

Inhaltsverzeichnis

I. Funktionentheorie

§1. Grundbegriffe	1
a) Differentiation. Konforme Abbildung	1
b) Einfache physikalische Beispiele zur konformen Abbildung	4
c) Komplexe Integrale. Cauchysche Formeln	5
§2. Beispiele zur komplexen Integration	11
a) Periodischer Integrand	11
b) Sprungfunktion	13
c) Erzeugende Funktion	15
§3. Über die Diracsche Deltafunktion	17
§4. Fortsetzung der allgemeinen Theorie	22
a) Unendlich ferner Punkt	22
b) Mehrdeutigkeit. Riemannsche Blätter	23
c) Potenzreihen	27
d) Allgemeine Konvergenzkriterien	30
e) Darstellung einer Funktion durch ihre Pole und Nullstellen	34
§5. Die Gammafunktion	36
a) Elementare Beziehungen	36
b) Die Betafunktion	38
c) Die Produktdarstellung von Weierstrass	39
d) Die logarithmische Ableitung der Gammafunktion	44
e) Die Stirlingsche Formel	46
f) Die Verdopplungsformel	48
§6. Die hypergeometrische Reihe	49
a) Lösungen der Gaußschen Differentialgleichung	49
b) Die Integraldarstellung von Barnes	52
c) Die Singularität bei $z = 1$	55
d) Die konfluente Reihe	58
e) Coulombfunktionen	63
§7. Semikonvergente Reihen	66
Aufgaben 1-25	69

II. Gewöhnliche lineare Differentialgleichungen

§1. Homogene Differentialgleichungen: Grundlagen	93
a) Standardformen. Wronski-Determinante	93
b) Singularitäten und Potenzreihen	94
§2. Inhomogene Differentialgleichungen	100
§3. Randwertprobleme, Eigenwertprobleme	103
a) Homogene und inhomogene Probleme	103
b) Das Eigenwertproblem von Sturm und Liouville	105
c) Der Alternativsatz	110
d) Der Knotensatz	112
e) Andere Randbedingungen	113
§4. Integralgleichungen	115
a) Vorbemerkungen	115
b) Integralgleichungen und algebraische Gleichungen	118
c) Die homogene Fredholmsche Gleichung	121
d) Inhomogene Fredholmsche Gleichungen	127
e) Integralgleichungen erster Art. Volterrasche Gleichungen	129
§5. Lösung durch Integraltransformation	131
a) Erläuterung der Methode	131
b) Laplace-Transformation	134
c) Fourier-Transformation	137
d) Eulersche Transformation	144
§6. Variationsmethoden	147
a) Allgemeine Theorie	147
b) Homogenes Variationsproblem	151
c) Integralgleichungen und Variationsmethode	153
d) Ritzsches Verfahren	155
Aufgaben 1-31	160

III. Spezielle Funktionen

§1. Zylinderfunktionen	197
a) Definitionen	197
b) Asymptotik	200
c) Ganzzahlige und halbzahlige Indices	203
d) Rekursionsformeln und Integrale über Zylinderfunktionen	209
e) Modifizierte Zylinderfunktionen	213
f) Airysche Integrale	214
g) Entwicklungen für große λ	218
§2. Legendresche Funktionen	223
a) Legendresche Polynome	223

b) Entwicklung nach Legendreschen Polynomen	227
c) Legendresche Funktionen erster Art	230
d) Legendresche Funktionen zweiter Art	233
e) Zugeordnete Legendresche Funktionen	236
§3. Systeme orthogonaler Polynome	240
a) Laguerresche Polynome	240
b) Hermitesche Polynome	244
c) Gegenbauersche Polynome	247
d) Jacobi-Polynome	251
Aufgaben 1-21	254

IV. Partielle Differentialgleichungen der Physik

§1. Einleitung	275
§2. Die Helmholtzsche Differentialgleichung	277
a) Die einfachsten Lösungen	277
b) Kugelfunktionen	279
c) Anwendung des Superpositionsprinzips	284
d) Translationsinvarianz	288
§3. Dreidimensionale Drehungen	290
a) Beschreibung einer dreidimensionalen Drehung	290
b) Die Drehoperatoren	294
c) Die Transformationskoeffizienten der Kugelfunktionen	298
§4. Vektorkugelfunktionen	304
a) Physikalische Motivierung	304
b) Eigenschaften der Vektorkugelfunktionen	305
§5. Greensche Funktionen	307
a) Die Poissonsche Gleichung	308
b) Die inhomogenen Gleichungen von Helmholtz und Yukawa	309
c) Wellengleichung der Elektrodynamik	311
d) Die Klein-Gordon-Gleichung	314
Aufgaben 1-12	318
Sachverzeichnis	333