

Inhaltsverzeichnis

Teil III

Kapitel 1: Vektorraumtheorie

§1	Hinweise und Bezeichnungen	1
§2	Allgemeine Vektorräume über einem Körper	2
§3	Vektorräume endlicher Dimension	20
§4	Lineare Abbildungen zwischen Vektorräumen	34

Kapitel 2: Matrizen. Lineare Gleichungssysteme. Determinanten

§5	Matrizen	54
§6	Lineare Gleichungssysteme	75
§7	Determinanten	82
§8	Eigenwerttheorie	92

Kapitel 3: Affine Geometrie

§9	Der n-dimensionale affine Raum	102
§10	Affine Räume mit Anordnung	113
§11	Affine Abbildungen	121
§12	Affine Quadrikentheorie	136

Kapitel 4: Euklidische und unitäre Vektorräume

§13	Vektorräume mit Skalarprodukt	157
§14	Normale Endomorphismen	165
§15	Normalformen der normalen Endomorphismen	171

Kapitel 5: Euklidische und unitäre Geometrie

§16	Der n-dimensionale unitäre und euklidische Punktraum	182
§17	Ähnliche und kongruente Selbstabbildungen	192
§18	Euklidische Quadrikentheorie	218

Kapitel 6: Projektive Geometrie

§19	Der n-dimensionale projektive Raum	250
§20	Projektive Abbildungen	254
§21	Das Dualitätsprinzip	271
§22	Kollineationen und Korrelationen	277
§23	Standardsätze der projektiven Ebene P^2	285
§24	Projektive Quadrikentheorie	289
§25	Projektives Modell des euklidischen Raumes	299

H. Schaal

Lineare Algebra und Analytische Geometrie

Teil I

Einleitung

Kapitel 1: Vektorraumtheorie

§ 1 Grundbegriffe über Gruppen und Körper

- 1.1 Gruppen
- 1.2 Körper

§ 2 Allgemeine Vektorräume über einem Körper

- 2.1 Einführung
- 2.2 Untervektorräume
- 2.3 Durchschnitt und Summe (Verbindungsraum).
Lineare Hülle
- 2.4 Lineare Abhängigkeit, lineare Unabhängigkeit,
Basis

§ 3 Vektorräume endlicher Dimension

- 3.1 Basissätze
- 3.2 Koordinaten
- 3.3 Basis- und Koordinatentransformation
- 3.4 Dimensionssätze

§ 4 Lineare Abbildungen zwischen Vektorräumen

- 4.1 Grundbegriffe über Abbildungen
- 4.2 Grundeigenschaften linearer Abbildungen
- 4.3 Spezielle lineare Abbildungen
- 4.4 Produkte linearer Abbildungen.
Automorphismengruppe $GL(n, K)$
- 4.5 Summen linearer Abbildungen. Endomorphismenring

Kapitel 2: Matrizen. Lineare Gleichungssysteme. Determinanten.

§ 5 Matrizen

- 5.1 Motivation
- 5.2 Grundregeln der Matrizenrechnung
- 5.3 Koordinatendarstellung linearer Abbildungen
- 5.4 Rang und Normalform einer Matrix
- 5.5 Bestimmung einer Zeilenbasis einer Matrix
mit Folgerungen

§ 6 Lineare Gleichungssysteme

- 6.1 Problemstellung
- 6.2 Homogene lineare Gleichungssysteme
- 6.3 Inhomogene lineare Gleichungssysteme
- 6.4 Die Struktur der Lösung inhom. lin. Gleichungen
- 6.5 Prakt. Bestimmung der Lösungen lin. Gleichungen
- 6.6 Praktische Bestimmung inverser Matrizen

§ 7 Determinanten

- 7.1 Multilinearform. Determinantenform
- 7.2 Permutationen
- 7.3 Determinanten
- 7.4 Berechnung von Determinanten und Anwendungen

§ 8 Eigenwerttheorie

- 8.1 Eigenwerte u. Eigenvektoren eines Endomorphismus
- 8.2 Charakteristisches Polynom
- 8.3 Ähnliche Matrizen und Normalformen von Endomorphismen

Kapitel 3: Affine Geometrie

§ 9 Der n-dimensionale affine Raum

- 9.1 Grundbegriffe
- 9.2 Affine Unterräume
- 9.3 Parallele affine Unterräume
- 9.4 Dimensionssatz für affine Unterräume
- 9.5 Affine Koordinatensysteme
- 9.6 Gleichungen affiner Unterräume
- 9.7 Beziehungen zw. Gleichungen und Parameterdarst. von affinen Unterräumen und Untervektorräumen
- 9.8 Affine Koordinatentransformation

§10 Affine Räume mit Anordnung

- 10.1 Problemstellung
- 10.2 Halbräume
- 10.3 Affine Simplexe und Spate
- 10.4 Konvexe Mengen
- 10.5 Homogene Darstellung affiner Unterräume
- 10.6 Volumen und Teilverhältnis

§11 Affine Abbildungen

- 11.1 Problemstellung
- 11.2 Eigenschaften affiner Abbildungen
- 11.3 Koordinatendarstellung affiner Abbildungen
- 11.4 Affine Selbstabbildungen
- 11.5 Affinitäten

§12 Affine Quadrikentheorie

- 12.1 Bilinearformen, quadratische Formen, Polarform
- 12.2 Begriff der Quadrik im A^n
- 12.3 Affine Klassifikation und Normalformen der Quadriken
- 12.4 Quadrikentheorie im Reellen und Komplexen
- 12.5 Affine Quadrikengeometrie
- 12.6 Figuren der einteiligen Quadriken für $n=2, 3$

Formelverzeichnis

Liste der Bezeichnungen

Das deutsche und griechische Alphabet

Literatur

Stichwortverzeichnis

H. Schaal

Lineare Algebra und Analytische Geometrie

Teil II

Einleitung

Kapitel 4: Euklidische und unitäre Vektorräume

§13 Vektorräume mit Skalarprodukt

- 13.1 Einführung des euklidischen Vektorraumes
- 13.2 Komplexe Fortsetzung des Skalarprodukts
- 13.3 Längenmessung
- 13.4 Orthogonalität
- 13.5 Koordinatendarstellung der Sesquilinearformen und der Skalarprodukte
- 13.6 Basis- und Koordinatentransformationen
- 13.7 Unitäre und orthogonale Matrizen
- 13.8 Winkelmessung
- 13.9 Komplexe euklidische Vektorräume

§14 Normale Endomorphismen

- 14.1 Motivation
- 14.2 Adjungierte Endomorphismen im unitären Vektorraum
- 14.3 Normale Endomorphismen
- 14.4 Isometrien
- 14.5 Gruppeneigenschaft der Isometrien

§15 Normalformen der normalen Endomorphismen

- 15.1 Der allgemeine, komplexe Fall
- 15.2 Der euklidische Sonderfall
- 15.3 Normalform selbstadjungierter Endomorphismen
- 15.4 Normalform antiselbstadjungierter Endomorphismen
- 15.5 Normalformen der Isometrien im $V^n(\mathbb{C})$ und $V^n(\mathbb{R})$
- 15.6 Klassifikation der Isometrien für $V^2(\mathbb{R})$ und $V^3(\mathbb{R})$
- 15.7 Reelle Hauptachsentransformation

Kapitel 5: Euklidische und unitäre Geometrie

§16 Der n-dimensionale unitäre und euklidische (Punkt-)Raum

- 16.1 Grundbegriffe
- 16.2 Abstandsmessung
- 16.3 Winkelmessung
- 16.4 Volumenmessung
- 16.5 Orthogonalität und Lote
- 16.6 Das vektorielle Produkt im E^3

§17 Ähnliche und kongruente Selbstabbildungen

- 17.1 Grundbegriffe
- 17.2 Die Ähnlichkeits- und Bewegungsgruppe
- 17.3 Koordinatendarstellung der Ähnlichkeiten und Bewegungen
- 17.4 Normalform der Ähnlichkeiten und Bewegungen
- 17.5 Klassifikation der eukl. Bewegungen im E^2 und E^3

§18 Euklidische Quadrikentheorie

- 18.1 Problemstellung
- 18.2 Die euklidische Normalform einer Quadrik
- 18.3 Euklidische Quadrikengeometrie
- 18.4 Metrische Klassifikation der Quadriken im E^2 und E^3

Kapitel 6: Projektive Geometrie

§19 Der n-dimensionale projektive Raum

- 19.1 Motivation
- 19.2 Das Leitbild der projektiven Ebene P^2
- 19.3 Der n-dimensionale projektive Raum P^n
- 19.4 Projektive Unterräume
- 19.5 Dimensionssatz für projektive Unterräume
- 19.6 Projektive Koordinaten
- 19.7 Gleichungen und Parameterdarstellungen projektiver Unterräume
- 19.8 Projektive Koordinatentransformationen

§20 Projektive Abbildungen

- 20.1 Problemstellung
- 20.2 Eigenschaften projektiver Abbildungen
- 20.3 Koordinatendarstellung projektiver Abbildungen
- 20.4 Projektive Selbstabbildungen
- 20.5 Projektivitäten und Perspektivitäten
- 20.6 Projektionen
- 20.7 Das Doppelverhältnis
- 20.8 Beziehungen zwischen projektiven und affinen Räumen

§21 Das Dualitätsprinzip

- 21.1 Grundbegriffe der dualen Vektorräume
- 21.2 Das Dualitätsprinzip der linearen Algebra
- 21.3 Das Dualitätsprinzip der projektiven Geometrie
- 21.4 Hyperebenenkoordinaten
- 21.5 Das Doppelverhältnis von Hyperebenen
- 21.6 Dualität bei projektiven Abbildungen

§22 Kollineationen und Korrelationen

- 22.1 Kollineationen
- 22.2 Der v.STAUDTsche Satz
- 22.3 Korrelationen
- 22.4 Polarsysteme und Nullsysteme

§23 Standardsätze der projektiven Ebene P^2

- 23.1 Satz von PAPPUS. Vollständiges Vierseit, vollständiges Viereck
- 23.2 Der Satz von DESARGUES
- 23.3 Der Satz von PAPPUS-PASCAL

§24 Projektive Quadrikentheorie

- 24.1 Begriff der Quadrik im P^n
- 24.2 Projektive Klassifikation und Normalformen der Quadriken
- 24.3 Quadrikentheorie im Reellen und im Komplexen
- 24.4 Projektive Quadrikengeometrie
- 24.5 Duale Quadriken
- 24.6 Projektive Erzeugung der Kurven 2.Ordnung und 2.Klasse

§25 Projektives Modell des euklidischen Raumes

- 25.1 Grundgedanken
- 25.2 Das absolute Gebilde der euklidischen Geometrie
- 25.3 Projektive Deutung der euklidischen Winkelmessung
- 25.4 Ausblicke

Anhang I

- I 1) Quadratische Körpererweiterungen
- I 2) Automorphismen eines Körpers K
- I 3) Automorphismen des Erweiterungskörpers $K(\sqrt[n]{c})$
- I 4) Das Rechnen mit komplexen Zahlen

Anhang II

- II 1) Komplexe Erweiterung eines Vektorraumes
- II 2) Basis und Dimension der komplexen Vektorraum-erweiterung. Reelle Ausschnitte
- II 3) Reelle und komplexe Untervektorräume
- II 4) Reelle und komplexe affine Räume und Unterräume
- II 5) Komplexe Erweiterung linearer und affiner Selbstabbildungen
- II 6) Komplexe Erweiterung und reelle Ausschnitte einer Quadrik
- II 7) Reelle und komplexe projektive Räume; v.STAUDT'sche Ketten

Anhang III

Die Automorphismen des reellen Zahlkörpers

Formelverzeichnis

Stichwortverzeichnis