

# Beispiel 1

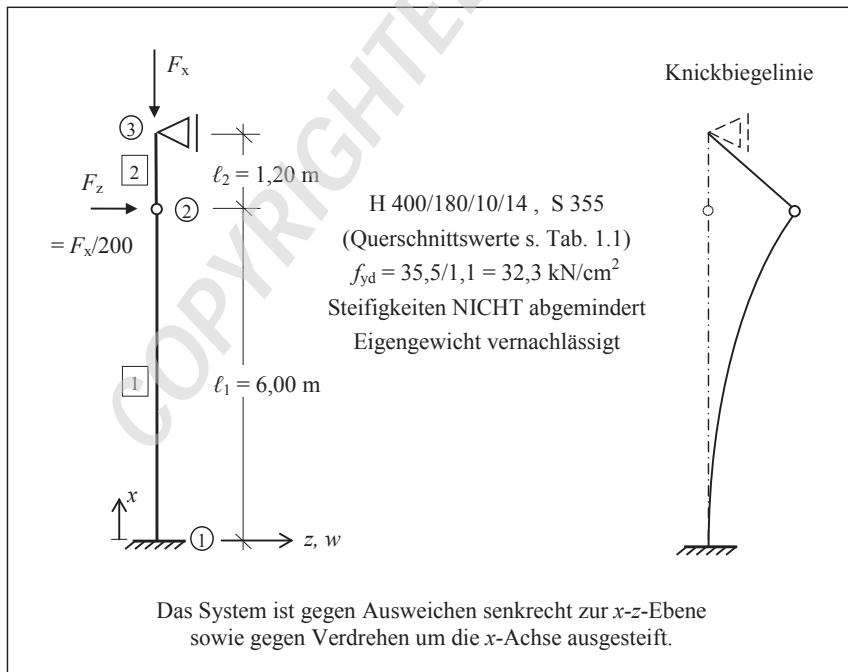
## Einachsige Biegung mit Druck

Kragstütze mit aufgesetztem Koppelträger

### Aufgabenstellung

Anhand der in Bild 1.1 dargestellten Stütze wird die Beanspruchung „Einachsige Biegung mit Druck“ untersucht. Hierbei soll gezeigt werden, dass für die Analyse dieses ebenen Beanspruchungsfalls auch die einfachste Variante der Theorie II. Ordnung ausreicht. Weiteres s. Kurzkommentar am Ende dieses Beispiels.

Zu ermitteln sind die Kraft-Verformungskurve für die seitliche Verschiebung  $w_2$  des Zwischengelenks, ferner einige weitere statische Größen (s. Tab. 1.2).



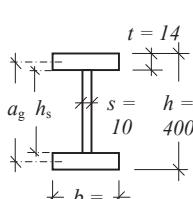
**Bild 1.1** System und Belastung; Knickbiegelinie

## Querschnittswerte

Da der Dreiblechquerschnitt H 400/180/10/14 in diesem Buch in fast allen Beispielen als Standardquerschnitt verwendet wird, sind die Querschnittswerte zur Vereinfachung von Vergleichsberechnungen in Tab. 1.1 zusammengestellt. Diese Querschnittsform wurde gewählt, um von der Stabtheorie unabhängige Vergleichsberechnungen mit Flächenelementen zu vereinfachen; gewalzte Querschnitte lassen sich wegen der Ausrundungen nur schwierig mit solchen Elementen darstellen.

Die Berechnung des Torsions-Trägheitsmoments  $I_T$  von Dreiblechquerschnitten verdient besondere Beachtung. Es gibt zahlreiche, eigentlich gleichwertige Methoden zur Ermittlung dieser Größe. Da sich Abweichungen im Wert von  $I_T$  jedoch überproportional auf die Ergebnisse auswirken können, wird empfohlen, für Vergleichsberechnungen stets den in Tab. 1.1 aufgeführten Wert  $I_T = 45,00 \text{ cm}^4$  zu verwenden. Hierdurch wird eine zusätzliche Quelle für „Scheinfehler“ vermieden.

**Tab. 1.1** Querschnittswerte H 400/180/10/14

	$a_g$	$A_g$	$A$	$I_y$	$i_y$	$i_p = i_M$	$I_T^{(1)}$	$I_f / 10^3$
	$h_s$	$A_s$	$A_{st}$ <sup>2)</sup>	$I_z$	$i_z$	$I_p$	$I_w / 10^3$	$K_r / 10^3$
	cm	$\text{cm}^2$	$\text{cm}^2$	$\text{cm}^4$	cm	$\text{cm}^4$	$\text{cm}^6$	$\text{cm}^6$
	38,60	25,20	87,60	23070	16,23	16,70	45,00	8983
	37,20	37,20	38,60	1364	3,946	24440	506,9	2167

1)  $I_T = (b - 0,63t) \frac{2t^3}{3} + (h - 2t) \frac{s^3}{3} + (0,29 + 0,2 \frac{r}{t}) \frac{s}{t} \left[ \frac{(r + \frac{s}{2})^2 + (r + t)^2 - r^2}{2r + t} \right]^4$

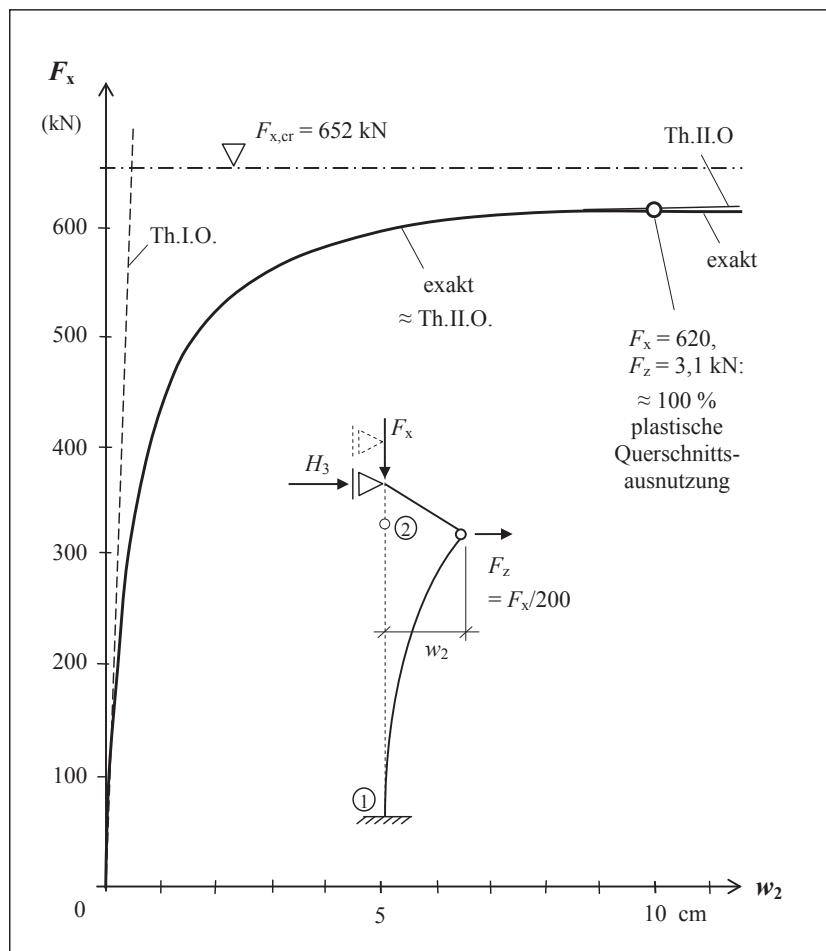
Diese Formel liefert die in den Profiltabellen angegebenen Werte für I-Profil. Bei Dreiblechquerschnitten ist  $r = 0$  zu setzen.

2) Stegfläche bis zur Gurt-Mittellinie

## Ergebnisse

Die Zahlenwerte einiger statischer Größen sind in Tab. 1.2 zusammenge stellt. Die Abweichungen der Th.II.O. (Tab. 1.2, Sp. 5) sind unter bauprakti schen Aspekten vernachlässigbar gering.

Die Kraft-Verschiebungskurve für das Zwischengelenk zeigt Bild 1.2. Die Kurven nach der exakten Berechnung und nach Th.II.O. sind fast deckungs gleich. Für  $F_x = 620$ ,  $F_z = 3,1$  kN (markierter Punkt auf der Kurve) ist die plastische Tragfähigkeit des Querschnitts erreicht ( $M_y$ - $N$ -Interaktion an der Einspannung).



**Bild 1.2** Kraft-Verformungskurve für das Zwischengelenk

**Tab. 1.2** Statische Größen; Fehler der Th.II.O.

			1	2	3	4	5		
	$F_x / F_z$	Theorie	$w_2$	$M_{y1}$	$\varphi_{y2}$ (Stab 2)	$H_3$ (Stab 2)	Fehler <sup>2)</sup> (Th.II.O.)		
	(kN)		(cm)	(kNm)	(mrad)	(kN)			
1	100 / 0,50	<i>Th.I.O.</i>	0,0743	-3,00	0,619	0			
b			<b>0,0878</b>	<b>-3,53</b>	<b>0,731</b>	<b>0,0731</b>	$\approx 0 \%$		
2	500 / 2,50	<b>exakt</b> $\approx$ Th.II.O. <sup>1)</sup>	<b>1,60</b>	<b>-63,0</b>	<b>13,3</b>	<b>6,6</b>			
3	550 / 2,75		<b>2,63</b>	<b>-103</b>	<b>21,9</b>	<b>12,0</b>			
4	600 / 3,00	<b>exakt</b> Th.II.O. <sup>1)</sup>	<b>5,73</b>	<b>-224</b>	<b>47,7</b>	<b>28,6</b>	$\approx -1 \%$		
b			5,67	-222	47,2	28,3			
5	610 / 3,05	<b>exakt</b> Th.II.O. <sup>1)</sup>	<b>7,31</b>	<b>-286</b>	<b>61,0</b>	<b>37,2</b>	$\approx -2 \%$		
b			7,15	-280	59,5	36,3			
6	620 / 3,10	<b>exakt</b> Th.II.O. <sup>1)</sup>	<b>10,2</b>	<b>-397</b>	<b>84,7</b>	<b>52,5</b>	$\approx -6 \%$		
b			9,58	-375	79,7	49,4			
1) Alle Versionen der Th.II.O. (s. Tab. II/2.4)									
2) Wahrer relativer Fehler									

## Baustatische Relevanz

Die Sicherheit gegen BK in der hier untersuchten Beanspruchungsebene ist für den auf der Kurve markierten Punkt ( $F_x = 620$ ,  $F_z = 3,1$  kN) gegeben, jedoch mit  $\alpha_{cr} = 1,05$  sehr gering. Für das Gebrauchslastniveau ( $F_x \approx 400$  bis 460 kN) liegt die maximale Durchbiegung mit  $w_2 < 1,2$  cm in der Größenordnung von  $\ell_1/500$ . Die baupraktische Relevanz ist somit gegeben (einschränkende Anmerkung s. nachfolgender Kurzkommentar).

## Kurzkommentar

An diesem Beispiel wird gezeigt, dass auch die einfachste der Varianten der Theorie II. Ordnung, die Th.II.O.-1 (s. Tab. II/2.4, Z. 1) in der Regel ausreicht, wenn *ausschließlich* eine ebene Beanspruchung (einachsige Biegung ohne oder mit Druck) vorliegt (Ausnahme: durchschlaggefährdete Systeme; s. Beispiel 2).

Um diese Erkenntnis möglichst allgemeingültig zu untermauern, wurde das besonders empfindliche System mit aufgesetzter kurzer Koppelstütze gewählt. Ferner wurde die horizontale „Störlast“ mit  $F_z = F_x/200$  gegenüber den z. B. gemäß den Stahlbaunormen zu berücksichtigenden Ersatzlasten sehr gering angesetzt, um mit der Kraft-Verschiebungskurve möglichst dicht an die horizontale Asymptote ( $F_{z,cr} = 652$  kN) der Th.II.O. heranzukommen. Selbst unter diesen ungünstigen Umständen steigen die Fehler der Th.II.O. nicht über 6 %, sind also unproblematisch. Allerdings ist anzumerken, dass die Ergebnisse der Th.II.O. – anders als in Bild II/2.5a – auf der unsicheren Seite liegen. Dies hängt mit dem komplexen Verhalten des vorliegenden Systems bei sehr großen Verformungen zusammen; Genaueres hierzu s. [48].