

# Inhaltsverzeichnis.

Seite

Einleitung . . . . .	1
Erstes Kapitel.	
Gauß.	
Allgemeines . . . . .	6
Angewandte Mathematik.	
Astronomie . . . . .	7
Ceres . . . . .	8
Störungstheorie, Pallas . . . . .	9
Allgemeine Resultate . . . . .	12
Geodäsie . . . . .	13
Landesvermessung . . . . .	13
Differentialgeometrie . . . . .	15
Physik . . . . .	17
Allgemeines, Alexander v. Humboldt . . . . .	17
Wilhelm Weber . . . . .	18
Die Elektrodynamik vor Gauß und Weber . . . . .	19
Gauß und Weber . . . . .	20
Erdmagnetismus, Kugelfunktionen . . . . .	21
Potentialtheorie . . . . .	22
Elektrodynamik . . . . .	23
Reine Mathematik.	
Biographisches . . . . .	24
Arithmetik, Algebra, Analysis . . . . .	25
Nachlaß, Tagebuch . . . . .	29
Gauß' Entwicklungsgang . . . . .	31
Sachliche Ausführungen . . . . .	35
Zahlengitter und quadratische Formen . . . . .	35
Elliptische Funktionen usw. . . . .	39
Allgemeine elliptische Funktionen, doppelt periodische Funktionen, Modulfunktion . . . . .	39
$\wp, \wp', \wp_2, \wp_3; \sigma$ -Funktionen . . . . .	41
Thetafunktionen . . . . .	42
Stufentheorie, Multiplikation und Teilung . . . . .	43
Komplexe Multiplikation . . . . .	45
Modulformen und Modulfunktionen . . . . .	46
Elliptische Integrale und arithmetisch-geometrisches Mittel . . . . .	49
Kritische Leistungen . . . . .	51
Fundamentalsatz der Algebra . . . . .	54
Grundlagen der Geometrie, nichteuklidische Geometrie . . . . .	57
Allgemeinwürdigung . . . . .	60

## Zweites Kapitel.

Frankreich und die École Polytechnique in den ersten Jahrzehnten  
des 19. Jahrhunderts.

Seite

Entstehung und Organisation der Schule . . . . .	63
--	----

*Mechanik und mathematische Physik.*

Allgemeines . . . . .	66
Poisson . . . . .	67
Fourier . . . . .	68
Cauchy . . . . .	70
Biographisches . . . . .	71
Cauchys Werke; Elastizität und Optik . . . . .	73
Sadi Carnot . . . . .	74
Poncelet, Coriolis . . . . .	75

*Geometrie.*

Monge . . . . .	77
Monges Schule . . . . .	79
Dupin . . . . .	79
Carnot d. Ält. . . . .	79
Poncelet . . . . .	80

*Analysis und Algebra.*

Cauchy . . . . .	82
Grundlegung der Analysis und Infinitesimalrechnung . . . . .	82
Differentialgleichungen . . . . .	85
Komplexe Funktionen . . . . .	86
Abfauen des mathematischen Lebens in Frankreich . . . . .	87
Galois . . . . .	88
Die Galoissche Theorie . . . . .	89

## Drittes Kapitel.

Die Gründung des Crelleschen Journals und das Aufblühen der  
reinen Mathematik in Deutschland.

Allerlei Pläne in Berlin; Crelle . . . . .	93
--	----

*Analytiker des Crelleschen Journals.*

Dirichlet . . . . .	96
Zahlentheorie, Analysis . . . . .	97
Mechanik und mathematische Physik . . . . .	98
Abel . . . . .	100
Biographisches und Allgemeines . . . . .	100
Zum Abelschen Theorem . . . . .	103
Wettkampf mit Jacobi . . . . .	106
Jacobi . . . . .	108
Elliptische Funktionen, Thetafunktionen . . . . .	110
Die Königsberger Schule . . . . .	112

*Geometer des Crelleschen Journals.*

Gegensatz der Richtungen . . . . .	115
Moebius . . . . .	116

	Seite
Plücker . . . . .	119
Physik . . . . .	120
Geometrie . . . . .	121
Zum Pascalschen Satz . . . . .	122
Dreieckskoordinaten, beliebiges Raumelement . . . . .	123
Plückersche Formeln . . . . .	124
Steiner . . . . .	126
Projektive Erzeugung . . . . .	129
Isoperimetrisches Problem . . . . .	131
<b>Viertes Kapitel.</b>	
<b>Die Entwicklung der algebraischen Geometrie über Moebius, Plücker und Steiner hinaus.</b>	
Einleitung . . . . .	131
<i>Herausarbeitung einer rein projektiven Geometrie.</i>	
Staudt . . . . .	132
Definition der allgemeinen projektiven Koordinaten . . . . .	134
Moderne Erweiterung auf das irrationale Gebiet . . . . .	135
Deutung des Imaginären in der projektiven Geometrie . . . . .	136
Beispiel: Die neun Wendepunkte einer ebenen Kurve dritter Ordnung . . . . .	138
Chasles und seine Schule . . . . .	140
Historische Interessen . . . . .	142
Ausbildung der Lehre vom Kugelkreis . . . . .	143
Beispiel: Die konfokalen Flächen zweiten Grades . . . . .	145
Cayley . . . . .	147
Allgemeine projektive Maßbestimmung . . . . .	148
System der Geometrie auf projektiver Grundlage; nichteuklidische Geometrie, Klein; Beltrami, Clifford . . . . .	149
<i>Die parallelaufende Entwicklung der Algebra; die Invariantentheorie.</i>	
Anfänge und Hauptlinien der Entwicklung . . . . .	155
Historischer Verlauf . . . . .	156
Jacobi . . . . .	157
Hesse . . . . .	159
Beispiel: Wendepunkte einer ebenen Kurve $n$ -ter Ordnung . . . . .	160
Cayley, Sylvester . . . . .	162
Salmon . . . . .	163
Schlußbemerkungen zur Theorie der Formen . . . . .	165
Interessante Einzelprobleme . . . . .	166
<i>Der Raum von <math>n</math> Dimensionen und die allgemeinen komplexen Zahlen.</i>	
Allgemeines, Widerstände und Mißverständnisse . . . . .	167
Spiritisten . . . . .	169
Positive Ausbildung und Anwendung der Theorie; Lagrange, Cauchy, Cayley	170
Plücker . . . . .	171
Riemann . . . . .	172
Graßmann . . . . .	173
Die Ausdehnungslehre . . . . .	175
Axiomatisches zur Arithmetik, höhere komplexe Zahlen . . . . .	177
Spezialuntersuchungen . . . . .	180
Pfaffsches Problem . . . . .	180
Lineale Konstruktionen . . . . .	180
Die Graßmannianer . . . . .	181

	Seite
<b>Hamilton . . . . .</b>	<b>182</b>
Die Quaternionen: Auffassung als Drehstreckung des Raumes . . . . .	184
Kritik; Cayleys Matrixrechnung . . . . .	188

### Fünftes Kapitel.

#### Mechanik und mathematische Physik in Deutschland und England bis etwa 1880.

##### *Mechanik.*

Exkurs über das klassische System der Mechanik . . . . .	191
<b>Hamiltons Arbeiten zur Optik und Mechanik . . . . .</b>	<b>194</b>
Strahlsysteme . . . . .	195
Konische Refraktion . . . . .	195
Die charakteristische Funktion und das Prinzip der variierenden Wirkung . . . . .	196
Optik . . . . .	196
Geschick der Hamiltonschen Arbeiten auf dem Kontinent . . . . .	197
Kummers Strahlsysteme . . . . .	199
Mechanik, die Hauptfunktion . . . . .	200
Die Hamiltonschen oder kanonischen Differentialgleichungen . . . . .	201
<b>Jacobis Arbeiten zur Mechanik . . . . .</b>	<b>203</b>
Kanonische Variable, Leitfunktion . . . . .	203
Integrationsmethoden der kanonischen Differentialgleichungen . . . . .	205
<b>Rouths Umformungen . . . . .</b>	<b>207</b>
Über englischen Unterrichtsbetrieb . . . . .	208
<b>Zyklische Systeme . . . . .</b>	<b>209</b>
<b>Kinetische Theorie der Materie . . . . .</b>	<b>210</b>
Anhang: Exkurs über die mechanische Wärmetheorie . . . . .	211

##### *Mathematische Physik.*

<b>Allgemeines . . . . .</b>	<b>215</b>
<b>Franz Neumann und die Königsberger Schule . . . . .</b>	<b>216</b>
Neumanns Kristallographie, Optik und Elektrodynamik . . . . .	216
Kirchhoffs Spektroskopie, Mechanik und Wärmestrahlungstheorie . . . . .	219
<b>Die Entwicklung in Berlin . . . . .</b>	<b>221</b>
Allgemeines, die Physikalische Gesellschaft . . . . .	221
Helmholtz . . . . .	223
Naturphilosophie, Satz von der Erhaltung der Energie . . . . .	225
Hydrodynamik, Wirbeltheorie . . . . .	227
Öffentliche Stellung . . . . .	229
<b>Die Entwicklung in England . . . . .</b>	<b>230</b>
Green, MacCullagh . . . . .	231
Stokes, W. Thomson . . . . .	232
Methode der elektrischen Bilder und Thermodynamik . . . . .	235
Geophysik und Nautik . . . . .	235
Vortextheorie der Materie . . . . .	236
Anhang: Thomson-Taits' „Treatise“ . . . . .	237
Maxwell . . . . .	238
Die elektromagnetische Lichttheorie . . . . .	239
Beziehungen zur Mechanik, Gibbs . . . . .	241
Zusammenhang mit den Ableitungen MacCullaghs . . . . .	243
Charakterisierung Maxwells . . . . .	245
<b>Schluß . . . . .</b>	<b>245</b>

## Sechstes Kapitel.

Die allgemeine Funktionentheorie komplexer Veränderlicher  
bei Riemann und Weierstraß.

Seite

Gegenüberstellung . . . . .	246
-----------------------------	-----

*Bernhard Riemann.*

Biographisches, allgemeiner Überblick . . . . .	247
Riemanns Funktionentheorie . . . . .	253
Besondere Arbeiten außerhalb der sonstigen Reihe . . . . .	253
Allgemeine Charakterisierung . . . . .	255
„Analytische Funktion“ bei Riemann . . . . .	256
Die Riemannsche Fläche, insbesondere algebraischer Funktionen . . . . .	256
Beziehungen zur mathematischen Physik, Existenztheoreme . . . . .	258
Beweismethoden; das Dirichletsche Prinzip . . . . .	262
Das Dirichletsche Prinzip bei Riemann . . . . .	262
Weierstraß' Kritik und ihre Folgen . . . . .	263
H. A. Schwarz und die Rettung des Dirichletschen Prinzips . . . . .	265
Klein, Hilbert . . . . .	266
Theorie der linearen Differentialgleichungen $n$ -ter Ordnung . . . . .	267
Allgemeines, die Monodromiegruppe . . . . .	268
Die hypergeometrische Reihe . . . . .	269
Fuchs . . . . .	270
Das Riemannsche Problem . . . . .	270
Die Verbreitung der Riemannschen Ideen . . . . .	272
Der hyperelliptische und ultraelliptische Fall; Prym . . . . .	272
C. Neumann, Clebsch . . . . .	273
Weitere Verbreitung der Riemannschen Funktionentheorie . . . . .	273
Herausgabe von Riemanns Werken, H. Weber, Dedekind, Noether, Wirtinger . . . . .	274
Weiterbildung durch Klein und Poincaré . . . . .	275
Schlußbemerkungen . . . . .	276

*Karl Weierstraß.*

Biographisches . . . . .	276
Weierstraß' Funktionentheorie . . . . .	278
Anknüpfung an Jacobi und Gudermann . . . . .	278
Die $\alpha$ - und $\sigma$ -Funktionen . . . . .	279
Weierstraß' allgemeines Programm, die Zeit bis 1854 . . . . .	280
Berufung nach Berlin; Allgemeines . . . . .	281
Weierstraß' Vorlesungen, systematischer Aufbau der Theorie . . . . .	283
Allgemeiner Überblick über Weierstraß' Funktionentheorie . . . . .	285
Theorie der elliptischen Funktionen . . . . .	288
Einordnung in die Stufentheorie . . . . .	288
Historisches; Eisenstein, Gauß . . . . .	289
Verbreitung der Weierstraß'schen Theorie . . . . .	290
Lehrbücher: Stoltz; Biermann, Forsyth, Harkness-Morley; Schwarz, Halphen, Tannery-Molk . . . . .	291
Frankreich: Hermite . . . . .	291
Abelsche Funktionen . . . . .	292
Weiterbildung der Theorie . . . . .	292
Sonja Kowalevsky . . . . .	293

## Siebentes Kapitel.

## Vertiefte Einsicht in das Wesen der algebraischen Gebilde.

*Weiterführung der algebraischen Geometrie.* Seite

Impuls durch Riemann . . . . .	295
Clebsch und seine Schule . . . . .	296
Die ebene $C_3$ und das Abelsche Theorem. . . . .	298
Von den birationalen Transformationen der Kurven . . . . .	301
Die beliebige $C_n$ . . . . .	302
Homogene Variable, die $C_4$ . . . . .	304
Beliebige $C_n$ . . . . .	305
Clebsch und Gordan, Brill und Noether . . . . .	307
Riemann-Rochscher Satz . . . . .	309
Die Normalkurve der $\varphi$ . . . . .	309
Weiterentwicklung bei den Abelschen Funktionen . . . . .	311
Algebraische Raumkurven . . . . .	312
Algebraische Flächen . . . . .	313
Von den Kurven auf dem einschaligen Hyperboloid . . . . .	315

*Von den algebraischen Zahlen und dem Parallelismus ihrer Theorie mit derjenigen der algebraischen Funktionen.*

Die Anfänge der Theorie, Einheiten, ideale Faktoren, Kummer . . . . .	320
Verallgemeinerung bei Kronecker und Dedekind, Ideale . . . . .	323
Analogie der algebraischen Funktionen einer Veränderlichen; Dedekind, Weber, Weierstraß . . . . .	324
Weitere Schicksale der Theorie, Dedekind-Weber . . . . .	326
Hurwitz, Hilbert, Minkowski . . . . .	328
Hilbert, Theorie der algebraischen Formen . . . . .	329
Beispiel: Raumkurve dritter Ordnung . . . . .	329
Hilberts Zahlbericht . . . . .	331
Exkurs über Galoissche Theorie . . . . .	331
Übertragung auf die Zahlkörper . . . . .	333
Schluß, Ausblick auf weitere Aufgaben . . . . .	334

## Achtes Kapitel.

## Gruppentheorie und Funktionentheorie, insbesondere automorphe Funktionen.

*Gruppentheorie.*

Grundbegriffe . . . . .	335
Geschichtliches, Vertauschungsgruppen und Gleichungstheorie von Lagrange über Galois bis C. Jordan . . . . .	336
Endliche Gruppen linearer Substitutionen, reguläre Körper . . . . .	338
Weiterführung; Anwendung auf die Kristallographie . . . . .	342

*Automorphe Funktionen.*

Vorbemerkungen . . . . .	345
Zusammenschluß von Gruppentheorie und Funktionentheorie . . . . .	346
Anknüpfung an die Theorie der linearen Differentialgleichungen zweiter Ordnung . . . . .	347
Exkurs über die hypergeometrische Reihe . . . . .	347
Übergang zu den Gruppen linearer Substitutionen . . . . .	348
Konforme Abbildung und Spiegelungsprinzip, Zusammenhang mit den regulären Körpern . . . . .	349

Das Ikosaeder . . . . .	351
Ableitung der Ikosaedergleichung . . . . .	351
Ikosaedergleichung als Normalgleichung . . . . .	354
Die Auflösung der beliebigen Gleichung fünften Grades . . . . .	356
éloge historique über die regulären Körper . . . . .	358
Der Allgemeinbegriff der eindeutigen Dreiecksfunktionen . . . . .	358
Elliptische Modulfunktionen . . . . .	360
Historische Ausführungen . . . . .	363
Gauß, Riemann bis zum Picardschen Satz . . . . .	363
Abel, Jacobi, Hermite . . . . .	364
Die Transformation der elliptischen Funktionen, Galois, Hermite . . . . .	365
Allgemeines Programm . . . . .	366
Die Hauptkongruenzgruppe fünfter Stufe. . . . .	367
Die Hauptkongruenzgruppe siebenter Stufe. . . . .	368
Das Grenzkreistheorem der automorphen Funktionen . . . . .	372
H. Poincaré . . . . .	374
Biographisches . . . . .	374
Poincarés Arbeiten von 1881 . . . . .	376
1882 . . . . .	378
Riemann . . . . .	381
Namenverzeichnis . . . . .	382