnisse</b>	<b>157</b>
<b>10 Begriffsbildungen bei der Bearbeitung mathematischer Probleme</b>	<b>159</b>
10.1 Empirisch erfasste Begriffsbildungen . . . . .	159
10.1.1 Aufgabe Steinplatten . . . . .	160
10.1.2 Aufgabe Turm . . . . .	161
10.1.3 Aufgabe Tangram . . . . .	161
10.1.4 Aufgabe Rasen mähen . . . . .	164
10.1.5 Aufgabe Eis aussuchen . . . . .	166
10.2 Zusammenfassung . . . . .	168
<b>11 Strukturen der Dialoge</b>	<b>171</b>
11.1 Zeichen und Lernmomente . . . . .	172
11.2 Interventionen und Lernmomente . . . . .	174
11.3 Mehrstufige strategische Interventionen . . . . .	175
11.4 Gespräch zeitlich strukturieren . . . . .	177
11.5 Zum Reflektieren anregen . . . . .	181
11.5.1 Vergangene Lösungswege reflektieren . . . . .	182
11.5.2 Zukünftiges Vorgehen erfragen . . . . .	185

11.6 Über potentielle Fehler und Irrwege sprechen . . . . .	188
11.6.1 Probleme im Aufgabenverständnis beheben . . . . .	188
11.6.2 Fehler im bisherigen Lösungsverlauf thematisieren . . . . .	192
11.6.3 Weg als mögliche Sackgasse bewerten . . . . .	195
11.7 Zum Validieren anregen . . . . .	200
11.8 Zum Aufschreiben anregen . . . . .	204
11.9 Kontexte und Bedeutungen strategischer Interventionen . . . . .	208
<b>12 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>215</b>
12.1 Zusammenfassung . . . . .	215
12.2 Ausblick auf praktischen Nutzen . . . . .	221
12.3 Ausblick auf weitere Forschungsfragen . . . . .	222
<b>Anhang</b>	<b>227</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>227</b>