

Manfred Stockhausen

Mathematische Behandlung naturwissenschaftlicher Probleme

Teil 3

Lineare Algebra – Differentialgleichungen

Eine Einführung für Chemiker
und andere Naturwissenschaftler

Mit 19 Abbildungen und 4 Tabellen

Dr. Dietrich Steinkopff Verlag · Darmstadt

Inhalt

<i>Vorwort</i>	V
Zwischenbemerkung	1
8. Vektortransformationen im Dreidimensionalen	3
8.1. Koordinatentransformation bei Drehung der Basis	3
8.2. Vektortransformationen in fester Basis	15
8.2.1. Transformation eines Vektors durch Drehung	15
8.2.2. Lineare Transformation eines Vektors	18
8.2.3. Einiges über Tensoren	23
9. Matrizen und Determinanten	32
9.1. Matrizen	32
9.1.1. Matrizenrechnung	32
9.1.2. Transformation von Matrizen	41
9.2. Determinanten und weitere Charakteristika von Matrizen	46
9.2.1. Die Determinante und ihre Berechnung	46
9.2.2. Der Rang einer Matrix	52
9.2.3. Zwei Exempel: Reziproke Matrizen, orthogonale Matrizen	53
9.3. Einiges über lineare Gleichungssysteme	56
9.4. Eigenwerte von Matrizen	63
9.4.1. Diagonalisierung einer symmetrischen Matrix	64
9.4.2. Eigenwerte und Eigenvektoren einer symmetrischen Matrix	68
9.4.3. Gleichzeitige Diagonalisierung und gemeinsame Eigenvektoren zweier Matrizen	73
9.4.4. Ergänzungen zum Thema Matrizentransformation	74
9.4.5. Physikalisch-chemische Fragen: Ausblicke auf Anwendungen	79
10. Gruppen	83
10.1. Die Gruppe als algebraische Struktur	83
10.1.1. Erste Beispielgruppe	84
10.1.2. Gruppenaxiome und ergänzende Begriffe	89
10.2. Darstellungen von Gruppen	91
10.2.1. Die Darstellung durch Matrizensysteme	91
10.2.2. Irreduzible Darstellungen	96
10.2.3. Zweite Beispielgruppe	101
10.2.4. Charaktere	107
10.3. Einige Bemerkungen über Symmetriegruppen	111

11. Vektorräume höherer Dimension	120
11.1. Die Verallgemeinerung des Vektorbegriffs	120
11.1.1. Der lineare Vektorraum	120
11.1.2. Vektorraum mit Skalarprodukt	123
11.1.3. Ergänzungen	125
11.2. Funktionen als Vektoren	128
11.2.1. Die Interpretation einer Funktion als Vektor	129
11.2.2. Transformation von Vektoren, die Funktionen sind	134
12. Orthogonale Funktionensysteme	138
12.1. Die Entwicklung nach orthogonalen Funktionen	138
12.2. Entwicklung von Funktionen <i>einer</i> Variablen nach trigonometrischen Funktionen (Fourier-Entwicklung)	143
12.2.1. Basisfunktionen und Entwicklungskoeffizienten der Fourier-Reihe	144
12.2.2. Die Fourier-Reihe als Spektrum	147
12.2.3. Das Spektrum nicht-periodischer Funktionen (Fourier-Integral)	153
12.3. Entwicklung von Funktionen zweier Variabler nach Kugelflächenfunktionen	161
13. Differentialgleichungen	163
13.1. Eigenwerte bei Differentialgleichungen	163
13.2. Lineare Differentialgleichungen	171
13.2.1. Einiges zur Integration einer gewöhnlichen linearen Differentialgleichung	172
13.2.2. Einiges über Systeme von linearen Differentialgleichungen	177
13.3. Partielle Differentialgleichungen	185
13.3.1. Die Wellengleichung	187
13.3.2. Die Schrödinger-Gleichung	192
<i>Sachverzeichnis</i>	195