

K. Meetz · W. L. Engl

Elektromagnetische Felder

Mathematische und physikalische
Grundlagen

Anwendungen in Physik und
Technik

Mit 192 Abbildungen

Springer-Verlag
Berlin · Heidelberg · New York 1980

Inhaltsverzeichnis

<u>1. Geometrische Algebra</u>	1
1.1. Vektoren.	1
1.1.1. Der Vektorraum V^3	1
1.1.2. Ortsvektoren und Koordinatensysteme	5
1.1.3. Physikalisch äquivalente Koordinatensysteme	9
1.2. Multivektoren	13
1.2.1. Äußere Algebra	13
1.2.2. Innere Produkte	18
1.2.3. Skalarprodukte	23
1.2.4. Orientierung	27
1.2.5. Der *-Operator	34
1.3. Tensoren	39
1.3.1. Tensoralgebra	39
1.3.2. Verjüngung und Skalarprodukte	43
Aufgaben	44
<u>2. Geometrische Analysis</u>	47
2.1. Tangenten und Kotangenten	47
2.2. Multivektorfelder und Multiformen	54
2.3. Differentiation von Multivektorfeldern und Multiformen	61
2.3.1. Affine Übertragung und kovariante Ableitung	61
2.3.2. Äußere Ableitung	66
2.3.3. Innere Ableitung	68
2.4. Integration von Multiformen und Multivektorfeldern	71
2.4.1. Linienelement, Flächenelement und Volumenelement	71
2.4.2. Integration von Multiformen	76
2.4.3. Der Satz von Stokes	79
Aufgaben	83
<u>3. Das elektrische Feld ruhender Ladungen</u>	87
3.1. Elektrische Ladung	87
3.2. Die elektrische Feldstärke	89

3.2.1. Definition der elektrischen Feldstärke im Vakuum und in Materie	89
3.2.2. Die Feldgleichung und die Grenzbedingung für die elektrische Feldstärke	93
3.2.3. Das elektrische Potential	97
3.3. Die elektrische Verschiebungsdichte	101
3.3.1. Definition der elektrischen Verschiebungsdichte im Vakuum und in Materie	101
3.3.2. Die Feldgleichung und die Grenzbedingung für die elektrische Verschiebungsdichte	104
3.4. Der Zusammenhang zwischen elektrischer Feldstärke und Verschiebungsdichte	108
3.4.1. Die Materialgleichung	108
3.4.2. Die Poissongleichung und die Grenzbedingungen für das Potential	111
3.4.3. Der Kondensator und seine Kapazität	114
Aufgaben	121
<u>4. Randwertaufgaben für statische elektrische Felder</u>	<u>124</u>
4.1. Randwertprobleme	124
4.1.1. Eindeutigkeit der Lösung	124
4.1.2. Grundleistung und Greensche Funktion	128
4.1.3. Singuläre Funktionen und Distributionen	132
4.1.4. Die Maxwell'schen Kapazitätskoeffizienten	136
4.2. Potentialaufgaben in der Ebene	141
4.2.1. Feldgleichungen in der Ebene	141
4.2.2. Holomorphe Funktionen	143
4.2.3. Konstruktion der Greenschen Funktion	148
4.2.4. Multipole	151
4.2.5. Separation der Variablen. Fourierentwicklung	156
4.3. Potentialaufgaben im Raum	162
4.3.1. Potentiale singulärer Ladungsverteilungen	162
4.3.2. Konstruktion der Greenschen Funktion durch Spiegelung	165
4.3.3. Multipole	172
4.3.4. Polarisierung	176
4.3.5. Entwicklung nach Kugelfunktionen	179
Aufgaben	188
<u>5. Das magnetische Feld stationärer Ströme</u>	<u>195</u>
5.1. Der stationäre elektrische Strom	195
5.1.1. Die Stromverteilung	195
5.1.2. Die Feldgleichung und die Grenzbedingung für die Stromdichte	196
5.2. Die magnetische Induktion	198
5.2.1. Definition der magnetischen Induktion im Vakuum und in Materie	198

5.2.2. Die Feldgleichung und die Grenzbedingung für die magnetische Induktion	201
5.2.3. Das magnetische Potential	204
5.3. Die magnetische Feldstärke	207
5.3.1. Definition der magnetischen Feldstärke im Vakuum und in Materie	207
5.3.2. Die Feldgleichung und die Grenzbedingung für die magnetische Feldstärke	209
5.4. Der Zusammenhang zwischen magnetischer Induktion und magnetischer Feldstärke	212
5.4.1. Die Materialgleichung	212
5.4.2. Die Feldgleichung und die Grenzbedingungen für das magnetische Potential	216
5.4.3. Beispiele einfacher magnetischer Felder	218
Aufgaben	222
<u>6. Randwertaufgaben für stationäre magnetische Felder</u>	226
6.1. Randwertprobleme für das Vektorpotential	226
6.1.1. Eindeutigkeit der Lösung. Eichtransformationen	226
6.1.2. Grundlösungen und Ströme	229
6.1.3. Die Induktivitätskoeffizienten	234
6.2. Lösung magnetischer Potentialaufgaben	239
6.2.1. Singuläre Stromverteilungen. Das skalare magnetische Potential	239
6.2.2. Multipole	248
6.2.3. Magnetisierung	251
6.2.4. Entwicklung nach vektoriellen Kugelfunktionen	258
Aufgaben	263
<u>7. Das elektromagnetische Feld</u>	268
7.1. Die Maxwellschen Gleichungen	268
7.2. Die Energie des elektromagnetischen Feldes	271
7.2.1. Der Energiesatz und der Sommerfeldsche Eindeutigkeitsbeweis	271
7.2.2. Die Energie in statischen und quasistatischen Feldern	276
7.2.3. Die Energie in stationären und quasistationären Feldern	282
7.3. Elektromagnetische Wellen	289
7.3.1. Ebene Wellen	289
7.3.2. Lösung des Anfangswertproblems für die Maxwellschen Gleichungen	300
7.3.3. Die elektrodynamischen Potentiale	303
7.3.4. Das elektromagnetische Feld eines schwingenden Dipols	309
7.3.5. Das quasistationäre Feld	319
Aufgaben	323

<u>8. Elektrische und magnetische Materialeigenschaften</u>	327
8.1. Das elektrische Strömungsfeld in Leitern	327
8.1.1. Das stationäre elektrische Feld und seine Quellen	327
8.1.2. Die Materialgleichung für metallische Leiter	330
8.1.3. Die Feldgleichung und die Grenzbedingungen für das Potential des elektrischen Strömungsfeldes	336
8.1.4. Eine Analogie zwischen dem elektrischen Strömungsfeld und dem elektrostatischen Feld	336
8.2. Dispersion der Materialkonstanten	339
8.2.1. Materialgleichungen für zeitabhängige Felder	339
8.2.2. Dispersionsrelationen	348
8.2.3. Die Passivitätsbedingung	353
8.3. Die Maxwellschen Gleichungen für langsam bewegte Medien	356
8.3.1. Feldgleichungen für bewegte Medien	356
8.3.2. Die Invarianz des Vakuums	361
8.3.3. Materialgleichungen für langsam bewegte Medien	365
8.3.4. Elektrische und magnetische Feldkräfte	367
Aufgaben	381
<u>9. Ausbreitung elektromagnetischer Wellen</u>	390
9.1. Dispersive Wellen in einem homogenen und isotropen Medium	390
9.1.1. Feldgleichungen für niederfrequente und hochfrequente Wellen	390
9.1.2. Die Klein-Gordon-Gleichung	393
9.1.3. Die Telegrafengleichung	399
9.2. Randwertaufgaben für den Halbraum	403
9.2.1. Reflexion und Absorption niederfrequenter Wellen	403
9.2.2. Oberflächenwellen	409
9.2.3. Ausbreitung eines Signals in einem dispersiven Halbraum	416
9.3. Geführte Wellen in zylindersymmetrischen Anordnungen	422
9.3.1. Zylindersymmetrische Randwertprobleme	422
9.3.2. Ideale Wellenleiter	424
9.3.3. Drahtwellen	441
9.3.4. Die Leitungsgleichungen	449
9.4. Ausstrahlung elektromagnetischer Wellen	457
9.4.1. Entwicklung nach Multipolfeldern	457
9.4.2. Vertikalantenne über einem leitenden Halbraum	464
9.4.3. Das Reziprozitätstheorem	470
Aufgaben	473
<u>10. Netzwerktheorie</u>	481
10.1. Eine Verallgemeinerung der Maxwellschen Kapazitäts- und Potentialkoeffizienten	482
10.2. Gleichstromnetzwerke	487
10.2.1. Der lineare quellenfreie k-Pol	487
10.2.2. Der lineare Zweipol	491

10.2.3. Das Zweipolnetzwerk	497
10.2.4. Die Kirchhoffschen Gleichungen	503
10.2.5. Weitere Formulierungen der Netzwerkaufgabe	509
10.3. Wechselstromnetzwerke	514
10.3.1. Die Kirchhoffschen Gleichungen bei zeitabhängigen Feldern	514
10.3.2. Der lineare zeitinvariante passive Zweipol und das n-Tor..	517
10.3.3. Das Reziprozitätstheorem für Netzwerke.	527
10.3.4. Nichtlineare Netzwerke	530
Aufgaben.	540
<u>11. Spezielle Relativitätstheorie</u>	547
11.1. Das Relativitätsprinzip	547
11.1.1. Multiformen und Feldgleichungen in der Raum-Zeit	547
11.1.2. Geometrie der Raum-Zeit.	554
11.1.3. Äquivalente Bezugssysteme und Lorentztransformationen . .	557
11.1.4. Skalentransformationen und konforme Transformationen. . .	564
11.2. Lorentz-invariante Elektrodynamik.	566
11.2.1. Transformation der Feldgrößen	566
11.2.2. Erhaltung von Energie und Impuls	569
11.2.3. Lösung des Anfangswertproblems	575
11.2.4. Greensche Funktionen	580
11.3. Lorentz-invariante Mechanik.	584
11.3.1. Kräftefreie Bewegung eines Massenpunktes	584
11.3.2. Bewegung eines geladenen Massenpunktes im äußeren Feld.	591
Aufgaben.	593
<u>12. Elektromagnetische Wechselwirkung bewegter Ladungen</u>	598
12.1. Das Feld einer bewegten Punktladung	598
12.1.1. Lienard-Wiechert-Potentiale	598
12.1.2. Das Feld einer gleichförmig bewegten Punktladung	601
12.1.3. Das Feld einer beschleunigten Punktladung.	607
12.2. Bewegungsgleichungen für punktförmige Ladungen.	616
12.2.1. Selbstwechselwirkung.	616
12.2.2. Die Lorentz-Dirac-Gleichung.	622
12.2.3. Mehrere Ladungen. Störungstheorie	627
12.3. Wechselwirkungsprozesse.	630
12.3.1. Streuung im äußeren Feld	630
12.3.2. Thomson-Streuung	632
12.3.3. Bremsstrahlung	637
Aufgaben	643
<u>Anhang</u>	649
<u>Literaturverzeichnis</u>	658
<u>Sachverzeichnis</u>	660