

Teil I: Einführung

Der erste Teil dieses Buchs besteht nur aus einem Kapitel, in dem dargelegt wird, warum die klassische Physik nicht in der Lage ist, viele experimentelle Beobachtungen, insbesondere im atomaren Bereich, zu erklären und daher zu Beginn des letzten Jahrhunderts ein völlig neues theoretisches Gebäude errichtet werden musste, die Quantenmechanik.

1 Gründe für die Quantenmechanik

In diesem Kapitel...

- Ein schwarzer Körper kann sehr hell strahlen
- Mit Licht Elektronen auslösen: Der Photoeffekt
- Auch Röntgenstrahlung kann sich wie Teilchen verhalten: Der Comptoneffekt
- Die Materie besteht aus Atomen
- Schlussfolgerung: Die Quantenmechanik ist notwendig
- Und noch eine Schlussfolgerung

Die *klassische Physik* wurde im 17. bis 19. Jahrhundert entwickelt. Nach der Formulierung der Maxwell'schen Gleichungen um 1850, die den Elektromagnetismus in ähnlicher Weise zusammenfassen wie die Newton'schen Gesetze die Mechanik, waren die Wissenschaftler überzeugt, dass das Gebäude zur exakten Beschreibung der Natur vollendet war. Vielleicht mussten noch einzelne Räume eingerichtet werden, aber der Grundbau war fertig. Nur wenige Jahrzehnte später begann diese Überzeugung zur bröckeln; sie wurde sogar heftig erschüttert. Um 1900 war jedem klar, dass die klassische Physik viele der um diese Zeit gefundenen experimentellen Ergebnisse, die vor allem den atomaren Bereich betrafen, nicht erklären kann und dass vielmehr völlig neue Ansätze notwendig waren.

In diesem einleitenden Kapitel werden die wichtigsten dieser damals neu gefundenen Ergebnisse und Erkenntnisse vorgestellt, die zu dieser Entwicklung führten. Zudem wird dargestellt, welche Erklärungsmöglichkeiten entwickelt wurden und dass diese mit der klassischen Physik unvereinbar waren.

Am Schluss dieses Kapitels wird deutlich, dass zur Erklärung der neuen experimentellen Ergebnisse ein völlig neues, grundsätzliches theoretisches Gebäude errichtet werden musste, die *Quantenmechanik*.

Ein schwarzer Körper kann sehr hell strahlen

Der erste der um die Jahrhundertwende auftretenden eklatanten Widersprüche zwischen den experimentellen Beobachtungen und der klassischen Physik betraf die Strahlung eines schwarzen Körpers. Und gleich in diesem ersten Fall führte schließlich die vorgeschlagene Lösung des Problems das Phänomen ein, das in der weiteren Entwicklung der gesamten neuen Theorie den Namen geben sollte: Die *Quantisierung* bestimmter Größen (in diesem Fall der Energie).

Der Idealfall: Der schwarze Strahler

Sie wissen aus eigener Erfahrung, dass Körper Licht abstrahlen, wenn sie auf hohe Temperaturen erhitzt werden, und dass die Farbe von der Temperatur abhängt. Beispielsweise glüht ein Draht, wenn er erhitzt wird, zuerst rot, dann gelb und schließlich weiß.

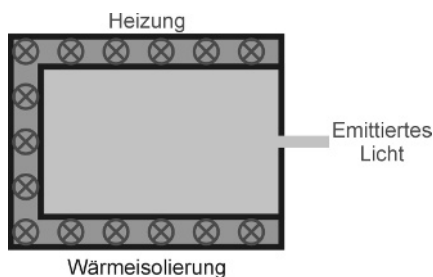


Abbildung 1.1 Ein Hohlraumresonator

Um diese Strahlung genauer messen und vor allen Dingen beschreiben zu können, betrachten die Physiker gerne einen *schwarzen Körper*. Dabei bezieht sich „schwarz“ auf die Fähigkeit des Körpers, alle auftreffenden Strahlungen vollständig zu absorbieren, sodass sie nicht zu seiner Emission beitragen und diese allein auf dem Körper und seiner Temperatur beruht. Eine Möglichkeit, dies zu realisieren, ist der in Abbildung 1.1 dargestellte *Hohlraumresonator*.

Abbildung 1.2 zeigt Spektren der Schwarzkörperstrahlung für verschiedene Temperaturen. Der Abbildung kann man Folgendes entnehmen:

- Mit wachsender Temperatur verschiebt sich das Maximum der Spektren zu kürzeren Wellenlängen, d. h. zu höheren Frequenzen.
- Mit zunehmender Temperatur nimmt die Gesamtintensität stark zu.

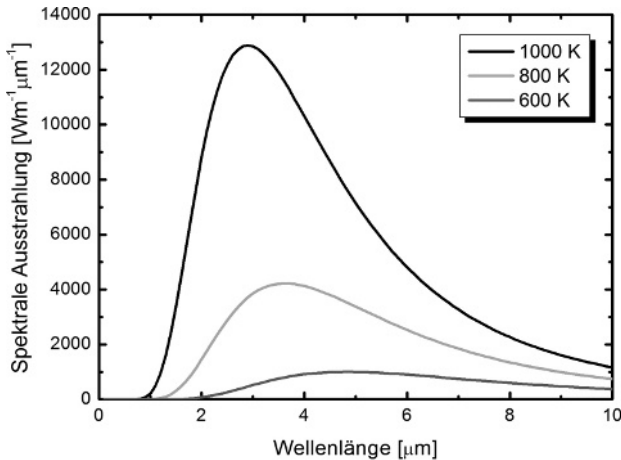


Abbildung 1.2 Das Spektrum eines schwarzen Strahlers bei verschiedenen Temperaturen

Frühe Erklärungsversuche

Die klassische Physik war nicht in der Lage, die Spektren von schwarzen Körpern auch mathematisch zufriedenstellend zu erklären. Es gab zwar eine Vielzahl von Erklärungsversuchen und Modellen, von denen aber keines die gemessenen Spektren im gesamten Wellenlängenbereich auch quantitativ beschreiben konnte. Von diesen Modellen werden aufgrund ihrer Bedeutung (für die endgültige Lösung) im Folgenden zwei kurz vorgestellt.

— Man muss die Boltzmannverteilung anwenden: Das Wien'sche Gesetz

1893 veröffentlichte der Physiker Wilhelm Wien das nach ihm benannte *Verschiebungsgesetz*, das die Temperaturabhängigkeit des Wellenlängenmaximums eines schwarzen Strahlers beschreibt. Es lautet:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} = \frac{2,898 \cdot 10^{-3} \text{ mK}}{T}$$

Dabei ist b eine Konstante. Einige Jahre später stellte Wien ein *Strahlungsgesetz* vor, bei dessen Herleitung er annahm, dass die Besetzung der Zustände in einem solchen Resonator der Maxwell-Boltzmann-Verteilung gehorcht. Dieses Gesetz lautet:

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi c^2}{\lambda^5} \cdot e^{-\frac{hc}{\lambda kT}}$$

Dabei sind I die Intensität und λ die Wellenlänge. Auf die Bedeutung der Konstanten h wird weiter unten eingegangen.

Dieses Gesetz beschreibt die experimentellen Beobachtungen in einem weiten Spektralbereich sehr gut (Abbildung 1.3). Insbesondere sagt es auch das Wellenlängenmaximum als Funktion der Temperatur richtig vorher. Aber: Bei großen Wellenlängen versagt es, wie aus der Abbildung hervorgeht.

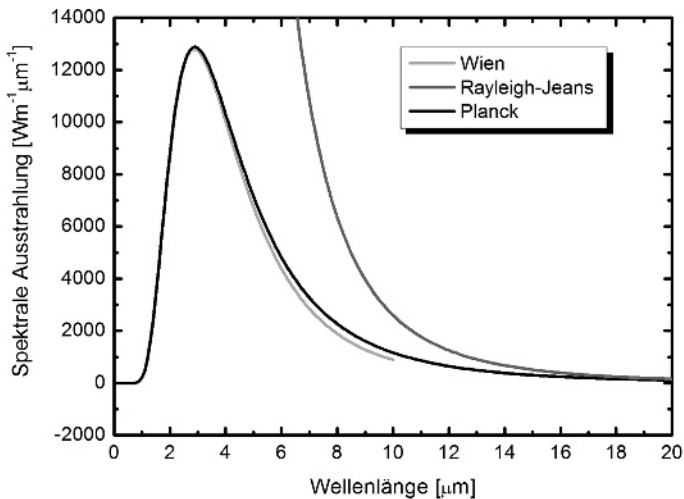


Abbildung 1.3 Das Wien'sche Gesetz, das Rayleigh-Jeans-Gesetz und das Planck'sche Strahlungsgesetz für eine Temperatur $T = 1000 \text{ K}$

— Abzählen von Zuständen: Das Rayleigh-Jeans-Gesetz

Der englische Physiker John Rayleigh schlug um 1900 vor, dass man zur Berechnung des Spektrums eines schwarzen Körpers zunächst einmal ermitteln muss, welche und wie viele Schwingungsmoden in einem solchen Resonator überhaupt möglich sind. Dies ist schematisch in Abbildung 1.4 dargestellt.

Dabei muss man die Randbedingung beachten, dass das elektrische Feld an den Wänden gleich null sein muss. Es müssen sich also stehende Wellen ausbilden.

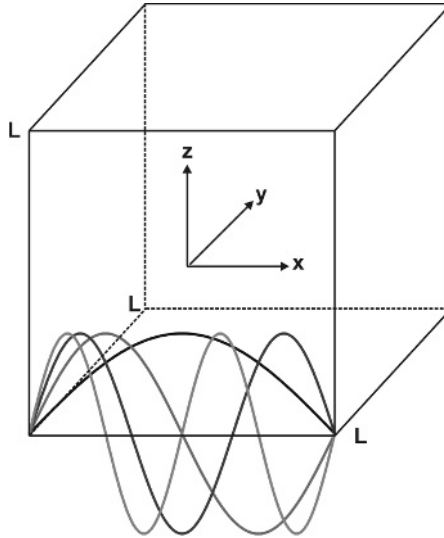


Abbildung 1.4 Zur Ermittlung der in einem Würfel möglichen Schwingungsmoden

Aus der Abbildung geht hervor, dass die Anzahl der Moden umso größer ist, je kleiner die Wellenlänge ist (also je höher die Frequenz ist). Rayleigh führte diese Abzählung durch und ordnete jeder Mode die folgende mittlere Energie zu:

$$\bar{E} = k_B \cdot T$$

Damit gelangte er zu folgender Formel für das Schwarzkörperspektrum, die für $T = 1000 \text{ K}$ in Abbildung 1.3 dargestellt ist:

$$I(\lambda) d\lambda = \frac{2\pi \cdot c \cdot k_B T}{\lambda^4} d\lambda$$

Der Abbildung kann man entnehmen, dass das Rayleigh-Jeans-Gesetz in weiten Bereichen des Spektrums fürchterlich versagt. Aber: Für große Wellenlängen beschreibt es die Realität sehr genau, und dies ist der Bereich, in dem das Wien'sche Gesetz versagt.

Das Planck'sche Strahlungsgesetz

Notwendig war also eine Theorie, die in der Lage ist, den gesamten spektralen Bereich richtig zu beschreiben. In seinem 1900 veröffentlichten *Strahlungsgesetz* griff Planck auf Elemente des Wien'schen Gesetzes und des Rayleigh-Jeans-Gesetzes zurück. Er zählte zunächst die Anzahl der Schwingungsmoden ab. Zudem verwendete er (wie Wien) die klassische Thermodynamik, d. h. die Maxwell-Boltzmann-Verteilung.

Dann verließ Planck aber den Boden der klassischen Physik. Er nahm an, dass ein Oszillator (eine Schwingungsmode) nicht jeden beliebigen Energiewert annehmen kann. Vielmehr ist die Energie *quantisiert*, sie kann nur bestimmte, von der Frequenz bzw. Kreisfrequenz ω abhängige Werte annehmen:

$$E_n = 0, \hbar\omega, 2\hbar\omega, \dots, n\hbar\omega$$

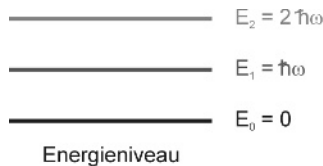


Abbildung 1.5 Die Quantisierung von Energieniveaus

Dies ist in Abbildung 1.5 dargestellt. Übergänge sind nur zwischen diesen *Energieniveaus* möglich: Bei der Emission geht ein Oszillator von einem höheren in einen niedrigeren Zustand über, bei einer Absorption wird ein höheres Niveau eingenommen.

Mit diesen Annahmen gelangte Planck zur folgenden Strahlungsformel, die die experimentellen Beobachtungen sehr genau wiedergibt (Abbildung 1.6):

$$I(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

Tipp

Das in dieser Formel auftretende Planck'sche Wirkungsquantum h ist die wichtigste Naturkonstante der Quantenmechanik, es taucht in sehr vielen Gleichungen in diesem Buch auf. Dabei wird häufig statt h die Größe \hbar benutzt, wobei einfach $\hbar = h/2\pi$ gilt.

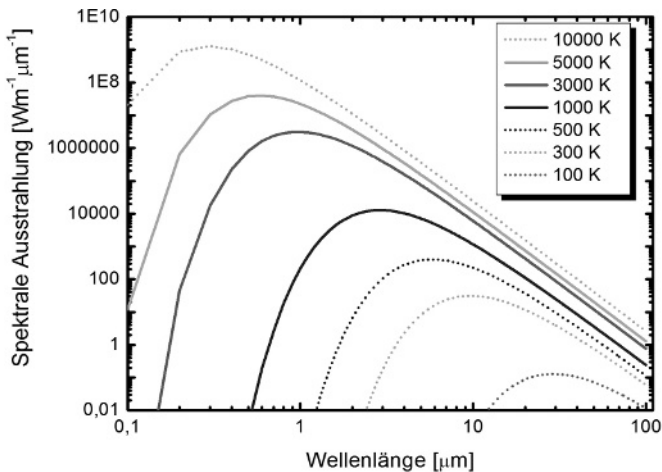


Abbildung 1.6 Die Strahlung eines schwarzen Körpers nach der Planck'schen Strahlungsformel für verschiedene Temperaturen. Beachten Sie die doppellogarithmische Darstellung

Man kann die Bedeutung des Planck'schen Strahlungsgesetzes gar nicht genug betonen. Es folgt nicht aus der klassischen Physik; insbesondere die Quantisierung widerspricht ihr sogar eklatant. Planck hatte deswegen Zeit seines Lebens „Bauchschmerzen“. Aber: Das Gesetz beschreibt die experimentellen Beobachtungen richtig. Das Konzept der Quantisierung wurde in den folgenden Jahren immer wieder aufgegriffen, u. a. von Einstein (siehe den folgenden Abschnitt). Diese erfolgreiche Verwendung der Quantisierung bestimmter Größen zur Erklärung von mit der klassischen Physik nicht zu vereinbarenden Beobachtungen führte schließlich zur Entwicklung der Quantenmechanik, aus der sie sich zwanglos ergibt, wie sich im Verlauf des Buchs zeigen wird.

Mit Licht Elektronen auslösen: Der Photoeffekt

Als *photoelektrischen Effekt* oder *Photoeffekt* bezeichnet man die Beobachtung, dass bei Bestrahlung eines Metalls mit Licht Elektronen aus dem Metall austreten können (der Einfachheit halber im Folgenden ins Vakuum) (Abbildung 1.7). Dies ist durchaus mit der klassischen Physik vereinbar. Das Licht wird im Metall absorbiert und die Energie auf Elektronen übertragen, die dann in der Lage sind, das Metall zu verlassen. Dazu muss eine gewisse Potentialbarriere überwunden werden, die *Austrittsarbeit* W_A genannt wird.

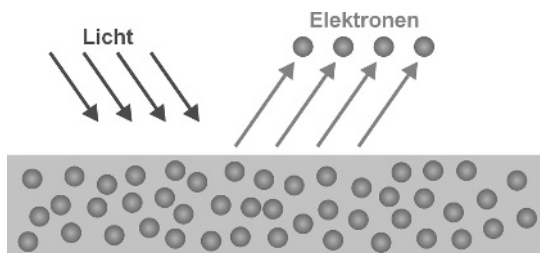


Abbildung 1.7 Der photoelektrische Effekt

Die Beobachtungen

Allerdings sind die beim Photoeffekt experimentell beobachteten Abhängigkeiten von Zahl und Energie der austretenden Elektronen von den Parametern Frequenz und Intensität des Lichts im völligen Widerspruch zur klassischen Physik. Dieser zufolge sollte die kinetische Energie der Elektronen umso größer sein, je größer die Intensität des einfallenden Lichts ist, da die vom Metall aufgenommene Energie größer ist.

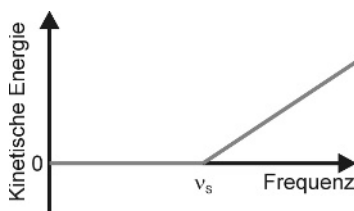


Abbildung 1.8 Frequenzabhängigkeit beim photoelektrischen Effekt

Die experimentellen Beobachtungen standen allerdings im völligen Widerspruch zu diesen Erwartungen. Die kinetische Energie der Elektronen hängt bei einem gegebenen Metall einzig und allein von der Frequenz des Lichts ab, wobei die Abhängigkeit linear ist. Darüber hinaus gibt es eine Grenzfrequenz ν_s , unterhalb derer keine Elektronen austreten (Abbildung 1.8). Die Intensität des Lichts hat lediglich Einfluss auf die Zahl der austretenden Elektronen.

Die Erklärung: Licht besteht aus Teilchen

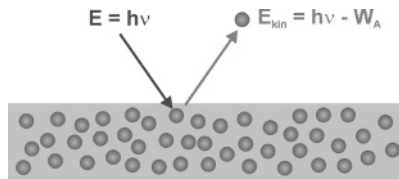


Abbildung 1.9 Die Erklärung des Photoeffekts

Zur Erklärung dieser Beobachtungen entwickelte Einstein 1905 ein Modell, das die klassische Physik völlig über den Haufen warf. Einsteins Vorstellung zufolge besteht Licht aus einzelnen Teilchen (*Lichtquanten* oder *Photonen*). Jedes dieser Teilchen besitzt die gleiche, durch die Frequenz bestimmte Energie:

$$E_{\text{Ph}} = h\nu$$

Dabei ist h das oben eingeführte Planck'sche Wirkungsquantum. Wenn ein solches Photon im Metall auf ein Elektron trifft, wird es absorbiert und seine Energie auf das Elektron übertragen. Die Wechselwirkung findet also zwischen *einem* Photon und *einem* Elektron statt. Ist die Energie groß genug, kann das Elektron das Metall verlassen (Abbildung 1.9). Die kinetische Energie des Elektrons beträgt daher:

$$E_{\text{kin}} = h \cdot \nu - W_A$$

wobei W_A die Austrittsarbeit des Metalls ist. Diese Gleichung beschreibt das in Abbildung 1.8 dargestellte Verhalten genau. Die Intensität des Lichts bestimmt die Anzahl der austretenden Elektronen.

BEISPIEL

Die Austrittsarbeit von Natrium beträgt 2,28 eV. Wenn es mit Licht mit einer Wellenlänge von 300 nm bestrahlt wird, beträgt die Energie der austretenden Elektronen:

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= h \cdot \nu - W_A = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_A \\ &= \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{300 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \cdot \frac{1}{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}} - 2,28 \text{ eV} \\ &= 1,86 \text{ eV} \end{aligned}$$

Tipp

Die in der Quantenmechanik übliche Energieeinheit ist das *Elektronenvolt* (eV). Das ist die Energie, die ein Elektron gewinnt, wenn es eine Spannungsdifferenz von 1 V durchläuft. Es gilt: $1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Auch Röntgenstrahlung kann sich wie Teilchen verhalten: Der Comptoneffekt

Aus der obigen Erklärung des photoelektrischen Effekts geht hervor, dass Licht einen Teilchencharakter besitzt. Der Anfang der 1920er Jahre durchgeführte *Comptonversuch* zeigt, dass dies auch für Röntgenstrahlen gilt, eine hochenergetische elektromagnetische Strahlung.

Der Versuch

Beim Comptonversuch wurde Graphit einer Röntgenstrahlung ausgesetzt und die dabei gestreute Strahlung untersucht. Die wichtigsten dabei gemachten Beobachtungen sind:

- In Vorwärts- und Rückwärtsrichtung sind die Streuwinkelverteilungen unterschiedlich.
- Die Wellenlänge der gestreuten Strahlung ist größer als die des einfallenden Strahls, d. h., die Frequenz ist kleiner. Zudem hängt die Wellenlänge vom Streuwinkel ab.

Diese Beobachtungen sind nicht mit der klassischen Physik vereinbar. Ihr zufolge sollte die elektromagnetische Welle die Elektronen im Graphit in Schwingungen versetzen, aber nach einer gewissen Zeit sollte der Graphit eine Welle mit der ursprünglichen Frequenz aussenden.

Die Erklärung

Wenn man allerdings annimmt, dass auch Röntgenstrahlen aus Teilchen bestehen, die eine ihrer Frequenz entsprechende Energie besitzen, lassen sich diese Beobachtungen des Comptonversuchs einfach erklären. Dann findet zwischen einem bewegten Photon und einem ruhenden Elektron ein elastischer Stoß statt, d. h., die Gesamtenergie beider Teilchen bleibt beim Stoß

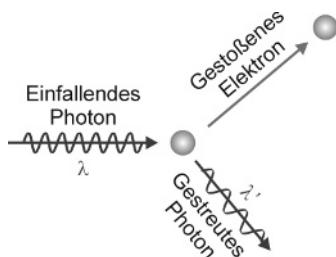


Abbildung 1.10 Der Comptoneffekt

erhalten (Abbildung 1.10). Man kann hier die klassische Stoßtheorie anwenden. Beim Stoß wird ein Teil der Energie des Photons auf das Elektron übertragen, die Energie des Photons nimmt also ab und damit auch seine Frequenz. Infolgedessen nimmt die Wellenlänge der Strahlung zu, wobei die Zunahme vom Streuwinkel θ abhängt:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e \cdot c} (1 - \cos \theta) = \lambda_c (1 - \cos \theta)$$

Dabei sind m_e die Masse des Elektrons und c die Lichtgeschwindigkeit. λ_c ist die *Comptonwellenlänge* des Elektrons; für sie gilt:

$$\lambda_c = \frac{h}{m_e \cdot c} = 2,43 \times 10^{-12} \text{ m}$$

Die Comptonwellenlänge gibt die Wellenlängenzunahme an, wenn das Photon unter einem rechten Winkel gestreut wird.

Tipp

Der Comptoneffekt kann auch bei anderen Elementarteilchen beobachtet werden. Dann muss man in der Gleichung für die Comptonwellenlänge die Elektronenmasse durch die Masse des Teilchens ersetzen.

Die Materie besteht aus Atomen

In der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts setzte sich allmählich die Erkenntnis durch, dass Materie aus *Atomen* besteht. Der Name geht auf das griechische Wort *atomos* (unverwundbar) zurück.

chische Wort *átomos* zurück, das „das Unteilbare“ bedeutet. Aber schon als noch nicht alle Wissenschaftler die Existenz von Atomen akzeptierten, wurde klar, dass Atome keineswegs unteilbar sind; es gibt vielmehr Teilchen, aus denen sie aufgebaut sind. Allerdings sind diese Atombausteine für alle Atomsorten gleich. Insofern sind Atome die kleinsten Materiebausteine, die die charakteristischen Merkmale eines jeden Elements besitzen.

Atome besitzen nur drei Zutaten

Heute weiß man, dass Atome aus drei Bausteinen bestehen. Diese sind zusammen mit ihren Eigenschaften in Tabelle 1.1 aufgelistet.

Teilchen	Masse	Ladung	Durchmesser
Elektron	$9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$	$-1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$	$< 10^{-18} \text{ m}$
Proton	$1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$	$1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$	$1,7 \times 10^{-15} \text{ m}$
Neutron	$1,675 \times 10^{-27} \text{ kg}$	0 C	$1,7 \times 10^{-15} \text{ m}$

Tabelle 1.1 Eigenschaften der drei Atombausteine

Elektronen und Protonen sind geladene Teilchen, wobei sie jeweils eine negative bzw. positive Elementarladung tragen. Neutronen sind dagegen elektrisch neutral. Da Atome als Ganzes ebenfalls neutral sind, folgt, dass die Anzahl der Elektronen und Protonen in einem Atom gleich sein muss.

Auf der anderen Seite geht aus der Tabelle hervor, dass Elektronen wesentlich leichter sind als Protonen und Neutronen (etwa um einen Faktor 2000), die in etwa gleich schwer sind. Außerdem sind Elektronen sehr viel kleiner.

Experimentelle Befunde

Um die vorletzte Jahrhundertwende herum wusste man schon einiges über Atome. Es gab insbesondere zwei experimentelle Beobachtungen, die jedes Modell zur Beschreibung von Atomen erklären können muss (und die daher auch für dieses Buch von Bedeutung sind, dessen achtes Kapitel dem Wasserstoffatom gewidmet ist). Diese beiden Beobachtungen werden im Folgenden kurz vorgestellt.

— Atome sind weitgehend leer: Der Rutherfordversuch

In den Jahren 1909–13 beschoss der neuseeländische Physiker Ernest Rutherford eine Goldfolie mit α -Teilchen.

Tipp

Alpha-Teilchen sind im Prinzip die Kerne von Heliumatomen. Sie bestehen aus zwei Protonen und zwei Neutronen und sind zweifach positiv geladen.

Dabei machte Rutherford erstaunliche Beobachtungen:

- Atome sind weitgehend leer. Die meisten der α -Teilchen konnten die Goldfolie ohne Wechselwirkung durchqueren.
- Die Masse der Atome ist im sehr kleinen, positiv geladenen Kern konzentriert.

— Gestochen scharfe Linien: Atomspektren

Atome können Licht auch absorbieren und unter gewissen Umständen auch emittieren. Dabei treten stets Serien sehr scharfer Linien auf. Abbildung 1.11 zeigt als Beispiel die im sichtbaren Bereich des Spektrums auftretende *Balmerserie* des Wasserstoffatoms. Ähnliche Serien gibt es beim H-Atom auch im Ultraviolett und im Infraroten. Die Energien dieser Serien des Wasserstoffatoms können durch eine einzige einfache Formel beschrieben werden:

$$E = R_y \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

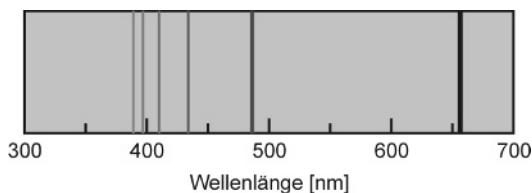


Abbildung 1.11 Die Balmerserie im Wasserstoffspektrum

Darin wird R_y *Rydbergenergie* genannt. Sie beträgt 13,6 eV. n und m sind ganze Zahlen, wobei $m < n$ sein muss. Die Zahl n legt die Serie fest; für die in Abbildung 1.11 gezeigte Balmerserie ist $n = 2$.

Warnung

In Büchern über die Quantenmechanik findet man sowohl die Rydbergenergie als auch die *Rydbergkonstante* $R_\infty = 1,097 \cdot 10^{-7} \text{ m}^{-1}$. Beide beschreiben das Gleiche, einmal in Form einer Energie, im anderen Fall in Form einer Wellenzahl. Zwischen ihnen besteht die Beziehung:

$$R_y = hc \cdot R_\infty$$

Dabei sind c die Lichtgeschwindigkeit und h das Planck'sche Wirkungsquantum.

Jedes Modell zur Beschreibung von Atomen muss in der Lage sein, die Existenz dieser Linien zu begründen und ihre Wellenlänge richtig vorherzusagen.

Atommodelle**— Wie Rosinen in einem Kuchen: Das Plumpudding-Modell**

Das erste Atommodell wurde um 1900 von dem britischen Physiker Joseph John Thomson entwickelt. Thomson nahm an, dass Atome aus einer masse- und strukturlosen positiv geladenen Wolke bestehen, in der sich negativ geladene Elektronen bewegen (Abbildung 1.12a). Dieses Modell wird Thomson'sches Atommodell genannt, aber auch Rosinenkuchen-Modell oder *Plumpudding-Modell*.

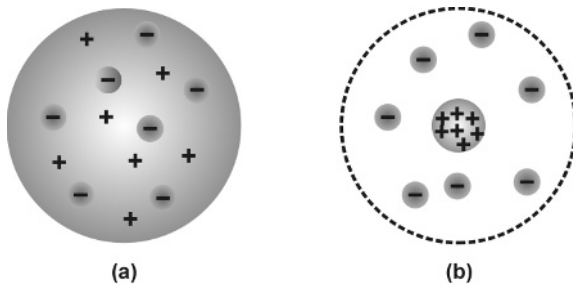


Abbildung 1.12 Das Plumpudding-Atommodell (a) und das Rutherford'sche Atommodell (b)

Nachdem die Masse von Elektronen genauer bestimmt worden war, gab es bereits erhebliche Zweifel an diesem Modell (nach dem ein Wasserstoffatom etwa 2000 Elektronen enthalten müsste). Als die Ergebnisse des Rutherford-experiments bekannt wurden, hatte sich das Plumpudding-Modell natürlich erledigt.

— Es geht in die richtige Richtung: Das Rutherford'sche Atommodell

Ausgehend von seinen oben beschriebenen Experimenten entwickelte Rutherford selbst ein Atommodell, das nach ihm benannt wurde. Ihm zufolge bestehen Atome aus positiven Kernen, in denen die Masse konzentriert ist und die von Elektronen umgeben sind. Allerdings macht das Modell keine Angaben darüber, wie die Struktur dieser Elektronenwolke genauer aussieht (Abbildung 1.12b). Daher kann dieses Modell zwar den Rutherfordversuch erklären, nicht aber die Atomspektren.

— Das Bohr'sche Atommodell

1913 entwickelte der dänische Physiker Niels Bohr das Rutherfordmodell weiter. Auch er nahm an, dass Atome einen positiv geladenen Kern besitzen. Die zur Ladungsneutralität erforderlichen Elektronen umkreisen diesen Kern auf Kreisbahnen (Abbildung 1.13), deren Radius Bohr ganz klassisch berechnete. Ein Elektron wird auf der einen Seite vom Kern elektrostatisch angezogen; auf der anderen Seite erfährt es auf seiner Kreisbahn eine nach außen wirkende Zentrifugalkraft. Im Gleichgewicht müssen beide Kräfte gleich groß sein. Für ein Wasserstoffatom (ein Proton und ein Elektron) gilt beispielsweise:

$$F_{\text{Es}} = F_{\text{ZF}}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

Dabei sind e die Elementarladung, ϵ_0 die elektrische Feldkonstante, v die Geschwindigkeit des Elektrons und r der Radius der Kreisbahn. Allerdings besagt die klassische Physik, dass eine beschleunigte Ladung Energie abstrahlt. Da eine gleichmäßige Kreisbewegung beschleunigt ist (die Richtung des Elektrons ändert sich ständig), sollte der klassischen Vorstellung zufolge das Elektron auf seiner Kreisbahn ständig Energie abstrahlen, dabei langsamer werden und schließlich in den Kern stürzen.

Bohr ignorierte dies; seiner Vorstellung nach sind die Kreisbahnen der Elektronen stabil; während des Umlaufs wird keine Energie abgestrahlt. Aber dies war nicht der einzige Punkt, in dem Bohr die Regeln der klassischen Physik missachtete. Elektronen auf beliebigen Kreisbahnen können die scharfen Linien der Atomspektren nicht erklären. Dazu musste Bohr annehmen, dass nur bestimmte Bahnradien erlaubt sind.

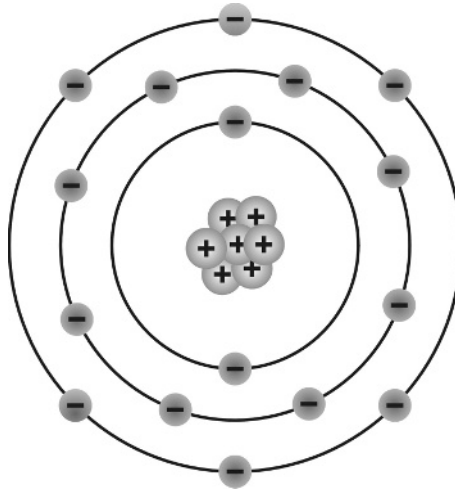


Abbildung 1.13 Das Bohr'sche Atommodell

Ein Körper auf einer Kreisbahn besitzt einen Drehimpuls (siehe Kapitel 7):

$$L = m \cdot r \cdot v$$

Bohrs entscheidende Annahme war, dass der Drehimpuls des Elektrons auf seiner Kreisbahn quantisiert ist (an dieser Stelle war Bohr natürlich von der Planck'schen Strahlungsformel inspiriert) und nur folgende Werte annehmen kann:

$$L = n \cdot \hbar$$

Dabei ist n eine ganze Zahl. Setzt man dies in die obige Kräftebilanz ein und löst nach dem Radius auf, ergibt sich:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} = \frac{m(n\hbar/mr)^2}{r}$$

$$r = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{me^2}$$

Tipp

Die Zahl n wird Hauptquantenzahl genannt; ihre Bedeutung wird im Verlauf des Buchs klarer werden.

Der kleinstmögliche Radius der Elektronenbahnen im Wasserstoffatom ergibt sich für $n = 1$:

$$r(n=1) = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} =: a_0$$

Diese Größe a_0 wird *Bohr'scher Radius* genannt. Er beträgt $0,53 \cdot 10^{-10}$ m (0,053 nm). Der Bohr'sche Radius sagt den Radius eines Wasserstoffatoms ziemlich genau voraus.

Dem Bohr'schen Atommodell zufolge sind die Elektronen auf ihren Bahnen stabil. Sie können allerdings die Bahn wechseln. Dazu ist Energie erforderlich. Diese Energie kann beispielsweise durch die Absorption von Licht aufgebracht werden. Ein derartig angeregtes Elektron auf einer höheren Bahn kann wieder auf eine tiefere Bahn wechseln, wobei die freigesetzte Energie in Form von Licht emittiert wird. Diese Übergänge finden zwischen wohldefinierten Energieniveaus statt. Dies erklärt die scharfen Linien in den Absorptions- und Emissionsspektren von Atomen. Auch die Rydbergenergie ergibt sich aus diesem Modell zwangsläufig.

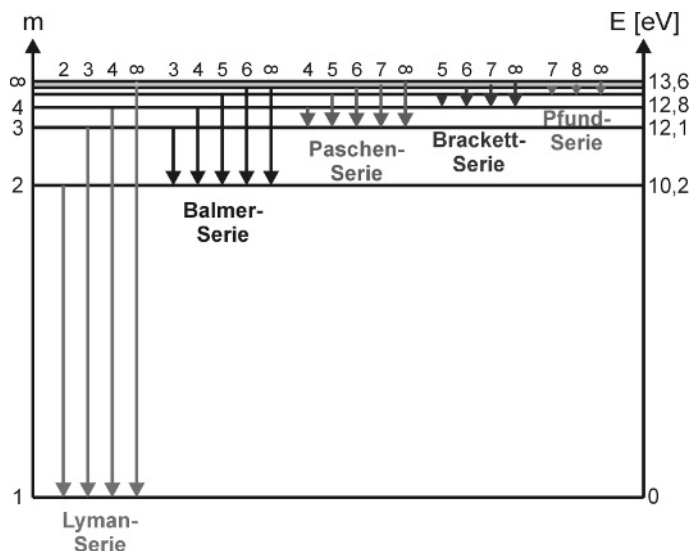


Abbildung 1.14 Das Termschema des Wasserstoffatoms

Tipp

In der oben angegebenen Formel sind n und m die Quantenzahlen der beteiligten Bahnen. Ausgangspunkt der Balmerreihe ist daher die zweite Bahn.

Abbildung 1.14 zeigt das Termschema des Wasserstoffs und die sich daraus in seinen Spektren ergebenden Linien und Serien.

Warnung

Das Bohr'sche Atommodell beschreibt beispielsweise die Atomspektren des Wasserstoffatoms sehr genau. Zudem erklärt es weitere experimentelle Beobachtungen. Dabei sollte man allerdings immer im Hinterkopf haben, dass es zwar viele richtige Ergebnisse liefert, aber die Wirklichkeit nicht korrekt beschreibt. Die Elektronen bewegen sich *nicht* auf Kreisbahnen um den Atomkern, wie sich im Verlauf dieses Buchs herausstellen wird.

Schlussfolgerung: Die Quantenmechanik ist notwendig

Aus der bisherigen Darstellung in diesem Kapitel geht hervor, dass die klassische Physik nicht in der Lage ist, alle Beobachtungen, insbesondere auf mikroskopischer und nanoskopischer Ebene, richtig zu beschreiben. Um die Vorgänge in diesem Bereich physikalisch und mathematisch korrekt darstellen zu können, ist also ein völlig neuer Ansatz bzw. ein völlig neues theoretisches Gebäude erforderlich. Genau dies ist die *Quantenmechanik*.

Interessant an dieser Stelle ist, dass zumindest drei der oben dargestellten frühen Erklärungsversuche – Plancks Erklärung der Schwarzkörperstrahlung, Einsteins Erklärung des Photoeffekts und das Bohr'sche Atommodell – auf einer Quantisierung bestimmter Größen beruhten; in den ersten beiden Fällen ist dies die Energie von Lichtquanten, im Fall des Bohr'schen Atommodells der Bahndrehimpuls der Elektronen. Allerdings wurde die Quantisierung in allen drei Fällen postuliert, nicht aber hergeleitet. Eine neue Theorie sollte aber in der Lage sein, die Quantisierung bestimmter Größen mathematisch und physikalisch zu begründen. Die Quantenmechanik ist dazu in der Lage.

Darüber hinaus geht aus diesem Kapitel hervor, dass die neue Theorie in der Lage sein muss, zu erklären, warum sich Licht unter bestimmten Umständen wie eine Welle verhält, unter anderen aber als Teilchen.

Und noch eine Schlussfolgerung

Zum Abschluss dieses einführenden Kapitels soll noch eine weitere wichtige Schlussfolgerung gezogen werden, die historisch gesehen nicht *vor* der Entwicklung der Quantenmechanik stand, sondern aus der Hochzeit ihrer Entwicklung stammt. Sie ist aber für ihre endgültige Formulierung ausschlaggebend, sodass sie in der Darstellung in den Kapiteln 2 und 3 von Anfang an eine Rolle spielt und daher an dieser Stelle diskutiert wird.

Aus dem oben behandelten Photoeffekt und dem Comptoneffekt geht hervor, dass Licht – der klassischen Vorstellung zufolge eine Welle – auch unter bestimmten Umständen einen Teilchencharakter aufweisen kann. 1923 postulierte der französische Physiker Louis de Broglie (in seiner Doktorarbeit!), dass umgekehrt auch Objekten, die in der klassischen Physik als Teilchen betrachtet werden, wie etwa Elektronen, auch ein Wellencharakter eigen sein kann. Man kann also Elektronen durchaus eine Kreisfrequenz und eine Wellenlänge zuordnen. Diese Wellenlänge ist die sogenannte *De-Broglie-Wellenlänge*, die wie folgt mit dem Impuls des Teilchens zusammenhängt:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

In diesem Fall spricht man auch von *Materiewellen*. Wenn sich auf der einen Seite elektromagnetische Wellen wie Licht auch als Teilchen betrachten lassen, auf der anderen Seite aber klassische Teilchen auch als Wellen, liegt es nahe, für alle quantenmechanischen Objekte eine gemeinsame Beschreibung zu wählen. Genau dies ist letztendlich die Quantenmechanik, in der die Beschreibung all dieser Objekte durch *Wellenfunktionen* erfolgt. Diese Beschreibung wird in den Kapiteln 2 bis 8 ausführlich erläutert.

Auf den hier angedeuteten *Welle-Teilchen-Dualismus* und seine Implikationen wird dann ausführlich in Kapitel 9 (und noch einmal in Kapitel 12) eingegangen.

AUF EINEN BLICK

- Die Schwarzkörperstrahlung kann mithilfe der Planck'schen Strahlungsformel erklärt werden.
- Das Plancksche Wirkungsquantum ist eine fundamentale Naturkonstante, die im Zusammenhang mit der Quantisierung und dem Welle-Teilchen-Dualismus eine entscheidende Rolle spielt.

- Als Photoeffekt bezeichnet man den Austritt von Elektronen aus einem Metall, wenn es mit Licht bestrahlt wird.
- Einsteins Erklärung des Photoeffekts zufolge ist Licht quantisiert; es besteht aus Photonen, d. h. Teilchen mit einer Energie $E = h\nu$.
- Der Comptoneffekt, d. h. die Zunahme der Wellenlänge von Röntgenstrahlung bei der Streuung an Graphit, kann durch elastische Stöße zwischen Röntgenteilchen (Photonen) und Elektronen im Graphit erklärt werden.
- Atome bestehen aus einem positiven Kern, der im Wesentlichen die Masse besitzt, und einer ihn umgebenden Elektronenwolke.
- Das Bohr'sche Atommodell nimmt an, dass in einem Atom Elektronen auf Kreisbahnen den positiven Kern umkreisen. Dabei ist ihr Drehimpuls quantisiert; er kann nur ganzzahlige Vielfache von \hbar betragen.
- Das Bohr'sche Atommodell sagt viele Ergebnisse richtig voraus. Es ist allerdings nicht korrekt, denn Elektronen bewegen sich nicht auf Kreisbahnen um den Kern.
- Teilchen können auch einen Wellencharakter und damit eine Wellenlänge besitzen.

— Übungsaufgaben zu diesem Kapitel

— Aufgabe 1.1

Das Emissionsmaximum der Sonne liegt bei 500 nm. Wie groß ist die Oberflächentemperatur der Sonne? Kommentieren Sie das Ergebnis.

Die Temperatur des menschlichen Körpers beträgt etwa 37 °C. Wo liegt sein Emissionsmaximum? Wie kann man dies beobachten?

— Aufgabe 1.2

Der Comptoneffekt ist der elastische Stoß zwischen einem Röntgenphoton und einem Elektron. Warum wird der Comptoneffekt bei Röntgenstrahlung beobachtet, nicht aber bei sichtbarem Licht? Tritt er dort nicht auf?

— Aufgabe 1.3

Berechnen Sie die Wellenlänge der ersten Linie der Balmerreihe in Abbildung 1.11.