

Inhaltsverzeichnis

<u>Inhaltsübersicht Band 1</u>	XIII
<u>Teil IV Eigenwertaufgaben bei Matrizen</u>	1
<u>9. Grundlagen, Abschätzungen, Vektoriteration</u>	3
9.1 Eigenwerte und Eigenvektoren	3
9.1.1 Das charakteristische Polynom	3
9.1.2 Eigenwerte spezieller Matrizenklassen	4
9.1.3 Eigenwerte komplexer Matrizen	7
9.2 Beispiele für das Auftreten von Eigenwertproblemen	10
9.2.1 Ein Schwingungsproblem	10
9.2.2 Ein Sturm-Liouville-Eigenwertproblem und das Differenzen- verfahren	12
9.3 Abschätzungen von Eigenwerten	14
9.3.1 Die Lage der Eigenwerte	15
9.3.2 Eine Fehlerabschätzung bei hermiteschen Matrizen	18
9.4 Vektoriteration und inverse Iteration	21
9.4.1 Vektoriteration nach v. Mises	21
9.4.2 Inverse Iteration	24
Aufgaben	27
<u>10. Verfahren zur Berechnung von Eigenwerten</u>	29
10.1 Das Jacobi-Verfahren	29
10.1.1 Der Algorithmus	29
10.1.2 Konvergenz des Verfahrens	32
10.2 Das Verfahren von Givens	37
10.2.1 Die Verfahrensvorschrift	37
10.2.2 Eigenschaften des Verfahrens	39
10.3 Berechnung der Eigenwerte einer Hessenberg-Matrix	40
10.3.1 Berechnung des charakteristischen Polynoms	40
10.3.2 Berechnung der ersten Ableitung des charakteristischen Polynoms	42
10.3.3 Der Fall einer symmetrischen Matrix	43

10.4 Das LR-Verfahren	44
10.4.1 Der Algorithmus	44
10.4.2 Eigenschaften des Algorithmus	45
10.5 FORTRAN-Unterprogramme	47
10.5.1 Das Jacobi-Verfahren	47
10.5.2 Das Verfahren von Givens	48
Aufgaben	50
<u>Teil V Interpolation, Approximation und numerische Integration</u>	51
<u>11. Interpolation und Approximation</u>	53
11.1 Interpolation durch Polynome	53
11.1.1 Das Lagrangesche Interpolationspolynom	53
11.1.2 Das Restglied bei der Lagrange-Interpolation	56
11.1.3 Das Newtonsche Interpolationspolynom	58
11.2 Gleichabständige Stützwerte. Interpolation in zwei Variablen	61
11.2.1 Das Newtonsche Interpolationspolynom	61
11.2.2 Darstellung des Fehlers	62
11.2.3 Interpolation bei Funktionen von zwei unabhängigen Veränder- lichen	64
11.3 Hermite-Interpolation	67
11.3.1 Eine spezielle Interpolationsaufgabe	67
11.3.2 Das allgemeine Hermitesche Interpolationspolynom	71
11.4 Approximation durch Polynome	72
11.4.1 Das allgemeine Approximationsproblem	73
11.4.2 Die Polynomapproximation	74
11.5 Approximation durch allgemeinere Funktionen	76
11.5.1 Approximation durch eine Linearkombination von Funktionen	76
11.5.2 Approximation durch eine Linearkombination von Orthogonalfunktionen	79
11.6 Approximation mit Orthogonalpolynomen	80
11.6.1 Approximationsgenauigkeit	80
11.6.2 Das E. Schmidtsche Orthogonalisierungsverfahren	82
11.6.3 Legendresche Polynome	85
11.6.4 Orthogonalpolynome bezüglich einer Gewichtsfunktion	87
11.7 Trigonometrische Approximation	88
11.8 Approximation empirischer Funktionen	91
11.8.1 Die Methode der kleinsten Fehlerquadratsumme	91
11.8.2 Approximation durch Polynome	93
11.8.3 Approximation periodischer Funktionen	94
Aufgaben	95

<u>12. Spline-Interpolation</u>	97
12.1 Interpolation durch stückweise lineare Funktionen	97
12.1.1 Die Konstruktion des Polygonzuges	97
12.1.2 Darstellung mit Hilfe von Basisfunktionen	100
12.2 Definition der kubischen Splines	101
12.2.1 Eigenschaften der Spline-Funktion	101
12.2.2 Die mathematische Definition des Splines	102
12.3 Der kubische Interpolationsspline	104
12.3.1 Berechnung des Splines	104
12.3.2 Der Algorithmus	107
12.4 Fehlerbetrachtungen	109
12.5 FORTRAN-Programm	111
12.6 Beispiel	113
Aufgaben	114
<u>13. Numerische Integration</u>	115
13.1 Quadraturformeln vom Newton-Cotes-Typ	115
13.1.1 Interpolations-Quadraturformeln	115
13.1.2 Die Newton-Cotes-Formeln	116
13.2 Summierte Quadraturformeln	122
13.2.1 Das Verfahren	122
13.2.2 Das Restglied summierter Quadraturformeln	124
13.3 Romberg-Integration	126
13.3.1 Das Prinzip	126
13.3.2 Der Algorithmus	127
13.3.3 Der Fehler bei der Romberg-Integration	130
13.4 Das Gaußsche Quadraturverfahren	133
13.4.1 Eine Optimalitätsforderung	133
13.4.2 Berechnung der Stützstellen und Gewichte	134
13.4.3 Ergänzungen	138
13.5 Numerische Kubatur	139
13.5.1 Interpolations-Kubaturformeln	139
13.5.2 Ein einfaches summiertes Kubaturverfahren	143
13.6 Ergänzungen	145
13.6.1 Numerische Berechnung uneigentlicher Integrale	145
13.6.2 Numerische Berechnung von Integralen mit Singularitäten	147
13.7 FORTRAN-Unterprogramm	149
Aufgaben	150

<u>VI Numerische Lösung von gewöhnlichen Differentialgleichungen</u>	153
<u>14. Anfangswertprobleme gewöhnlicher Differentialgleichungen</u>	155
14.1 Einfache Einschritt-Verfahren	155
14.1.1 Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen 1. Ordnung	155
14.1.2 Explizite Einschritt-Verfahren	157
14.1.3 Das Polygonzugverfahren	158
14.1.4 Verbesserte Polygonzugverfahren	160
14.2 Runge-Kutta-Verfahren	162
14.2.1 Verfahren von Heun	162
14.2.2 Das klassische Runge-Kutta-Verfahren	163
14.2.3 Runge-Kutta-Verfahren für Systeme von Differentialgleichungen	164
14.3 Konsistenz und Konvergenz	167
14.3.1 Konsistente Verfahren	167
14.3.2 Die Konsistenzordnung einiger Einschritt-Verfahren	169
14.3.3 Ein Satz über die Konvergenzordnung	171
14.3.4 Systeme von Differentialgleichungen	175
14.4 Fehlerbetrachtungen. Ergänzungen	178
14.4.1 Rundungsfehler	178
14.4.2 Fehlerabschätzungen	180
14.5 FORTRAN-Unterprogramm	183
14.6 Beispiel	185
Aufgaben	187
<u>15. Rand- und Eigenwertprobleme gewöhnlicher Differentialgleichungen</u>	189
15.1 Problemstellung. Einige Ergebnisse der Theorie	189
15.1.1 Definition des allgemeinen Randwertproblems	189
15.1.2 Selbstadjungierte Differentialgleichungen	192
15.1.3 Randwertprobleme bei Systemen gewöhnlicher Differentialgleichungen 1. Ordnung	194
15.1.4 Randbedingungen beim Problem der Balkenbiegung	195
15.2 Differenzenverfahren	197
15.2.1 Lineare Randwertprobleme 2. Ordnung	197
15.2.2 Nichtlineare Randwertprobleme 2. Ordnung	200
15.2.3 Konvergenz des Differenzenverfahrens	204
15.3 Variationsmethoden und Ritzsches Verfahren	209
15.3.1 Randwertproblem und Variationsproblem	209
15.3.2 Das Ritzsche Verfahren	215
15.3.3 Zur praktischen Durchführung des Ritzschen Verfahrens	217

15.4 Die Methode der finiten Elemente	220
15.4.1 Stückweise lineare Ansatzfunktionen	220
15.4.2 Kubische Splines als Ansatzfunktionen	224
15.4.3 Fehlerordnung, Ergänzungen	227
15.5 Differenzenverfahren zur Lösung einfacher Eigenwertprobleme	232
15.5.1 Das Eigenwertproblem	232
15.5.2 Das Differenzenverfahren	233
Aufgaben	236
<u>VII Numerische Lösung von partiellen Differentialgleichungen</u>	<u>239</u>
<u>16. Differenzenverfahren zur numerischen Lösung von Anfangs- und Anfangs-</u> <u>Randwertproblemen bei hyperbolischen und parabolischen Differential-</u> <u>gleichungen</u>	<u>241</u>
16.1 Klassifizierung, Charakteristiken	241
16.1.1 Lineare, halblinare und quasilineare Gleichungen zweiter Ordnung	241
16.1.2 Typeneinteilung	242
16.1.3 Charakteristiken	245
16.2 Lineare und halblinare hyperbolische Anfangswertprobleme zweiter Ordnung	246
16.2.1 Normalform und Anfangswertproblem	246
16.2.2 Das Differenzenverfahren	249
16.3 Explizite Differenzenverfahren für lineare parabolische Anfangs- Randwertprobleme zweiter Ordnung	253
16.3.1 Problemstellung	253
16.3.2 Ein explizites Einschnitt-Differenzenverfahren	255
16.3.3 Konvergenz des Verfahrens	258
16.4 Implizite Differenzenverfahren für lineare parabolische Anfangs- Randwertprobleme zweiter Ordnung	266
16.4.1 Konstruktion der Verfahren	266
16.4.2 Konvergenz der Verfahren	269
16.4.3 Nichtlineare Probleme	274
Aufgaben	277
<u>17. Hyperbolische Systeme 1. Ordnung</u>	<u>279</u>
17.1 Einige Grundlagen der Theorie	279
17.1.1 Klassifizierung	279
17.1.2 Normalform	281
17.1.3 Charakteristiken	283
17.1.4 Das Anfangswertproblem	283
17.1.5 Beispiele hyperbolischer Systeme 1. Ordnung in der Strömungsmechanik	286

17.2 Charakteristikenverfahren	289
17.2.1 Das Prinzip	289
17.2.2 Der lineare Fall	290
17.2.3 Der allgemeine quasilineare Fall	292
17.3 Differenzenverfahren in Rechteckgittern	295
17.3.1 Das Anfangswertproblem	295
17.3.2 Das Differenzenverfahren	297
17.3.3 Zwei spezielle Verfahren	300
17.3.4 Konvergenz der Differenzenverfahren	301
Aufgaben	304
<u>18. Randwertprobleme elliptischer Differentialgleichungen zweiter Ordnung. . .</u>	<u>306</u>
18.1 Elliptische Randwertprobleme	306
18.1.1 Formulierung der Randwertprobleme	306
18.1.2 Randwertprobleme und Variationsprobleme	308
18.1.3 Allgemeinere Variationsprobleme und Randwertprobleme	312
18.2 Differenzenverfahren	314
18.2.1 Das Modellproblem	314
18.2.2 Konvergenz des Differenzenverfahrens	319
18.2.3 Krummlinig berandete Gebiete	321
18.2.4 Variationsprobleme und nichtlineare Randwertaufgaben	326
18.3 Das Ritzsche Verfahren und die Methode der finiten Elemente	330
18.3.1 Das Ritzsche Verfahren	330
18.3.2 Die einfachste Methode der finiten Elemente	332
18.3.3 Die Methode der finiten Elemente bei nichtlinearen Problemen .	337
18.3.4 Ergänzungen	341
Aufgaben	343
<u>Literatur.</u>	<u>344</u>
<u>Sachverzeichnis</u>	<u>347</u>