

# - T A B L E   D E S   M A T I E R E S -

=====

1.	RAPPELS SUR LES SUITES NUMERIQUES =====	1
1.1	Notions sur la comparaison des suites et quelques rappels sur les séries formelles.....	2
1.1.1	Terminologie et notations.....	2
1.1.2	Comparaison des suites.....	6
1.1.3	Extrapolation (procédé de Richardson).....	9
1.1.4	Quelques rappels sur les séries formelles.....	13
1.2	Opérateur de différence appliqué à une suite ou à une fonction.....	21
1.3	Suites $\Delta^k$ -équivalentes.....	26
1.4	Table c et déterminants du type de Toeplitz et du type de Hankel .....	28
2.	SUITES ET FONCTIONS TOTALEMENT MONOTONES =====	33
2.1	Suites totalement monotones.....	36
2.2	Fonctions totalement monotones et théorème d'interpolation...	42
2.2.1	Rappels.....	42
2.2.2	Fonctions totalement monotones.....	49
2.2.3	Théorèmes de Bernstein et de Hausdorff.....	53
2.2.4	Sur l'intervalle maximal de totale monotonie.....	71
2.3	Propriétés des fonctions totalement monotones.....	76
2.4	Théorie des suites totalement monotones en termes de fonctions totalement monotones.....	86
2.5	Génératrices extrémales des cônes des fonctions et des suites totalement monotones.....	88

3. FONCTIONS DE STIELTJES ET FONCTIONS DE CLASSE $\mathcal{S}$ . RELATIONS AVEC LES SUITES =====	97
3.1 Problème des moments et fonctions de Stieltjes,.....	98
3.2 Problème des moments et suites.....	104
3.3 Singularité d'une fonction en $z=1$ et limites dans un secteur,.....	109
3.4 Suites totalement positives et fonctions de classe $\mathcal{S}$ .....	114
3.5 Quelques remarques sur les suites qui ne convergent pas dans $\mathbb{R}$ .....	118
4. FRACTIONS CONTINUES =====	119
4.1 Fractions continues de Jacobi (fractions J).....	121
4.2 Fractions continues de Stieltjes (fractions S).....	129
4.3 Fractions J et S, fonctions rationnelles et séries formelles.....	131
4.4 Développements des fonctions de Stieltjes et des fonctions de classe $\mathcal{S}$ en fractions continues.....	143
4.5 Solution du problème des moments par l'intermédiaire des fractions continues,.....	146
4.6 Forme générale d'une fraction continue. Fractions continues C .....	157
5. APPROXIMANTS DE PADE - THEORIE ALGEBRIQUE =====	161
5.1 Introduction,.....	164
5.2 Nouvelle définition des approximants de Padé et révision du théorème de Gragg.....	169
5.3 Revue des définitions des approximants de Padé. Meilleure approximation locale.....	195
5.4 Relations entre les approximants de Padé et les fractions continues, Normalité.....	202
5.5 Effets des transformations de fonctions et de variable sur les approximants de Padé. Décomposition des appro- ximants de Padé,.....	208
5.6 Sur certaines séries lacunaires.....	228

6. APPROXIMANTS DE PADE ET $\epsilon$ -ALGORITHME. THEORIE DE LA CONVERGENCE	239
=====	
6.1 Polynômes orthogonaux engendrés par les approximants de Padé .....	242
6.2 Cas des fonctions de Stieltjes .....	261
6.3 Théorie générale de la convergence des approximants de Padé .....	275
6.3.1 Théorèmes "historiques" .....	281
6.3.2 Théorèmes généraux .....	283
6.3.3 Fonctions de classe $\mathcal{J}$ et fonction exponentielle ..	292
6.4 Doublets de Froissart et fonctions quasi-analytiques .....	306
6.5 Convergence de l' $\epsilon$ -algorithme en termes d'approximants de Padé .....	314
6.5.1 $\epsilon$ -algorithme .....	314
6.5.2 Généralisation d'un théorème de convergence de l' $\epsilon$ -algorithme .....	321
6.5.3 Accélération de la convergence par l' $\epsilon$ -algorithme ..	330
6.5.4 Propriété d'anti-limite .....	332
6.5.5 Sur un algorithme dérivé de l' $\epsilon$ -algorithme.....	336
7. CALCUL DES APPROXIMANTS DE PADE, DES TABLES DE PADE ET DES TABLES c	339
=====	
7.1 Généralités .....	341
7.2 Algorithmes induits par certaines fractions continues .....	343
7.2.1 Algorithme induit par les fractions S .....	343
7.2.2 Algorithmes induits par les fractions G, C et J .....	350
7.3 Algorithmes de Baker, de Longman et de Pindor .....	358
7.4 Algorithme de Wynn, identité de Wynn-Cordellier et le problème des blocs ; comparaisons des coûts .....	368
7.5 Calcul de la table c en présence des blocs .....	371
8. PROBLEME DU MEILLEUR APPROXIMANT DE PADE DANS UN ENSEMBLE	
=====	
FINI D'APPROXIMANTS	383
=====	
8.1 Difficultés de la définition du meilleur approximant de Padé .....	385
8.2 Méthode $\mathcal{Q}$ , algorithme de détection numérique du "meilleur approximant de Padé empirique" .....	396

8.3	Autres méthodes numériques de détection du meilleur approximant de Padé. Détection des blocs .....	405
8.4	Amélioration des méthodes de Dombes-Sykes et de Van Dyke à l'aide de la méthode d'approximation de Padé .....	414
9.	QUELQUES APPLICATIONS DES APPROXIMANTS DE PADE. =====	
	EN ANALYSE NUMERIQUE .....	421
9.1	Extrapolation des coefficients de Fourier d'une fonction insuffisamment échantillonnée à l'aide de la méthode $\rho$ ...	424
9.2	Double accélération du calcul itératif d'une transformation conforme à l'aide de la méthode $\rho$ et de l' $\varepsilon$ -algorithme..	440
9.3	Sur une application possible du problème des moments .....	459
	CONCLUSIONS .....	473
	ANNEXES .....	
I	Sur une relation avec la transformation en $z$ .....	475
II	Table des différences $\Delta$ pour la suite engendrée par la fonction exponentielle. ....	477
III	Approximants de Padé généralisés. ....	480
	REFERENCES .....	484
	INDEX .....	503