

Inhalt

1	Zahlen	
1.1	Arithmetik und Algebra, Geschichte der Begriffe	1
1.2	Zahlwörter und Zahlssysteme, Zahlzeichen und Maßsysteme	7
1.2.1	Zahlwörter und Zahlssysteme	7
1.2.1.1	Allgemein	7
1.2.1.2	Zahlwörter für große Zahlen	13
1.2.1.3	Die Null	16
1.2.1.4	Die Beschreibung der Zahlen im Positionssystem	18
1.2.2	Zahlzeichen für ganze Zahlen	21
1.2.2.1	Zahlzeichen der Primitiven	22
1.2.2.2	Die ersten Kulturen	23
1.2.2.3	Die Ägypter	23
1.2.2.4	Die Babylonier	26
1.2.2.5	Die Griechen	31
1.2.2.6	Die Römer	34
1.2.2.7	Die Chinesen	35
1.2.2.8	Mexiko und Peru	38
1.2.2.9	Die Inder	40
1.2.2.10	Die Juden	46
1.2.2.11	Die Araber	49
1.2.2.12	Byzanz	60
1.2.2.13	Das Abendland	61
1.2.3	Maßsystem	70
1.2.3.1	Längenmaße	70
1.2.3.2	Flächenmaße	79
1.2.3.3	Raummaße	82
1.2.3.4	Gewichts- und Geldmaße	87
1.2.3.5	Weitere Maße	92
1.2.4	Die Brüche	93
1.2.4.1	Die Ägypter	94
1.2.4.2	Die Babylonier	99
1.2.4.3	Die Griechen	101
1.2.4.4	Die Römer	104
1.2.4.5	Die Chinesen	105
1.2.4.6	Die Inder	107
1.2.4.7	Die Araber	108
1.2.4.8	Das Abendland	112
1.3	Der Zahlbegriff und seine Erweiterungen	121
1.3.1	Das Wort „Zahl“	121

1.3.2	Ganze Zahlen	122
1.3.2.1	Antike Definitionen	122
1.3.2.2	Die Eins	124
1.3.2.3	Moderne Definitionen	125
1.3.2.4	Fachsprache	128
1.3.3	Brüche und Zahlenverhältnisse	128
1.3.4	Irrationale Zahlen	131
1.3.5	Algebraische und transzendente Zahlen	139
1.3.6	Die Null	141
1.3.7	Negative Zahlen	144
	Fachsprache	150
1.3.8	Komplexe Zahlen	151
	Fachsprache	157
2	Rechenoperationen	
2.1	Allgemeines	159
2.1.1	Die Behandlung der Rechenoperationen in den Rechenbüchern	159
2.1.2	Wie muß eine strenge Begründung des Rechnens aussehen?	161
2.1.3	Proben, insbesondere die Neunerprobe	165
2.1.4	Fachwörter für das Rechnen im Allgemeinen	167
2.1.5	Allgemeine Symbole	170
2.1.5.1	Gleichheitszeichen und Ungleichheitszeichen	170
2.1.5.2	Zeichen der Zusammenfassung	172
2.2	Die elementaren Rechenoperationen	175
2.2.1	Kopf- und Fingerrechnen	176
2.2.2	Das Rechnen auf einem Abakus	178
2.2.2.1	Beschreibung des Rechnens auf dem Rechenbrett und „auf den Linien“	180
2.2.3	Das schriftliche Rechnen	186
2.2.3.1	Addition	187
2.2.3.2	Subtraktion	194
2.2.3.3	Multiplikation	207
2.2.3.4	Division	231
2.3	Bruchrechnen	248
2.3.1	Brüche in einem Positionssystem	248
2.3.2	Gewöhnliche Brüche	249
2.3.2.1	Grundlagen	249
2.3.2.2	Das Vergleichen von Brüchen	252
2.3.2.3	Umformen von Brüchen (Fachsprache)	252
2.3.2.4	Addition von Brüchen	255
2.3.2.5	Multiplikation von Brüchen	257
2.3.2.6	Division von Brüchen	261
2.4	Weitere Rechenoperationen	263
2.4.1	Potenzen und Wurzeln	263

2.4.2	Logarithmen	297
2.4.3	Verhältnisse und Proportionen	323
2.4.4	Reihen	344
2.4.4.1	Arithmetische und verwandte Folgen und Reihen	344
2.4.4.2	Endliche geometrische Reihen	354
3	Algebra	
3.1	Algebra ohne Symbole	359
3.1.1	Dreisatz	359
3.1.2	Proportionale Verteilung, Gesellschaftsrechnung	363
3.1.3	Der einfache falsche Ansatz	367
3.1.4	Der doppelte falsche Ansatz	371
3.2	Die algebraische Ausdrucksweise	374
3.2.1	Bezeichnungen und Symbole für die Unbekannten	374
3.2.2	Das Rechnen mit Unbekannten	378
3.2.3	Symbole für bekannte Größen	380
3.3	Gleichungen	382
3.3.1	Einteilung der Gleichungen	382
3.3.2	Lineare Gleichungen mit einer Unbekannten	385
3.3.3	Lineare Gleichungen mit mehreren Unbekannten	388
3.3.4	Quadratische Gleichungen	406
3.3.5	Kubische und biquadratische Gleichungen	425
3.3.6	Gleichungen höheren Grades mit einer Unbekannten	458
3.3.7	Gleichungen höheren Grades mit mehreren Unbekannten	468
3.4	Allgemeine Gleichungstheorie	474
3.4.1	Anfänge (Cardano)	474
3.4.2	Entwicklung einer angemessenen Darstellungsform	478
3.4.3	Viète. Neue Grundlagen der Algebra	480
3.4.4	Die Anzahl der Lösungen einer Gleichung	489
3.4.5	Der Fundamentalsatz der Algebra	494
3.5	Methoden zur näherungsweisen Lösung von algebraischen Gleichungen	501
3.5.1	Vorbemerkungen	501
3.5.2	Berechnung von Werten eines Polynoms	501
3.5.3	Verbesserung eines Lösungsintervalls	505
3.5.4	Verbesserung eines Näherungswertes	506
3.5.5	Iteration	509
3.5.6	Rekurrente Folgen und Potenzsummen	510
4	Das angewandte Rechnen	
4.1	Probleme aus dem täglichen Leben	513
4.1.1	Kauf und Verkauf (Gewinn- und Verlustberechnungen)	514

4.1.2	Warentausch (Stich)	519
4.1.3	Arbeits- und Dienstleistungen	528
4.1.4	Prozentrechnung	530
4.1.5	Tara- und Fusti-Rechnung	532
4.1.6	Die Zinsrechnung	535
4.1.7	Rabatt und Diskont	550
4.1.8	Saldo- und Terminrechnung	552
4.1.9	Gesellschaftsrechnung (proportionale Verteilung)	554
4.1.10	Faktorrechnung	559
4.1.11	Vermietungen, Vieh- und Weidepacht	560
4.1.12	Geldwechsel und Maßumrechnungen	562
4.1.13	Münzlegierungen	565
4.1.14	Mischungsaufgaben	569
4.1.14.1	Verschiedene Mischungen	569
4.1.14.2	Das Problem der 100 Vögel	572
4.2	Probleme der Unterhaltungsmathematik	573
4.2.1	Lineare Probleme mit einer Unbekannten	573
4.2.1.1	Hau-Rechnungen	573
4.2.1.2	Zisternenprobleme (Leistungsprobleme)	578
4.2.1.3	Schachtelaufgaben	582
4.2.1.4	Bewegungsaufgaben	588
4.2.1.5	Diverse Probleme	598
4.2.2	Lineare Probleme mit mehreren Unbekannten	604
4.2.2.1	Die Zerlegung einer Zahl in zwei oder mehrere Summanden	605
4.2.2.2	Die gefundene Börse	606
4.2.2.3	Einer allein kann nicht kaufen (Pferdekauf)	608
4.2.2.4	Geben und Nehmen	609
4.2.2.5	2 Becher und 1 Deckel	612
4.2.2.6	Das Problem der 100 Vögel und die Zechenaufgaben	613
4.2.3	Aufgaben der rechnenden Geometrie	616
4.2.3.1	Der pythagoreische Lehrsatz in geometrischen Aufgaben	617
4.2.3.2	Aufgaben, in denen die Ähnlichkeit von Dreiecken verwendet wird	623
4.2.4	Aufgaben mit Folgen und Reihen	625
4.2.4.1	Arithmetische Reihen	625
4.2.4.2	Geometrische Reihen	628
4.2.5	Restprobleme	636
4.2.5.1	Die Regula Ta-yen	636
4.2.5.2	Die Eierfrau	640
4.2.6	Das Erraten von Zahlen	642
4.2.6.1	Rückwärtsrechnen	643
4.2.6.2	Erraten mit 9	643
4.2.6.3	Gerad oder Ungerad	645
4.2.6.4	Ratespiel im Kreis	645
4.2.6.5	Wo ist der Ring?	646

4.2.6.6	Die drei Spieler?	647
4.2.6.7	Verteilung von 3 Gegenständen	648
4.2.7	Anordnungsprobleme und andere Scherzaufgaben	651
4.2.7.1	Gleicher Erlös trotz Verkaufs verschiedener Mengen	651
4.2.7.2	Gewinn beim Verkauf um den Einkaufspreis	652
4.2.7.3	Das Joseph-Spiel	652
4.2.7.4	Die Zwillingserbschaft	655
4.2.7.5	Wolf, Ziege und Kohlkopf	658
4.2.7.6	Umfüllaufgaben	659
4.2.7.7	Verschiedenes	659

Literaturverzeichnis mit biographischen Angaben zu den	
Verfassern	661
Register	727