1
Vom absoluten Raum und von absoluter Zeit zur dynamischen Raumzeit: Ein Überblick

1.1
Definition, Beschreibung und Ursprünge der Relativitätstheorie

Die beiden einsteinschen Relativitätstheorien (seine Spezielle Relativitätstheorie, SRT, von 1905 und die Allgemeine Relativitätstheorie, ART, von 1915) sind die modernen physikalischen Theorien von Raum und Zeit. In ihnen sind die newtonschen Konzepte vom *absoluten Raum* und von der *absoluten Zeit* ersetzt durch eine 4-dimensionale *Raumzeit*, und in ihnen spielt die Lichtgeschwindigkeit c eine bestimmende Rolle. Wir nennen Einsteins Theorien ganz explizit *physikalische* Theorien, da sie den Anspruch erheben, reale Strukturen in der realen Welt zu beschreiben und physikalische Aussagen zu treffen, die sie der möglichen Widerlegung durch Experimente aussetzen.

Da alle (oder wenigstens alle klassischen) physikalischen Prozesse auf einem Raum- und Zeithintergrund stattfinden, müssen die Gesetze der Physik immer mit den akzeptierten Theorien von Raum und Zeit kompatibel sein. Wenn man also den Hintergrund ändert, so muss man die Physik anpassen. Dieser Anpassungsprozess führte auf die ‚relativistische' Physik, das heißt auf die physikalischen Gesetze die in der Raumzeit gelten. In fast allen Fällen gelangen beim Übergang von der klassischen zur relativistischen Physik die erforderlichen Anpassungen der Gesetze durch die Zielsetzung, nur so viel wie eben nötig zu ändern und so elegante Gesetze wie möglich zu formulieren. Dieser Übergang war eine rein geistige Leistung, doch vom Beginn weg führte er auf zahlreiche erstaunliche Vorhersagen, wie etwa die Zunahme der Masse eines Teilchens mit dessen Geschwindigkeit (wo die Masse gegen unendlich geht wenn die Geschwindigkeit sich c nähert) oder die berühmte Gleichung $E = mc^2$.

Die Lichtgeschwindigkeit ging von nun an, durch ihre Präsenz in der Struktur der Raumzeit, in alle Bereiche der Physik ein, sogar in die Mechanik. Und doch wurden die Vorhersagen all dieser neuen relativistischen Gesetze später, und sehr präzise, experimentell bestätigt. Einer der Gründe, weshalb die klassischen, prärelativistischen Gesetze zu ihrer Zeit so gut funktionierten, ist, dass es noch keinerlei Beobachtungen von Systemen gab, die sich mit wirklich großen Geschwindigkeiten bewegen – damit sind Geschwindigkeiten gemeint, die mit der Lichtgeschwindigkeit vergleichbar sind. Und nur in diesen Fällen weichen die Vor-

Relativitätstheorie, 1. Auflage. Wolfgang Rindler.

hersagen der relativistischen Physik signifikant von jenen der klassischen Physik ab. In ‚nicht-relativistischen' Fällen, in denen die neuen und die alten Gesetze praktisch gleich sind, werden die alten Gesetze auch heute noch wie selbstverständlich verwendet.

Die einsteinsche Relativität wurzelt in der ‚newtonschen Relativität', welche wiederum über Galilei bis auf Kopernikus zurückgeht. (Die Lebenszeit Kopernikus' umfasste das Jahr 1500, die Lebenszeit von Galilei das Jahr 1600 und jene von Newton das Jahr 1700.) Kopernikus ist vor allem dafür in Erinnerung, dass er unser Weltbild vom ‚geozentrischen' zum ‚heliozentrischen' Weltbild änderte. Als man die Erde noch als unbewegtes und nicht-rotierendes Zentrum der Welt ansah, musste man konsequenterweise annehmen, dass sich die Sterne und der gesamte Sternenhimmel einmal pro Tag um die Erde drehen mussten, während die Sonne, die die Planeten mit sich mit zog, zusätzlich noch, relativ zum Sternenhimmel, eine jährliche Umlaufbewegung um die Erde vollführte. Die doppelt epizyklischen Bahnen, die zur Beschreibung dieser Bewegung nötig waren, waren unglaublich kompliziert. Kopernikus zeigte, dass allein ein Wechsel der Koordinaten im Raum der Fixsterne, nämlich die Wahl der Sonne statt der Erde als Ursprung und die Wahl von Koordinatenachsen die sich relativ zu den Fixsternen nicht bewegen, die Geometrie und die Physik des Sonnensystems drastisch vereinfachten. Die Erde konnte so als ein Planet wie die anderen auch erkannt werden, und die Planetenbahnen ergaben sich in diesem Fixsternsystem als einfache umlaufende Bahnen um die Sonne. Dieses Weltbild ermöglichte schließlich Kepler die genaue Ausformulierung der Planetenbahnen in seinen drei berühmten Gesetzen der Planetenbewegung, und diese wiederum konnten später von Newton mithilfe seiner neuen Theorie der Gravitation begründet werden.

Allein die ‚Schönheit' des kopernikanischen Weltbilds reichte aus, jene, die für solche Schönheit empfindlich sind, zu überzeugen. Die große Mehrheit jedoch konnte nicht so leicht überzeugt werden, ihre tief eingewurzelten Vorurteile zu verwerfen. Denn es ist ja wirklich die simpelste und am natürlichsten erscheinende Sicht der Dinge, die Welt als unbeweglich anzusehen; schließlich ist von einer Bewegung nichts zu spüren. Die Akzeptanz der kopernikanischen Ideen ging also nur langsam vonstatten, und so war es auch mit dem aktivem Widerstand gegen sie. Als dieser kam, war er aber gewaltig, vor allem von Seiten der Kirche, die ihre eigene Existenzberechtigung schwinden sah, wenn ihr zentrales Dogma fallen sollte. Die Erde muss speziell und das Zentrum sein, um Gottes Aufmerksamkeit Wert zu sein.

Freilich, Kopernikus hat nie physikalisch bewiesen, dass die Erde sich bewegt. Foucault kam hier 400 Jahre zu spät! Kuppeln, an denen man ein foucaultsches Pendel hätte aufhängen können, hätte es genug gegeben – etwa das antike römische Pantheon. Ein solches Pendel hätte mit praktisch derselben Genauigkeit, wie sie heute erreicht wird, die Rotation der Erde schnell und überzeugend beweisen können, und hätte auf diese Weise zahlreiche tapfere Menschen vor dem Tod auf dem Scheiterhaufen bewahrt, zu dem sie verdammt wurden weil sie an eine unbewiesene Ketzerei glaubten.[1)] Der letzte, der so sterben musste, war im Jahr 1600 Giordano Bruno.

Aufgrund des damaligen Wissensstands gab es jedoch auch rationale Vorbehalte gegen die Vorstellung von einer bewegten Erde. Die Philosophen und Mathematiker hingen noch immer an der 1800 Jahre alten, falschen aristotelischen Vorstellung, dass ein Körper sich nur dann gleichförmig bewegt, wenn er eine Kraft erfährt: Ein (kräfte)freier Körper würde langsamer werden und schlussendlich zur Ruhe kommen. Angesichts der riesigen Geschwindigkeit, die die Erde haben müsste um die Sonne in einem Jahr zu umrunden (etwa 30 km/s), schien es nicht vorstellbar, dass eine solche Bewegung oder auch nur die Rotation der Erde keine spürbaren Auswirkungen hätte. Ein in einem Raum auf dem Boden liegender Ball z. B. müsste sich zu der in Bewegungsrichtung hinten liegenden Wand hinbewegen, da er sich ansonsten zusammen mit dem Raum gleichförmig durch den Raum bewegen müsste; aber es wirkt ja keine Kraft auf ihn. (Natürlich bewegt sich der Raum nur näherungsweise gleichförmig.) Fliegen und Schmetterlinge in diesem Raum würden auf die in Bewegungsrichtung hinten liegende Wand klatschen; und Wassertropfen, die von der Decke fallen, würden zu dieser Wand hin fallen; die Fische im Fischglas hätte größere Schwierigkeiten in die eine Richtung zu schwimmen als in die andere, und so weiter. Nichts von alledem wird beobachtet.

Diese Schwierigkeiten wurden nicht zufriedenstellend überwunden, bis sich etwa 80 Jahre nach Kopernikus’ Tod im Jahr 1543 Galileo Galilei ihnen zuwendete. Nach vielen Experimenten mit rollenden Kugeln auf schiefen Ebenen, mit Pendeln und ähnlichem, und nach vielen tiefgründigen Gedanken, verkündete Galilei schließlich seine ungemein wichtige Erkenntnis, die zweitausend Jahre falschen Glaubens umstürzten: *Ein bewegter Körper verbleibt in gleichförmiger Bewegung (das heißt in einer Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit entlang einer geraden Linie), außer wenn eine Kraft auf ihn wirkt.* Nun konnte sich rasch die moderne Wissenschaft der Mechanik entwickeln.

Mit seinem neuen Gesetz beseitigte Galilei schnell die grundlegenden Paradoxien des kopernikanischen Weltbilds. Der auf dem Boden liegende Ball würde *nicht* nach hinten rollen, fallende Wassertropfen würden nicht seitwärts fallen, und so weiter. Um diese Schlussfolgerungen weniger theoretisch erscheinen zu lassen, verwendete Galilei eine schöne und aus der Erfahrung genommene Analogie: Stelle Dir ein im Hafen vertautes Schiff vor. Du gehst abends an Bord und schläfst in Deiner Kabine ein. Das Meer ist außerordentlich ruhig und der Wind außerordentlich stetig, als das Schiff des Nachts in See sticht. Also Du aufwachst, ist das Fenster verhangen, Du kannst nicht raus schauen und Du fragst Dich, ob

1) Dies ist, was *hätte* passieren können. Was tatsächlich eintrat, ist aber, dass bis zum Jahr 1727 keinerlei Bewegung der Erde (ob nun eine Rotation *oder* eine Bahnbewegung) physikalisch gezeigt werden konnte. In jenem Jahr aber gelang dem Astronomen James Bradley die Beobachtung der ‚stellaren Aberration‘, das heißt des Phänomens, dass die scheinbare Höhe eines Sterns über dem Horizont sich, während die Erde sich auf ihrer Bahnbewegung um die Sonne mal auf den Stern zu und sich dann wieder von ihm wegbewegt, geringfügig ändert. Und ohne eine solche Bahnbewegung kann es keine Aberration geben.

das Schiff abgelegt hat oder nicht. Kann man das feststellen? Du weißt aus der Erfahrung, dass es nicht geht! Nichts rollt auf dem Boden, die Fliegen fliegen unbeirrt, Du gießt Dir Deine Tasse Tee ein ohne dass der Tee seitwärts aus der Kanne läuft. Was immer Du tust, es wird nicht anders ablaufen als wenn das Schiff in Ruhe wäre. Zusammengefasst ist nach Galilei die Physik in allen gleichförmig bewegten Kabinen dieselbe. Und Galileis Erklärung hierfür ist, dass alles, was in der Kabine ist, eingeschlossen die Luft, die gleichförmige Bewegung der Kabine mitmacht. Galileis Erklärung umfasste jedoch keine Abläufe wie ein Billard- oder ein Tennisspiel in einer solchen Kabine (auf einem solchen Schiff), da hier Kräfte mit eingehen, und Kräfte waren noch nicht einmal richtig definiert.

Anstelle von Galileis Schiff könnten wir uns heute ein Flugzeug vorstellen. Im Prinzip könnte man in ihm Billard oder Tischtennis spielen, und das Spiel würde ablaufen wie wir es kennen. Die deutlichste Veranschaulichung der galileischen Äquivalenz aller gleichförmig bewegten Kabinen sind aber natürlich unsere physikalischen Labors auf der Erde, die sich durch den Raum bewegen so wie Kopernikus es behauptete. Und dies hatte Galilei mit seinem Schiffvergleich den Leuten verständlich machen wollen.

Es muss noch einmal betont werden, was wir oben schon bemerkt haben; dass sich die Labors auf der Erde natürlich nicht exakt gleichförmig bewegen. Dies sowohl aufgrund der Rotation der Erde als auch aufgrund ihrer Bahnbewegung um die Sonne. Die Auswirkungen dieser Bewegungen sind für ‚Experimente' mit hinreichend klein gewählter Zeitdauer vernachlässigbar, für foucaultsche Pendel etwa aber offensichtlich nicht.

Die Physik ist in allen gleichförmig bewegten Kabinen dieselbe. Diese Aussage wird das ‚galileische Relativitätsprinzip' genannt und ist der Vorläufer der einsteinschen Relativitätstheorien. Zunächst jedoch kam Newton. In seinen 1685 veröffentlichen *Principia* entwickelte er, etwa 40 Jahre nach dessen Tod, Galileis Ideen grundlegend weiter und erfand quasi die gesamte moderne Mechanik. Sie wird nicht umsonst ‚newtonsche Mechanik' genannt. Unter anderem stellte er das galileische Relativitätsprinzip auf ein solides logisches Fundament, inklusive Kräften, wozu Galilei keine Möglichkeit hatte. Und so sprechen wir heute oft auch vom ‚newtonschen Relativitätsprinzip' (das in der newtonschen Mechanik gilt).

Den Kern der newtonschen Mechanik bildeten drei einfache Gesetze (aus denen bald vier wurden, als das Gravitationskraftgesetz dazu kam), sowie Axiome zu Raum, Zeit und Kraft. Aus diesem Kern folgte der Rest auf logisch zwingende Weise, in etwa so wie die gesamte euklidische Geometrie aus den fünf grundlegenden euklidischen Axiomen folgt. Und die newtonsche Mechanik erwies sich als erstaunlich exakte Beschreibung der Natur, mit geradezu spektakulären Erfolgen in der Astronomie.

Es vergingen beinahe 200 Jahre. Die newtonsche Mechanik produzierte immer weiter zahlreiche wundervolle Ergebnisse. Für lange Zeit glaubte man, sie bestimme die gesamten Wissenschaften und beschreibe das gesamte Universum. Langsam jedoch war eine andere physikalische Wissenschaft entstanden, die wuchs und reifte, und die immer wichtiger wurde: Der Elektromagnetismus. Einige der bekannten Namen, die mit seiner frühen Entwicklung in Verbindung stehen, sind

Coulomb, Galvani, Volta, Ørsted, Ampère, schließlich Faraday und als größter in dieser Reihe: Maxwell. Maxwell leistete in seinem 1873 erschienen ‚Aufsatz über die Elektrizität und den Magnetismus' (*Treatise on Electricity and Magnetism*) für den Elektromagnetismus in etwa das, was Newton in seinen ‚Principia' für die Mechanik geleistet hatte. Maxwells Arbeit war rein theoretisch. Nicht nur gelang ihm eine Vereinigung aller bis dahin bekannten Ergebnisse der Elektrizität und des Magnetismus; er fügte auch selbst viel hinzu und schuf die tragfähige Grundlage für praktisch die gesamte klassische Theorie des Elektromagnetismus. Den Kern des maxwellschen Elektromagnetismus bildeten vier lineare Differenzialgleichungen sowie das coulombsche Kraftgesetz – das später von Lorentz erweitert wurde – und diese fünf Gleichungen sind die Axiome des Elektromagnetismus, aus denen alles andere folgt.

Die newtonsche Gravitationstheorie enthält notwendigerweise eine Konstante, die ‚Gravitationskonstante' G, die mit der Stärke des Gravitationsfelds zusammenhängt und deren Wert nicht theoretisch hergeleitet werden kann, sondern experimentell bestimmt werden muss. Auch in der maxwellschen Theorie gibt es eine solche Konstante, die wir heute als c schreiben. Zeitgenössische Experimente ergaben für diese Konstante Werte, die sehr nah dran sind an dem richtigen, heute festgelegten Wert $2{,}997\ldots \cdot 10^8$ m/s. War es ein Zufall, dass der Wert dieser Konstante gleich der Lichtgeschwindigkeit war? Schon im Jahr 1864 hatte Maxwell berechnet, dass sich elektromagnetische Störungen exakt mit dieser Geschwindigkeit c ausbreiten, und äußerte beinahe sofort den Verdacht, dass das Licht im Wesentlichen ein elektromagnetisches Wellenphänomen sein müsse – eine der großen Entdeckungen des Jahrhunderts. (Faraday hatte schon im Jahr 1845 gezeigt, dass die Polarisationsebene von linear polarisiertem Licht sich unter dem Einfluss eines magnetischen Felds dreht!) Dass elektromagnetische Wellen (in diesem Fall Radiowellen) tatsächlich erzeugt werden können, zeigten die Laborversuche von Hertz im Jahr 1886, in denen er auch die Ausbreitungsgeschwindigkeit dieser Wellen zu $3 \cdot 10^8$ m/s bestimmen konnte. Dies *zeigte* schon fast, dass Licht eine elektromagnetische Welle war, und diese Interpretation fand nun rasch Akzeptanz. Aber Wellen in was?

Die Vorstellung immaterieller *Felder* gab es noch nicht. Licht musste also eine Welle in irgendwas sein, so wie Schall eine Welle in der Luft ist und so wie die Kräuselung auf der Wasseroberfläche, wenn man einen Stein ins Wasser wirft, eine Welle im Wasser ist. Die vorherrschende, auch von Maxwell geteilte Meinung war, dass es eine Substanz, ein Medium geben musste, das den gesamten Raum durchdringt (den Äther), dessen Dehnung und Stauchung den elektromagnetischen Feldern entspricht, und in dem eine Welle der entsprechenden Frequenz Licht entspricht. Der Äther wurde als im newtonschen Äther ruhend angesehen, der sich wiederum in Bezug zu den Fixsternen in Ruhe befand. Nun aber entstand ein Problem der kopernikanischen Art. Würde nicht der Äther‚wind', dem die Erde auf ihrer Bahnbewegung um die Sonne ausgesetzt ist, die in Bewegungsrichtung beobachtete Lichtgeschwindigkeit kleiner machen als die in der entgegengesetzten Richtung beobachtete Lichtgeschwindigkeit; ganz so wie im Einwand gegen das kopernikanische Weltbild der Fisch im Fischglas in Bewegungsrichtung der Erde langsamer schwimmen müsste als in der entgegengesetzten Richtung? Das berühmte Experiment von Michelson und Morley stellte im Jahr 1887 zweifelsfrei fest, dass dieser Effekt nicht auftritt. Die Lichtgeschwindigkeit ist in beide Richtungen gleich groß.

Hier betritt Einstein die Bühne, im Jahr 1905. Einstein war überzeugt, dass das newtonsche Relativitätsprinzip auf die gesamte Physik ausgeweitet werden muss: *Alle* Gesetze der Physik müssen in allen gleichförmig bewegten Kabinen gleich lauten. Dies zu glauben, gibt es gute Gründe. Zum einen zeigen alle Laborexperimente im Sommer gleiche Ausgänge im Winter, wo die Erde angeblich entgegengesetzte Geschwindigkeiten durch den Äther hat. Weiterhin erhält Einsteins Hypothese Unterstützung durch das Experiment von Michelson und Morley, das mit hoher Genauigkeit zeigte, dass der Ätherwind keinen Einfluss auf die Lichtgeschwindigkeit hat; die damit in allen gleichförmig bewegten Kabinen gleich groß sein kann. Also kann auch die gesamte maxwellsche Theorie in diesen Kabinen gelten, da die Konstante c, die in den maxwellschen Gleichungen auftaucht, in allen solchen Kabinen gleich groß wäre. Schließlich ist die Einheit der Physik ein guter Grund: Mechanik, Elektromagnetismus und die restlichen Gebiete sind miteinander verknüpft; ein übergeordnetes Prinzip, das in einem Bereich gültig ist, sollte in allen Bereichen gültig sein.

Wie aber kann das sein, dass das Licht in *allen* gleichförmig bewegten Kabinen dieselbe Geschwindigkeit hat? Betrachten wir einen langen geraden Lichtstrahl entlang der Erdoberfläche, wo die Lichtgeschwindigkeit c ist, und fliegen wir in einer Kabine diesen Strahl entlang, die die Geschwindigkeit $(1/2)\,c$ habe. Wie groß ist die in der Kabine gemessen Geschwindigkeit des Lichtstrahls? Sie ist c! Das klingt doch absurd. Aber Einstein war jung und mutig genug zu denken, was noch niemand auf diesem Planeten jemals angedacht hatte: Dass, im Gegensatz zu dem was Newton und alle anderen immer stillschweigend vorausgesetzt hatten, die Zeit nicht absolut ist! Die zwischen zwei Ereignissen verstreichende Zeit, etwa die Zeit vom Verlegen meiner Schlüssel bis ich sie wiederfinde, hängt davon ab, wie schnell sich die Kabine bewegt in der ich die Zeitmessung durchführe. Entsprechend wurde es für Einstein auch notwendig, die newtonsche Idee vom absoluten Raum zu verwerfen (und mit ihr den gesamten Äther): Wenn Beobachter in verschiedenen Kabinen, die sich alle verschieden schnell bewegen, die Länge einer bestimmten der Kabinen messen, so sind die Ergebnisse dieser Messung alle unterschiedlich. Es erscheint bemerkenswert, dass auf der Grundlage solcher kontraintuitiven Annahmen eine konsistente Theorie von Raum und Zeit errichtet werden kann. Diese Theorie ist die einsteinsche Relativitätstheorie.

1.2
Die newtonschen Gesetze und Inertialsysteme

Wir rufen die drei newtonschen Gesetze der Mechanik in Erinnerung, von denen das erste (das galileische Trägheitsprinzip) ein Spezialfall des zweiten ist:

1. Freie Teilchen bewegen sich mit konstanter Vektorgeschwindigkeit (das heißt mit verschwindender Beschleunigung, oder, in anderen Worten, mit konstanter Geschwindigkeit entlang gerader Linien).
2. Die Vektorkraft auf ein Teilchen ist gleich dem Produkt seiner Masse mit seiner Vektorbeschleunigung.
3. Die Kräfte von Aktion und Reaktion sind gleich groß und entgegengerichtet; wenn zum Beispiel ein Teilchen A eine Kraft $\boldsymbol{f}$ auf ein Teilchen B ausübt, dann übt B eine Kraft $-\boldsymbol{f}$ auf A aus. (Hier wird die absolute Zeit benötigt: Wenn die Teilchen einen Abstand voneinander haben und die Kraft nicht konstant ist, wird die Aktion heute nicht gleich der Reaktion morgen sein; Aktion und Reaktion müssen gleichzeitig gemessen werden und die Gleichzeitigkeit muss unzweideutig sein.)

Die Gesetze der Physik werden üblicherweise in einem *Bezugssystem* gemessen, das die Definition der physikalischen Größen Geschwindigkeit, elektrisches Feld usw. ermöglicht. Unter diesen Bezugssystemen sind die *starren* Bezugssysteme ausgezeichnet, und unter ihnen wiederum die *Inertial*systeme. Die newtonschen Gesetze gelten in den letztgenannten.

Ein klassisches, starres Bezugssystem ist die gedachte Fortsetzung eines starren Körpers. Die Erde z. B. bestimmt ein starres System im ganzen Raum, das aus Punkten besteht, die relativ zur Erde und untereinander ‚starr' in Ruhe verharren (wie etwa geostationäre Satelliten). Wir können mit solch einem System auf verschiedene Arten ein orthogonales kartesisches Koordinatensystem verbinden, indem wir drei zueinander orthogonale kartesische Koordinaten in ihm wählen und die Abstände von ihnen als x, y und z messen. Natürlich setzt diese Vorgehensweise voraus, dass der Raum euklidisch ist, was aber im Jahr 1915 als selbstverständlich angenommen wurde! Zudem muss im gesamten System eine Zeit t definiert werden, da sie in vielen der physikalischen Gesetze benötigt wird. In der newtonschen Theorie stellt dies kein Problem dar. Die absolute Zeit ‚tickt' in der ganzen Welt – und ihre Rate ist direkt mit dem ersten newtonschen Gesetz verknüpft (freie Teilchen legen in gleichen Zeiten gleiche Strecken zurück) – und jedes bestimmte Bezugssystem nimmt diese ‚Welt-Zeit' auf. Allein die Wahl des Nullpunkts und der Einheit bleibt frei.

Newtons erstes Gesetz dient dazu, aus allen starren Bezugssystemen die Inertialsysteme herauszusuchen: Ein starres Bezugssystem heißt inertial, wenn sich in ihm kräftefreie Teilchen auf einer geraden Linie bewegen. Und wie sich herausstellt, gelten alle newtonschen Gesetze in allen Inertialsystemen. Dennoch postulierte Newton die Existenz eines quasi-gegenständlichen *absoluten Raums* (AR), von dem er glaubte, dass in ihm der Massenschwerpunkt des Sonnensystem keine Bewegung ausführe und dass er die Bühne für seine Mechanik war. Dass die Gesetze in allen starren Systemen, die sich in Bezug auf diesen AR gleichförmig bewegten, ebenfalls gültig waren, hielt er für ein interessantes Theorem; aber es war der AR, der sozusagen die Verantwortung für all dies trug. Newton nannte ihn das *sensorium dei* – das Sinnesorgan Gottes, mit dem Gott die Welt ‚wahrnahm'.

1.3
Die Galilei-Transformationen

Betrachten wir nun zwei *beliebige* starre Systeme S und S′, die sich relativ zueinander gleichförmig mit der Geschwindigkeit v bewegen. In beiden Systemen verwenden wir identische Einheiten für Länge und Zeit. Ihre Zeiten t und t' und ihre kartesischen Koordinaten x, y, z und x', y', z' seien mit ihrer Relativbewegung wie folgt verknüpft (vgl. Abb. 1.1): Der Ursprung von S′ bewegt sich mit der Geschwindigkeit v entlang der x-Achse von S, die x'-Achse fällt mit der x-Achse zusammen, und die y- und y'-Achse bleiben während der Bewegung parallel zueinander, ebenso die z- und die z'-Achse; und alle Uhren werden in dem Moment auf null gesetzt, in dem die beiden Ursprünge sich treffen. Man sagt dann, dass die Koordinatensysteme S: $\{x, y, z, t\}$ und S′: $\{x', y', z', t'\}$ sich in *Standardkonfiguration* befinden.

Nehmen wir an, ein *Ereignis* (wie das Aufblitzen eines Lichts oder der Stoß zweier Teilchen) habe in S die Koordinaten (x, y, z, t), und in S′ die Koordinaten (x', y', z', t'). Dann sind die klassischen (und intuitiven) Beziehungen zwischen diesen beiden Koordinatensätzen die folgenden *Standard-Galilei-Transformationen* (GT):

$$x' = x - vt\,, \quad y' = y\,, \quad z' = z\,, \quad t' = t\,, \tag{1.1}$$

die aus dem Diagramm abgelesen werden können, da vt der Abstand zwischen den räumlichen Ursprüngen ist. Die letzte dieser Gleichungen ist der Ausdruck für die Absolutheit (das heißt, Unabhängigkeit vom Bezugssystem) der Zeit.

Leiten wir die linken Seiten von (1.1) nach t' ab und die rechten Seiten nach t, so erhalten wir sofort die klassische Geschwindigkeitstransformation, die die Geschwindigkeitskomponenten eines bewegten Teilchens in S mit jenen in S′ in Verbindung setzt:

$$u_1' = u_1 - v\,, \quad u_2' = u_2\,, \quad u_3' = u_3\,, \tag{1.2}$$

wo $(u_1, u_2, u_3) = (\mathrm{d}x/\mathrm{d}t, \mathrm{d}y'/\mathrm{d}t, \mathrm{d}z'/\mathrm{d}t)$ und $(u_1', u_2', u_3') = (\mathrm{d}x'/\mathrm{d}t', \mathrm{d}y'/\mathrm{d}t', \mathrm{d}z'/\mathrm{d}t')$. Wenn ich also in einem mit $v = 50$ km/h fahrenden Bus mit einer Geschwindigkeit von $u_1' = 4$ km/h nach vorne gehe, so habe ich in Bezug auf die

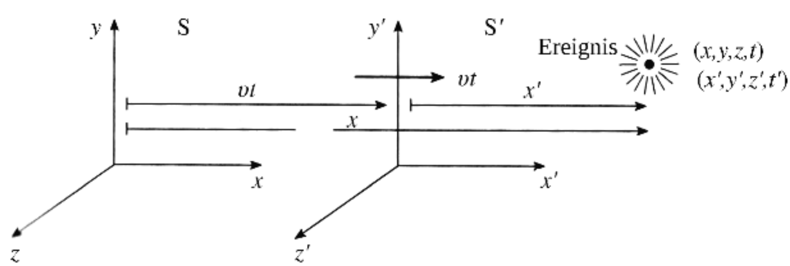

Abb. 1.1

Straße die Geschwindigkeit $u_1 = 54\,\mathrm{km/h}$. In der Speziellen Relativitätstheorie ist dies nicht so.

Weitere Ableitung liefert (mit $a'_1 = \mathrm{d}u'_1/\mathrm{d}t'$ usw.):

$$a'_1 = a_1 \,, \quad a'_2 = a_2 \,, \quad a'_3 = a_3 \,. \tag{1.3}$$

Dies bedeutet die Invarianz der Beschleunigung.

In Vektorschreibweise können diese Gleichungen in prägnanterer (und womöglich auch vertrauterer) Form hingeschrieben werden:

$$\boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{v}t \,, \quad \boldsymbol{u}' = \boldsymbol{u} - \boldsymbol{v} \,, \quad \boldsymbol{a}' = \boldsymbol{a} \,, \tag{1.4}$$

worin $\boldsymbol{r}$, $\boldsymbol{u}$ und $\boldsymbol{a}$ die Orts-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektoren in S sind, in dieser Reihenfolge; die entsprechenden gestrichenen Größen sind in S′ in der gleichen Weise definiert; und $\boldsymbol{v}$ bezeichnet die (Vektor)Geschwindigkeit von S′ relativ zu S.

Für spätere Zwecke bemerken wir, dass zwei Inertialsysteme, die beide mit Standardkoordinaten versehen aber nicht in Standardkonfiguration sind, über *allgemeine* GT miteinander verknüpft sind, die einfach Zusammensetzungen von Standard-GT mit Rotationen und zeitlichen und räumlichen Translationen sind.

1.4 Newtonsche Relativität

Ein Inertialsystem ist ein starres Bezugssystem, in dem das erste newtonsche Gesetz gilt. Nehmen wir an, das System S in Abb. 1.1 sei inertial. Da aufgrund von (1.2) konstante Geschwindigkeiten in S in konstante Geschwindigkeiten in S′ transformiert werden, bewegen sich Teilchen, die in S kräftefrei sind, in S′ gleichförmig. Daher ist S′ auch ein Inertialsystem. Andererseits können *nur* Systeme, die sich relativ zu S gleichförmig bewegen, Inertialsysteme sein. Denn die Punkte mit festen Koordinatenwerten sind in jedem Inertialsystem potenzielle freie Teilchen, müssen sich also in S gleichförmig bewegen, und offensichtlich kann keine Menge freier Teilchen in starrer Anordnung verbleiben außer wenn ihre Geschwindigkeiten alle gleich sind. Die Klasse aller Inertialsysteme besteht also exakt aus allen starren Bezugssystemen die sich relativ zu einem bekannten Inertialsystem, z. B. dem absoluten Raum, gleichförmig bewegen.

Aus der Invarianz der Beschleunigung, (1.4)(iii), wird erkennbar, dass wir nur folgendes benötigen, um die Invarianz aller drei newtonschen Gesetze unter Wechseln zwischen Inertialsystemen zu erhalten: (i) Ein Axiom über die Invarianz der Masse m und (ii) ein Axiom über die die Invarianz aller Kräfte. Und beide Axiome sind in der Tat in der newtonschen Theorie enthalten. Die daraus folgende Eigenschaft der newtonschen Theorie, in allen Inertialsystemen gleichermaßen zu gelten, wird *newtonsche* oder *galileische Relativität* genannt.

Sowohl Newton als auch Galilei war die Bedeutung dieses Ergebnisses gerade in Zusammenhang mit den Ideen von Kopernikus bewusst. Es erklärt, warum wir in unseren erdgebundenen Laboren beinahe ausschließlich newtonsche Mechanik sehen – während wir mit großer Geschwindigkeit um die Sonne kreisen. (Die Rotation der Erde führt in den meisten Fällen zu vernachlässigbaren Fehlern.) Galilei brachte ein etwas kleineres Beispiel vor, jenes eines Schiffes in dem alle Bewegung und alle Mechanik in gleicher Wiese stattfindet, egal ob das Schiff sich bewegt oder bei ruhigem Wetter stetig dahinfährt. Heute erleben wir dieses Phänomen ganz direkt, wenn wir mit dem Flugzeug fliegen.

Die tiefergehende Frage ist, ob die Relativität der newtonschen Mechanik nur ein glücklicher Zufall oder aber ein wesentlicher Aspekt der Natur ist. Im letztgenannten Fall sollte die Relativität über die Mechanik hinaus gelten. Es gibt einige Hinweise darauf, dass Newton wenigstens in manchen Phasen seines Schaffens dieser letztgenannten Sichtweise zuneigte – trotz seines Festhaltens am absoluten Raum.[2)]

1.5
Einwände gegen den absoluten Raum; das machsche Prinzip

Newtons Konzept vom absoluten Raum war nie frei von Kritik. Von Huygens, Leibniz und Bishop Berkeley, alle beinahe Zeitgenossen Newtons, bis zu Mach im neunzehnten und Einstein im zwanzigsten Jahrhundert, wurden stichhaltige Argumente gegen den AR vorgebracht. Es gibt zwei hauptsächliche Einwände:

(i) Der absolute Raum weist keinerlei intrinsische Eigenschaften auf, die ihn von all den anderen Inertialsystemen unterscheidbar macht. Unterschiede, die sich nicht in beobachtbaren Erscheinungen widerspiegeln, sollten von der Theorie nicht postuliert werden.
(ii) ‚Es widerspricht dem wissenschaftlichen Verständnis, sich ein Ding vorzustellen das wirkt, auf das aber nicht eingewirkt werden kann.' Die Worte sind Einsteins, wurden von ihm aber Mach zugeschrieben.

Es dauerte überraschend lange, aber zum Ende des neunzehnten Jahrhunderts lernte man zu akzeptieren, dass Newtons Theorie logisch sehr wohl ohne den absoluten Raum auskommt; als axiomatische Grundlage sollte man eher die Existenz einer unendlich großen Klasse von äquivalenten Inertialsystemen nehmen (so wie es Einstein auch in seiner Speziellen Relativitätstheorie noch tat). Der Einwand (i) ist dann ausgeräumt. Einwand (ii) aber bleibt bestehen, denn er bezieht sich ebenso auf die gesamte Klasse von Inertialsystemen wie er sich auf jedes einzelne von ihnen bezieht. Existieren die Inertialsysteme wirklich ganz unabhängig vom Rest des Universums? Dieses Problem war einer der Reizpunkte in Einsteins Überlegungen, die ihn letztendlich auf die Allgemeine Relativitätstheorie führten.

An dieser Stelle aber wollen wir ein bisschen abschweifen, um auf einen früheren Versuch einzugehen, dieses Problem zu lösen. Er wurde von dem Philosophen

2) Siehe Penrose, R. (1987) in *300 Years of Gravitation*, (Hrsg. S. Hawking und W. Israel), Cambridge University Press, insbesondere Abschn. 3.3 und S. 49.

und Wissenschaftler Ernst Mach unternommen, und er wirft seine Schatten bis in die Jetztzeit.[3] Machs Ideen zur Trägheit, deren Keim bereits in den Schriften von Leibniz und Bishop Berkeley zu finden waren, sind in etwa diese: (a) Der Raum ist keine ‚Sache' für sich; er ist nur eine Abstraktion aus der Gesamtheit aller Abstandsbeziehungen zwischen Materie; (b) Die Trägheit eines Teilchens erwächst aus einer (leider nicht weiter spezifizierten) Wechselwirkung dieses Teilchens mit allen anderen Massen im Universum; (c) Der lokale Bezugsrahmen zur Bestimmung von Nicht-Beschleunigung wird von einem Mittelwert der Bewegung aller Massen im Universum festgelegt; (d) alles, was in der Mechanik zählt, ist die *relative* Bewegung *aller* Massen. Nach Mach ist es egal, ob wir die Erde als um ihre eigene Achse drehend ansehen oder ob wir sie als ruhend ansehen und die Fixsterne um sie kreisen lassen. Das Trägheitsgesetz muss so formuliert sein, dass aus der zweiten Annahme die gleichen Tatsachen folgen wie aus der ersten. Mach nannte seine Sichtweise ‚relativistisch'. Hätte er sein erstrebtes Trägheitsgesetz gefunden, so wären *alle* starren Bezugssysteme zueinander äquivalent geworden.

Eine sich drehende elastische Kugelfläche baucht am Äquator aus. Auf die Frage, woher die Kugelfläche ‚weiß', dass sie rotiert und sich daher ausbauchen muss, hätte Newton wohl mit dem Verweis auf den absoluten Raum geantwortet. Mach hätte geantwortet, dass die ausbauchende Kugelfläche die Wirkung der um sie rotierenden kosmischen Massen spürt. Für Newton verursacht eine Rotation in Bezug auf den AR Zentrifugalkräfte, die mit Gravitationskräften wenig gemeinsam haben. Für Mach *sind* Zentrifugalkräfte Gravitationskräfte; das heißt, sie entstehen aus der Wirkung von Masse auf Masse.

Einstein prägte für diesen gesamten Ideenkomplex den Ausdruck des *machschen Prinzips*. Natürlich waren diese Ideen bei Mach noch insofern sehr unausgereift, als dass eine quantitative Theorie zur Beschreibung der Wirkung, die von der *Bewegung* weit entfernter Materie ausgeht, völlig fehlte. Man denkt an die maxwellsche Elektrodynamik, wo die Bewegung der Quellen sich auf das Feld auswirkt. Und tatsächlich weist eine Maxwell-artige Theorie der Gravitation viele machsche Züge auf.[4] Aber sie verletzt die Spezielle Relativitätstheorie. Wo z. B. in Maxwells Theorie die Ladung notwendigerweise invariant ist, verändert sich die Masse in der SRT mit der Geschwindigkeit. Ebenso hat wegen $E = mc^2$ die gravitative Bindungsenergie eines Körpers (negative) Masse; die Gesamtmasse eines Systems kann daher nicht gleich der Summer der Massen seiner Teile sein. In der maxwellschen Theorie jedoch ist die Ladung streng additiv – eine direkte Folge der Linearität der Theorie.

Die einsteinsche Lösung des Trägheitsproblems, die ART, erwies sich als sehr viel komplizierter als Maxwells Theorie. In ‚erster Näherung' jedoch reduziert sich die ART auf die newtonsche Theorie, und in ‚zweiter Näherung' weist sie tatsächlich maxwellsche Eigenschaften auf. (Vgl. Abschnitt 15.5 weiter unten.) Inwiefern jedoch die ART wirklich eine ‚machsche' Theorie ist, wird noch immer

3) Siehe zum Beispiel Barbour, J. und Pfister, H. (Hrsg.) (1995) *Mach's Principle*, Birkhäuser, Boston.
4) Siehe z. B. Scamia, D.W. (1953) *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **113**, 34.

debattiert – ist aber von einem praktischen Gesichtspunkt aus betrachtet auch irrelevant. Es gibt mit Sicherheit Lösungen der ART, in denen der lokale Bezugsrahmen zur Bestimmung von Nicht-Beschleunigung *nicht* der Massenverteilung entspricht. Während in der ART also alle Massen und ihre Bewegungen ohne Zweifel das lokale Trägheitsverhalten *beeinflussen*, sind sie nicht vollständig dafür verantwortlich.

Hiervon unberührt, hat das machsche Prinzip weiterhin viele Anhänger und wird weiter untersucht. Dass dies so ist, ist wohl in seinen erfolgreichen Vorhersagen begründet – obwohl es auch Beispiele gibt, wo seine Vorhersagen falsch sind.[5] Das folgende Beispiel einer mutmaßlich richtigen Vorhersage stammt von Scamia. Es ist bekannt, dass unsere Galaxie differenziell rotiert, mit einer Rotationsperiode von etwa 200 Millionen Jahren. Eine solche Rotation war bereits von Kant postuliert worden um die Flachheit der Galaxie zu erklären, die in der Milchstraße am Nachthimmel erkennbar war. Ohne diese Bahnbewegungen würden die Sterne in weniger als 100 Millionen Jahren, weit weniger als das Alter der Erde, ins Zentrum stürzen. Nun ist aber heute auch bekannt, dass das beste Inertialsystem für unser Sonnensystem an dieser Rotation nicht teilnimmt! Wie ein riesiger Kreisel bewegt sich das Sonnensystem um das galaktische Zentrum ohne dabei seine Orientierung in Bezug auf das restliche Universum zu ändern, wie jeder newtonsche Physiker erwarten würde. Wäre Mach diese Tatsache bekannt gewesen, so hätte er sein Prinzip anwenden können um die Existenz eines riesigen extragalaktischen Universums zu postulieren, denn diese riesige extragalaktische Massenverteilung (deren Existenz erst sehr viel später bestätigt wurde) hätte dann auf das ‚richtige' Inertialsystem des Sonnensystems geführt.

1.6
Der Äther

Wir kommen nun auf das erste in Abschnitt 1.5 erkannte Problem zurück – ob und wie man den absoluten Raum von den anderen Inertialsystemen unterscheiden kann. Es war wohl Descartes (1596–1650), der die Idee eines raumausfüllenden Materials, des ‚Äthers', in die Wissenschaften einführte, das der Vermittler von ansonsten unerklärbaren Wirkungen sein sollte. Körper, die sich berühren, können einander stoßen, aber für die Vermittlung zwischen einem Magneten und dem Metallstift, den er anzieht, oder für die Vermittlung zwischen dem Mond und den Gezeiten, brauchte es den Äther (heute nennen wir es das Feld!). Eine Generation später spielte selbst Newton mit dem Gedanken an einen Äther mit sehr seltsamen elastischen Eigenschaften, um die Gravitation zu ‚erklären'. Es ist vielleicht wirklich nicht verwunderlich, dass er den absoluten Raum als etwas ansah, das ‚Substanz' war. Für die Zeitgenossen Newtons, wie Hooke und Huygens, war die wesentliche Funktion des Äthers, dass er die Lichtwellen

5) Siehe z. B. Rindler, W. (1995) in *Mach's Principle*, (Hrsg. J. Barbour und H. Pfister), Birkhäuser, Boston, S. 439.

übertrug; auf ihn konnte also auch ‚eingewirkt' werden. Dieser ‚lichtspendende Äther' entwickelte sich zu einem der Eckpfeiler von Maxwells Theorie (1864) und wurde zu einem plausiblen Indikator für Newtons absoluten Raum.

Es ist wohlbekannt, dass in die maxwellsche Theorie eine Konstante c mit der physikalischen Dimension einer Geschwindigkeit eingeht, die ursprünglich als das Verhältnis von elektrostatischer und elektrodynamischer Ladungseinheit definiert war und deren Wert im Labor durch einfach Experimente mit Ladungen und Strömen bestimmt werden kann. Darüber hinaus sagte die maxwellsche Theorie vorher, dass sich Störungen im elektromagnetischen Feld im Vakuum mit der Geschwindigkeit c ausbreiten – in anderen Worten: sie sagte die Existenz von elektromagnetischen Wellen vorher. Die Überraschung bestand darin, dass c exakt mit der bereits bekannten Vakuumlichtgeschwindigkeit übereinstimmte, was Maxwell auf die Vermutung führte, dass Licht ein elektromagnetisches Wellenphänomen sein muss. (Zu diesem Zeitpunkt hatte c den Rest der Physik noch nicht erobert; Maxwell hätte Pech gehabt, wenn sich herausgestellt hätte, dass Licht *Gravitations*wellen sind!) Als Medium für die Übertragung solcher Wellen, und elektromagnetischer Verformungen im Allgemeinen, griff Maxwell auf die alte Äther-Idee zurück. Und es schien vernünftig, anzunehmen, dass das ‚Ruh'system des Äthers gerade Newtons absoluter Raum ist. Und so ist der AR wenigstens mit Mitteln der Elektrodynamik von allen anderen Inertialsystemen unterscheidbar. Oder nicht?

1.7
Michelson und Morley suchen den Äther

Der große Erfolg der maxwellschen Theorie machte aus dem Äther selbst einen zentralen Forschungsgegenstand der Physik des ausgehenden neunzehnten Jahrhunderts. Es gab eine gewisse Erwartungshaltung an die Experimentatoren, zu versuchen, ihn ‚direkt' beobachtbar zu machen. Insbesondere versuchte man, die Bahngeschwindigkeit der Erde relativ zum Äther zu bestimmen, indem man den ‚Ätherwind' (oder auch die ‚Ätherdrift') durch das Labor zu detektieren versuchte. Das bekannteste dieser Experimente ist jenes von Michelson und Morley im Jahr 1887. Sie teilten einen Lichtstrahl auf und schickten die Teillichtstrahlen auf orthogonalen Pfaden gleicher Länge hin und zurück, woraufhin die beiden zurückkehrenden Strahlen interferierten und ein Interferenzmuster auf einem Schirm erzeugten. Unterschiedliche Ätherwindkomponenten entlang der beiden Lichtpfade hätten zu verschiedenen Lichtlaufzeiten entlang dieser Pfade führen sollen. Bei einer Drehung der Apparatur um 90°, bei der dieser Unterschied der Lichtlaufzeiten sich unter den Pfaden hätte vertauschen müssen, konnte jedoch keine Veränderung des Interferenzbildes festgestellt werden.

Da die Bahngeschwindigkeit der Erde um die Sonne 30 km/s beträgt, sollte man erwarten, dass der Ätherdrift wenigstens zu *einem* Zeitpunkt des Jahres mindestens *so* groß sein sollte, ganz egal wie der Äther durch das Sonnensystem strömt (bzw. das Sonnensystem durch den Äther). Und eine Drift dieser Größenordnung lag deutlich innerhalb der Messgenauigkeit des Geräts von Michelson und Morley. Die offensichtlichste Erklärung des negativen Ausgangs dieses Experiments, nämlich die Annahme, dass die Erde den Äther in ihrer Nachbarschaft vollständig mit sich mitführt, konnte aufgrund anderer optischer Effekte wie etwa der Aberration von Sternenlicht schnell widerlegt werden.

Die Theorie des Elektromagnetismus wurde hier also mit einem echten Problem konfrontiert: Wie konnte die *hin-und-her*-Lichtlaufzeit trotz des Ätherwinds richtungsunabhängig sein? (Moderne Laser-Ausführungen des Experiments haben dieses Ergebnis mit einer Genauigkeit von 10^{-15} bestätigt.[6]) Wobei das Michelson-Morley-Experiment noch nicht einmal die heute bekannte Tatsache feststellen konnte, dass selbst in *eine* Richtung die Lichtgeschwindigkeit *jederzeit* von irgendeinem Ätherwind unabhängig ist. Diese Tatsache wird von der Funktion der *internationalen Atomzeit* eindrucksvoll bestätigt. Diese Zeit wird durch eine große Anzahl von Atomuhren festgelegt, die sich in verschiedenen Laboratorien befinden, die auf der ganzen Welt verteilt sind. Ihre ‚angezeigten Zeiten' werden permanent gegeneinander geprüft, indem Radiosignale ausgetauscht werden (die sich außer in ihrer Frequenz nicht von Licht unterscheiden). Jeder Einfluss eines variablen Ätherwinds der erwarteten Größenordnung würde von diesen hochgradig exakten Uhren festgestellt werden. Muss noch erwähnt werden, dass kein solcher Einfluss festgestellt wurde? Am Tag und in der Nacht, im Sommer und im Winter, kommen diese Signale immer mit demselben Zeitunterschied bei ihren Empfängern an. Ein weiteres Beispiel ist die unglaubliche Genauigkeit moderner (satellitengestützter) Radio-Navigationssysteme. Diese Technik hängt entscheidend von der Unabhängigkeit der Radiosignalgeschwindigkeit von irgendeinem Ätherwind ab.

1.8
Die lorentzsche Äthertheorie

Eine genial konstruierte ‚Erklärung' des negativen Ausgangs des Michelson-Morley-Experiments wurde im Jahr 1889 von FitzGerald angeführt.[7] Diese Erklärung bestand darin, dass Körper, die sich durch den Äther bewegen, um einen Faktor $(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ kontrahieren – dieses Kontraktion würde gerade die Ätherdrift im Michelson-Morley kompensieren. Drei Jahre später formulierte Lorentz – offenbar unabhängig von den Überlegungen FitzGeralds – dieselbe Hypothese und arbeitete sie in seine umfassendere Äthertheorie ein.[8] Er konnte sie darüber hinaus, mit Berufung auf die elektromagnetische Beschaffenheit von Materie und auf die bekannte Kontraktion des Felds einer bewegten Ladung (siehe Abschnitt 7.6), zumindest bis zu einem gewissen Grade rechtfertigen. Diese ‚Lorentz-FitzGerald-Kontraktion' wurde dann sehr rasch recht bekannt.

6) Brillet, A. und Hall, J.L. (1979) *Phys. Rev. Lett.* **42**, 549.
7) Siehe Brush, S.G. (1967) *Isis*, **58**, 230.
8) Siehe Whittaker, E.T. (1987) *A History of the Theories of Aether and Electricity*, Tomash/American Institute of Physics, Nachdruck 1987, Vol. 1, S. 404, 405.

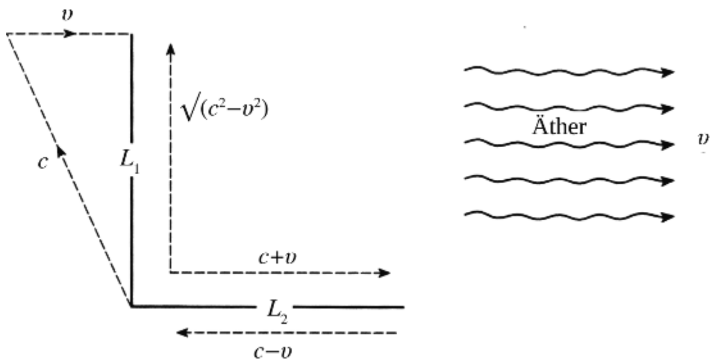

Abb. 1.2

Wir wollen uns anschauen, wie sie funktioniert. Der Einfachheit halber wollen wir annehmen, dass einer der beiden Lichtwege (einer der beiden ‚Arme' des Michelson-Morley-Experiments) in Richtung einer Ätherdrift der Geschwindigkeit v liege. Dieser Lichtweg werde mit L_1 bezeichnet. Die Abb. 1.2 sollte deutlich machen, dass die erwartbare Lichtlaufzeit hin und zurück entlang der beiden Arme dann

$$T_1 = \frac{L_1}{c+v} + \frac{L_1}{c-v} = \frac{2L_1}{c(1-v^2/c^2)}\,, \tag{1.5}$$

$$T_2 = \frac{2L_2}{(c^2-v^2)^{1/2}} = \frac{2L_2}{c(1-v^2/c^2)^{1/2}} \tag{1.6}$$

sein sollte, worin L_1 und L_2 die angeblich gleich großen Armlängen sind. Der Unterschied zwischen diesen beiden verschwindet sofort, wenn wir annehmen, dass der Arm, der in Richtung der Ätherdrift liegt, eine Lorentz-FitzGerald-Kontraktion erfährt, sodass $L_1 = L_2(1-v^2/c^2)^{1/2}$. Eine etwas kompliziertere Rechnung zeigt, dass unter diesen Umständen die durchschnittliche hin-und-zurück-Geschwindigkeit des Lichts, c', in *jede* Richtung gleich groß ist:

$$c' = c\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}\,. \tag{1.7}$$

Die Kontraktionshypothese erreicht jedoch weder eine Unabhängigkeit dieser Geschwindigkeit von der Ätherdrift – in (1.7) geht immer noch ein v ein – noch, dass die Lichtgeschwindigkeit *in eine Richtung* (nur hin, bzw. zurück) in alle Richtungen gleich ist. Diese beiden Unzulänglichkeiten wurden später durch die Aufnahme neuer Einsichten aus Einsteins Spezieller Relativitätstheorie ausgeräumt, wie etwa die Zeitdilatation – das Langsamerwerden von Uhren.

Lorentz – einer der ganz großen unter den Physikern und von Einstein verehrt (‚ich bewundere diesen Menschen wie keinen zweiten') – konnte sich niemals von der Idee des Äthers trennen, und als er im Jahr 1928 starb, glaubte er noch immer an ihn. Seine Äthertheorie beinhaltete am Ende alle von Einsteins grundlegenden Einsichten und war, was die Berechnung von Effekten anging, zur Speziellen

Relativitätstheorie äquivalent; und sie rüttelte weniger an klassischen Vorstellungen. Sie war aber auch unendlich weniger elegant und, vor allem anderen, traf sie keinerlei neue Vorhersagen. Heute ist sie vergessen, außer von Historikern.

1.9
Die Ursprünge der Speziellen Relativitätstheorie

Einsteins Lösung des Ätherproblems war drastischer. In seinem berühmten *Relativitätsprinzip* (RP) aus dem Jahr 1905 behauptete er, dass *alle Inertialsysteme hinsichtlich der Durchführung physikalischer Experimente äquivalent sind*. Dies war das erste Postulat. Für Einstein gibt es *keinen* Äther und *keinen* absoluten Raum. Alle Inertialsysteme sind vollständig äquivalent. In jedem IS sind *alle* physikalischen Gesetze gleich und mutmaßlich einfacher als in anderen starren Systemen. Insbesondere ist jedes IS genauso gut für die Beschreibung der Mechanik geeignet wie der newtonsche absolute Raum, und jedes IS ist genauso gut für die Beschreibung der Elektrodynamik geeignet wie das maxwellsche Äthersystem.

Diese zweite Bemerkung zwingt uns eine weitere Hypothese auf, die Einstein auch tatsächlich als sein zweites Postulat formulierte: *In jedem IS breitet sich Licht in jeder Richtung geradlinig mit der Geschwindigkeit c aus.* Denn diese Eigenschaft zeichnet den maxwellschen Äther auf dieselbe Weise aus wie das erste newtonsche Gesetz den newtonschen absoluten Raum. Einstein wusste natürlich, dass dieses zweite Postulat aufs heftigste mit klassischen (newtonschen) Vorstellungen von Zeit und Raum kollidierte: Ganz egal, wie schnell ich dem Licht hinterher jage (indem ich mich in immer schneller bewegte IS transformiere): Das Licht enteilt mir immer mit der Geschwindigkeit *c*! Einsteins herausragende Leistung bestand darin, einen neuen Bezugsrahmen für Raum und Zeit zu schaffen, in dem beide seiner Postulate in eleganter und natürlicher Weise befriedigt werden. Hierzu müssen die IS statt über Galilei-Transformationen über Lorentz-Transformationen miteinander verknüpft werden. Dies lässt Raum und Zeit innerhalb eines IS unberührt, aber es ändert die Sichtweise jedes IS auf die anderen. Vor allem braucht es hierfür ein neues Verständnis von *relativer* Zeit, die innerhalb eines IS nicht anders ist als in der klassischen Physik, die sich aber von System zu System unterscheidet.

Das einsteinsche Relativitätsprinzip ‚erklärt' das Negativ-Ergebnis aller Ätherdrift-Experimente in etwa so, wie das Prinzip von der Energieerhaltung *a priori* (das heißt, ohne die Notwendigkeit einer detaillierten Untersuchung des Mechanismus) das Versagen aller Versuche erklärt, ein perpetuum mobile zu bauen. Umgekehrt dienen all diese Experimente nun als empirische Untermauerung des einsteinschen Prinzips. Einstein hatte den Spieß umgedreht: Es konnten Vorhersagen getroffen werden. Die Situation kann verglichen werden mit jener, als das umständliche geometrische System des Ptolemäus (das hier der lorentzschen, ‚ätherzentrischen' Theorie entspricht) den neuen Ideen von Kopernikus, Galilei und Newton weichen musste. In beiden Fällen leitete die Befreiung von einem altehrwürdigen aber lästigen Bezugssystem eine revolutionäre Klärung physikalischer Ideen ein und führte zur Entdeckung einer ganzen Reihe von neuen und unerwarteten Ergebnissen.

Schon bald gab es eine ganze Theorie, die auf den beiden einsteinschen Postulaten gründete, und diese Theorie wird die *Spezielle Relativitätstheorie* genannt. Zu ihren Aufgaben gehörte es, da, wo es nötig war, die physikalischen Gesetze so umzuformulieren, dass sie in allen Inertialsystemen gleichermaßen gültig sind. Denn Einsteins Relativitätsprinzip ist in Wirklichkeit ein *Metaprinzip*: Es erlegt *allen* physikalischen Gesetzen Beschränkungen auf. Die von der Theorie verlangten Modifikationen sind (insbesondere in der Mechanik) in vielen modernen Anwendungen zwar von größter Bedeutung, in nahezu allen klassischen Situationen jedoch vernachlässigbar. Dies ist natürlich der Grund, warum diese Modifikationen nicht früher entdeckt wurden. Sie wurden auch im Jahr 1905 empirisch nicht wirklich benötigt. Dies ist ein wunderbares Beispiel dafür, wie allein die Kraft eines Gedankens ausreicht, die Grenzen der Empirie zu überspringen – eine Eigenschaft aller guten physikalischen Theorien, jedoch nur selten in solch heldenhaftem Ausmaß.

Heutzutage hat der enorme Erfolg der Speziellen Relativitätstheorie jeden Zweifel am weit ausgedehnten Gültigkeitsbereich ihrer grundlegenden Annahmen beseitigt. Die Theorie hat, neben anderem, auf eine neue Theorie von Raum und Zeit geführt, in der sie zu einer ‚Raumzeit' verschmelzen; auf die Existenz einer maximalen Geschwindigkeit für alle Teilchen und Signale; auf eine neue Mechanik, in der die Masse von Teilchen mit deren Geschwindigkeit zunimmt; auf die Formel $E = mc^2$; auf eine einfache makroskopische Elektrodynamik bewegter Körper; auf eine neue Thermodynamik; auf eine kinetische Gastheorie, die sowohl Teilchen als auch Photonen umfasst; auf de Broglies Verknüpfung von Wellen mit Teilchen; auf die diracsche Teilchen-Antiteilchensymmetrie; und auf die Theorie der Quantenelektrodynamik (Lamb-Verschiebung, magnetische Eigenschaften von Elektronen, usw.), die mit experimentellen Beobachtungen mit einer Genauigkeit von unglaublichen 10^{-8} übereinstimmt. Und nicht zuletzt ebnete die Spezielle Relativitätstheorie den Weg für die allgemein-relativistische Gravitation und für die Kosmologie.

Es liegt eine gewisse Ironie in der Tatsache, dass die newtonsche Theorie, die im klassischen Bezugsrahmen für Raum und Zeit schon immer einem Relativitätsprinzip genügte, sich als modifikationsbedürftig erwies, während die maxwellsche Elektrodynamik mit ihrer scheinbaren konzeptionellen Abhängigkeit von einem ausgezeichneten Äthersystem unverändert überlebte. Durch die Befreiung von einem materiellen Träger wurde das elektromagnetische Feld nun zu einer unabhängigen, eigenen physikalischen Größe, der weder ein Ruhsystem noch eine Geschwindigkeit zugewiesen werden kann. Dieserart entstand der moderne Feldbegriff. Felder werden nicht notwendigerweise als von einem ‚Körper' erzeugt angesehen, obwohl sie von diesen beeinflusst werden können und mit ihnen durch Austausch von Energie und Impuls wechselwirken (dies wird durch Feldgleichungen beschrieben).

Wie originell, wie eigenständig war Einstein bei der Formulierung seiner Speziellen Relativitätstheorie? Wie Freud betonte, sind die meisten revolutionären

Ideen bereits im Vorhinein schon einmal angedacht oder unvollständig ausformuliert worden. Wie Kopernikus, wie Newton (‚Wenn ich weiter geblickt habe, so deshalb, weil ich auf den Schultern von Riesen stehe.'), so hatte auch Einstein Vorgänger, allen voran Lorentz und Poincaré. Lorentz hatte die Lorentz-Transformationen (LT) vor Einstein, im Jahr 1903, als jene Transformationen entdeckt, die die maxwellschen Gleichungen (gemeinsam mit einer passenden Transformation des Felds) invariant lassen. Lorentz durchdrang jedoch niemals die physikalische Bedeutung der LT, noch wandte er sich von der Vorstellung eines Äthers ab. Poincaré wiederum, Frankreichs führender Mathematiker zu jener Zeit und ein weiterer Teilnehmer in der hektischen Entwicklung der elektromagnetischen Theorie, nimmt einen Platz irgendwo zwischen Lorentz und Einstein ein. Er verwendete die LT um die Notwendigkeit einer neuen Mechanik zu betonen, in der c eine Geschwindigkeitsgrenze sein müsse, ohne jedoch, ganz wie Lorentz, irgendwie auf die physikalische Bedeutung der Transformation der Zeitkoordinaten einzugehen. Er erkannte bereits im Jahr 1895 intuitiv, dass es unmöglich sein würde, das Äthersystem nachzuweisen, und er formulierte sogar das ‚Relativitätsprinzip' ein Jahr vor Einstein, im Jahr 1904. Und er *nannte* es auch so. Im Gegensatz zu Einstein machte er aber nichts daraus. Einstein war der erste, der die LT aus dem Relativitätsprinzip herleitete, ganz unabhängig von der maxwellschen Theorie, und der erkannte, dass sie die *reale* Zeit und den *realen* Raum in den IS miteinander verknüpfen. Er war der erste, der mit voller Überzeugung den Äther und die alten Vorstellungen von Raum und Zeit verwarf (wobei er sie als Näherungen natürlich weiterhin anerkannte) und ebenso symmetrischen wie eleganten Ersatz für sie fand. *Das* war der grundlegende und eigenständige Durchbruch, der die darauffolgende rasche Entwicklung der Theorie möglich machte. Diese Ideen verlangten einen außergewöhnlich beweglichen und unvoreingenommenen Geist, und Einstein steht völlig zu Recht in dem Ruf, unsere Sicht auf die Welt geändert zu haben.

1.10
Weitere Unterstützung für Einsteins Postulate

Das Relativitätsprinzip ist eine solch grundlegende Säule der modernen Physik, dass wir es noch weiter besprechen wollen. Wie es bei Axiomen immer ist, erweist sich ihre Sinnhaftigkeit immer erst im Gebrauch: Axiome werden erst durch den Erfolg der Theorien gerechtfertigt, die auf ihnen gründen. Und im Fall der Speziellen Relativitätstheorie ist der Erfolg überwältigend. Für das RP jedoch können schon logisch, *a priori*, gute Gründe angeführt werden:

1. Das negative Ergebnis aller Ätherdriftexperimente – und außer dem Michelson-Morley-Experiment gab es noch einige andere (siehe z. B. Aufgabe 7.18). Obwohl Einstein in seiner Veröffentlichung im Jahr 1905 wenig daraus machte, schrie diese geradezu nach einer Erklärung, und das RP lieferte sie.
2. Die ‚Relativität' der maxwellschen Theorie, die nicht im Geiste ihres Erfinders war, aber tatsächlich vorhanden ist. Dies war ein für Einstein sehr gewich-

tiges Argument. Betrachten wir z. B. die Wechselwirkung einer kreisrunden Leiterschleife mit einem Stabmagneten, der entlang ihrer Achse orientiert ist. Wenn wir die Leiterschleife bewegen, wirkt aufgrund des Felds des stationären Magneten eine Lorentz-Kraft auf die freien Elektronen im Leiter und verursacht so einen elektrischen Strom. Wenn wir aber die Schleife in Ruhe belassen und den Magneten bewegen, verursacht der sich ändernde magnetische Fluss durch die Fläche der Leiterschleife aufgrund des Induktionsgesetzes einen gleich großen Strom. Die maxwellsche Theorie gilt also im Ruhsystem der Leiterschleife genauso wie sie im Ruhsystem des Magneten gilt.
3. Die Einheit der Physik. Dies ist ein Argument aus etwas jüngerer Zeit. Es ist mehr und mehr offenkundig geworden, dass die Physik nicht in streng voneinander unterschiedliche Bereiche aufgeteilt werden kann. So kann z. B. kein elektromagnetisches Experiment ohne Verwendung von mechanischen Teilen auskommen, und kein mechanisches Experiment ist unabhängig von der elektromagnetischen Konstitution der Materie, usw. Wenn es in der Mechanik ein *strenges* Relativitätsprinzip gibt, dann muss auch in weiten Teilen der Elektrodynamik ein solches Prinzip gelten; nämlich in dem Teil, der mit der elektromagnetischen Konstitution zu tun hat. Wenn aber in Teilen, warum dann nicht gleich vollständig? Wenn die Physik nicht aufteilbar ist, dann muss sie dem Relativitätsprinzip insgesamt oder gar nicht genügen. Und da das RP in der Mechanik so offenkundig ist, dann ist es nur vernünftig, zu erwarten, dass auch die Elektrodynamik (und der gesamte Rest der Physik) ihm genügt.
4. Die Bedeutsamkeit der Relativität. Wir sind so vollkommen an die Relativität aller physikalischen Vorgänge gewöhnt (sie laufen immer gleich ab, ob im Labor auf der Erde die durch den Kosmos rast, in Raumkapseln, in Flugzeugen usw.), dass ihre Bedeutsamkeit uns gar nicht mehr ins Auge fällt. Aber rufen wir uns in Erinnerung, wie sehr Galilei über seine Entdeckung verwundert war, dass es keiner Kraft bedarf um die gleichförmige Bewegung eines Teilchens aufrecht zu erhalten: Er vermutete dahinter sofort ein Naturgesetz. Ebenso ist es mit der Relativität: Wenn sie ungefähr gilt, dann ist sie von so großer Bedeutung, dass wir dahinter ein exakt gültiges Naturgesetz vermuten.

Was das zweite Postulat angeht (die Invarianz der Lichtgeschwindigkeit), wie grundlegend es auch sein mag, so widmete Einstein ihm in seinem Artikel nicht einmal einen ganzen Satz und erachtete es auch nicht als notwendig, es zu rechtfertigen. Hier war sein Instinkt sehr viel besser als jener vieler Wissenschaftler, die ihm in der Ausarbeitung der Theorie nachfolgten. Es wurde viel Zeit und Aufwand investiert, um empirische Fragen zu beantworten wie z. B., ob Doppelsternsysteme, die um ein gemeinsames Zentrum rotieren, gleichmäßig rotierend *erscheinen* würden, was die These von der Unabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Geschwindigkeit der Quelle stützen würde. Oder ob vielleicht eine Gaswolke um das System das Licht absorbieren und re-emittieren und so die Differenz maskieren würde usw. Tatsächlich jedoch ist das zweite Postulat, wenn wir das erste akzeptieren, nur ein An-Aus-Schalter, und dies hat Einstein vermutlich intuitiv erkannt. Denn wie wir in Abschnitt 2.11 sehen werden, verlangt das RP (zusammen mit der Annahme von Kausalität), dass es eine invariante Geschwindigkeit geben *muss* – die Frage ist nur, welche Geschwindigkeit. Wenn diese Geschwindigkeit unendlich ist (das heißt, unendliche Geschwindigkeit in einem Inertialsystem bedeutet auch unendliche Geschwindigkeit in jedem anderen Inertialsystem), dann folgt daraus die galileische Transformationsgruppe und mit ihr der newtonsche Raum und die absolute Zeit. Wenn aber die invariante Geschwindigkeit endlich ist, sagen wir c, so folgt daraus die lorentzsche Transformationsgruppe und mit ihr die einsteinsche Raumzeit. Die einzige Aufgabe des zweiten Postulats ist damit, die invariante Geschwindigkeit festzulegen. Und die maxwellsche Theorie und die Ätherdriftexperimente legen nahe, dass diese c sein sollte.

Aus diesen Bemerkungen wird auch klar, dass es überflüssig ist, die ‚geradlinige' Ausbreitung von Licht in die Formulierung des zweiten Postulats mit aufzunehmen – auch ohne gelangt man zu den LT. Wir haben sie nur der Einfachheit halber mit aufgenommen.

1.11
Kosmologie und erste Zweifel an Inertialsystemen

Wir wenden unsere Aufmerksamkeit nun dem zweiten Problem des Abschnitts 1.5 zu: Wie gesichert ist das ‚nullte Axiom' sowohl der newtonschen Theorie als auch der Speziellen Relativitätstheorie, d. i. die Existenz der unendlich ausgedehnten Inertialsysteme in der tatsächlichen physikalischen Welt? An dieser Stelle ist es nützlich, sich schon vorab die wesentlichen Merkmale des heute bekannten Kosmos vor Augen zu rufen. Unsere Galaxie enthält etwa 10^{11} Sterne – fast alles, was wir am Nachthimmel mit dem bloßen Auge erkennen könne, sind solche Sterne. Außerhalb unserer Galaxie gibt es weitere Galaxien, der unseren mehr oder weniger ähnlich, die verteilt sind wie Münzen die um jeweils etwa einen Meter voneinander entfernt sind. Der bekannte Teil des Universums (alles innerhalb eines Radius von etwa 10^{10} Lichtjahren), enthält etwa 10^{11} solcher Galaxien. Das Universum weist dabei eine geradezu unglaubliche großräumige Regularität auf. Die meisten Kosmologen akzeptieren daher das *kosmologische Prinzip*, das besagt, dass das Universum von jedem Punkt aus und in jeder Richtung besehen gleich aussieht. Es gibt also kein Ende, in größerer Entfernung befinden sich weitere Galaxien usw. (denn in Inseluniversen müsste es Galaxien ‚am Rand' geben, von denen aus das Universum anders aussähe). Wir wissen jedoch nicht, ob das Universum flach und unendlich ist, oder ob es gekrümmt ist – in welchem Fall es immer noch unendlich sein kann (bei negativer Krümmung), es sich aber auch in sich selbst zurückkrümmen kann (bei positiver Krümmung). Wenn es intrinsisch gekrümmt ist, dann gibt es sowieso keine Inertialsysteme, da diese per Annahme flach sind. Nehmen wir also an, es sei flach und unendlich und gleichmäßig mit Galaxien angefüllt. Schreiben wir ‚Sterne' statt ‚Galaxien' und fügen ‚statisch' hinzu, so haben wir Newtons Vorstellung vom Universum formuliert. Wie konnte Newton annehmen, dass eine unendliche, statische Verteilung von Materie angesichts der Vielzahl gravitativer Wechselwirkungen statisch *bleiben* konnte?

Die Antwort liefert das Konzept vom absoluten Raum und eine Symmetrieüberlegung: In Bezug auf den absoluten Raum würde jede Galaxie so stark in eine Richtung gezogen wie in die entgegengesetzte und sich daher im Gleichgewicht befinden und sich nicht bewegen. Entfernen wir aber den absoluten Raum aus der Überlegung, so könnte diese unendliche Anordnung von Galaxien kollabieren, überall mit der derselben Rate, ohne die *intrinsische* Symmetrie zu verletzen: Jede Galaxie würde einen radialen Kollaps auf sich selbst zu beobachten. Das heute beobachtete Universum kollabiert nicht, sondern es expandiert, aber auf dieselbe symmetrische Weise, als hätte es vor Milliarden Jahren eine uranfängliche Explosion gegeben (den ‚Urknall'). Die Gravitation könnte diese Expansion bremsen und womöglich irgendwann umkehren – oder auch nicht.

Aber das letzte, was so ein Universum tun würde, ist, mit einer *konstanten* Rate zu expandieren; so, als wenn die Gravitation abgeschaltet wäre. Wie aber kann so ein Universum die Existenz von Newtons unendlicher Menge an gleichförmig bewegten Inertialsystemen erlauben *und* zugleich das kosmologische Prinzip befriedigen? Es kann es nicht. Höchstens *eine* Galaxie wäre in so einem Inertialsystem in Ruhe, und alle anderen Galaxien würden sich in diesem IS beschleunigt bewegen. Gebremst, oder *beschleunigt*. (Und dies ist, was gegenwärtig beobachtet wird: Eine der Gravitation entgegenwirkende ‚Lambda'-Kraft führt offenbar zu einer beschleunigten Expansionsrate. Wir kommen auf diese ‚Lambda'-Kraft, deren mögliche Existenz bereits von Einstein erkannt wurde, noch häufiger in diesem Buch zurück.) In beiden Fällen, Abbremsung oder Beschleunigung, müssen wir jedenfalls feststellen, dass keine ausgedehnten Inertialsysteme existieren können.

Das kosmologische Prinzip führt unter diesen Bedingungen auf die Annahme, dass jede Galaxie *lokal* einen Standard für nicht-beschleunigte Bewegungen setzt, und dass vom Zentrum der Galaxie ausgehende Sichtlinien einen lokalen Standard für nicht-Rotation setzen (anders als die Sterne in der Galaxie selbst, die womöglich selbst rotieren). Zusammen definiert dies ein *lokales Inertialsystem*. Inertialsysteme sind dann nicht länger unendlich ausgedehnt und sie bewegen sich relativ zueinander nicht mehr alle gleichförmig. Wenn das Universum sich nicht gleichförmig ausdehnt, sind Inertialsysteme lokal inertial, aber nicht mehr ab einer gewissen Entfernung vom Ursprung. An jedem Punkt jedoch gibt es weiterhin unendlich viele lokale Inertialsysteme, die sich relativ zueinander gleichförmig bewegen.

Die Ausdehnung des Gültigkeitsbereichs der newtonschen Mechanik in solchen lokalen Inertialsystemen ist für die Himmelsmechanik von praktischer Bedeutung. Grundsätzlich kann man als Regel annehmen, dass die newtonsche Himmelsmechanik in Systemen angewendet werden kann, die gravitativ gebunden sind und sich durch diese Bindung von der kosmischen Expansion abgekoppelt haben; so etwa das Sonnensystem, eine ganze Galaxie, oder auch hinreichend kleine und stark gebundene Galaxiencluster.

1.12 Träge und schwere Masse

In der Allgemeinen Relativitätstheorie werden andere, und viel kleinere ‚lokale Inertialsysteme' verwendet. Auf sie kam Einstein nicht aufgrund von Überlegungen zur kosmischen Dynamik (im Gegenteil, er hielt das Universum lange Zeit für statisch), sondern aufgrund seines Äquivalenzprinzips (ÄP) aus dem Jahr 1907, das aus einer genaueren Betrachtung des Begriffs ‚Masse' hervorgeht. Es wird nicht immer ordentlich auseinander gehalten, dass in der newtonschen Mechanik und der newtonschen Gravitation zwei verschiedene Arten von Masse eingehen. Diese beiden Arten sind (i) die *träge Masse*, die in Newtons zweitem Gesetz als Verhältnis von Kraft und Beschleunigung auftritt und damit die Trägheit angibt, mit der eine Teilchen auf eine Kraftwirkung reagiert, und (ii) die *schwere Masse*, die als das gravitative Analogon zur elektrischen Ladung angesehen werden kann, und die in der Gleichung

$$f = \frac{Gmm'}{r^2} \tag{1.8}$$

für die gravitative Anziehung zwischen zwei Massen auftaucht (worin G die Gravitationskonstante ist).

Man kann noch weiter zwischen *aktiver* und *passiver* schwerer Masse unterscheiden, worin die aktive schwere Masse jene ist, die das Gravitationsfeld verursacht, und die passive Masse jene, die dessen Wirkung ausgesetzt ist. Aufgrund der Symmetrie der Gl. (1.8) (die aus Newtons drittem Gesetz folgt), gibt es aber in der newtonschen Theorie keinen wesentlichen Unterschied zwischen aktiver und passiver schwerer Masse. Und in der ART gibt es keine passiven Massen, nur aktive – die Quellen des Felds.

Wie sich aber herausstellt, stehen die träge und die schwere Masse *jedes* Teilchens im selben Verhältnis zueinander und tatsächlich setzt man sie üblicherweise gleich, indem man die Einheit entsprechend wählt (indem man z. B. dasselbe Teilchen für beide Massen als Einheit wählt). Für Newton war diese Gleichheit des Verhältnisses ein Axiom, und er testete es und bestätigte es mit einer Genauigkeit von 1 : 1000. (Wie schon vor ihm Galilei, führte er Experimente mit Pendeln durch und stellte fest, dass ihre Schwingungsdauer unabhängig vom Material des Pendels ist. Hier verursacht die schwere Masse eine Verkleinerung der Schwingungsdauer, die träge Masse vergrößert sie.) Sehr viel genauere Bestätigungen lieferte Eötvös, zunächst im Jahr 1889, dann im Jahr 1922 mit einer Genauigkeit von $1 : 10^9$. Eötvös hing zwei gleiche Massen aus unterschiedlichem Material an eine ausgefeilte Torsionswaage, die in West-Ost-Richtung ausgerichtet war. Überall außer an den Polen und am Äquator müsste die Erdrotation eine Verdrillung verursachen, wenn die träge und die schwere Masse nicht gleich wären – da Zentrifugalkräfte auf träge Massen wirken. In einer genialen Abwandlung des Eötvös-Experiments, in dem sie die Zentrifugalkraft im Erdorbit ausnutzten, die alle 12 h ihre Richtung ändert und sich so zur Resonanzverstärkung eignet, konnten Roll, Krotkov und Dicke (Princeton, 1964) die Präzision auf $1 : 10^{11}$ erhöhen; und später Braginski und Panov (Moskau 1971) sogar auf 1 : 10^{12}. In Planung befindet sich seit einigen Jahren ein satellitengestütztes Experiment (STEP, Satellite Test of the Equivalence Principle), das in einer Kapsel im Erdorbit, die völlig frei ist von anderen Einflüssen als der Gravitation (*drag-free*), den freien Fall verschiedener Teilchen untersuchen soll und eine Genauigkeit von 1 : 10^{18} anpeilt.

Manchem kommt die Frage auf, ob Antimaterie auch negative schwere Masse hat. Ob sie also von gewöhnlicher Materie abgestoßen würde. Jüngste Untersuchungen am CERN konnten erste Grenzen für die schwere Masse von Antimaterie bestimmen, aber die Ergebnisse erlauben noch keine entscheidenden Aussagen. Quantenmechanische Berechnungen von Schiff haben jedoch ergeben, dass sich in gewöhnlicher Materie bereits so viele virtuelle Positronen befinden, dass es den Ausgang des Eötvös-Dicke-Experiments merklich beeinflusst hätte wenn die Positronen negative schwere Masse hätten. Und es scheint astrophysikalische Hinweise darauf zu geben, dass die schwere Massen des K^0-Mesons und seines Antiteilchens um nicht mehr als $\approx 10^{-10}$ voneinander abweichen.[9] Es deutet also bisher alles auf die universelle Gültigkeit von Newtons Axiom hin.

Diese Proportionalität von träger und schwerer Masse wird oft das *schwache Äquivalenzprinzip* genannt. Ein vollständig äquivalente Eigenschaft ist die, dass *alle* freifallenden Teilchen in einem gegebenen Punkt im Gravitationsfeld dieselbe Beschleunigung erfahren. Wie im Fall des Pendels, würde die schwere Masse die Beschleunigung vergrößern, die träge Masse sie verkleinern. Genauer gesagt ergibt das Feld mal aktive Masse die Kraft auf das Teilchen, und die Kraft geteilt durch die träge Masse ergibt die Beschleunigung des Teilchens, sodass die Beschleunigung gleich dem Feld ist, $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{g}$, unabhängig vom Teilchen. (Dies ist natürlich der Grund, warum $\boldsymbol{g}$ oft die ‚Schwerebeschleunigung' genannt wird.) Hieraus folgt, dass die freie Bewegung in einem Gravitationsfeld eindeutig durch die Angabe des Felds und einer Anfangsgeschwindigkeit bestimmt ist. Platziere einen Konzertflügel und einen Tischtennisball nebeneinander und mit derselben Geschwindigkeit irgendwo ins Sonnensystem, und die beiden werden sich für alle Zeit nebeneinander herbewegen! Diese Gleichheit der Bahnen in einem Gravitationsfeld wird, in einer leichten Erweiterung von Galileis tatsächlichen Beobachtungen, üblicherweise *galileisches Prinzip* genannt. (Man erinnere sich Galileis Fallversuchen am schiefen Turm von Pisa, wo er unterschiedliche Teilchen fallen ließ. Der direkteste Test des schwachen Äquivalenzprinzips.)

Eine wichtige Schlussfolgerung aus der schwachen Äquivalenz wurde bereits von Newton in seinen *Principia* gezogen, nämlich: Eine in einem parallelen Gravitationsfeld (parallele Feldlinien) freifallende, nicht rotierende Kabine ist mechanisch äquivalent zu einem gravitationsfreien Inertialsystem. (Hier denke man an die Fernsehübertragungen von Astronauten, die in Raumstationen und -kapseln ohne Gewicht sind und sich entsprechend dem ersten newtonschen Gesetz bewegen!) Zum Beweis betrachte man die Bewegung irgendeines Teilchens in der Kabine; seien $\boldsymbol{f}$ und $\boldsymbol{f}_G$ die Gesamtkraft bzw. die Gravitationskraft auf das Teil-

9) Für diese und weitere experimentelle Untersuchungen siehe z. B. Ohanian, H.C. und Ruffini, R. (1994) *Gravitation and Spacetime*, 2. Aufl., Norton, New York.

chen, in Bezug auf, z. B., die Erde (die wir hier als newtonsches Inertialsystem ansehen), und m_t und m_s seine träge bzw. seine schwere Masse. Dann ist $\boldsymbol{f} = m_t\boldsymbol{a}$ und $\boldsymbol{f}_G = m_s\boldsymbol{g}$, worin $\boldsymbol{a}$ die Beschleunigung des Teilchens und $\boldsymbol{g}$ das Gravitationsfeld und damit die Beschleunigung der Kabine ist. Die Beschleunigung des Teilchens relativ zur Kabine ist $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{g}$ (aufgrund der ‚klassischen' Addition von Beschleunigungen) und somit ist die Kraft relativ zur Kabine gleich $(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{g})m_t$. Diese ist gleich der nichtgravitativen Kraft $\boldsymbol{f} - \boldsymbol{f}_G$ wenn $m_t = m_s$; also gilt in der Kabine das zweite newtonsche Gesetz (inklusive des ersten). Und dasselbe gilt für das dritte Gesetz. In der Kabine ist das Gravitationsfeld ‚wegtransformiert'.

1.13 Das einsteinsche Äquivalenzprinzip

Die Proportionalität von träger und schwerer Masse ist ein höchst mysteriöser Umstand. Warum die träge Masse (deren Eigenschaft einer Art ‚Beschleunigungswiderstand' auch in einer Welt, in der es keine Gravitation gibt, auftreten sollte) in der Anwesenheit von Gravitation als Gravitationsladung dienen sollte, bleibt von der newtonschen Theorie völlig unerklärt und erscheint als rein zufällige Koinzidenz. Newtons Theorie würde ohne diese Proportionalität genauso gut funktionieren: Sie würde dann einer Theorie von elektrisch geladenen Teilchen und ihrer Bewegung unter dem Einfluss einer Coulomb-artigen, anziehenden Kraft ähneln, in der Teilchen derselben (trägen) *Masse* unterschiedliche schwere (Gravitations)*Ladungen* tragen können. Die ART jedoch enthält das galileische Prinzip als ganz wesentliche Zutat und könnte ohne es nicht überleben.

Es ist in der Tat Einsteins Auseinandersetzung mit $m_t = m_s$, die den Ursprung der ART bildete. Er ging damit um, wie er mit der Relativität umging: mutig und universell. Er wartete nicht auf Präzisionsexperimente. Wenn es sich auch nur näherungsweise als richtig erweist, dann ist das bereits eine so erstaunliche Tatsache, dass dahinter ein exaktes Naturgesetz stecken muss. In einem Gedanken, den er später ‚den glücklichsten Gedanken meines Lebens' nannte, erkannte er, dass Trägheit und Schwere in einem fundamentalen Sinne wirklich dasselbe sein müssen. Und dies geht so: Stell dir vor du sitzt in einem Kasten aus dem du nicht heraus schauen kannst. Du fühlst eine zum Boden hin wirkende ‚Gravitationskraft', gerade so wie zu Hause im Wohnzimmer. Aber du hast *keine* Möglichkeit festzustellen, ob nicht der Kasten in Wirklichkeit Teil einer im freien Raum beschleunigenden Rakete ist und ob die Kraft, die du spürst, nicht eine ist die in der newtonschen Theorie eine ‚Trägheitskraft' genannt würde. Für Einstein sind Trägheitskräfte und Gravitationskräfte identisch.

Dies alles findet seinen Ausdruck in *Einsteins Äquivalenzprinzip* (ÄP), das sich am einfachsten mithilfe der Vorstellung von einer *freifallenden, nicht-rotierenden Kabine* ausdrücken lässt. In einem ‚Gedankenexperiment' könnten die Wände dieser Kabine aus losen Ziegelsteinen bestehen, die ganz *ohne* Mörtel aufeinander gelegt sind: Wenn diese Steine beim freien Fall nicht auseinanderdriften, dann rotiert die Kabine nicht und das Feld ist homogen (parallele Feldlinien). Die sinnvolle Größe einer solchen Kabine wird im Spezialfall dadurch bestimmt, wie weit das tatsächliche Gravitationsfeld von einem homogenen Gravitationsfeld abweicht: Die Kabine muss so klein sein, dass in ihr das Feld im Wesentlichen homogen ist. Selbst dann können, wenn wir nur lange genug fallen, die Steine auseinander driften: Die Kabine muss also nicht nur klein sein, wir müssen unserem Kabinenexperiment auch ein zeitliches Limit setzen.

Wir können Einsteins Äquivalenzprinzip nun so formulieren: *Alle freifallenden, nicht-rotierenden Kabinen sind hinsichtlich der Durchführung physikalischer Experimente äquivalent*. Wenn dies wahr ist, so sind diese Kabinen insbesondere äquivalent zu Kabinen, die bewegungslos in einem ausgedehnten Inertialsystem in einer Welt ohne Gravitation schweben, und somit ist dann alle Physik in der Kabine speziell-relativistisch. Die Kabinen selbst werden *lokale Inertialsysteme* (LIS) genannt. Man beachte, um wie viel kleiner diese LIS im Vergleich zu den *newtonschen* lokalen Inertialsystemen sind, die wir in Abschnitt 1.11 besprochen haben und die ganze Galaxienhaufen umspannen können. Man beachte ebenso, dass die LIS an einem Punkt eine unendliche Klasse bilden; und sie alle bewegen sich relativ zueinander gleichförmig. Aber LIS an verschiedenen Punkten (z. B. an gegenüberliegenden Polen der Erde) bewegen sich im Allgemeinen relativ zueinander beschleunigt.

Das einsteinsche Äquivalenzprinzip ist eine Erweiterung eines Prinzips auf die gesamte Physik, dessen Gültigkeit vorher nur in der Mechanik etabliert war (wie am Ende des vorhergehenden Abschnitts besprochen). Wie schon im Fall des Relativitätsprinzips wäre die *Einheit der Physik* allein schon ein guter Grund, diese Erweiterung zu rechtfertigen. Aber wir wollen besprechen, wie diese Erweiterung auch Einsteins Idee von der Gleichheit von Trägheit und Schwere entspricht.

Sei C eine freifallende Kabine mit der Beschleunigung g in der Nähe der Erdoberfläche (siehe Abb. 1.3). Sei C′ eine andere Kabine *innerhalb* von C die sich relativ zu C mit Beschleunigung *g nach oben* bewegt. Die Kabine C′ befindet sich also in Bezug zum Gravitationsfeld der Erde in Ruhe. Ein Beobachter führe in C′ eine Reihe von Experimenten durch, mechanischer und nicht-mechanischer Art. Jedes solches Experiment E kann in C als zusammengesetztes Experiment angesehen werden, nämlich, nach oben zu beschleunigen und *dann* E auszuführen. Gemäß dem ÄP sind nun die Ergebnisse all dieser Experimente genau so wie sie es wären wenn C frei durch den leeren Raum schweben würde. Dann aber ist C′ wie eine beschleunigende Rakete und sein internes Feld ist ein reines ‚Trägheits'feld. Also kann kein Experiment zwischen einem Gravitationsfeld und einem Trägheitsfeld unterscheiden: Sie sind (lokal) identisch.

1.14
Eine Vorschau auf die Allgemeine Relativitätstheorie

Rufen wir uns Einsteins Einwand gegen die ausgedehnten newtonschen Inertialsysteme in Erinnerung: Sie sind absolute Gebilde, die wirken, aber auf die nicht eingewirkt werden kann. In seinem Äquivalenzprinzip sah Einstein einen Weg,

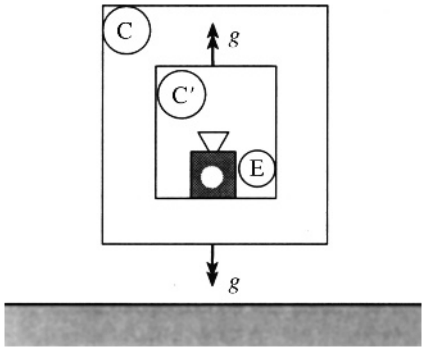

Abb. 1.3

der die Physik von dieser fragwürdigen präexistenten Struktur befreien könnte. Für seine SRT hatte er sie noch gebraucht, um die Bühne zu definieren auf der seine Theorie gültig sein sollte. Das ÄP aber hatte dies geändert. Man muss nun keine absoluten Gebilde vorgeben. Was zweifellos in der Physik existiert, sind die Bahnen freifallender Teilchen – die nun an jedem Punkt die LIS bestimmen und damit die Bühne für die SRT. Und natürlich sind diese Bahnen nicht absolut: Sie werden vom Materieinhalt des Universums bestimmt. Nur in der vollständigen Abwesenheit von Gravitation (wie es in der SRT idealisierenderweise angenommen wird) werden diese Bahnen gerade und die LIS verknüpfen zu zusammenhängenden, ausgedehnten Inertialsystemen. Außer in diesem Fall ist das Konzept von ‚ausgedehnten Inertialsystemen' in die Verbannung geschickt, wie zuvor schon der ‚absolute Raum' und der ‚Äther'.

In den folgenden Absätzen (von denen die ersten drei zu diesem frühen Zeitpunkt eher locker leicht gelesen werden sollten) skizzieren wir den Weg vom ÄP zur ART.[10] Technisch war Einsteins Vorgehensweise die, vier physikalisch mit Absicht bedeutungslose Koordinaten x_1, x_2, x_3, x_4 einzuführen, deren einzige Aufgabe es ist, sogenannte Ereignisse (‚Punkte' der Raumzeit) in eindeutiger und stetiger Weise zu kennzeichnen. Die Trägheit-Gravitation wird dann durch eine kodierte Vorschrift (die ‚Metrik') eingebaut, mithilfe derer wir in jedem Ereignis von diesen Koordinaten x_1, x_2, x_3, x_4 zum LIS mit seinen physikalisch *sinnvollen* Koordinaten x, y, z, t transformieren können. Dies wiederum erlaubt die Bestimmung der Bewegung ‚freier' Teilchen. (Beachte, dass in der ART ein Teilchen ‚frei' heißt, wenn es nur der Trägheit-Gravitation ausgesetzt ist, wie etwa die Planeten im Sonnensystem, aber *nicht* wie Protonen in einem Teilchenbeschleuniger.) Lokal bewegt sich jedes Teilchen aufgrund des ÄP im LIS geradlinig und mit konstanter Geschwindigkeit; das heißt, auf ‚geraden' Linien in der 4-dimensionalen Raumzeit. In der ART sind diese LIS an den verschiedenen Ereignissen zusammengeflickt zu einer *gekrümmten* Raumzeit; denn wenn die gesamte Raumzeit

10) Für eine historische Fantasie, wie dies schon früher hätte passieren können, siehe Rindler, W. (1994) *Am. J. Phys.*, **62**, 887.

flach wäre, würden die LIS sich zu einem einzigen großen LIS zusammenfügen und alle freien Teilchen würden sich in *diesem* System auf geraden Linien bewege – wie wir es kennen in dem Fall, dass die Gravitation abgeschaltet ist. Der Pfad eines Teilchens oder Protons in der Raumzeit wird ‚Weltlinie' genannt. In der SRT sind die Weltlinien freier Teilchen (und Photonen) gerade. In der ART sind sie ‚lokal gerade'; das heißt, gerade in jedem LIS entlang des Weges. Dies entspricht einer ‚so gerade wie möglichen Linie' in der gesamten, gekrümmten Raumzeit.

Solche Linien werden ‚geodätisch' genannt. Auf der Erdoberfläche sind dies die Großkreise. In jede Richtung gibt es nur *eine* Geodäte. In einem LIS bedeutet die Kenntnis einer Raumzeitrichtung $\mathrm{d}x : \mathrm{d}y : \mathrm{d}z : \mathrm{d}t$ die Kenntnis einer Geschwindigkeit $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t, \mathrm{d}y/\mathrm{d}t, \mathrm{d}z/\mathrm{d}t$. Die Anfangsgeschwindigkeit eines Teilchens in einem gegebenen LIS bestimmt also seine Anfangsrichtung in der Raumzeit und damit die eindeutige Geodäte, die seine Weltlinie sein wird. Der Konzertflügel und der Tischtennisball werden *derselben* Weltlinie folgen! Auf diese Art ‚erklärt' die ART das galileische Prinzip. Für Einstein ist das Gesetz von der geodätischen Bewegung primär, und eine natürliche Erweiterung der freifallenden Bewegung in Inertialsystemen. Die ‚Gravitationskraft' ist verschwunden.

Da die Geometrie der Raumzeit die Geodäten und damit die Bewegung freier Teilchen bestimmt, müssen die gravitierenden Massen die Geometrie bestimmen. Die newtonsche *aktive* schwere Masse (der Erzeuger des Felds) geht in der ART über in den Erzeuger der Krümmung. Die newtonsche *passive* schwere Masse (auf die das Feld gravitativ einwirkt) wird in die Verbannung geschickt. Die *träge* Masse überlebt nur im Zusammenhang mit nichtgravitativen Systemen, d. h. in Systemen in denen die Gravitation wegidealisiert ist oder in denen sie keine Rolle spielt, wie etwa bei Teilchenstößen oder bei der Beschleunigung von geladenen Teilchen in elektromagnetischen Feldern.

Zusammengefasst: Die allgemein-relativistische Raumzeit ist gekrümmt. Ihre Krümmung wird von der aktiven schweren Masse verursacht. Die Beziehung zwischen der Krümmung und der Masse wird von Einsteins berühmten Feldgleichungen hergestellt. Freie Teilchen (und Photonen) folgen in dieser gekrümmten Raumzeit geodätischen Weltlinien und befriedigen so das galileische Prinzip.

Es erscheint fast schon mysteriös, dass die newtonsche und die einsteinsche Theorie – die doch im Geiste so grundlegend unterschiedlich sind – in den klassischen Anwendungen, die sich durch schwache Felder und im Vergleich mit c geringe Geschwindigkeiten auszeichnen, in der Himmelsmechanik beinahe identische Vorhersagen treffen. Mit *einer* Ausnahme: Wo Newtons Theorie eine sich exakt wiederholende elliptische Bahn eines (Test)Planeten im Feld der ruhenden Sonne vorhersagt, sagt die ART eine *präzedierende* Ellipse vorher. Eine solche Präzession war bereits im Jahr 1859 von Leverrier beobachtet werden, und galt trotz ihrer extremen Kleinheit von nur 43 Bogen*sekunden* pro Jahrhundert(!) als gut gesicherte Beobachtung – und stellte eine notorische Anomalie der newtonschen Theorie dar. Einsteins Entdeckung im Jahr 1915, dass seine Theorie exakt *diesen* Wert lieferte, war nach seiner eigenen Aussage (und man kann hier gut mit ihm fühlen) eine der überwältigendsten emotionalen Erfahrungen in seiner wissenschaftlichen Laufbahn.

In demselben Artikel, in dem er die Präzession der Merkurbahn erklärte, präsentierte Einstein eine andere Vorhersage seiner Theorie, die einer Verifikation durch Beobachtungen zugänglich war. Da sich Licht in jedem LIS geradlinig mit Geschwindigkeit c ausbreitet, können die Weltlinien des Lichts in der ART genauso ausgerechnet werden wie jene von Teilchen. Und die Berechnung lieferte für Licht, das von fernen Sternen gerade so an unserer Sonne vorbei zu uns gelangt, eine Ablenkung im Gravitationsfeld der Sonne von $1{,}7''$ – zweimal so viel wie man in einer newtonschen Rechnung erhält, wenn man dort das Licht als Teilchen betrachtet. Eine solche Ablenkung ist während einer Sonnenfinsternis beobachtbar, wenn die Sterne im Hintergrund sichtbar werden. Und tatsächlich wurde diese Vorhersage im Jahr 1919 von Eddington bestätigt, der hierfür eine Expedition zur Insel Principé vor der Küste Äquatorialguineas unternommen hatte. Eine *britische* Expedition, die die Vorhersagen eines *deutschen* Wissenschaftlers bestätigte, so kurz nach dem Ende eines verheerenden Krieges zwischen diesen beiden Staaten – das erregte öffentliches Interesse und es war diese Expedition, nicht die Präzession der Merkurbahn, nicht die Relativität der Zeit, und auch nicht $E = mc^2$, die den damals 40-jährigen Albert Einstein zu einer Figur großen öffentlichen Interesses machte.

Darauffolgende theoretische Entwicklungen und experimentelle Tests haben die ART als *die* moderne Theorie der Gravitation etabliert, an deren Vorhersagen man glaubt. Sie hat die newtonsche Theorie mit ihrem $1/r^2$ ersetzt. In der Praxis jedoch wird Newtons wesentlich einfachere Theorie weiterhin verwendet, nämlich in Fällen in denen man weiß, dass sie gut genug ist. Dies ist etwa bei Bahnberechnungen von Satellitenmissionen der Fall und im Fall von Sonden, die zum Mond oder zu den Planeten geschickt werden. Die ART übernimmt hier die Rolle eines Art Aufpassers: Da sie die newtonsche Theorie als einen Grenzfall enthält, kann mit ihrer Hilfe der Fehler ausgerechnet werden den die Verwendung der newtonschen Theorie bedeuten würde; und der erweist sich in den genannten Fällen als vernachlässigbar. In starken Feldern oder in Feldern, die sich schnell ändern, oder wenn die auftretenden Geschwindigkeiten groß sind oder über große Abstände hinweg (wie in der Kosmologie), dann unterscheidet sich die ART signifikant von der newtonschen Theorie. So sagt sie etwa die Existenz Schwarzer Löcher und von Gravitationswellen voraus (zwei Phänomene, die beide bereits ‚beinahe' nachgewiesen sind, durch indirekte Nachweise) und sie stellt eine konsistente Optik im Gravitationsfeld zur Verfügung, was Newtons Theorie nicht tut. Diese Optik hat bereits zu Erfolgen im Zusammenhang mit der Untersuchung von ‚Gravitationslinsen' geführt. Und in der relativistischen Kosmologie stellt die ART eine konsistente Dynamik für das *gesamte* Universum bereit.

In die ART flossen zwei von Einsteins großen Anliegen ein: Gravitation als ein Aspekt der Trägheit und die Abschaffung der absoluten, ausgedehnten IS (auf die nicht eingewirkt werden kann). Der neue Trägheitsstandard ist die Raumzeit, und auf diese wird von den aktiven schweren Massen, nämlich über die Feldgleichungen, direkt eingewirkt. Es bleibt jedoch die Tatsache, dass sich in der vollständigen Abwesenheit von Massen und anderen Störungen wie Gravitationswellen die Raumzeit ausflacht und das alte Bild von den ausgedehnten Inertialsystemen übergeht. Dies scheint ein Widerspruch zu Machs Idee, dass *alle* Trägheit von den Massen im Universum erzeugt wird. Einstein war bereit, diese Idee fallen zu lassen, und auch wir wollen es sein. Die Gleichheit von träger und *aktiver* schwerer Masse bleibt dann so mysteriös wie sie immer war. Eine elegante Lösung wäre, wenn die träge Masse eines beschleunigten Teilchens einfach eine Rückwirkung auf sein eigenes Gravitationsfelds wäre, aber das ist sie leider nicht.

1.15 Vorbehalte gegen das Äquivalenzprinzip

Betrachten wir das folgende Paradoxon: Eine elektrische Ladung befindet sich auf der Erdoberfläche in Ruhe. Aufgrund der Energieerhaltung (oder einfach wegen des gesunden Menschenverstands!) strahlt sie nicht. Und dennoch ist diese Ladung, in Bezug auf eine imaginierte, sie umschließende freifallende Kabine, beschleunigt. Aber Ladungen, die in Bezug auf ein IS beschleunigt sind, strahlen! Warum strahlt unsere Ladung nicht? Betrachten wir wieder eine Ladung, die innerhalb einer Raumkapsel fixiert sei und mit der Raumkapsel um die Erde kreise. Im Kreis bewegte Ladungen strahlen und es ist nicht einzusehen, wie das Gravitationsfeld der Erde dies ändern sollte! In Bezug auf die freifallende Raumkapsel aber befindet sich die Ladung in Ruhe, und Ladungen, die sich in einem Inertialsystem in Ruhe befinden, strahlen nicht! Was ist hier los? Über diese Art von Paradoxien wurde viel geschrieben, aber die wirkliche Auflösung scheint zuerst von Ehlers formuliert worden zu sein: *Man muss die Klasse von Experimenten, für die das ÄP gilt, auf solche Experimente einschränken, die völlig isoliert sind von allen Körpern und Feldern außerhalb der Kabine.* Für den Fall der gerade besprochenen elektrischen Ladung bezieht sich dies auf ihr elektrisches Feld, das über die Kabinenwand hinausreicht und das die Ladung damit außerhalb der Kabine ‚verankert'; da Strahlung eine Eigenschaft des gesamten Felds und nicht des Teilchens ist, folgt, dass diese ‚Experimente' außerhalb des Anwendungsbereichs des ÄP liegen.

Jenseits solcher Einschränkungen gibt es eine Denkrichtung, die das ÄP als schlichtweg falsch ansieht und seine Abschaffung fordert. Diese Denkrichtung wird wohl am stärksten vom irischen Physiker Synge[11] vertreten. Der Gedanke ist folgender: Da jedes ‚echte' Gravitationsfeld $\boldsymbol{g}$ (anders als das ‚erfundene' Feld in einer beschleunigten Rakete) nicht-homogen ist, gibt es in jeder Kabine immer Gezeitenkräfte, die Relativbeschleunigungen $\mathrm{d}\boldsymbol{g}$ zwischen den freifallenden Teilchen in der Kabine verursachen. Und mit perfekten Instrumenten könnten diese Beschleunigungen immer entdeckt werden, egal wie klein die Kabine ist. Wir könnten also *jederzeit* ein ‚echtes' Gravitationsfeld als solches erkennen und würden es nie mit einem ‚Trägheits'feld verwechseln können.

Aber bedenken wir folgendes: Das ÄP ist eine Aussage für einen Grenzfall, ähnlich wie $\sin x/x \to 1$. Sicher, $\sin x$ ist in keinem endlichen Bereich jemals *gleich* x,

11) Siehe z. B. Synge, J.L. (1960) *Relativity: The General Theory*, North Holland, Amsterdam.

aber deswegen ist $\sin x \sim x$ noch keine nutzlose Information. Das ÄP ist tatsächlich nichts anderes als das *exakte* 4-dimensionale Analogon zu der Aussage, dass hinreichend kleine Bereiche einer gekrümmten Fläche mit ebener (euklidischer) Geometrie beschrieben werden können. Wenn die Erde eine perfekte Kugel wäre, wären die Fehler, die ich mache, wenn ich meinen Garten hinter dem Haus mit ebener Geometrie beschreibe, winzig. Wenn ich stattdessen ein großes ‚geodätisches' Dreieck auf die Erdoberfläche lege, dessen Fläche, sagen wir, ein n-tel der Erdoberfläche sei, dann ist die Winkelsumme in diesem Dreieck gegeben durch

$$\mathrm{A} + \mathrm{B} + \mathrm{C} = \pi \left(1 + \frac{4}{n}\right) \ . \tag{1.9}$$

Für eine Dreieck der Größe Frankreichs ($n \approx 1000$) ist die Abweichung dieses Werts von π immer noch nur 0,4 %. Die erwähnte Kritik am ÄP kommt nun darauf hinaus, zu behaupten, dass wir selbst in einer Fläche, die so groß ist wie eine Cent-Münze, mit genauen Messmethoden feststellen könnten, dass diese Fläche in Wirklichkeit krumm und nicht flach ist. Im Gegensatz zu dieser Auffassung finden wir es völlig zufriedenstellend, zu wissen, dass selbst bei einer Fläche so groß wie Frankreich die Näherung der ebenen Geometrie einen Fehler von nur 0,4 % verursacht.

Was bedeutet all dies für die SRT? Die SRT war immer eine selbst-konsistente (und sehr elegante) Theorie einer *idealisierten* Physik in einem *idealisierten* Satz von unendlich ausgedehnten IS, und wird es auch immer bleiben. Analog hierzu war die euklidische Geometrie schon immer eine selbst-konsistente und elegante Geometrie in einer idealisierten, unendlichen euklidischen Ebene, und wird es auch immer bleiben. Wenn das echte Universum tatsächlich gekrümmt ist, so mag es wohl sein, dass in ihm *nirgendwo* eine unendliche euklidische Ebene eingebettet ist, vielleicht nicht einmal Ausschnitte solch einer Ebene. Das macht aber nicht *per se* die ebene Geometrie ungültig, noch macht sie sie unnütz für praktische Anwendungen. Sie gilt (wie sie immer galt) in begrenzten Bereichen mit niedrigerer oder höherer Genauigkeit, je nach den Umständen. Und wenn die Genauigkeit um Größenordnungen jenseits der Messgenauigkeit unserer Messgeräte liegt oder jenseits dessen, was wir benötigen … was können wir mehr erwarten? Und genauso ist es mit der SRT. Ihre innere Logik bleibt völlig unangetastet von der Erkenntnis, dass es in der realen Welt keine ausgedehnten IS gibt. Nur die Bühne, auf der die SRT auf die reale Welt angewendet werden kann, ist kleiner geworden. Gemäß dem ÄP ist die *beste* Bühne, die wir für die SRT finden können, die freifallende Kabine. Und wir haben die ART, um zu bestimmen, wie groß die Fehler sind wenn wir die SRT in bestimmen Systemen verwenden, etwa in unseren irdischen Laboren – ebenso wie die sphärische Geometrie es uns erlaubt, die Fehler zu bestimmen die wir machen wenn wir auf der Kugeloberfläche mit ebener Geometrie arbeiten.

1.16 Die gravitative Frequenzverschiebung und Lichtablenkung

Das einsteinsche ÄP führt direkt (das heißt ohne Einwirkung der Feldgleichungen oder ohne das Konzept des Photons) auf zwei interessante Vorhersagen über das Verhalten von Licht in der Gegenwart von Gravitation. Die erste ist, dass die Frequenz von Licht kleiner wird, wenn es sich entlang eines Gravitationsgradienten aufwärts bewegt; die zweite ist, dass Licht in einem parallelen Gravitationsfeld ‚ballistisch' abgelenkt wird.

Natürlich sind beide Effekte intuitiv klar, sobald wir davon ausgehen, dass Licht aus Photonen besteht. Wir müssen ‚nur' die folgenden Beziehungen kennen: die Planck-Einstein-Beziehung $E = h\nu$ für die kinetische Energie eines Photons der Frequenz ν, die einsteinsche Beziehung $E = m_\mathrm{t}c^2$, die die Energie mit der trägen Masse verbindet, und das schwache ÄP, $m_\mathrm{t} = m_\mathrm{s}$. Denn die vom Gravitationsfeld mit Potenzial Φ an einem Teilchen der schweren Masse m_s verrichtete Arbeit, während dieses die Potenzialdifferenz $\mathrm{d}\Phi$ durchläuft, ist $-m_\mathrm{s}\,\mathrm{d}\Phi$. Und dies muss gleich $\mathrm{d}E$ sein, dem Zugewinn an kinetischer Energie des Teilchens. Für ein Photon ist $\mathrm{d}E = h\,\mathrm{d}\nu$ und damit

$$h\,\mathrm{d}\nu = -m_\mathrm{s}\,\mathrm{d}\Phi = -m_\mathrm{t}\,\mathrm{d}\Phi = -\frac{E}{c^2}\,\mathrm{d}\Phi = -\frac{h\nu}{c^2}\,\mathrm{d}\Phi\,,$$

woraus folgt:

$$\frac{\mathrm{d}\nu}{\nu} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{c^2}\,. \tag{1.10}$$

Integration dieser Gleichung entlang eines Pfads von A nach B liefert

$$\frac{\nu_\mathrm{B}}{\nu_\mathrm{A}} = \mathrm{e}^{-(\Phi_\mathrm{B}-\Phi_\mathrm{A})/c^2} = \frac{\mathrm{e}^{-\Phi_\mathrm{B}}/c^2}{-\Phi_\mathrm{A}/c^2}\,. \tag{1.11}$$

Für die Bestimmung der Lichtablenkung können wir uns einen Lichtstrahl als einen Photonenstrom vorstellen; da Photonen träge und schwere Masse haben, erwarten wir, dass sie dem galileischen Prinzip genügen und einem krummen Pfad folgen wie es ein newtonsches Teilchen mit Geschwindigkeit c tun würde. Hiermit wäre die Abwärtskrümmung eines horizontalen Lichtstrahls im Feld der Erde (wo x die horizontale und y die vertikale Richtung ist) gleich

$$\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} = \frac{\mathrm{d}^2y}{c^2\,\mathrm{d}t^2} = -\frac{g}{c^2}\,.$$

Dies gilt in Einheiten von Jahren und Lichtjahren, $c = 1$, und somit ist auch $g \approx 1$; das heißt, dass der Krümmungsradius eines solchen Strahls ungefähr ein Lichtjahr ist! Bereits im Jahr 1801 hatte der deutsche Astronom Soldner (was Einstein nicht wusste) genau so argumentiert, als er sich Gedanken darüber machte ob die Ablenkung von Licht astronomische Beobachtungen verfälschen könnte. Er berechnete die komplette Bahn eines Lichtstrahls, der entlang des Rands der Sonne

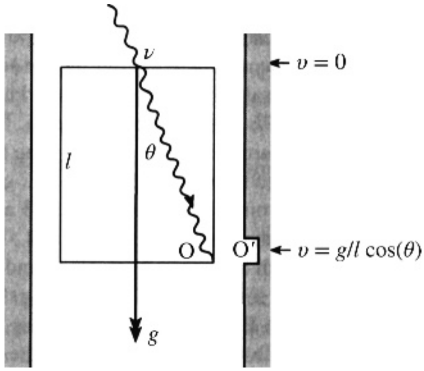

Abb. 1.4

verläuft, und erhielt korrekterweise nur die Hälfte des späteren, relativistischen Werts (nämlich 0,84″). Eine solche ballistische Behandlung von Licht ist aber in sich inkonsistent: Aufgrund der Energieerhaltung kann kein Teilchen mit konstanter Geschwindigkeit ein nicht-konstantes Potenzial durchlaufen.

Aus dem einsteinschen ÄP können wir diese beiden Ergebnisse auf rein kinematische Weise erhalten, ohne auf das Konzept des Photons zurückzugreifen. Betrachten wir eine freifallende Kabine, etwa in einem Fahrstuhlschacht auf der Erde (vgl. Abb. 1.4). Nehmen wir an, sie werde in dem Moment aus der Ruhe heraus fallengelassen, in dem ein Lichtstrahl der Frequenz ν im Winkel θ zur Vertikalen durch ihre Decke in die Kabine eintritt. Die Höhe der Kabine sei l. Dann erreicht der Strahl den Boden der Kabine in der Zeit $l/c \cos\theta$. Zu diesem Zeitpunkt bewegt sich die Kabine bereits mit der Geschwindigkeit $v = gl/c \cos\theta$. Ein Beobachter O, der sich in Bezug auf den Boden der Kabine in Ruhe befindet, sieht den Strahl mit unveränderter Frequenz ν einfallen. Aber ein Beobachter O′, der sich in Bezug zum Fahrstuhlschacht in Ruhe befindet, bewegt sich, vom Beobachter O aus gesehen, mit der Geschwindigkeit v *in das Licht hinein*; aufgrund des klassischen Doppler-Effekts sieht dieser Beobachter daher eine Frequenzverschiebung des Lichts um

$$\frac{\mathrm{d}\nu}{\nu} = \frac{v\cos\theta}{c} = \frac{gl}{c^2} = \frac{-\mathrm{d}\Phi}{c^2} ,$$

in Bestätigung der Gl. (1.10). Die Gl. (1.11) folgt hieraus wie schon zuvor.

Dieses Ergebnis (das die *gravitative Frequenzverschiebung* genannt wird) hat zur Folge, dass Standarduhren, die in einem *stationären* Gravitationsfeld fixiert sind, an Orten niedrigen Potenzials langsamer gehen als an Orten höheren Potenzials. Dies sieht man wie folgt. Da die Raten von Standard-Atomuhren (z. B. Caesiumuhren) direkt mit der Frequenz gewisser Atome verbunden sind, können wir auch die Frequenzen dieser strahlenden Atome selbst als Standarduhren ansehen. Betrachten wir also eine bei A, einem Ort niedrigen Potenzials, z. B. auf der Oberfläche eines dichten Planeten, befindliche Standarduhr von einem Punkt B aus, bei dem ein höheres Potenzial vorliege. Und sei ν_A die universelle Rate mit der *alle* Standarduhren ticken. Die Rate, mit der wir die A-Uhr, *von* B *aus betrachtet*, ticken sehen, sei ν_{B}. Diese Rate ist aufgrund von (1.11) kleiner als die Rate ν_{A} mit der die Standarduhr tickt, die sich bei B befindet – und zwar um dem Faktor der auf der rechten Seite von (1.11) steht.

Wenn wir aber die Uhr bei A langsamer gehen *sehen*, dann *geht* sie auch wirklich langsamer. Denn nehmen wir an, wir schicken eine Standarduhr von B auf eine kleine Reise zu A, wo sie *sehr* lange bleibe, und nehmen sie dann wieder zurück nach B. Die *während* dieser beiden Reisen verstrichene Zeit kann im Vergleich zur Aufenthaltszeit der Uhr bei A beliebig klein gemacht werden; einfach, indem wir die Aufenthaltsdauer bei A beliebig groß wählen. Dann hat am Ende die Standarduhr, die zu B zurückkehrt, weniger oft getickt als die bei B verbliebene Standarduhr – und zwar um dem Faktor der auf der rechten Seite von (1.11) steht. Wenn wir Φ so wählen, dass es im Unendlichen null wird, dann ist der Verzögerungsfaktor an einem Ort (negativen) Potenzials Φ in Bezug auf einen Punkt im Unendlichen gleich $\exp(\Phi/c^2)$. Man spricht hierbei von *gravitativer Zeitdilatation*. (Siehe aber auch die Aufgabe 4.4 weiter unten.)

Aufgrund dieses Effekts gehen etwa die Standard-Atomuhren, die das US-amerikanische *National Institute of Standards and Technology* seit 1969 im Bundesstaat Colorado in einer Höhe von etwa 1600 m betreibt, gegenüber den Atomuhren im *Royal Greenwich Observatorium* in England, das nur etwa 25 m hoch liegt, um ungefähr 5 μs/a vor. Da diese Uhren eine intrinsische Genauigkeit von 0,1 μs/a haben, ist dieser Effekt beobachtbar und die Uhren müssen dementsprechend korrigiert werden.

Wir wollen als Nächstes die Formel für die Ablenkung von Licht herleiten, indem wir die Form eines Lichtstrahls von einer freifallenden Kabine S in ein an der Erde fixiertes System S′ ‚übersetzen'. Wählen wir dazu in S kartesische Koordinaten x und y mit der x-Achse als horizontaler und der y-Achse als vertikaler Achse. Wählen wir in S′ ebensolche Koordinaten x' und y' so, dass die entsprechenden Achsen von S und S′ zum Zeitpunkt $t = 0$ zusammenfallen. Dies sei auch der Zeitpunkt, zu dem S aus der Ruhe bezüglich S′ fallen gelassen wird. Dann *würde* ein Gedankengang ähnlich zu dem, der uns auf die Galilei-Transformationen (1.1) geführt hat, nun auf

$$x' = x\,, \quad y' = y - \frac{1}{2}gt^2 \tag{1.12}$$

führen, *wenn* die Raumzeit newtonsch wäre. Aber sie ist vielleicht gekrümmt, wie wir gesehen haben. In diesem Fall ermöglichen es uns rein geometrische Überlegungen, den Fehler abzuschätzen den wir bei der Verwendung von (1.12) machen: Sie sind von dritter oder höherer Ordnung in x, y und t. (Abstände in der Tangentialebene unterscheiden sich von den entsprechenden Abständen in der gekrümmten Fläche um Größen dritter Ordnung.)

Aufgrund des einsteinschen ÄP breitet sich der Lichtstrahl in S geradlinig und mit Geschwindigkeit c aus. Wenn er sich in einem Winkel θ mit der Horizontalen ausbreitet, dann lautet seine Gleichung

$$\begin{aligned} x &= ct\cos\theta + \mathcal{O}(t^3) \\ y &= ct\sin\theta + \mathcal{O}(t^3)\ . \end{aligned} \tag{1.13}$$

Warum das $\mathcal{O}(t^3)$? Weil es in der Kabine Gezeitenkräfte geben kann; nur am Ursprung ist $\mathrm{d}^2x/\,\mathrm{d}t^2 = \mathrm{d}^2y/\,\mathrm{d}t^2 = 0$ mit Sicherheit richtig. Alles, was noch zu tun bleibt, ist, Gl. (1.13) mithilfe von (1.12) in S′ zu übersetzen. Wenn wir nach t auflösen, erhalten wir für den Pfad des Lichtstrahls in S′:

$$y' = x' = \tan\theta - \frac{1}{2}c^{-2}gx'\sec^2\theta + \mathcal{O}(t^3) \tag{1.14}$$

und folgerichtig für seine Krümmung am Ursprung:

$$\kappa = \frac{\mathrm{d}^2y'/\,\mathrm{d}x'^2}{[1+(\mathrm{d}y'/\,\mathrm{d}x')^2]^{3/2}} = -\frac{1}{c^2}g\cos\theta\ . \tag{1.15}$$

Dies ist ein *exaktes* Ergebnis. Wir schließen hieraus, dass der Krümmungsradius des Strahls im erdgebundenen Labor gleich c^{-2} mal der Normalkomponente des Gravitationsfeld ist.

Dies ist natürlich dasselbe was man in der newtonschen Theorie findet, wenn man dort den Pfad eines Teilchens berechnet, das sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegt. Aber vorhin haben wir doch gesagt, dass die von Einstein vorhergesagte Ablenkung *zweimal* so groß ist wie die newtonsche. Dies bezog sich aber nicht auf die *lokale* Ablenkung (die in allen Theorien, die das ÄP befriedigen, gleich groß ist), sondern auf den gesamten Lichtweg entlang der Sonne, oder in anderen Worten: auf die *integrierte* (‚globale') Ablenkung; und hier kommt die allgemeinrelativistische Krümmung des Raums selbst ins Spiel und verdoppelt das Ergebnis. (Dies werden wir in Kapitel 11 behandeln, wo auch die Beobachtungen der Lichtablenkung besprechen werden.)

Einsteins Beweis der lokalen Lichtablenkung allein aus dem ÄP heraus ist ein überaus bemerkenswerter Gedankengang. Allein aus der Tatsache, dass Licht sich mit einer endlichen Geschwindigkeit ausbreitet, schließt er, dass ‚Licht Gewicht hat'. Er hat wirklich keinerlei andere Annahme über die Natur des Lichts gemacht als diese! *Alle* Phänomene, die sich in einem Inertialsystem mit endlicher Geschwindigkeit ausbreiten (wie etwa Gravitationswellen), werden so auf lokal gekrümmte Pfade gezwungen. Dies legt den Gedanken nahe, dass was wir hier entdeckt haben, nicht eine Eigenschaft von Licht ist, sondern eine neue Eigenschaft des Raums um Materie herum selbst, nämlich seine Krümmung: Wenn der Raum (oder die Raumzeit) selbst gekrümmt ist, dann würden *alle* Phänomene, die wir sonst als geradlinig kennen, auf ‚krumme Bahnen' gelenkt werden. Und tatsächlich sind diese krummen Bahnen die Geodäten, wie wir in Abschnitt 1.14 gesehen haben.

1.17 Aufgaben

Bemerkung: Die Abfolge der Aufgaben (in diesem und in allen weiteren Kapiteln) ist ungefähr die, in der die behandelten Themen auch im Text auftauchen. Die Aufgaben sind nicht nach Schwierigkeit sortiert.

Aufgabe 1.1 Verifizieren Sie, dass die Lorentz-FitzGeraldsche Längenkontraktion in der alten Äthertheorie tatsächlich als Ergebnis liefert, dass die Hin- und Hergeschwindigkeit des Lichts entlang *irgendeines* Stabs, der sich mit der Geschwindigkeit v (in egal welchem Winkel) durch den Äther bewegt, durch (1.7) gegeben ist. [*Hinweis:* Die Längenkomponente des Stabs in Bewegungsrichtung wird in der Bewegung kontrahiert.]

Aufgabe 1.2 Wenn zusätzlich zur Längenkontraktion alle Uhren, die sich mit Geschwindigkeit v durch den Äther bewegen, um einen Faktor $(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ langsamer gehen (‚Zeitdilatation') – folgern Sie dann aus (1.7), dass die *gemessene* Hin- und Hergeschwindigkeit des Licht in jedem Inertialsystem in jeder Richtung gleich c ist.

Aufgabe 1.3 Es ist bekannt, dass bewegte elektrische Ladungen kreisrunde magnetische Feldlinien um die Linie der Bewegung herum erzeugen, sodass ein in der Nähe befindlicher stationärer Magnet ein Drehmoment erfährt. Verwenden Sie das Relativitätsprinzip um zu zeigen, dass ein Magnet, der sich durch ein statisches elektrisches Feld bewegt, ein Drehmoment erfährt das ihn in eine Richtung drehen möchte, die sowohl zur Bewegungsrichtung als auch zum elektrischen Feld senkrecht ist. Wäre es ebenso einfach, diese Tatsache direkt aus den Gesetzen des Elektromagnetismus zu folgern?

Aufgabe 1.4 Eine elektrische Ladung, die sich durch ein Magnetfeld bewegt, erfährt eine (Lorentz-)Kraft die sowohl zu ihrer Geschwindigkeit als auch zum Feld orthogonal ist. Folgern Sie aus dem Relativitätsprinzip, dass es daher möglich ist, eine stationäre Ladung in Bewegung zu versetzen indem man in ihrer Nähe einen Magneten bewegt. Wäre es ebenso einfach, diese Tatsache direkt aus den Gesetzen des Elektromagnetismus zu folgern?

Aufgabe 1.5 Geben Sie einige Beispiele für Widersprüche, die auftreten würden, wenn die träge Masse mancher Teilchen negativ wäre. (Betrachten Sie z. B. ein Objekt negativer Masse, das auf (oder unter?) einem rauen Tisch gleitet.) Solche Widersprüche sind der Grund, warum man $m_\mathrm{t} > 0$ als ein Axiom ansieht.

Aufgabe 1.6 Eine Pendelscheibe der schweren Masse m_s und der trägen Masse m_t wird in einem Gravitationsfeld g an einer gewichtslosen Schnur der Länge l aufgehängt. Zeigen Sie, dass die Periodendauer der Schwingung dieses Pendels für kleine Auslenkungen durch $2\pi\sqrt{m_\mathrm{t}/m_\mathrm{s}}\sqrt{l/g}$ gegeben ist. Wenn diese Periode sich als unabhängig vom Material der Pendelscheibe erweist, muss also $m_\mathrm{t}/m_\mathrm{s}$ eine universelle Konstante sein.

Aufgabe 1.7 Es werde ein ‚Fahrstuhlschacht' quer durch eine als homogen und kugelförmig idealisierte Erde vom Radius $R = 6{,}37 \cdot 10^8$ cm und der Dichte $\rho = 5{,}52\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ gebohrt. In diesen Schacht werde an der Erdoberfläche eine einsteinsche Kabine aus der Ruhe heraus fallen gelassen. Zwei freie Teilchen, A und A′, befinden sich anfänglich in der Kabine in Ruhe, und zwar in der Mitte der Decke bzw. des Bodens. Zwei weitere, B und B′, sind ebenso anfänglich in Ruhe, in den Mitten zweier sich gegenüberliegender Seiten der Kabine. Zeigen Sie, dass die ganze Kabine relativ zum Schacht und jedes Teilchen relativ zur Kabine eine harmonische Schwingung der Periode $\sqrt{3\pi/G\rho} = 1{,}41$ h ausführt, worin $G = 6{,}67 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{cm^3\,g^{-1}\,s^{-2}}$ die Gravitationskonstante ist. Zeigen Sie auch, dass die Gezeitenbeschleunigung zwischen jedem Teilchenpaar mit Abstand $\mathrm{d}r$ gleich $(4\pi G\rho/3)\,\mathrm{d}r$ ist, was gleich der Gravitationsbeschleunigung ist, die eine zwischen ihnen befindliche Materiekugel der Dichte ρ verursachen würde, und damit gleich einem Bruchteil $1/R = 1{,}57 \cdot 10^{-9}$ von g (der Gravitationsbeschleunigung auf der Erdoberfläche) pro Zentimeter Abstand ist. Dies zeigt, wie wenig diese Kabine von einem vollkommenen Inertialsystem abweicht. [*Hinweis*: Benutzen Sie den Satz von Gauß, nach dem der inwärtige Fluss des Gravitationfelds durch eine Fläche gleich $4\pi G$ mal der von der Fläche eingeschlossenen Masse ist.]

Aufgabe 1.8 Betrachten Sie zwei *identische* Pendeluhren, die sich an zwei *verschiedenen* Potenzialniveaus eines gegeben stationären Felds befinden. Erfinden Sie eine Situation, in der die beiden Uhren sich gegenseitig als *gleich schnell* gehend sehen. [*Hinweis*: Betrachten Sie das $1/r^2$-Feld einer Punktmasse.]

Aufgabe 1.9 Wenn eine Mößbauer-Apparatur die Dopplerverschiebung einer Quelle nachweisen kann, die sich mit der sehr geringen Geschwindigkeit $v \sim 10^{-5}$ cm/s bewegt – dann bestätigen Sie, dass diese Apparatur die gravitative Frequenzverschiebung entlang eines 22 m hohen Turms auf der Erde nachweisen kann. (Genau dies geschah in einem berühmten Experiment, dass Pound und Rebka im Jahr 1960 in Harvard durchführten.) [*Hinweis*: Betrachten Sie eine 22 m hohe freifallende Kabine.]

Aufgabe 1.10 Zeigen Sie, dass wenn die Erde eine Milliarde mal dichter wäre als sie tatsächlich ist, dass dann die Standarduhren auf ihrer Oberfläche halb so schnell gehen würden wie im Unendlichen.

Aufgabe 1.11 Betrachten Sie zwei stationäre Punktmassen, m und M, die sich in einem signifikanten Abstand voneinander befinden. Nutzen Sie diese Anordnung um zu beweisen, dass zwei Uhren, von denen sich eine im stärkeren Feld befindet als die andere, dennoch mit derselben Rate ticken können. Die Feld*stärke* ist also bestimmt ein Kriterium für die Rate von Uhren.

Aufgabe 1.12 Ein Teilchen auf einer freifallenden Bahn passiert den Rand der Sonne tangential mit der Geschwindigkeit c. Wie groß ist in der newtonschen Mechanik seine Geschwindigkeit wenn es das Unendliche erreicht? [$R_\odot \approx 7 \cdot 10^{10}$ cm, $M_\odot \approx 2 \cdot 10^{33}$ g. *Antwort*: $\sim 0{,}999\,998c$.]

Aufgabe 1.13 Zeigen Sie, dass die Schnur an der man einen mit Helium gefüllten Ballon steigen lässt und deren unteres Ende am Boden eines beschleunigten Autos befestigt sei, sich proportional zur Beschleunigung nach vorne neigt. [*Hinweis*: Das archimedische Prinzip: Die Auftriebskraft eines Objekts, das in einem Gravitationsfeld $\boldsymbol{g}$ in eine Flüssigkeit getaucht wird, ist negativ gleich dem Gewicht $m\boldsymbol{g}$ der verdrängten Flüssigkeit.]