

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
I	Theoretische Grundlagen	9
2	Problemlösen	11
2.1	Mathematisches Problemlösen nach Polya	11
2.2	Abgrenzungen der Begriffe Wissen und Kompetenz	14
2.2.1	Wissen	14
2.2.2	Kompetenz	16
2.3	Problemlösen und Modellieren	20
2.4	Mathematik treiben und verstehen	25
2.5	Problemlösen in der Begabtenförderung	27
2.6	Problemlösen im Schulalltag	30
2.6.1	Argumente gegen und für Problemlösen im Unterricht . .	30
2.6.2	Problemlösen im Rahmen der Bildungsstandards	32
2.6.3	Kompetenzmessung in der Schule	34
2.6.4	Lehrerfortbildungen zum Problemlösen	35
2.7	Charakterisierung des Problemlösens über Aufgaben	38
2.8	Zusammenfassung	40
3	Problemlöseprozesse als Erkenntnisprozesse	43
3.1	Lerntheoretische Betrachtungen	43
3.2	Lernstrategien im Lernprozess	45
3.3	Metakognition im Lernprozess	47
3.4	Heurismen in Problemlöseprozessen	49
3.5	Begriffsentwicklung in Problemlöseprozessen	52
3.6	Lernen und Interaktion	54
3.7	Epistemologische Analyse von Lernprozessen	57
3.8	Zusammenfassung	59

4	Interaktion und Lehrerintervention im Mathematikunterricht	61
4.1	Sokratischer Dialog als Ursprung des mathematischen Lehr-Lern-Gespräches	61
4.2	Interaktionsform und Unterrichtsform	64
4.3	Lehrerinterventionen nach Unterrichtsformen	65
4.3.1	Selbstständiges Lernen	66
4.3.2	Unterricht in Kleingruppen	66
4.3.3	Rolle der Lehrperson im Klassengespräch	69
4.3.4	Rolle der Lehrperson in Unterrichtssequenzen	70
4.4	Lehrerinterventionen in selbstständigkeitsorientierten Lernprozessen	72
4.4.1	Historisches zum Instruktionsdesign	72
4.4.2	Scaffolding und Tutoring	73
4.4.3	Lehrerinterventionen im Mathematikunterricht	75
4.5	Besonderheiten von Lehrerinterventionen in Problemlöseprozessen	76
4.6	Beispiele für Lehrerinterventionen in Problemlöseprozessen . . .	82
4.7	Interventionsarten	87
4.8	Strategische Lehrerinterventionen	91
4.9	Zusammenfassung	93
5	Lehrerinterventionen in Problemlöseprozessen	95
5.1	Problemlösen aus epistemologischer Perspektive	95
5.2	Interventionen aus konstruktivistischer und epistemologischer Sicht	98
5.3	Interventionen im Rahmen des Interaktionismus	101
5.4	Zusammenfassung der theoretischen Überlegungen	104
II	Untersuchungsdesign, Methoden der Datenauswertung und methodologische Überlegungen	109
6	Richtungsweisende Voruntersuchungen	111
6.1	Aufgabenauswahl	111
6.2	Interventionen ohne Anleitung	113
6.3	Analyse der Aufgaben	114
6.3.1	Aufgabe Steinplatten	115
6.3.2	Aufgabe Turm	116
6.3.3	Aufgabe Tangram	121
6.3.4	Aufgabe Rasen mähen	124
6.3.5	Aufgabe Eis aussuchen	129
6.3.6	Zusammenfassende Analyse	133

7	Untersuchungsdesign	135
7.1	Beobachtung im Einzelgespräch	135
7.2	Auswahl der Lehrpersonen	136
7.3	Fortbildung	136
7.4	Supervision	139
7.5	Auswahl der Schülerinnen und Schüler	139
7.6	Materialeinsatz	140
7.7	Zusammenfassender Überblick über den Studienaufbau	141
8	Methoden der Datenauswertung	143
8.1	Transkription	143
8.2	Interpretation der Transkripte	145
8.2.1	Identifikation der Lernmomente	145
8.2.2	Zuordnung der Lehrerinterventionen	147
8.3	Entwicklung einer Grounded Theory	147
9	Methodologische Überlegungen	151
III	Ergebnisse	157
10	Begriffsbildungen bei der Bearbeitung mathematischer Probleme	159
10.1	Empirisch erfasste Begriffsbildungen	159
10.1.1	Aufgabe Steinplatten	160
10.1.2	Aufgabe Turm	161
10.1.3	Aufgabe Tangram	161
10.1.4	Aufgabe Rasen mähen	164
10.1.5	Aufgabe Eis aussuchen	166
10.2	Zusammenfassung	168
11	Strukturen der Dialoge	171
11.1	Zeichen und Lernmomente	172
11.2	Interventionen und Lernmomente	174
11.3	Mehrstufige strategische Interventionen	175
11.4	Gespräch zeitlich strukturieren	177
11.5	Zum Reflektieren anregen	181
11.5.1	Vergangene Lösungswege reflektieren	182
11.5.2	Zukünftiges Vorgehen erfragen	185

11.6	Über potentielle Fehler und Irrwege sprechen	188
11.6.1	Probleme im Aufgabenverständnis beheben	188
11.6.2	Fehler im bisherigen Lösungsverlauf thematisieren	192
11.6.3	Weg als mögliche Sackgasse bewerten	195
11.7	Zum Validieren anregen	200
11.8	Zum Aufschreiben anregen	204
11.9	Kontexte und Bedeutungen strategischer Interventionen	208
12	Zusammenfassung und Ausblick	215
12.1	Zusammenfassung	215
12.2	Ausblick auf praktischen Nutzen	221
12.3	Ausblick auf weitere Forschungsfragen	222
	Anhang	227
	Literaturverzeichnis	227