

Manfred Stockhausen

# Mathematische Behandlung naturwissenschaftlicher Probleme

## Teil 3

Lineare Algebra – Differentialgleichungen

Eine Einführung für Chemiker  
und andere Naturwissenschaftler

Mit 19 Abbildungen und 4 Tabellen

Dr. Dietrich Steinkopff Verlag · Darmstadt

# Inhalt

<i>Vorwort</i> . . . . .	V
<i>Zwischenbemerkung</i> . . . . .	1
<b>8. Vektortransformationen im Dreidimensionalen</b> . . . . .	3
8.1. Koordinatentransformation bei Drehung der Basis . . . . .	3
8.2. Vektortransformationen in fester Basis . . . . .	15
8.2.1. Transformation eines Vektors durch Drehung . . . . .	15
8.2.2. Lineare Transformation eines Vektors . . . . .	18
8.2.3. Einiges über Tensoren . . . . .	23
<b>9. Matrizen und Determinanten</b> . . . . .	32
9.1. Matrizen . . . . .	32
9.1.1. Matrizenrechnung . . . . .	32
9.1.2. Transformation von Matrizen . . . . .	41
9.2. Determinanten und weitere Charakteristika von Matrizen . . . . .	46
9.2.1. Die Determinante und ihre Berechnung . . . . .	46
9.2.2. Der Rang einer Matrix . . . . .	52
9.2.3. Zwei Exempel: Reziproke Matrizen, orthogonale Matrizen . . . . .	53
9.3. Einiges über lineare Gleichungssysteme . . . . .	56
9.4. Eigenwerte von Matrizen . . . . .	63
9.4.1. Diagonalisierung einer symmetrischen Matrix . . . . .	64
9.4.2. Eigenwerte und Eigenvektoren einer symmetrischen Matrix . . . . .	68
9.4.3. Gleichzeitige Diagonalisierung und gemeinsame Eigenvektoren zweier Matrizen . . . . .	73
9.4.4. Ergänzungen zum Thema Matrizentransformation . . . . .	74
9.4.5. Physikalisch-chemische Fragen: Ausblicke auf Anwendungen	79
<b>10. Gruppen</b> . . . . .	83
10.1. Die Gruppe als algebraische Struktur . . . . .	83
10.1.1. Erste Beispielgruppe . . . . .	84
10.1.2. Gruppenaxiome und ergänzende Begriffe . . . . .	89
10.2. Darstellungen von Gruppen . . . . .	91
10.2.1. Die Darstellung durch Matrzensysteme . . . . .	91
10.2.2. Irreduzible Darstellungen . . . . .	96
10.2.3. Zweite Beispielgruppe . . . . .	101
10.2.4. Charaktere . . . . .	107
10.3. Einige Bemerkungen über Symmetriegruppen . . . . .	111

<b>11. Vektorräume höherer Dimension</b> . . . . .	120
11.1. Die Verallgemeinerung des Vektorbegriffs . . . . .	120
11.1.1. Der lineare Vektorraum . . . . .	120
11.1.2. Vektorraum mit Skalarprodukt . . . . .	123
11.1.3. Ergänzungen . . . . .	125
11.2. Funktionen als Vektoren . . . . .	128
11.2.1. Die Interpretation einer Funktion als Vektor . . . . .	129
11.2.2. Transformation von Vektoren, die Funktionen sind . . . . .	134
<b>12. Orthogonale Funktionensysteme</b> . . . . .	138
12.1. Die Entwicklung nach orthogonalen Funktionen . . . . .	138
12.2. Entwicklung von Funktionen <i>einer</i> Variablen nach trigonometrischen Funktionen (Fourier-Entwicklung) . . . . .	143
12.2.1. Basisfunktionen und Entwicklungskoeffizienten der Fourier-Reihe . . . . .	144
12.2.2. Die Fourier-Reihe als Spektrum . . . . .	147
12.2.3. Das Spektrum nicht-periodischer Funktionen (Fourier-Integral) . . . . .	153
12.3. Entwicklung von Funktionen zweier Variabler nach Kugelflächenfunktionen . . . . .	161
<b>13. Differentialgleichungen</b> . . . . .	163
13.1. Eigenwerte bei Differentialgleichungen . . . . .	163
13.2. Lineare Differentialgleichungen . . . . .	171
13.2.1. Einiges zur Integration einer gewöhnlichen linearen Differentialgleichung . . . . .	172
13.2.2. Einiges über Systeme von linearen Differentialgleichungen . . . . .	177
13.3. Partielle Differentialgleichungen . . . . .	185
13.3.1. Die Wellengleichung . . . . .	187
13.3.2. Die Schrödinger-Gleichung . . . . .	192
<i>Sachverzeichnis</i> . . . . .	195